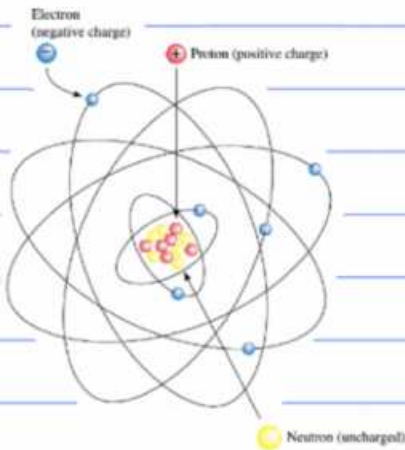


تعاریف پایه



اتم: کوچکترین ذره هم ماده اتم است که از یک هسته شامل

پروتون و نوترون و مداراتی حول هسته که الکترون ها حول هسته گردش

می کنند.

علامت بار: پروتون دارای بار مثبت و الکترون دارای بار منفی و

نوترون بی بار قرار داده می شوند.

رسانا: دارای الکترون های آزاد می باشند و می توانند به راحتی جریان الکتریکی را عبور دهند. مانند مس و نقره

نارسانا: این مواد برخلاف رسانا ها نمی توانند به راحتی جریان را از خود عبور دهند مانند چوب، لاستیک

نیم رسانا: رسانایی این مواد قابل کنترل است و در برخی شرایط رسانا و در برخی شرایط نارسانا خواهند

بود. مانند دیود - ترانزیستور

واحد بار الکتریکی: واحد بار الکتریکی کولن یا کولمب می باشد و تقویم آن تعداد 6×10^{18} عدد الکترون را

یک کولن بار منفی می گویند. یعنی اگر اتم 6×10^{18} عدد الکترون بکشد گویند یک کولن (1C) بار منفی گرفته

و اگر 6×10^{18} عدد الکترون از دست بدهد یک کولن بار مثبت گرفته است.

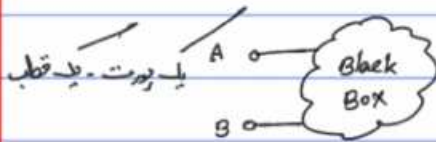
$$6 \times 10^{18} e \rightarrow 1C$$

$$1e \rightarrow ?$$

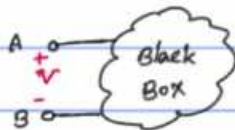
$$1e = \frac{q}{6 \times 10^{18}} = 1.6 \times 10^{-19} q$$

بار الکتریکی: ما تقویم به تعریف بالا می توان گفت:

تک قطبی یا دو سر



المان یا مداری است که فقط با دو سر یا یک قطب (پورت) تعریف می شود

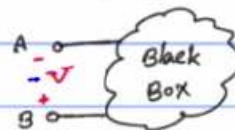


تعریف ولتاژ:

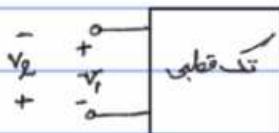
ولتاژ کمیوت نسبی است که همواره ولتاژ یک نقطه را نسبت به نقطه دیگر تعریف می شود.

برای تعریف ولتاژ باید مقدار و پلاریته را مشخص کنیم. یک ولت میزان انرژی لازم برای جدا کردن یک کولن بار است.

پلاریته: تعریف سر مثبت و منفی یک پورت پلاریته فاقد دارد.



مثال: برای المان زیر $V_1 = 12$ ولت است. مقدار V_2 چند ولت است؟



$$V_2 = -V_1 = -12 \text{ V}$$

مثلاً اگر ولتاژ را برعکس متصل کنیم روی ولتاژ 12- نمایش داده خواهد شد.

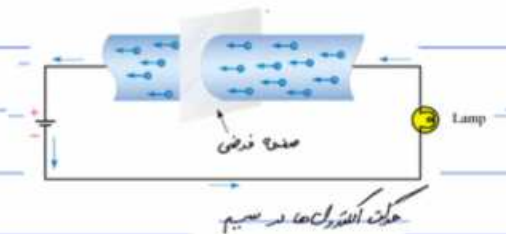
شدت جریان الکتریکی

اگر دو سربارمانا اختلاف پتانسیل کافی برقرار (ولتاژ) برسانا جریان برقرار می شود.

تعریف آمپر: اگر در مدت یک ثانیه یک کولن بار الکتریکی از سطح مقطع رسانا عبور کند یک آمپر شدت جریان

الکتریکی خواهد بود.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$



مثال: اگر در ۰.۰۱ ثانیه تعداد 10^{15} عدد الکترون از سطح مقطع سیم عبور کند شدت جریانی عبوری از سیم چند آمپر است؟

$$\begin{array}{ccc} 1C & 6 \times 10^{18} e & \\ ? & 10^{15} e & \end{array} \rightarrow q = \frac{10^{15}}{6 \times 10^{18}} \quad , \quad \Delta t = 0.01$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10^{15} / 6 \times 10^{18}}{0.01} = \frac{10^{17}}{6 \times 10^{18}} = \frac{1}{6} \times 10^{-1} (A)$$

حجت جریان

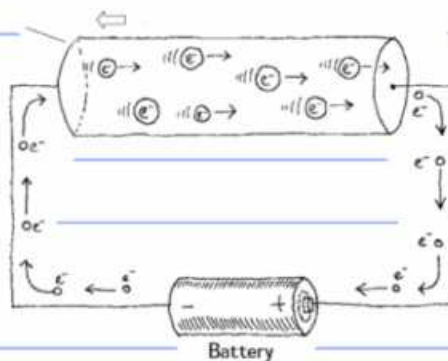
در روزهای اول پیشرفت علم الکتریک دانستند که (امتی فزائیلی) برای جاور بودن به برقراری جریان به دلیل

حرکت بار مثبت است که از قطب مثبت منبع ولتاژ خارج می شوند و به قطب منفی وارد می شوند.



ولی بعد از مدتی فیزیکدانان (امتی تعمول) فهمیدند علت برقراری جریان جاره های منفی یا الکترون ها هستند که برای

ایجاد جریان الکتریکی بار منفی از سر منفی منبع ولتاژ خارج می شود و به سمت مثبت وارد می شود.



تکلیف چیست ؟

ما به غلط می پذیریم که حجت جریان از ولتاژ مثبت به سمت ولتاژ منفی برقرار می شود و این حجت

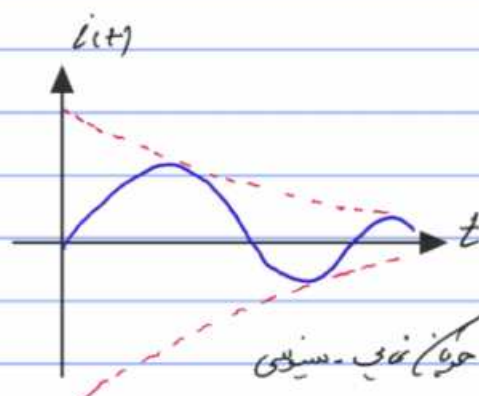
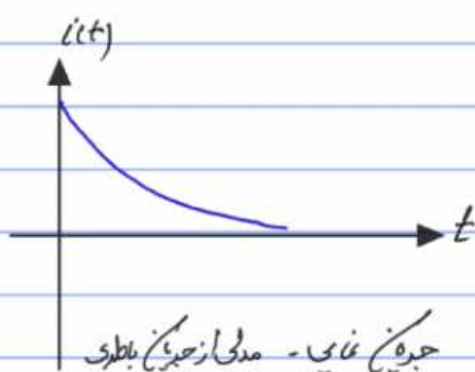
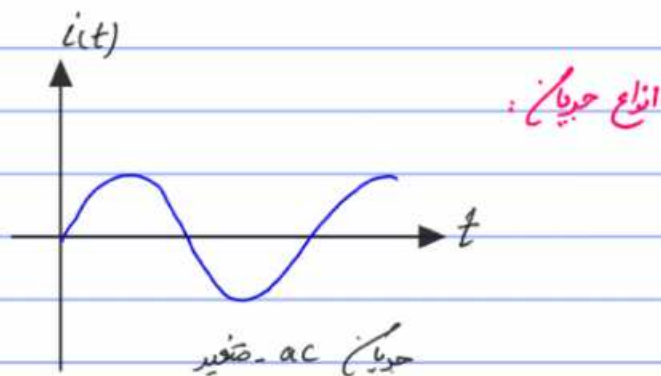
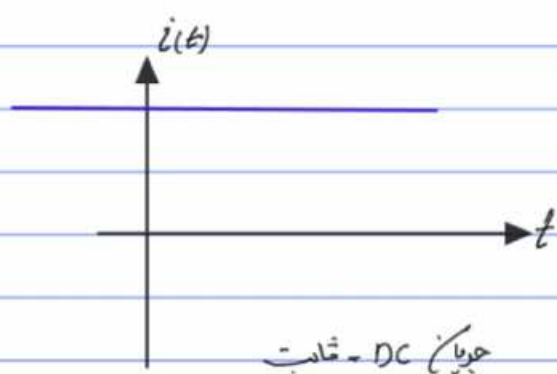
جریان خلاف حجت واقعی الکترون ها است و به این حجت جریان حجت مردم گفته می شود



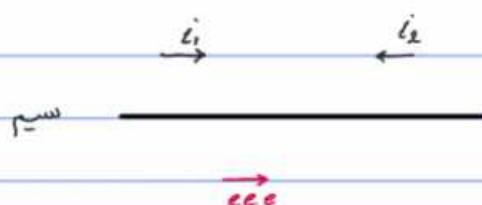
نحوه تعریف جریان



هم جهت و هم مقدار جریان نیاز است.



مثال: در رسم زیر برای ایجاد جریان یک میلی آمپر اختلاف پتانسیل ها را چپ به راست حرکت می کنند، جریان را نامی چند آمپر هستند.

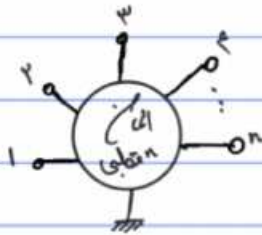


جهت جریان مدرم خلاف جهت اختلاف پتانسیل است.

$$i_2 = 1mA \rightarrow i_1 = -1mA$$



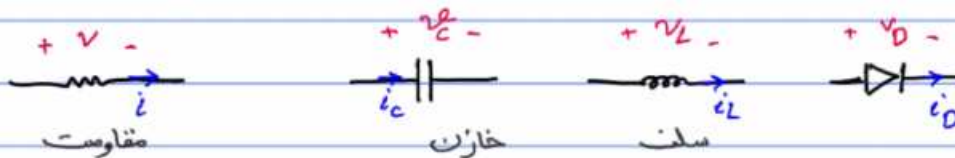
امانج ها:



امانج ها را می توان از نظر تعداد پایه و ارتباطی که با بیرون برقرار می کنند تعریف

می کنیم.

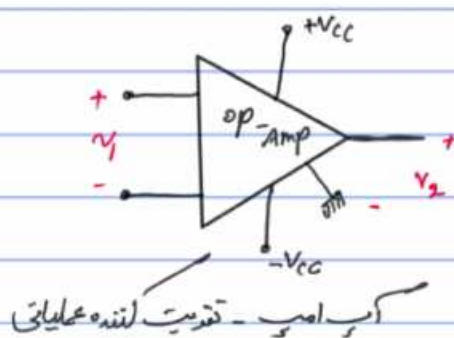
امانج تک قطبی: امانجی که فقط با ۲ پایه یا یک پورت با بیرون ارتباط برقرار می کند.



امانج ۲ قطبی یا ۴ سر: امانجی که با ۳ پایه یا دو پورت با بیرون مرتبط می شود.



امانج چند قطبی: امانج هایی که با چندین پایه یا پورت تعریف می شوند.



آپ امپ - تقویت کننده عملیاتی

یک امانج چند قطبی

المان ایده آل: المانی که فقط با دو کمیت اصلی تعریف شود.

کمیت اصلی: چهار کمیت اصلی ولتاژ (v)، جریان (i)، بار الکتریکی (q) و شار الکتریکی (ϕ) را کمیت های اصلی می گویند.

مقاومت: هر المانی یا هر چیزی که بتوانیم رابطه ای بین ولتاژ و جریانش برقرار کنیم مقاومت است.

مقاومت $i = \frac{dv}{dt}$ فقط
مقاومت $v = 2i + 3$
مقاومت نیست $v = 3i + q$

مقاومت ایده آل: اگر رابطه بین ولتاژ و جریانش رابطه ای جبری باشد آن المان مقاومت ایده آل است.

رابطه ای که فاقد مشتق و انتگرال باشد رابطه جبری است.

مقاومت غیرایده آل $v = 3 \frac{di}{dt}$

مقاومت ایده آل $v = 3 \cos t \cdot i$

مقاومت غیرایده آل $i = \frac{1}{2} \int v(t) dt$

خازن: هر المانی که بتوانیم بین بار الکتریکی و ولتاژ در سر آن رابطه بنویسیم آن المان خازن است.

خازن نیست $v = q^2 + 2i$ خازن $q(t) = 3v(t)$

خازن ایده آل: خازنی که رابطه جبری بین ولتاژ و بار الکتریکی آن برقرار باشد.

خازن ایده آل $v = 3q + q^2$

خازن غیرایده آل $q = \frac{1}{4} \int v dt + 5$

خازن غیرایده آل $i = 3 \frac{dq}{dt} + 4$

سلف: این می است که بتوانیم بین **جریان** و **شد الکتریکی** آن رابطه نوشت آن **سلف** است.

$$\text{سلف نیت } \varphi = 3i + 2 \quad \text{سلف } \varphi_{M1} = 4i(t)^2 \quad \text{سلف } \varphi_{M2} = 3i(t)$$

سلف ایده آل: سلفی است که رابطه **جبری** بین **جریان** و **شار** آن برقرار می شود.

$$\text{سلف غیر ایده آل } \int_{-\infty}^t q(t+\tau) d\tau = 2i(t) \quad \text{سلف غیر ایده آل } q = 3 \frac{di}{dt}$$

ایده آل خطی: این می است که رابطه بین **گشت** می اصلی آن یک **خط راست** در **نقطه** از مبدأ باشد.

$$\text{سلف ایده آل غیر خطی } \varphi = 4i^2 \quad \text{مقاومت ایده آل غیر خطی } v = 3i + 2$$

$$\begin{aligned} \text{مقاومت ایده آل خطی } v &= 2i & \text{خازن ایده آل غیر خطی } q &= \frac{10}{v} \\ \text{خازن } q &= 4v & \text{سلف } q &= 10i \end{aligned}$$

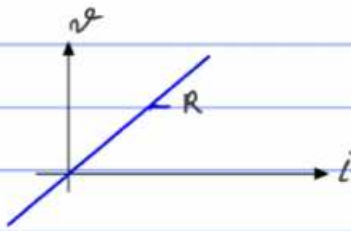
ایده آل خطی تغییرناپذیر زمانی: این ایده آل خطی است که با **گذشت** زمانی رابطه آن **تغییر** نکند. (LTI)

$$\begin{aligned} v &= t \times 2i & \text{و است به زمانی} & t=0 \rightarrow v=0i \\ & & & t=1 \rightarrow v=2i \\ v &= e^{-bt} q & \text{خازن تغییرناپذیر زمانی} & \end{aligned}$$

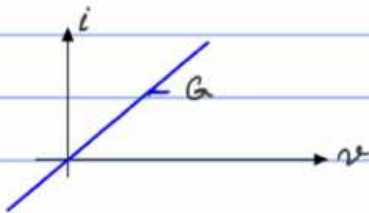
$$\text{سلف ایده آل خطی تغییرناپذیر زمانی } q = 4i \quad \text{LTI} \quad v = 4i$$

مقاومت ایده آل خطی تغییر پذیر با زمان LTI

مقاومت LTI: مقاومتی که رابطه $v-i$ آن خط راست گذرنده از صفر باشد.



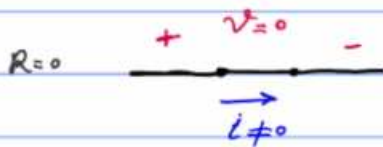
$$v(t) = R i(t) \quad R = \frac{v}{i} (\Omega) \quad \text{اهم}$$



$$i(t) = G v(t) \quad G = \frac{i}{v} (S) \quad \text{رسانایی مهم زمین}$$

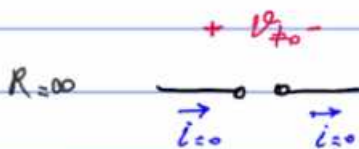
$$R = \frac{1}{G}$$

شاخه اتصال کوتاه (S.C): شاخه‌ای که مقاومت آن صفر یا رسانایی آن بی‌نهایت باشد.



نکته: جریان شاخه اتصال کوتاه الزاماً صفر نیست.
 $R=0$ یا $G=\infty$

شاخه مدار باز (O.C): شاخه‌ای که مقاومت آن بی‌نهایت یا رسانایی آن صفر باشد.



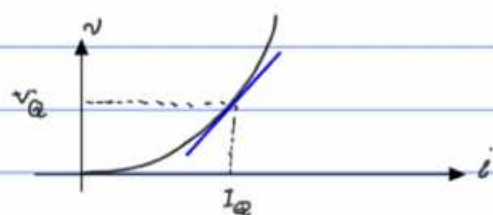
نکته: جریانی شاخه O.C حتماً صفر است ولی ولتاژ دوسرش الزاماً صفر نیست.

مقاومت ایده آل خطی تغییر پذیر با زمان LTV: مقاومتی که مقدار آن با گذشت زمان تغییر می‌کند.

$$v(t) = R(t) i(t)$$

$$\text{مثلاً } v(t) = e^{-3t} i(t) \quad \begin{array}{l} t=0 \rightarrow 1\Omega \\ t=1 \rightarrow e^{-1}\Omega \\ t=\infty \rightarrow 0\Omega \end{array}$$

مقاومت غیر خطی



اگر رابطه $v-i$ از نوع مقاومت خطی نباشد، از مبدأ عبور کند یک مقاومت غیر خطی است.

تعریف نقطه کار الکتریکی: مقدار ولتاژ و جریان مقاومت در آن مدار و شرایط آن مدار را نقطه کاری گوئیم. برای یک الکتریکی با توجه به مقدار لایز در مدار می توانند تغییر کنند.

مقاومت استاتیکی و دینامیکی

مقاومت استاتیکی: $R_{dc} = \frac{V_Q}{I_Q}$

مقاومت دینامیکی: $R_{ac} = \left. \frac{\partial v}{\partial i} \right|_Q$

مثال: فرض کنید رابطه $v-i$ یک الکتریکی غیر خطی به صورت $v = 3i^2$ باشد. R_{ac} و R_{dc} را محاسبه کنید.

نقطه کار الکتریکی $I_Q = 2\text{mA}$ و $V_Q = 12\text{V}$ است.

$$R_{dc} = \frac{12}{2} = 6\Omega$$

$$\frac{\partial v}{\partial i} \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial i} = 3 \times 2i = 6i \rightarrow R_{ac} = \left. \frac{\partial v}{\partial i} \right|_Q = 6i \Big|_{\substack{2\text{mA} \\ 12\text{V}}} = 12\Omega$$

اگر رابطه $i-v$ به صورت $i^2 = 3v + v^2$ باشد، با نقطه کار $i_Q = 2\text{mA}$ و $v_Q = 12\text{V}$ باشد R_{ac} را محاسبه کنید.

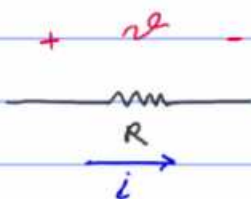
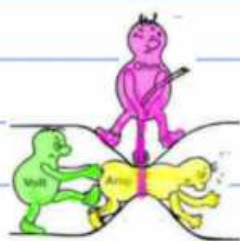
$$i^2 + 3v = i^2 \rightarrow 2i v' + 3v' = 2i \rightarrow v' = \frac{2i}{2v+3} = R_{ac} \Big|_Q = \frac{2 \times 2}{2 \times 12 + 3}$$

قانون اهم

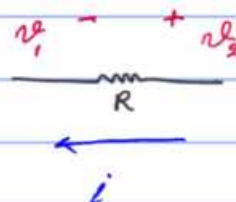
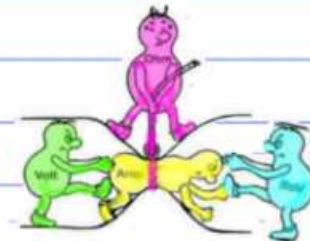
این قانون فقط برای مقاومت خطی تعریف می شود و ارتباط ولتاژ و دس مقاومت خطی را با جریان عبوری

از آن با توجه به مقاومت بیان می کند.

با توجه به قانون اهم جریان از ولتاژ مثبت تر به سمت ولتاژ منفی تر به صورت زیر تعریف می شود.



$$i = \frac{V}{R} \quad \text{یا} \quad V = i \times R$$



$$i = \frac{V_2 - V_1}{R}$$

شاخه اتصال کوتاه (S.C):

$$R=0 \xrightarrow{\text{مقاومت}} i = \frac{V}{0} \quad \text{مبهم}$$

جریان شاخه اتصال کوتاه با توجه به مدار تعیین می شود

$$R=\infty \xrightarrow{\text{مقاومت}} i = \frac{V}{\infty} = 0$$

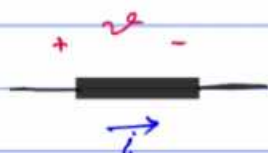
شاخه مدار باز (O.C):

ولتاژ شاخه مدار باز با توجه به مدار تعیین می شود

توان لحظه‌ای

مدارمان یا دستگاه برای عملکرد خود نیاز به مصرف توان دارد. توان لحظه‌ای حاصل ضرب ولتاژ در جریانی است.

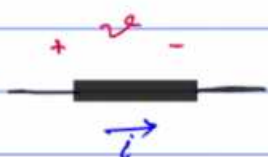
حد دستگاه مهم به ولتاژ می‌آید و هم به جریانی الکتریکی



$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (\text{وات})$$

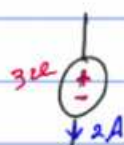
ممکن است یک ایمان توان تولید کند یا مصرف کند. با توجه به جهت جریانی و ولتاژ ولتاژ معلوم می‌شود.

دیاگرام مصرف: اگر جریانی از ولتاژ منفی خارج شود توان محاسبه شده مصرفی است.

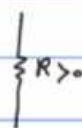


$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad \text{مصرفی}$$

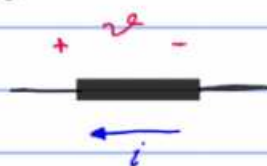
عنصر پسیو یا غیر فعال: این است که توان مصرف می‌کند مانند مقاومت مثبت.



$$p = 3 \times 2 = 6 \text{ w} \quad \text{مصرف}$$

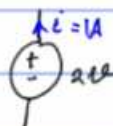


دیاگرام تولید: اگر جهت جریانی و ولتاژ ولتاژی باشد که جریانی از سر مثبت ایمان خارج شود توان



$$p(t) = i(t) \cdot v(t) \quad \text{توان تولیدی}$$

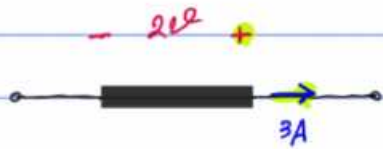
عنصر اکتیو یا فعال: ایمانی که توان تولید می‌کند مانند مقاومت منفی



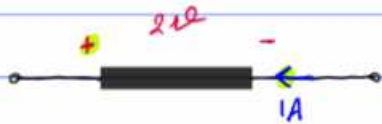
$$p(t) = 2 \times 1 \text{ w} \quad \text{تولید}$$

نکته: مقاومت منفی در واقعیت مانند مقاومت مجهول وجود ندارد و با مدارات الکترونیکی و منابع تغذیه ساخته می‌شود.

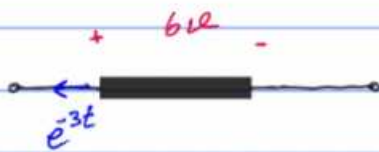
تمرین: توانی تولیدی یا مصرفی المانهای زیر را محاسبه کنید.



مصرف $-6W =$ تولید می کند $P(t) = 3 \times 2 = 6W$



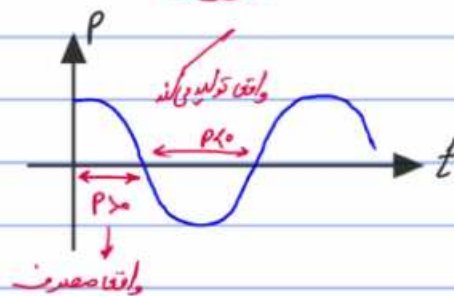
مصرف $-2W =$ تولید $P(t) = 2W$



تولید $P(t) = 6e^{-3t} W$

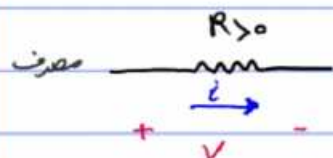


مصرف $P(t) = 3 \cos t$



نکته: می توانی توان را در صفتی ضرب کرده و دیاگرام را برعکس بکشیم.

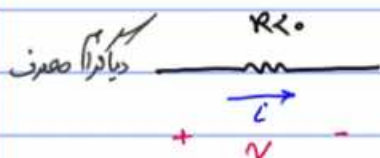
توانی لحظه‌ای برای مقاومت



$$p(t) = v \cdot i = \frac{v^2}{R} = R i^2$$

توانی مقاومت مثبت :

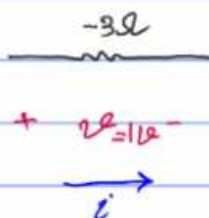
چون $R > 0$ روابط بالا همواره مثبت هستند. و در اکثر موارد توان هم مصرفی است. لذا همواره مقاومت مثبت توانی مصرف می‌کند.



$$p = v \cdot i = \frac{v^2}{R} = R i^2$$

توانی مقاومت منفی :

چون $R < 0$ و روابط بالا همواره منفی بدست می‌آید. همچنین در اکثر موارد توانی دیگر هم مصرفی بوده است. یعنی توانی منفی مصرف یا توانی مثبت تولید می‌کند.



$$i = \frac{1}{-3} (A) \quad \text{یا} \quad i = \frac{1}{3} (A)$$

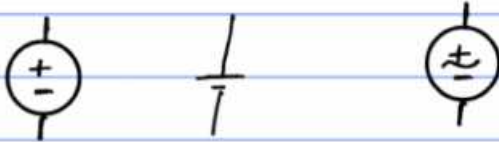
مقاومت منفی چیست ؟

یعنی جهت جریان مقاومت منفی خلاف جهت قانون اهم است.

منابع ولتاژ و جریان

منبع ولتاژ مستقل: این منبع ولتاژ ایده آل است و همواره ولتاژ دوسرگانه ثابت (V_s) است ولی جریان هر مقداری می تواند باشد که بستگی به مداری دارد که در گان قرار گرفته است. شایسته آن به صورت زیر

است.



منبع مستقل ولتاژ منبع DC منبع مستقل ac

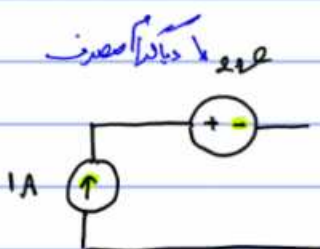
منبع جریانی مستقل: این منبع، منبع جریانی ایده آل است یعنی که جریانی شاخه منبع جریانی همواره ثابت (I_s) و ولتاژ دوسرگانه هر مقداری می تواند.



توجه: منبع جریانی مانند سل و باتری وجود ندارد و با کمک منبع ولتاژ و مدارات

الکترونیکی ساخته می شود.

آیا منابع ولتاژ و جریانی مستقل همواره توان تولید می کنند؟

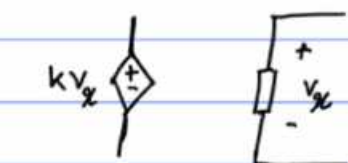


مصرف $P = 2 \times 1 \text{ W}$ منبع ولتاژ

منابع وابسته

منابع وابسته جریان یا ولتاژ مقدارشان به مقدار دیگری از مدار وابسته است.

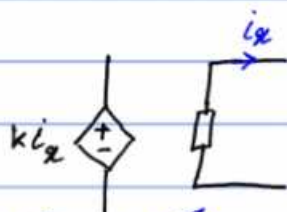
منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ



منبع ولتاژ کنترل شده با ولتاژ V_x

مقدار ولتاژ این منبع وابسته به ولتاژ شاخه دیگری از مدار است.

این منبع می تواند مدلی ترانزیستور باشد.

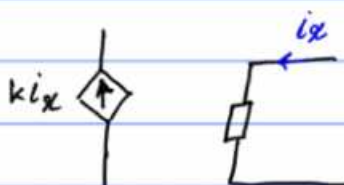


منبع ولتاژ کنترل شده با جریان I_x

منبع ولتاژ وابسته به جریان

مقدار ولتاژ این منبع وابسته به جریانی شاخه دیگر است.

مدلی از ترانزیستور باشد. $V_{BE} = V_T \ln \frac{I_C}{I_S}$



منبع جریانی وابسته به جریان

جریانی منبع وابسته به جریانی شاخه دیگری از مدار است.

مدلی مدل کردن ارتباط جریانی کلکتور و بیس ترانزیستور $I_C = \beta I_B$

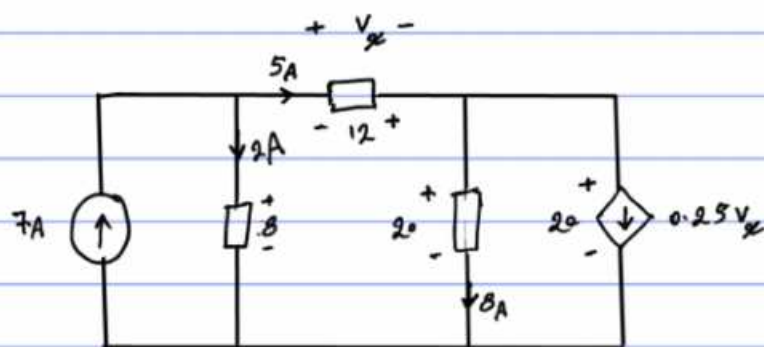


منبع جریانی وابسته به ولتاژ

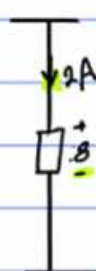
جریانی منبع وابسته به ولتاژ شاخه دیگری از مدار است.

مدل کردن دیود $I_0 = I_S e^{\frac{V_D}{V_T}}$

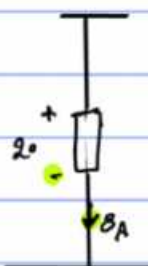
مثال ۱: توان مصرفی و تولیدی تمام اجزای مدار زیر را بدست آورید.



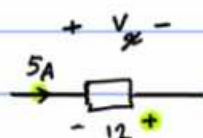
تولیدی $P = 56 \text{ W}$



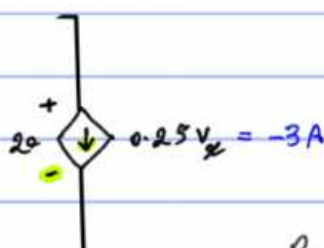
مصرفی $P = 16 \text{ W}$



مصرفی $P = 16 \text{ W}$



تولیدی $P = 5 \times 12 = 60 \text{ W}$

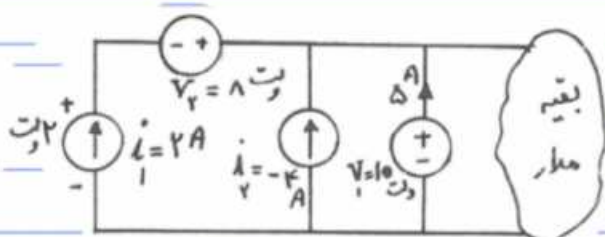
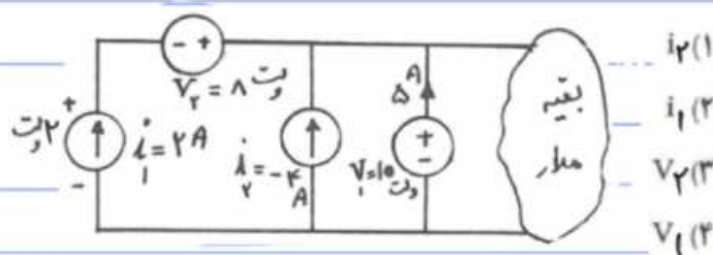


تولیدی $P = -3 \times 20 = -60 \text{ W}$ = توان مصرفی $+60 \text{ W}$

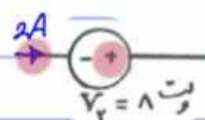


ولت $V_x = -12$

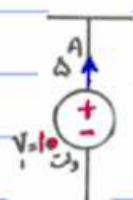
(برق ۸۱) کدام یک از چهار منبع در شکل زیر، توان جذب می کنند؟



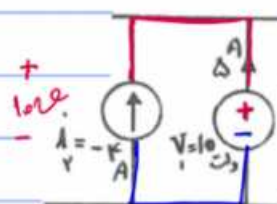
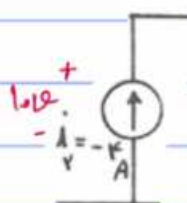
تولیدی $P = 4W$



تولیدی $P = 16W$



تولیدی $P = 50W$



مصرف $P = 40W$ = تولیدی $P = -40W = -4 \times 10$

قانون بقای توان: در یک مدار الکتریکی مجموع توان های تولیدی برابر مجموع توان های مصرفی است.

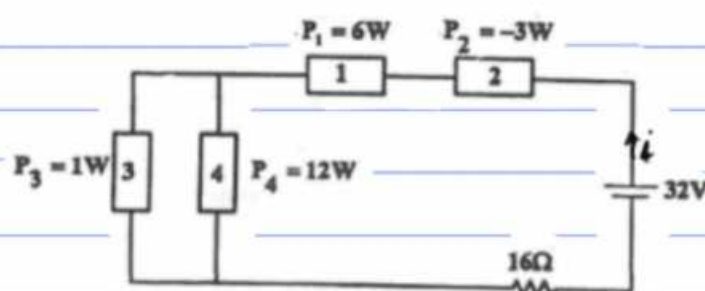
$$\sum P_{\text{تولیدی}} = \sum P_{\text{مصرف}}$$

$$\sum (4 + 16 + 50) = \sum (40 + \text{بقیه مدار})$$

$$P = 30W \text{ بقیه مدار مصرف}$$

(برق ۱۵)

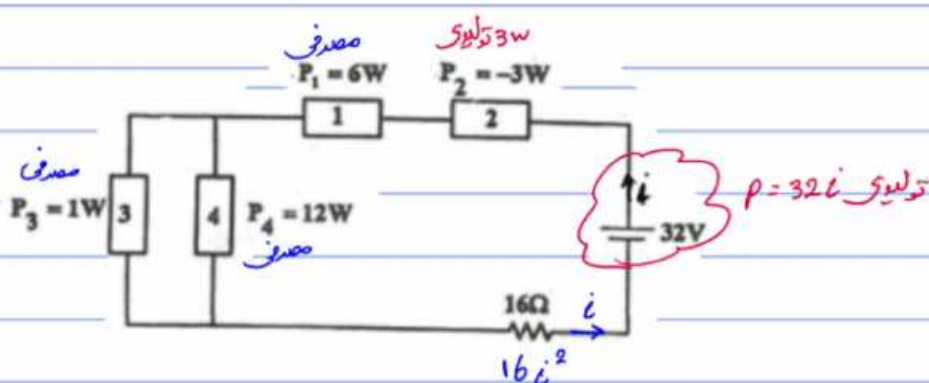
در مدار مقاومتی شکل زیر توان هر یک از عناصر داده شده است. جریان i چقدر



- ۱ A (۱)
- ۲ A (۲)
- $\frac{1}{2}$ A (۳)
- $\frac{1}{4}$ A (۴)

نکته: اگر در صورت سوال دیاگرام توانی قید نشود پیش فرض توان مصرفی است.

قانون بقای توان



قانون بقای توان :

$$\underbrace{32i}_{\text{تولیدی}} + \underbrace{3}_{\text{مصرفی}} = \underbrace{1 + 12 + 6 + 16i^2}_{\text{مصرفی}}$$

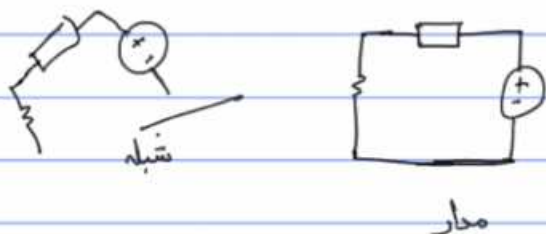
$$16i^2 - 32i + 16 = 0$$

$$i^2 - 2i + 1 = 0 \rightarrow i = 1A$$

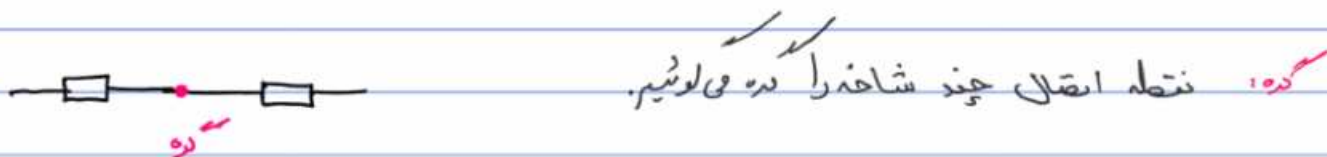
تشابه و مدار

تعریف: تشابه از اتصال چندین المان به یکدیگر شکل می گیرد. حال اگر تشابه یک مسیر بسته شکل

دهد آن تشابه را مدار می گوئیم.



شاخه: هر المانی که تشکیل یک شاخه را می دهد. جریان ورودی به شاخه با جریانی خروجی برابر است.



شاخه سری: اگر دو یا چند شاخه طوری به یکدیگر متصل شوند که جریان شاخه ها با هم برابر باشد.



شاخه موازی: اگر دو یا چند شاخه طوری به یکدیگر متصل شوند که ولتاژ دو سر شاخه با هم برابر شود.

در شاخه موازی الزاماً جریانی یکسانی ندارند.





قوانین کیرشهف

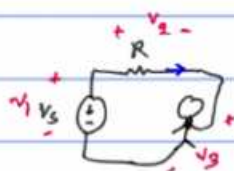
قانون ولتاژ (KVL): این قانون می گوید که در هر مسیر بسته مدار، مجموع ولتاژها در هر لحظه صفر است.

معادله مجموع ولتاژها در یک مسیر بسته KVL می گوئیم.

$$\sum_{i=1}^n v_i = 0$$

اگر در مسیر بسته n شاخه وجود داشته باشد:

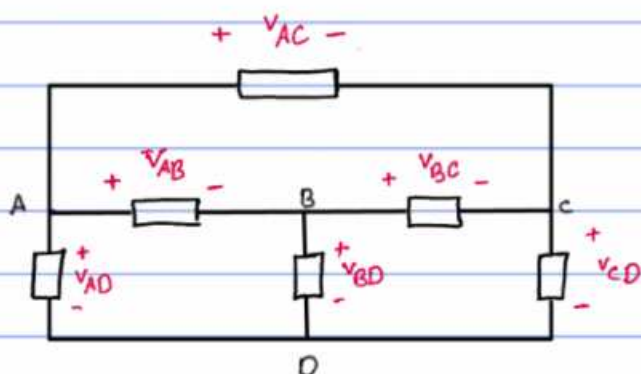
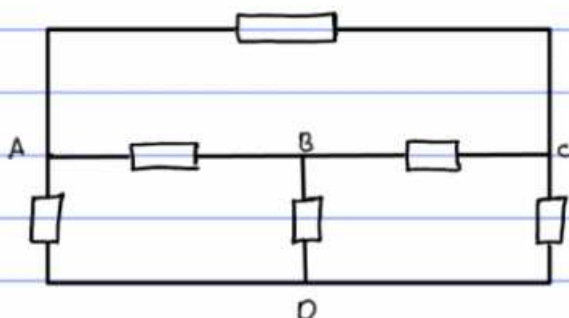
معادلات KVL خواص زیر را دارد:



۱) جبری، خطی و حلان است.

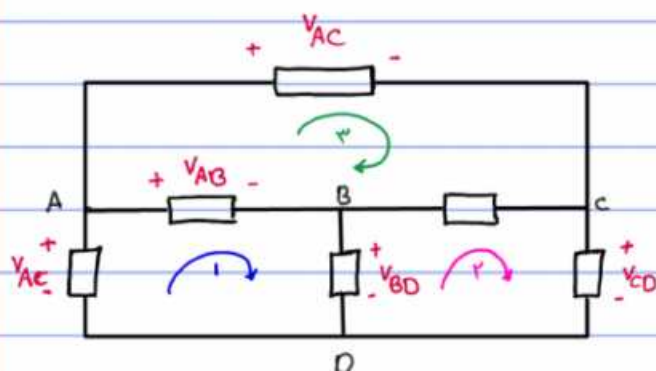
۲) منبع و طبیعت فیزیکی المان ها بستگی ندارد.

مثال ۱: معادلات KVL را برای مدار زیر بنویسید.

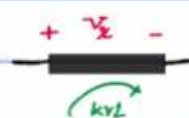
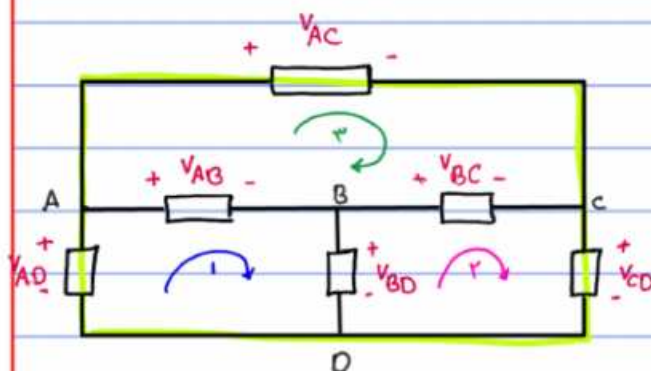


۲) ولتاژ در سر المان ها را مشخص می کنیم.

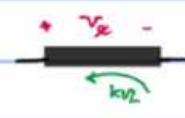
۱۲ حلقه های kvl را با جهت دلخواه مشخص می کنیم.



۱۳ با توجه به جهت حلقه، برای هر حلقه معادله kvl را می نویسیم.



$$kvl = +V_x + \dots$$



$$kvl = -V_x + \dots$$

۱۴ نوشتن معادلات kvl برای حلقه های مدار

معادلات kvl

$$\begin{aligned} kvl 1: & -V_{AD} + V_{AB} + V_{BD} = 0 \\ kvl 2: & -V_{BD} + V_{BC} + V_{CD} = 0 \\ kvl 3: & +V_{AC} - V_{BC} - V_{AB} = 0 \end{aligned}$$

مسال: آیا kvl حلقه بزرگ نیاز است؟

kvl بزرگ

$$-V_{AD} + V_{AC} + V_{CD} = 0$$

معادله آخر kvl بزرگ معادله جدیدی نیست و

به حل متغیرهای مدار کمک نمی کند پس نیازی به نوشتن این معادله نداریم.

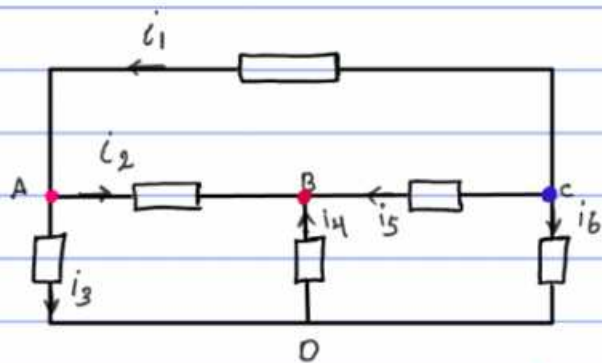
قانون جریان kcl: در هر مدار فشرده، مجموع جریان های ورودی به یک دره یا گانست در هر لحظه صفر است. این معادله

را kcl می‌دانیم. اگر n شاخه به یک دره متصل باشند $\sum_{i=1}^n I_i = 0$

۱۱ جبری خطی و گاهی هستند.

۱۲ به طبیعت فیزیکی این وابستگی ندارد.

مثال ۱ معادلات kcl را برای دره ها و گانست های مدار زیر بنویسید.

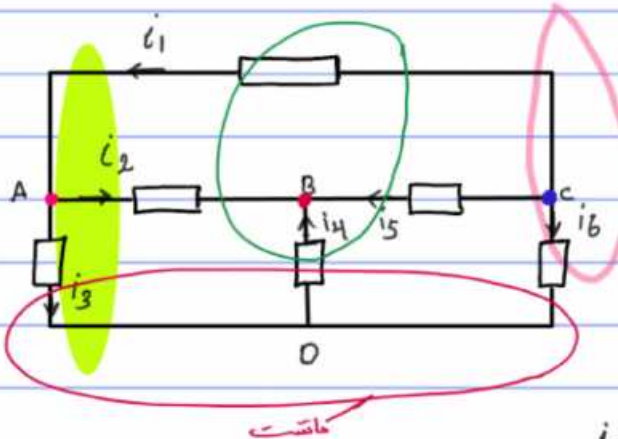


A: $i_1 = i_2 + i_3$

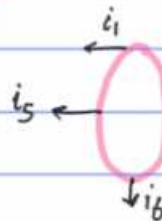
B: $i_4 + i_5 + i_2 = 0$

C: $0 = i_6 + i_5 + i_1$

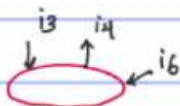
kcl گره های مدار



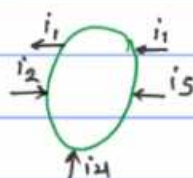
$i_1 = i_2 + i_3$



$0 = i_1 + i_5 + i_6$



$i_3 + i_6 = i_4$



جریان شاخه هایی که گانست آن را ۲ بار قطع می‌کند نیازی به نوشتن ندارد.

~~$i_1 + i_5 + i_4 + i_2 = i_1$~~

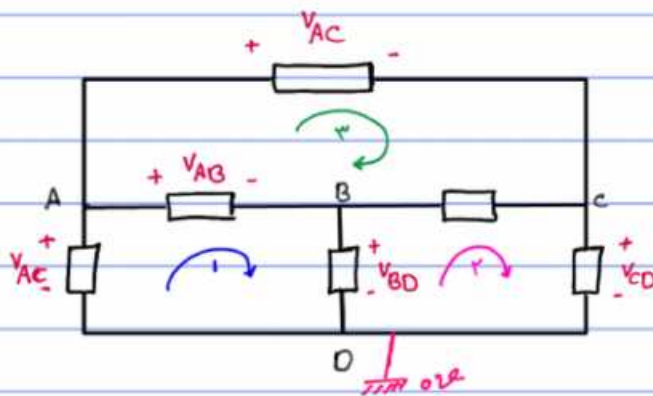
ولتاژ مرجع

روی زمین قرار داد کرده اند که ارتفاع سطح دریای آزاد صفر متر است و ارتفاع بقیه نقاط را نسبت به سطح دریای سنجید

حال اگر به جای دریا، ارتفاع قله دماوند به عنوان ارتفاع مرجع قرار داد شود ارتفاع نقاط عوض می شود ولی **اختلاف**

ارتفاع نقاط تغییری نمی کند. ما هم در مدار های الکتریکی یک نقطه را به عنوان مرجع در نظر می گیریم و معمولا ولتاژ مرجع را

زمین یا **صفر** قرار داد می کنیم.



$$V_{AC}^e = V_A^e$$

$$V_{BD}^e = V_B$$

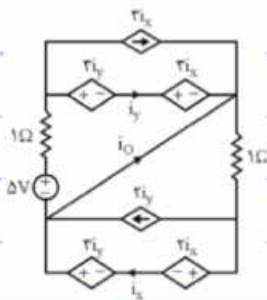
نکته: در مدارات الکتریکی، شاخه زمین جریانی ندارد البته این نکته در مدارات الکترونیکی به دلیل تغییر شماتیک مدار برقرار

نسبت.

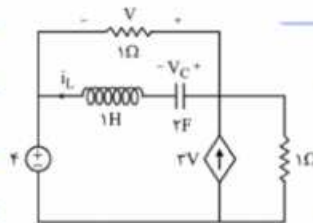
نکته: هرگاه در یک مدار ولتاژ یک نقطه را بیان کردیم یعنی ولتاژ آن نقطه نسبت به زمین بیان شده است.

مدار مقاومتی

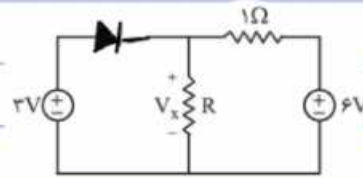
مداری که **میل** کن شامل فقط مقاومت، منبع مستقل و وابسته باشد و **المان** سلف و خازن نداشته باشد.



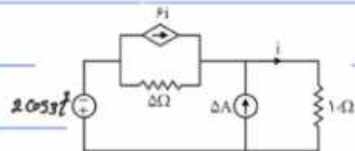
مدار مقاومتی



غیر مقاومتی

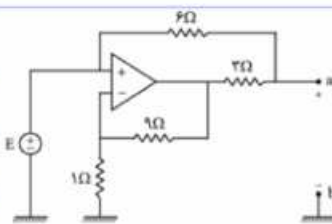


میل ریزنده آن **س.c** یا **S.c** ← مقاومتی

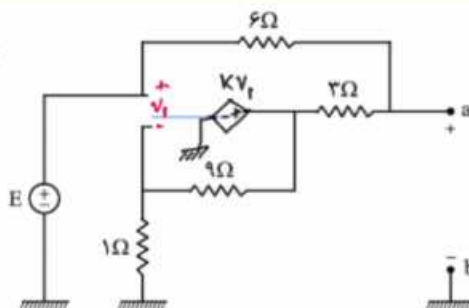


مقاومتی

نکته: جنب ورودی ربطی به نوع مدار ندارد.



مدل آمپر ایده آن مقاومتی.



روش های تحلیل مدارات الکتریکی

منظور از تحلیل مدارهای الکتریکی، محاسبه ولتاژها و جریانهای مجهول مدار است. روش های تحلیل مدارات را به صورت زیر تقسیم بندی می کنیم.

- ۱- روش مش
 - ۲- روش کلاسیک
- روش های کلاسیک

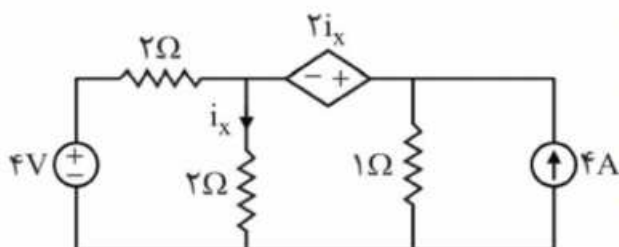
برای حل مربع سوالات از روش های کلاسیک خیلی کم استفاده می کنیم و معمولاً از روش تقریبی برای تحلیل سوالات کمک می گیریم.

روش کلاسیک را در قالب مثال تشریح می کنیم.

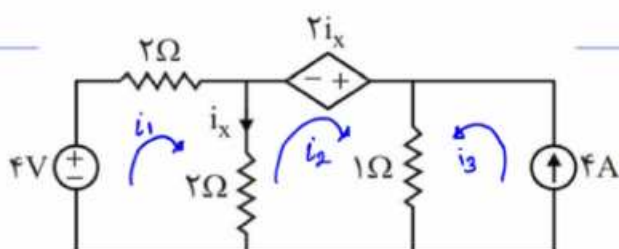
روش تحلیل مش: در این روش با تعریف جریان برای هر مش و با کمک قانون KVL معادلات مدار را می نویسیم. روند تحلیل مش را با حل مدار زیر آموزش می دهیم.

در مدار زیر، جریان i_x ، کدام است؟ (بر حسب آمپر)

(مهندس کامپیوتر «گرایش سفت افزار» - سراسری ۸۰)



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{3}{2}$



۱- جریان مش ها را مشخص کنید.

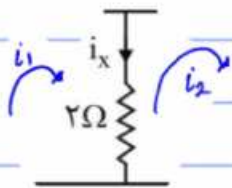
$$\text{kvl 1: } -4 + 2i_1 + 2i_2 = 0$$

۱۲ نوشتن kvl:

$$\text{kvl 2: } -2i_x - 2i_x + 1(i_2 + i_3) = 0$$

۱۳ فیازی به kvl ندارد جبرانش مشخص $i_3 = 4$ مش ۳

۱۴ برای مرتب شدن مش ها رابطه جبرانی مش ها نوشته شود.



$$i_x = i_1 - i_2$$

$$\begin{cases} 1) : -4 + 2i_1 + 2(i_1 - i_2) = 0 \\ 2) : -4(i_1 - i_2) + (4 + i_1 - i_2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4i_1 - 2i_2 = 4 \\ -3i_1 + 3i_2 = -4 \end{cases}$$

$$i_1 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 3 \end{vmatrix}}$$

$$i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 3 \end{vmatrix}}$$

$$i_1 = \frac{-(8-12)}{6} \checkmark$$

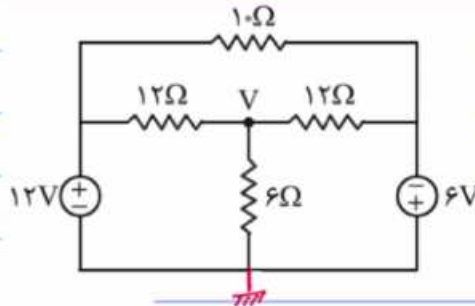
$$\rightarrow i_x = i_1 - i_2$$

$$i_2 = \frac{-16+12}{6} \checkmark$$

توجه: حل این سوال باروش که میگ (مش) خیلی طولانی و وقتگیر شد در ادامه با ارائه روش ترکیبی

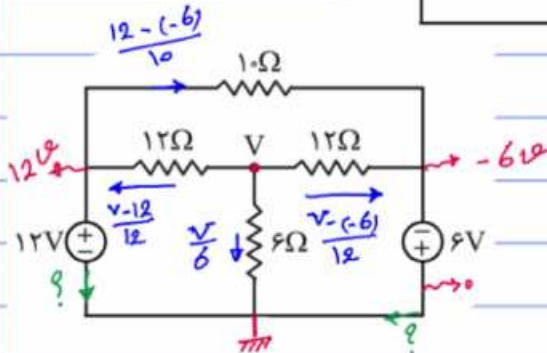
این سوالات را خیلی راحت تر حل میکنیم.

روش تحلیل گره: در این روش با تعریف ولتاژ برای گره های مجهول مدار و اعمال قانون kcl و ولتاژها و در نتیجه جریانهای مدار را محاسبه می کنیم.



در مدار زیر V کدام است؟

- | | |
|-----|---------------|
| (1) | $\frac{3}{2}$ |
| (2) | $\frac{2}{3}$ |
| (3) | $\frac{5}{3}$ |
| (4) | $\frac{3}{5}$ |



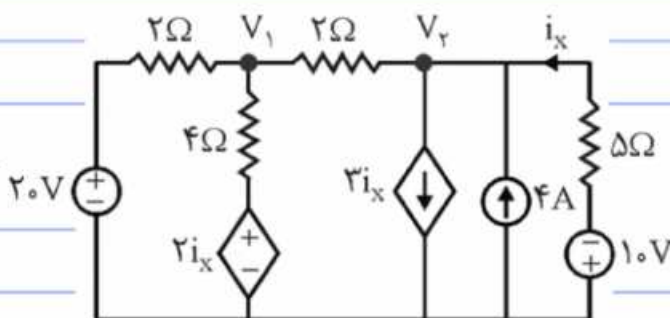
روش گره: ۱. زمین مدار را تعریف کنیم.

۲. ولتاژ گره ها را نسبت به زمین مشخص می کنیم.

۳. تعریف جریان ها و اعمال kcl

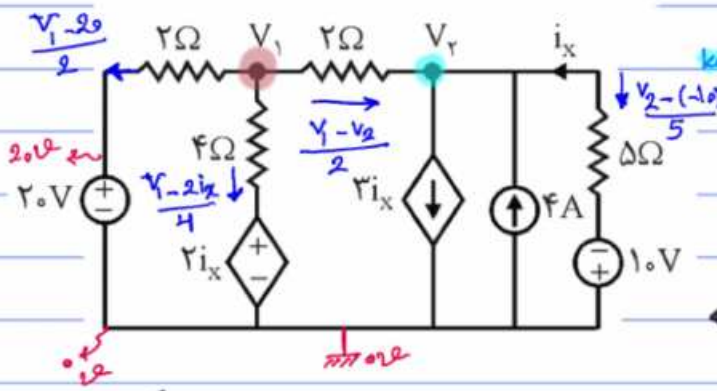
$$kcl: \frac{V}{6} + \frac{V+6}{12} + \frac{V-12}{12} = 0 \rightarrow 2V + 2V = 6$$

$$\rightarrow V = \frac{3}{2} \text{ (ج)} \quad \text{نکته: شاخه فقط ضلع ولتاژ جریانش نامعلومه!}$$



در مدار زیر V_2 کدام است؟

- | | |
|-----|------------------|
| (1) | $\frac{580}{3}$ |
| (2) | $-\frac{164}{3}$ |
| (3) | $\frac{164}{3}$ |
| (4) | $-\frac{580}{3}$ |



$$kcl: \frac{V_1 - V_2}{2} + 4 + i_x = 3i_x \quad (1)$$

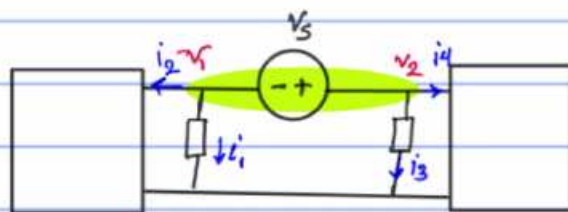
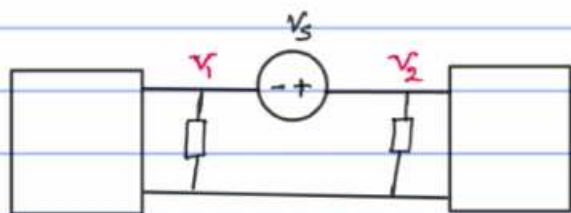
$$kcl: \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1 - 20}{4} + \frac{V_1 - 20}{2} = 0 \quad (2)$$

$$i_x = -\left(\frac{V_2 + 10}{5}\right) \quad (3)$$

با حل این سه معادله سه مجهول متغیرها بدست می آیند. هدف از این سوال آموزش روند حل به روش گره بود.

روش ابرگره

در برخی از موارد برای تحلیل به روش گره یک شاخه فقط منبع ولتاژ بین دو گره قدرتی گیرد و به همین دلیل نمی توانیم جریان شاخه فقط منبع ولتاژ را بنویسیم. در این این موارد دو سر شاخه را به همراه شاخه منبع ولتاژ یک **کانت** در نظر می گیریم.

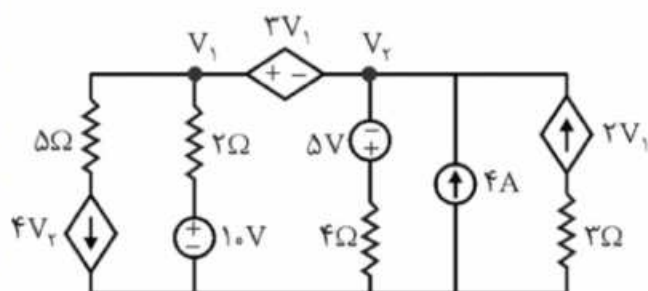


$$\left. \begin{array}{l} i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0 \\ V_2 - V_1 = V_s \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{معادلات ابرگره} \\ \text{معادلات کانت} \end{array}$$

۱. معادلات کانت ابرگره ←

۲. معادله ولتاژ ابرگره ←

در مدار زیر مقدار $V_1 - V_2$ کدام است؟

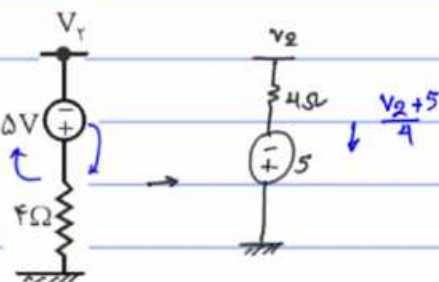
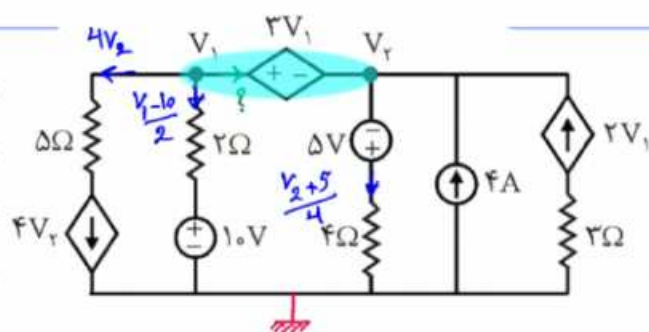


(1) $-1/5$

(2) $2/325$

(3) $-2/325$

(4) $1/5$



آبرنده:

$$4 + 2V_2 = \frac{V_2 + 5}{4} + \frac{V_1 - 10}{2} + 4V_2$$

$$V_1 - V_2 = 32$$

$$\begin{cases} \frac{3}{2}V_1 - \frac{15}{4}V_2 = -\frac{31}{4} \\ 2V_1 + V_2 = 0 \end{cases}$$

رابطه

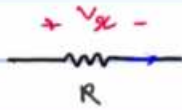
$$V_1 = -\frac{\left(\frac{31}{4}\right)}{9} = -\frac{31}{36}$$

$$V_2 = \frac{+\frac{31}{2}}{9} = \frac{31}{18}$$

$$V_1 - V_2 = -\frac{31 + 62}{36} = -\frac{93}{36}$$

روش تدلیلی یا پخش جریان

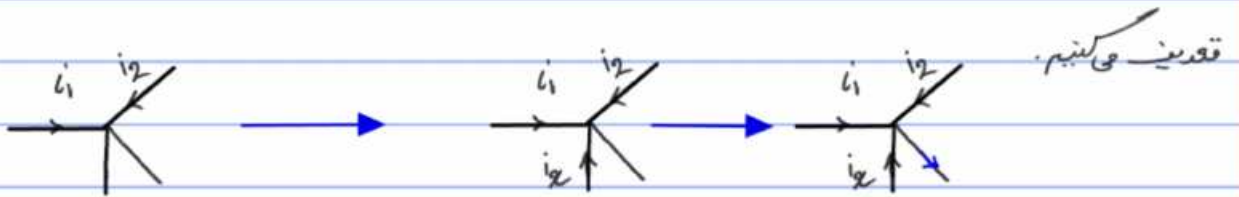
۱۱. آدر ولتاژ دوسر مقاومت تعریف شده است با توجه به قانون اهم جریان را بنویسید.



۱۲. جریانه شاخه‌های مدار را بر حسب متغیرها و جریانه‌های خود مدار می‌نویسیم.



تبصره: آدر جریانه دوشاخه مجهول بد و منی تراستیم بر حسب جریانه‌های مدار بنویسیم حتماً متغیر جریانه



۱۳. آدر پس از پخش جریانه، روی یک شاخه دوجریانه تعریف شده بد قانون زیر را اعمال کنید



۱۴. در حلقه‌های مناسب KVL بنویسید.

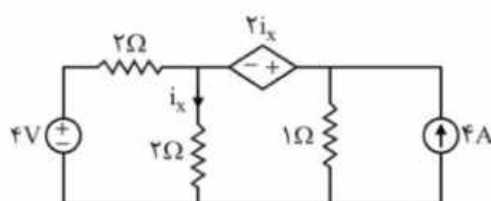
حلقه‌ای ولتاژ دوسر تمام المانها مشخص باشد یعنی منبع جریانی نباشد که ولتاژ دوسر آن تعریف نشده

باشد.



در مدار زیر، جریان i_x ، کدام است؟ (برحسب آمپر)

(مهندس کامپیوتر «گرایش سفت افزار» - سراسری ۸۰)

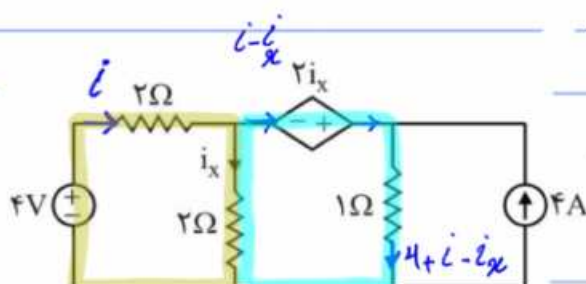


- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) $\frac{3}{2}$

۱. قانون اعمم نداریم

۲. گره های پیدا کنید به هم وصل کنید شافه محمول جریان داشته باشد.

۳. در این مدار مجبوریم یک جریان تعریف کنیم.



۳. در حلقه های مناسب KVL می زنیم.

$$\text{KVL}_1: -4 + 2i + 2i_x = 0$$

$$\text{KVL}_2: -2i_x - 2i_x + 4 + i - i_x = 0$$

$$\begin{cases} 2i + 2i_x = 4 \\ i - 5i_x = -4 \end{cases}$$

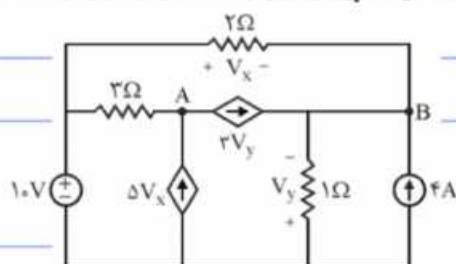
$$\longrightarrow i = \frac{-12}{-12} = 1A$$

$$i_x = \frac{+(-12)}{-12} = +1A$$

توجه: این سوال در چند صفحه قبل به روش مش حل شد که دیدیم چقدر طولانی و زمانگیر بود!

مقادیر V_y و V_x در مدار شکل مقابل بر حسب ولت کدام است؟

(مهندس کامپیوتر «گرایش سفت افزار» - سراسری ۷۹)

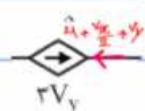
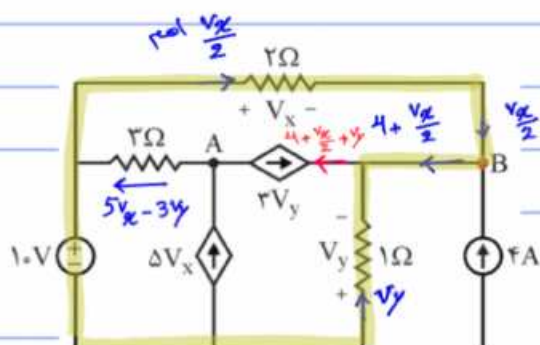


(۱) $V_y = 2$ و $V_x = 8$

(۲) $V_y = 2$ و $V_x = -8$

(۳) $V_y = -2$ و $V_x = 8$

(۴) $V_y = -2$ و $V_x = -8$



خلاف جهت: $4 + \frac{V_x}{2} + V_y = -3V_y$

KVL: $-10 + V_x - V_y = 0$

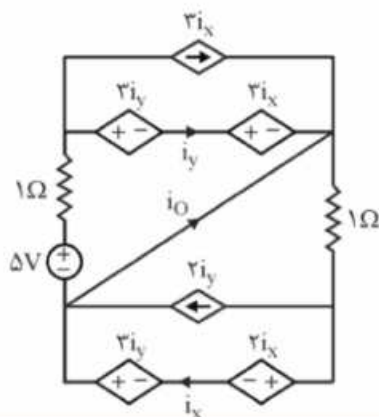
$V_x + 8V_y = -8$

$V_x - V_y = 10$

$\rightarrow V_x = \frac{-(-72)}{-9} = 8$

$V_y = \frac{18}{-9} = -2$

جریان i_o در مدار شکل مقابل چند آمپر است؟ (مهندسی کامپیوتر «گرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۶)

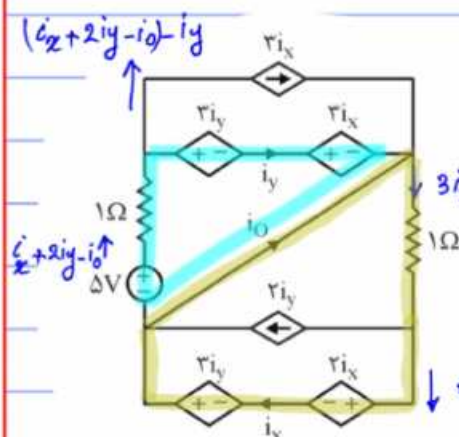


۲ (۱)

۳ (۲)

$\frac{5}{18}$ (۳)

$\frac{6}{5}$ (۴)



$$i_x = 3i_x + i_y + i_o - 2i_y \quad (1)$$

$$\text{KVL} \quad 3i_x + i_y + i_o + 2i_x - 3i_y = 0 \quad (2)$$

$$\text{KVL} \quad -5 + i_x + 2i_y - i_o + 3i_y + 3i_x = 0 \quad (3)$$

$$i_o = -2i_x + i_y \quad \text{در ۳ و ۲}$$

$$3i_x - i_y = 0$$

$$i_x = \frac{-(-5)}{18} = \frac{5}{18} \text{ A}$$

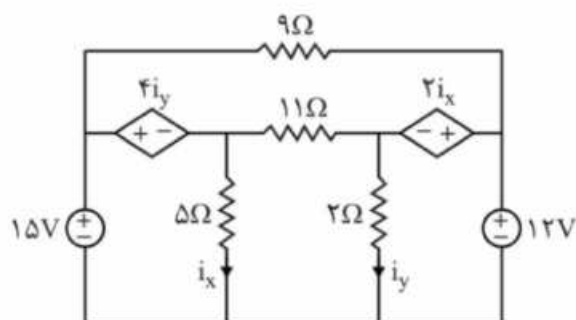
$$6i_x + 4i_y = 5$$

$$i_y = \frac{+15}{18} \text{ A}$$

$$i_o = -2\left(\frac{5}{18}\right) + \frac{15}{18} = \frac{5}{18}$$

جریان I_x نشان داده شده در شکل مقابل چند آمپر است؟

(مهندسی کامپیوتر-گرایش معماری - سراسری ۸۳)

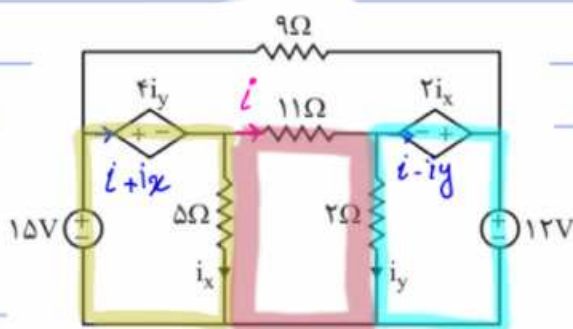


(۱) -۲

(۲) ۲

(۳) -۹

(۴) ۱۵



$$\text{KVL: } -15 + 4i_y + 5i_x = 0 \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -5i_x + 11i + 2i_y = 0 \quad \text{نیست}$$

$$\text{KVL: } -12 + 2i_x + 2i_y = 0 \quad (2)$$

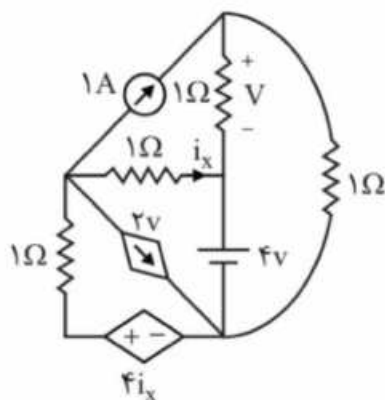
$$5i_x + 4i_y = 15$$

$$2i_x + 2i_y = 12$$

$$\rightarrow i_x = \frac{-(48 - 90)}{2} = -9 \text{ A}$$

(مهندسی کامپیوتر - گرایش هوش - سراسری ۸۳)

جریان I_x در شکل مقابل چند آمپر است؟

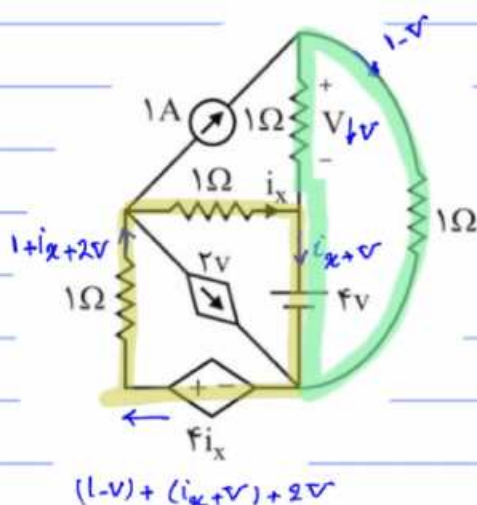


۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

-۲ (۴)



فیدریندر $\uparrow \leftarrow 1 + i_x + 2V = 1 - V + i_x + V + 2V \rightarrow 0 = 0$

$\text{kvL} \quad 1 - V - 4 - V = 0 \rightarrow V = \frac{-3}{2} \text{ V}$

$\text{kvL} \quad i_x + 4 - 4i_x + 1 + i_x + 2V = 0$

$2i_x = 5 + (-3) \rightarrow i_x = 1A$

(هوش مصنوعی - سراسری ۸۸)

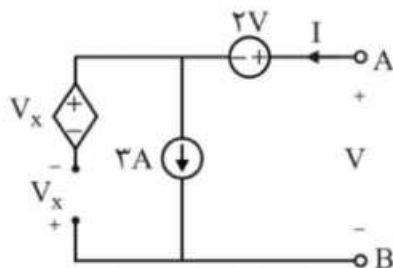
مکان نقاط کار مدار شکل مقابل کدام است؟

(۱) این مدار فقط یک نقطه کار دارد.

(۲) تمامی خط $V = 2$ جزو مکان است.

(۳) تمامی خط $I = 3$ جزو مکان است.

(۴) همه نقاط صفحه $(I - V)$ جزو مکان هستند.

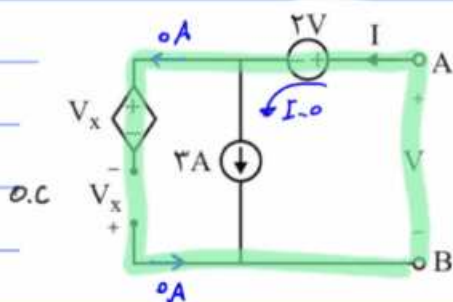


$$\downarrow \downarrow : 3 = I$$

$$-V + 2 + V_x - V_x = 0 \rightarrow V = 2$$

یعنی جریان $I = 3A$ و ولت V برابر ۲ است پس

این مدار فقط یک نقطه کار دارد.



به بیان دیگر این مدار تحت هر شرایطی، یعنی اگر به هر مدار دیگری متصل شود ولت V و I همین مقدار

خواهد بود. (یک نقطه کار)

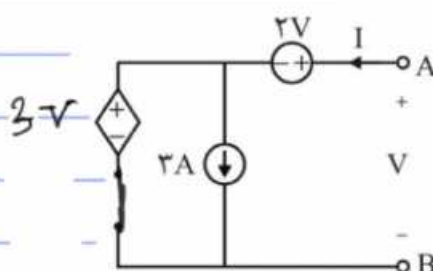
مکان نقاط کار مدار شکل مقابل کدام است؟

(۱) این مدار فقط یک نقطه کار دارد.

(۲) تمامی خط $V = -1$ جزو مکان است.

(۳) تمامی خط $I = 3$ جزو مکان است.

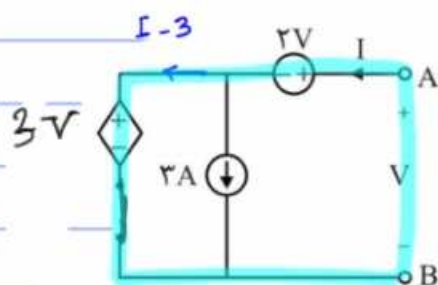
(۴) همه نقاط صفحه $(I - V)$ جزو مکان هستند.



$$kvl: -V + 2 + 3V = 0 \rightarrow V = -1$$

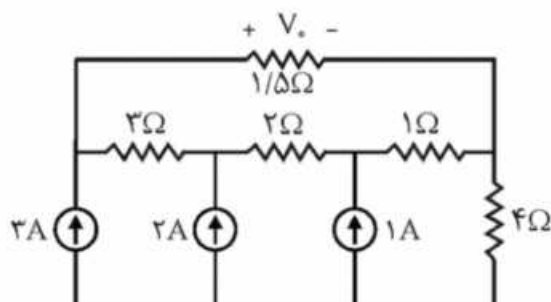
یعنی نقاط کار این مدار روی خط $V = -1$ است یعنی هر جریانی

می تواند داشته باشد (I) ولی V همواره -۱ ولت است.



ولتاژ V_o در شبکه مقابل چند ولت است؟

(معما ری کامپیوتر - سراسری ۸۹)

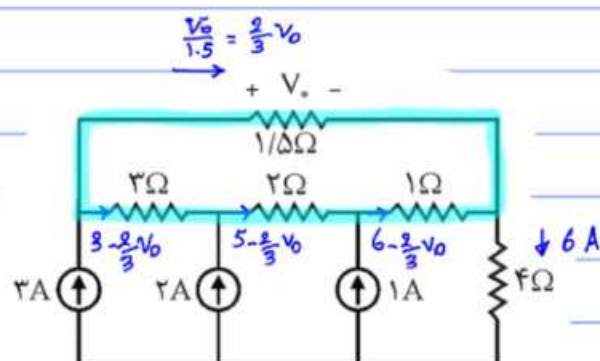


$$\frac{27}{5} \quad (1)$$

$$5 \quad (2)$$

$$\frac{24}{5} \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

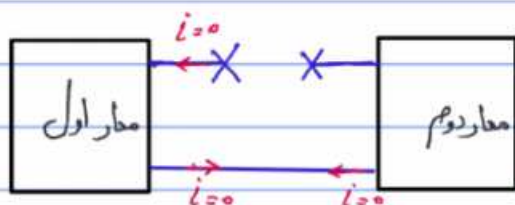


$$\text{KVL} \quad -V_o + 3\left(3 - \frac{2}{3}V_o\right) + 2\left(5 - \frac{2}{3}V_o\right) + 6 - \frac{2}{3}V_o = 0$$

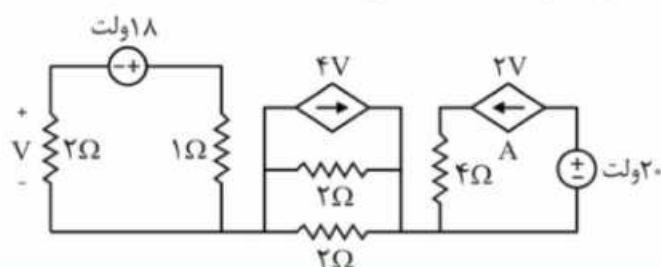
$$-5V_o + 25 = 0 \rightarrow V_o = 5$$

مدارات انزوله

اگر دو مدار الکتریکی به گونه ای مانند شکل زیر به یکدیگر مرتبط نشوند که جریانی دو مدار از یکدیگر مستقل باشد و جریان شاخه واسطه دو مدار صفر شود اصطلاحاً می‌گوئیم دو مدار از یکدیگر انزوله هستند.



در مدار شکل زیر المان A توان وات را می‌کند. (هوش - ۹۱)

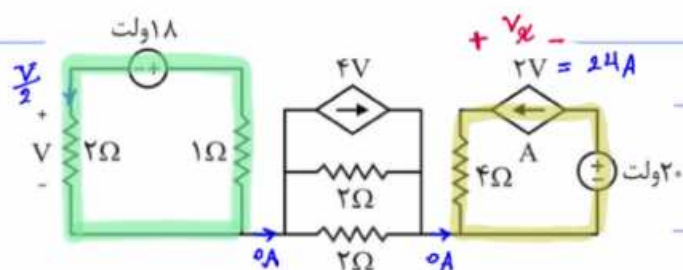


(۱) ۲۷۸۴ - مصرف

(۲) ۲۷۸۴ - تولید

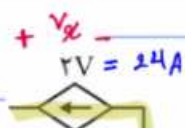
(۳) ۹۶ - مصرف

(۴) ۹۶ - تولید



$$\text{KVL} \quad \frac{V}{2} + 18 + V = 0 \rightarrow V = 12$$

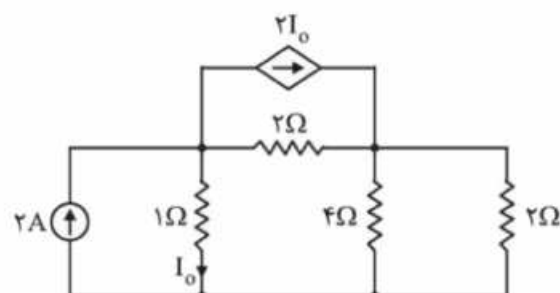
$$\text{KVL} \quad -20 - V_x + 4(24) = 0 \rightarrow \frac{V_x}{2} = +76$$



$$P = 24 \times 76 = 2784 \text{ وات تولید}$$

(هوش - ۹۶)

در مدار شکل زیر توان مصرفی منبع جریان وابسته، چند وات است؟

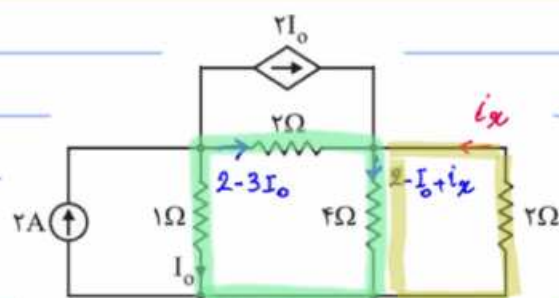


(۱) $-1,28$

(۲) $+1,28$

(۳) $+0,64$

(۴) $-0,64$



kvl $-I_o + 2(2 - 3I_o) + 4(2 - I_o + i_x) = 0$

kvl $2i_x + 4(2 - I_o + i_x) = 0$

$$4i_x - 11I_o = -12$$

$$6i_x - 4I_o = -8$$

$$I_o = \frac{-32 + 72}{-16 + 66} = \frac{40}{50} = 0.8$$

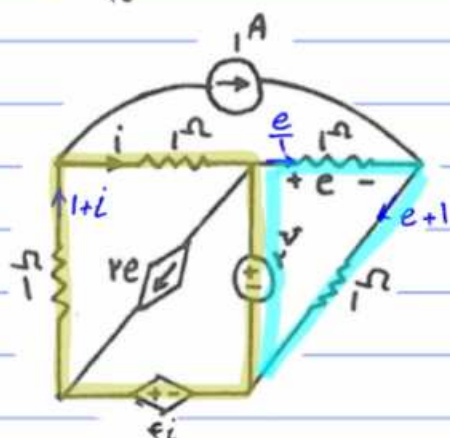
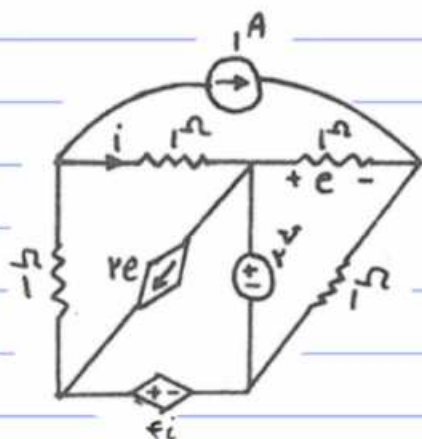
برق (۷) در مدار مقابل، شدت جریان i برابر است با:

۱- ۱/۵ آمپر

۲- ۲ آمپر

۳- ۲/۵ آمپر

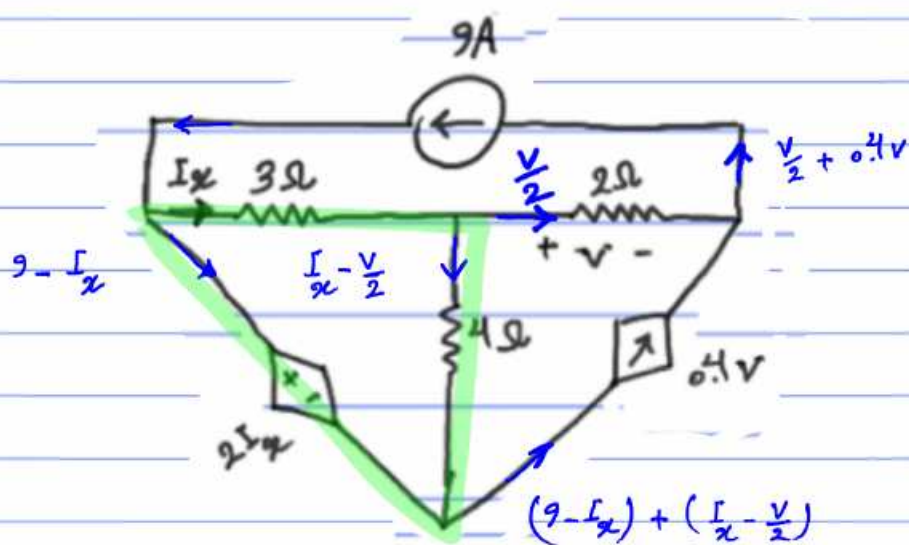
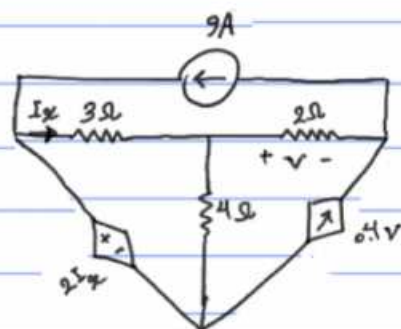
۴- $-\frac{1}{4}$ آمپر



$\text{KVL} \quad 1 + i + 1 + 2 - 4i = 0$

$i = \frac{3}{2} \text{ (A)}$

تمرین: توان ضایع راسه $2I_x$ در مدار زیر چند وات است؟

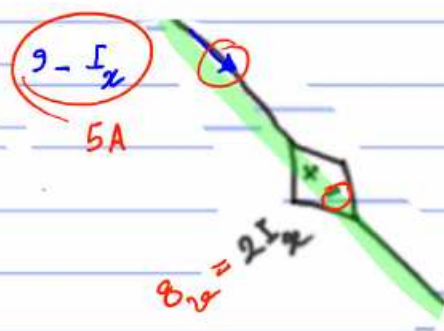


$$\leftarrow \frac{v}{2} + 0.4V = 9 \rightarrow \left(\frac{4}{10} + \frac{5}{10} \right) v = 9 \rightarrow \underline{v = 10V}$$

kvl:

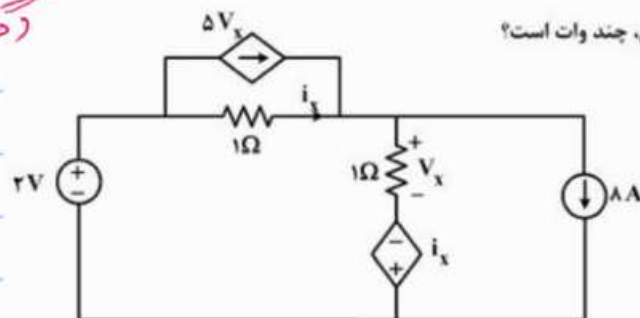
$$-2I_x + 3I_x + 4\left(I_x - \frac{10}{2}\right) = 0$$

$$5I_x - 20 = 0 \rightarrow \underline{I_x = 4A}$$



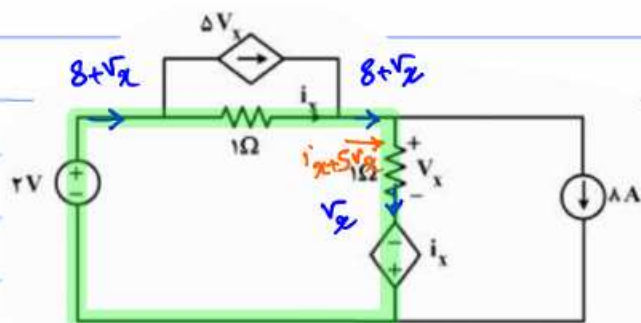
$$P(t) = 8 \times 5 = 40W \text{ توان مصرفی}$$

(دقتی بفرمایید ۹۵)



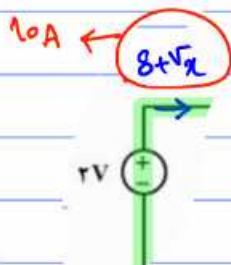
در مدار زیر، توان منبع ولتاژ ۲ ولتی، چند وات است؟

- ۵ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۴۰ (۴)



$$\Rightarrow i_x + 5V_x = 8 + V_x$$

$$\text{دلت } -2 + \cancel{i_x} + V_x - \cancel{i_x} = 0 \rightarrow V_x = 2$$

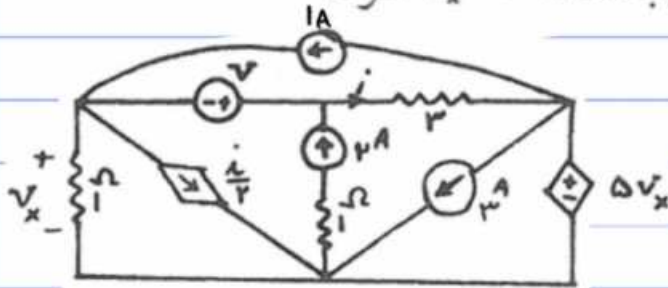


$$P = 2 \times 10 = 20 \text{ w}$$

توان تولیدی

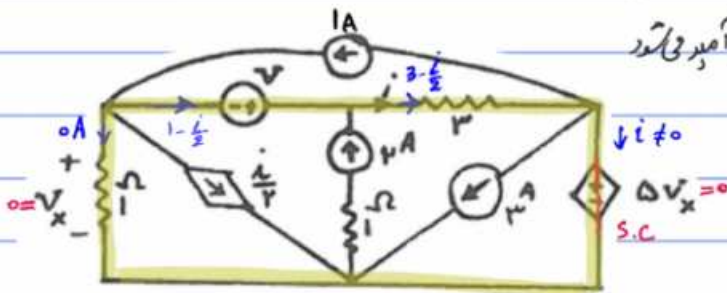
(بقی ۷۳)

در مدار شکل زیر مقدار V چقدر باشد تا $V_x = 0$ شود؟



۱-	۳	-۲	۶
۳-	۱۲	-۴	۱۸

نکته: قبل از حل سوال مطلوب مسئله ($V_x = 0$) را در دو مدار اعمال کنید.



نکته دوم: اگر ولتاژ دوسر مقاومت $V_x = 0$ شود جریان صفر می شود و لحق نداریم مدار باز کنیم.

اگر $i = 0$ ← $i = 0$ S.C

اگر $i = 0$ ← $i = 0$ S.C

$$\Rightarrow i = 3 - \frac{i}{2} \rightarrow i = 2A$$

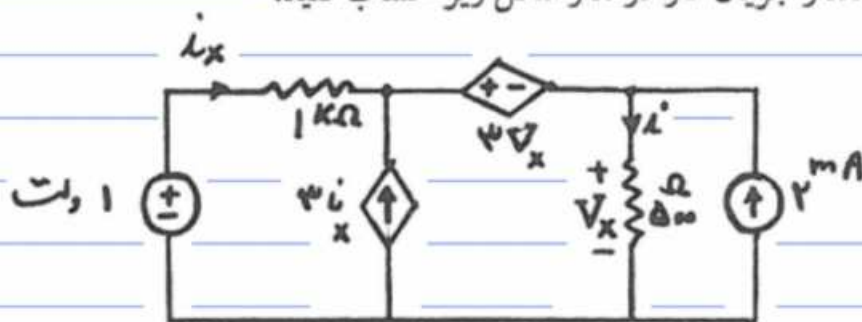
$$\text{KVL: } 0 - V + 3i + 0 = 0 \xrightarrow{i=2A} V = 6 \text{ ولت}$$

نکته: برای یک مقاومت خطی اگر جریانی یا ولتاژ دو سر آن صفر شود معادل با اتصال درته خواهد بود.

که جریانی آن صفر است

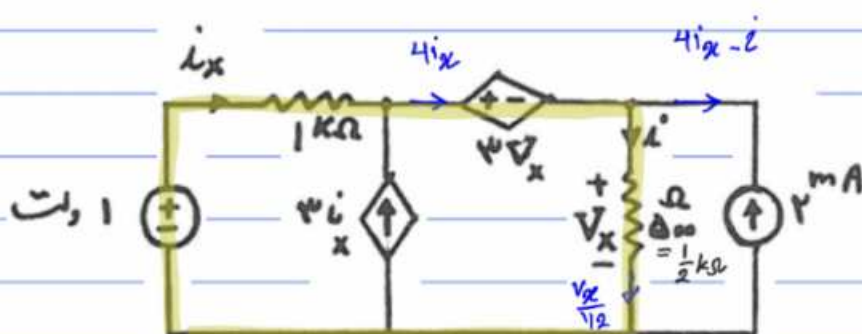


(باقی ۷۴) مقدار جریان i را در مدار شکل زیر حساب کنید.



نکته: اگر در مدار مقاومت ها بر حسب کیلو اهم و ولتاژ بر حسب ولت تعریف شود جریان ها بر حسب میلی آمپر

خواهند بود.



$$\text{KVL: } -1 + i_x + 3V_x + V_x = 0 \quad (1)$$

$$\Downarrow \quad i = \frac{V_x}{1/2} \Rightarrow V_x = \frac{1}{2} i \quad (2)$$

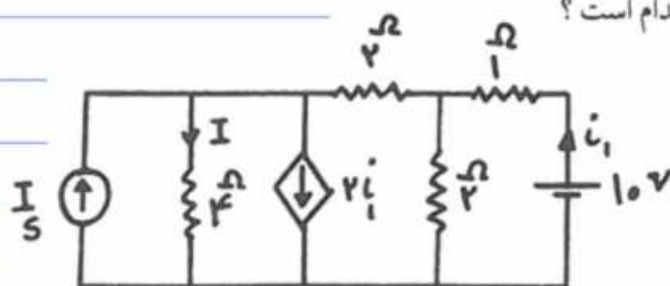
$$\Rightarrow 4i_x - i = -2 \rightarrow i_x = \frac{i-2}{4} \quad (3)$$

$$-1 + \frac{i-2}{4} + 4\left(\frac{1}{2}i\right) = 0$$

جایگذاری ۳ در معادله ۱

$$\frac{9}{4}i = \frac{3}{2} \rightarrow i = \frac{2}{3} \text{ (A)}$$

(بقی ۷۵) در مدار شکل زیر مقدار منبع i (برحسب آمپر) در صورتی که $I = 0$ باشد کدام است ؟

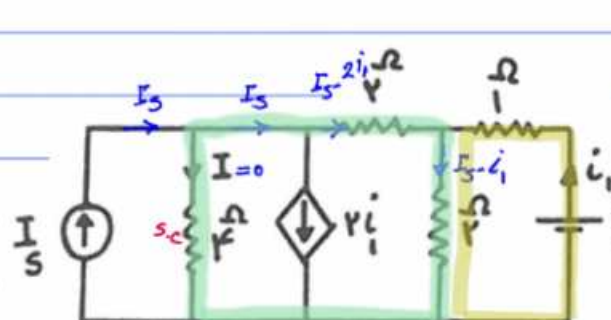


$7/5 \quad -2$

$2/5 \quad -1$

$27/5 \quad -3$

$22/5 \quad -3$



۱) $I=0$ را اعمال کنیم

$\text{KVL} \quad 0 + 2(I_S - 2i_1) + 2(I_S - i_1) = 0$

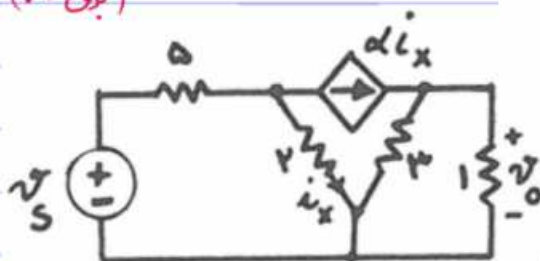
$\text{KVL} \quad -10 + i_1 + 2(I_S - i_1) = 0$

$-6i_1 + 4I_S = 0$

$-i_1 + 2I_S = 10$

$I_S = \frac{-60}{-12+4} = 7.5 \text{ (A)}$

(بقی ۷۹)



در مدار شکل مقابل مقاومتها برحسب
مهر داده شده اند. حداقل مقدار α که به
ازای آن مدار برای خروجی v_o مانند
یک تقویت کننده عمل می کند،
چيست؟

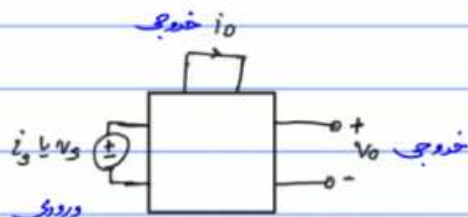
۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

(۴) به علت وجود منبع وابسته این مدار همیشه مانند یک

۱۴ (۳)

تقویت کننده عمل می کند.



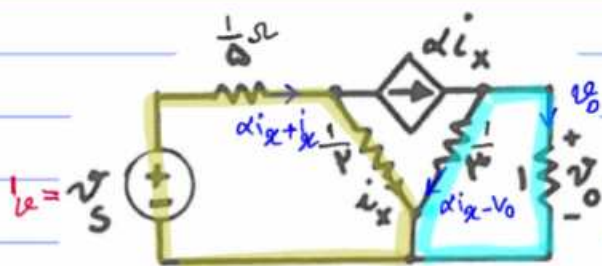
if $\frac{v_o}{v_s} > 1 \rightarrow$ تقویت کننده است

if $\frac{v_o}{v_s} < 1 \rightarrow$ کاهنده

نکته: اگر نسبت دو متغیر مثلاً $\frac{v_o}{v_s}$ مدنظر بود واحد ترکب متغیر α را یک فرض کنیم و v_o را بدست آوریم.

یعنی $v_s = 1 \rightarrow v_o = ?$

حالا نسبت $\frac{v_o}{v_s}$ بدست می آید.



$$KVL: -1 + \frac{1}{5} i_x (\alpha + 1) + \frac{1}{2} i_x = 0$$

$$KVL: -v_o + \frac{1}{3} (\alpha i_x - v_o) = 0$$

$$\text{از (۱): } i_x = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}(\alpha + 1)} \xrightarrow{\text{در ۲ قرار می دهیم}} -v_o + \frac{1}{3} \alpha \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}(\alpha + 1)} - \frac{1}{3} v_o = 0$$

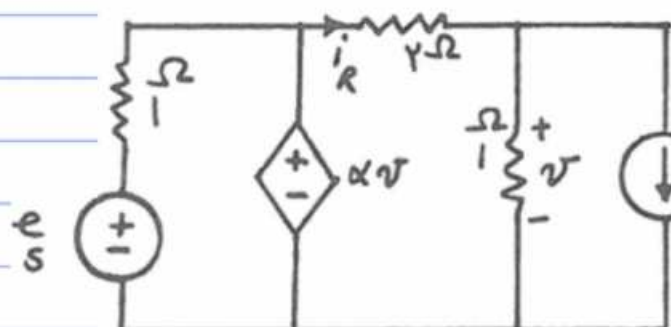
$$v_o = \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \alpha \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}(\alpha + 1)} = \frac{1}{4} \frac{\alpha}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}(\alpha + 1)} > 1$$

$$2 + \frac{4}{5}(\alpha + 1) < \alpha \rightarrow \frac{1}{5}\alpha > 2 + \frac{4}{5} \rightarrow \alpha > 14$$

α باید حداقل ۱۴ باشد تا تقویت کننده داشته باشیم.

(برق ۱۸۲) در مدار شکل زیر α را چنان تعیین کنید که شدت جریان مقاومت ۲ اهمی

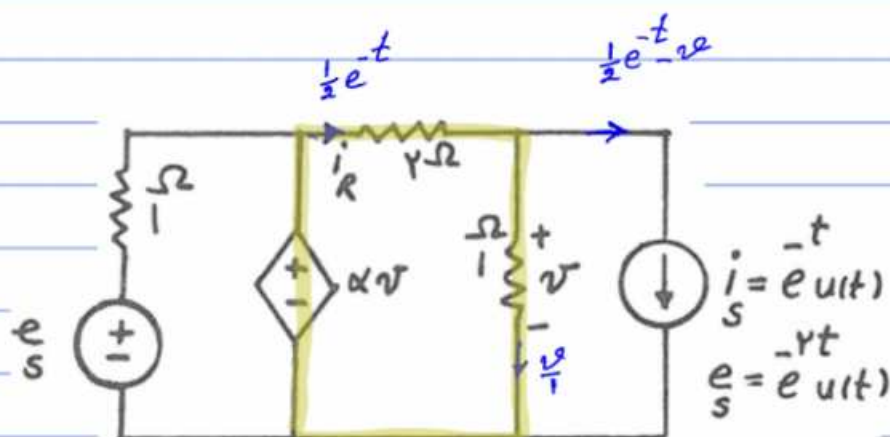
$i_R = \frac{1}{2} e^{-t} u(t)$ باشد؟



$$\begin{aligned} i_s &= e^{-t} u(t) & -3 \quad (1) \\ i_s &= e^{-t} u(t) & -1 \quad (2) \\ e_s &= e^{-2t} u(t) & 1 \quad (3) \\ e_s &= e^{-2t} u(t) & 3 \quad (4) \end{aligned}$$

نکته: در مدارات مقاومتی جنبش ورودی اهمیت ندارد یعنی اگر ورودی از جنبش دیگری است خروجی ها هم می تواند

نمی باشد.



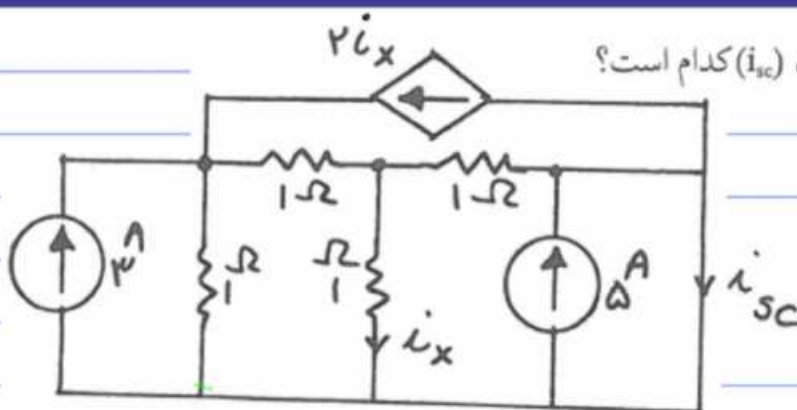
$$\text{KVL: } -\alpha v + 2\left(\frac{1}{2}e^{-t}\right) + v = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}e^{-t} - v = e^{-t} \rightarrow v = -\frac{1}{2}e^{-t} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2}e^{-t}(1-\alpha) + e^{-t} = 0 \rightarrow e^{-t}\left(1 - \frac{1}{2}(1-\alpha)\right) = 0$$

$$1 = \frac{1}{2}(1-\alpha) \rightarrow 1-\alpha = 2 \rightarrow \alpha = -1$$

(برق ۸۳) جریان اتصال کوتاه (i_{sc}) کدام است؟

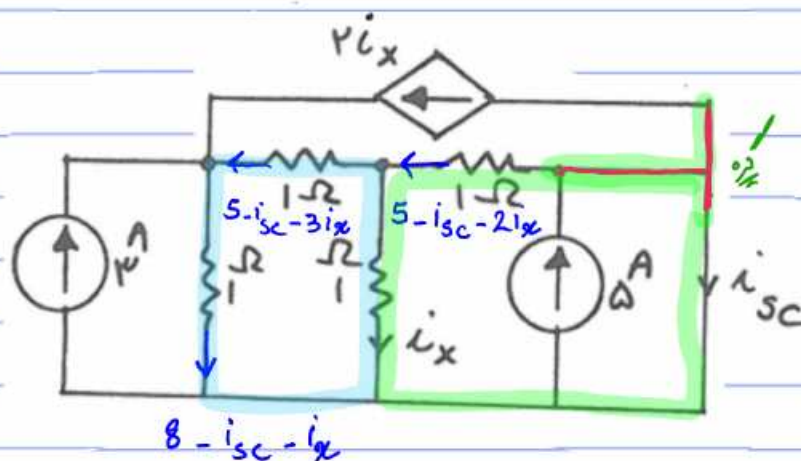


۱ A (۱)

۲ A (۲)

۴ A (۳)

۸ A (۴)



$$i_x + 5 - i_{sc} - 2i_x = 0$$

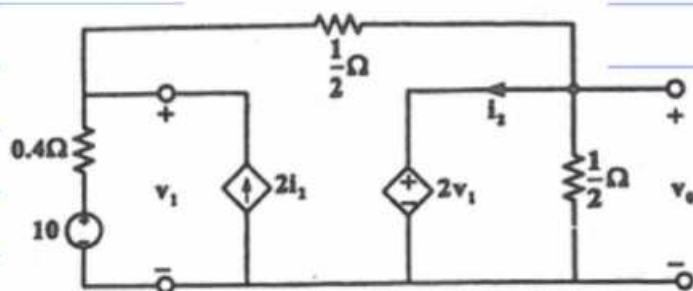
$$5 - i_{sc} - 3i_x + (8 - i_{sc} - i_x) - i_x = 0$$

$$\begin{cases} +i_x + i_{sc} = +5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +5i_x + 2i_{sc} = +13 \end{cases}$$

$$i_{sc} = \frac{13 - 25}{2 - 5} = \frac{-12}{-3} = 4A$$

(بقی ۸۶) ولتاژ خروجی v_o در مدار شکل مقابل کدام است؟



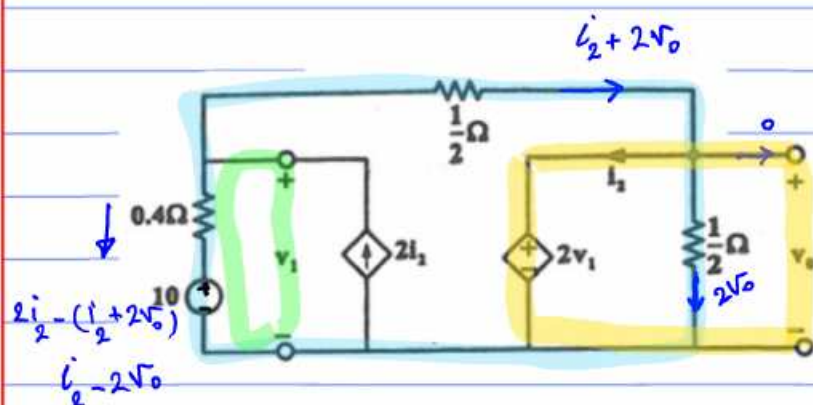
۲ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

ولتاژ خروجی v_o چنان می باشد!



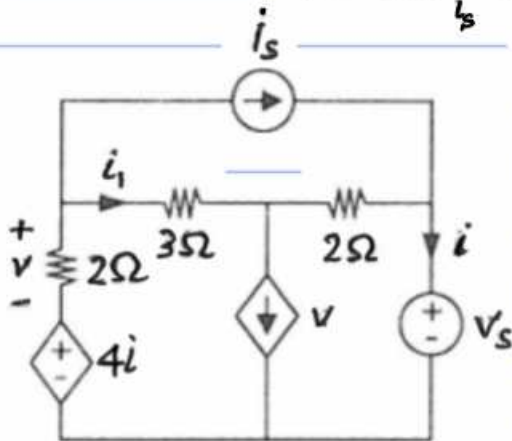
$$-v_o + 2v_1 = 0 \rightarrow v_1 = \frac{1}{2} v_o$$

$$\begin{cases} -10 - 0.4(i_2 - 2v_o) + \frac{1}{2}(i_2 + 2v_o) + \frac{1}{2}(2v_o) = 0 \\ -v_1 + 0.4(i_2 - 2v_o) + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0.1 i_2 + 2.8 v_o = 10 \\ 0.4 i_2 - 1.3 v_o = -10 \end{cases}$$

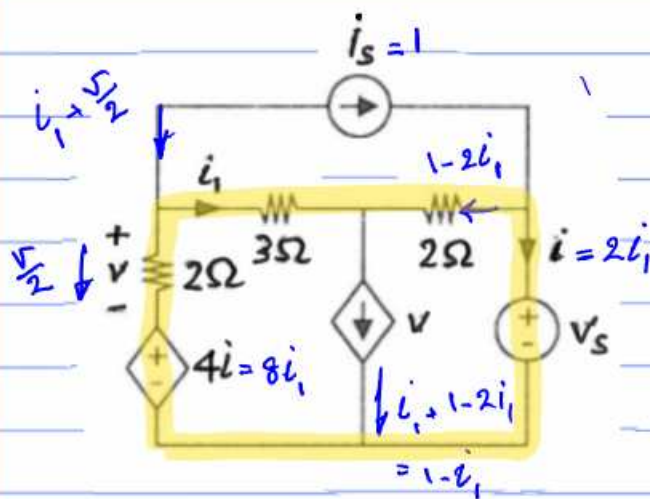
$$v_o = \frac{-1 - 4}{0.13 - 0.4 \times 2.8} =$$

(بقی ۸۷) اگر در مدار شکل زیر $i = 2i_1$ باشد مقدار $\frac{v_s}{i_s}$ برابر است با :



- (۱) $-\frac{1}{3}$
- (۲) $-\frac{1}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

$i = 2i_1$ را در مدار اعمال می‌کنیم.

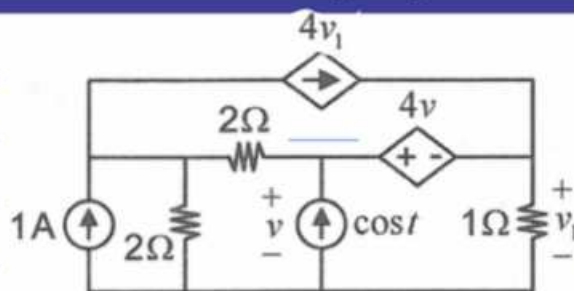


$$\frac{v_s}{i_s} = \left. \frac{v_s}{i_s} \right|_{i_s=1}$$

$$\begin{cases} v = 1 - i_1 \\ i_1 \times \frac{v}{2} = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} v + i_1 = 1 \\ \frac{v}{2} + i_1 = -1 \end{cases} \quad \begin{aligned} i_1 &= \frac{-1 - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = -3 \\ v &= 4 \end{aligned}$$

$$\text{KVL} \quad -v_s + 2(1 - 2i_1) - 3i_1 + v + 8i_1 = 0$$

$$v_s = -3 + 4 + 2 = 3$$



مسئله برق ۹۰: در مدار شکل مقابل در چه لحظاتی $v(t) = 0$ است؟ (در گزینه ها k عددی صحیح است).

$$2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (2)$$

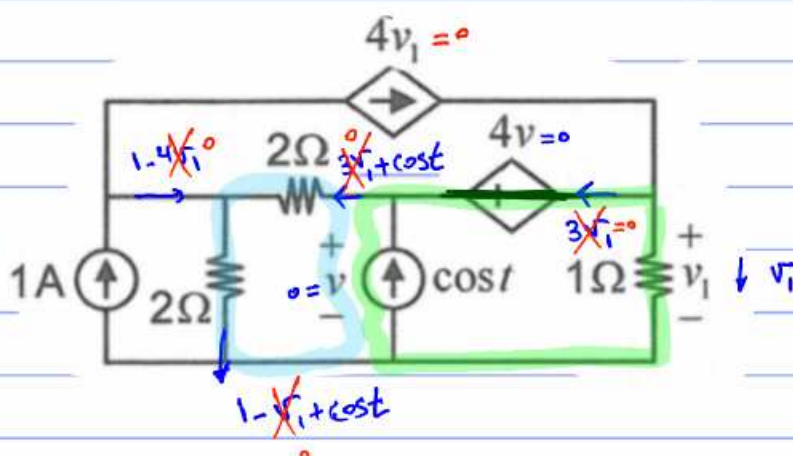
$$2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$2k\pi + \frac{2}{3}\pi \quad (4)$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

نکته: خواسته مسئله $v(t) = 0$ است را روی مدار اعمال می کنیم.

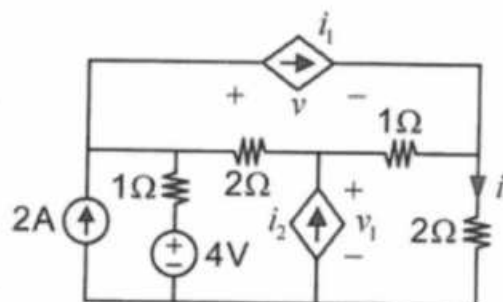
با استفاده از قانون ولتاژ در هر ضلع می توانیم تاثیر روی جریان ضلع مقابل جریان ندارد.



$$0 - v_1 + 0 + \frac{v}{0} = 0 \rightarrow v_1 = 0$$

$$0 + 2\cos t + 2(1 + \cos t) = 0 \rightarrow \cos t = -\frac{1}{2}$$

$$t = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$$



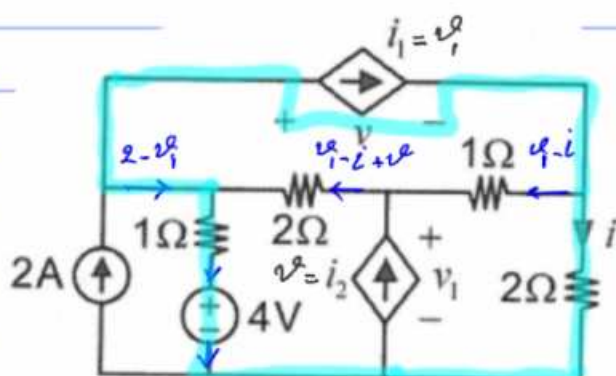
(سرمایه برق ۹۱) در مدار شکل مقابل منابع جریان وابسته به صورت $i_2 = v_1$ و $i_1 = v$ است. جریان i چند آمپر است؟

(۴) -۲

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۴

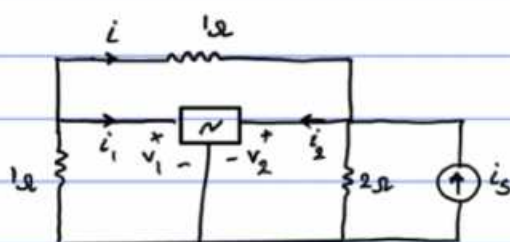


$$(2 - v_1) + (v_1 - i + v) = 2 - i + v$$

$$\text{KVL } \cancel{v} + 2i - 4 - (2 - i + \cancel{v}) = 0$$

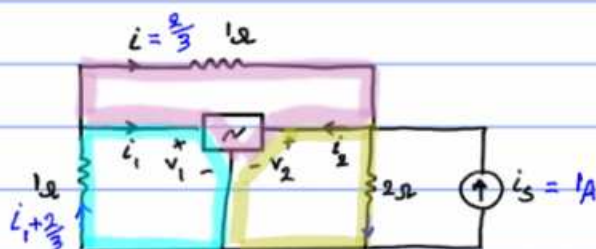
$$3i = 6 \rightarrow i = 2A$$

منظیر) با توجه به روابط شبکه N ، k را چنان بیابید که $i_2 = \frac{2}{3}$ شود.



$$N \begin{cases} i_1 = v_1 - k v_2 \\ i_2 = -v_1 + v_2 \end{cases}$$

می‌توانیم $i_2 = 1$ فرض کنیم و $i_1 = \frac{2}{3}$



$$\frac{2}{3} + 1 - i_2 = \frac{5}{3} - i_2$$

$$N \begin{cases} i_1 = v_1 - k v_2 \\ i_2 = -v_1 + v_2 \end{cases}$$

kvl: $i_1 + \frac{2}{3} + v_1 = 0 \xrightarrow{\text{ideal } N} v_1 - k v_2 + \frac{2}{3} + i_1 = 0 \quad (1)$

kvl: $-2(\frac{5}{3} - i_2) + v_2 = 0 \xrightarrow{\text{ideal } N} 2(v_2 - v_1) + v_2 - \frac{10}{3} = 0 \quad (2)$

kvl: $\frac{2}{3} + v_2 - v_1 = 0 \xrightarrow{\text{ideal } N} v_2 - v_1 = -\frac{2}{3} \quad (3)$

حل معادله ۲ و ۳ را در ۱ قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} 3v_2 - 2v_1 = \frac{10}{3} \quad (2) \\ v_2 - v_1 = -\frac{2}{3} \quad (3) \end{cases}$$

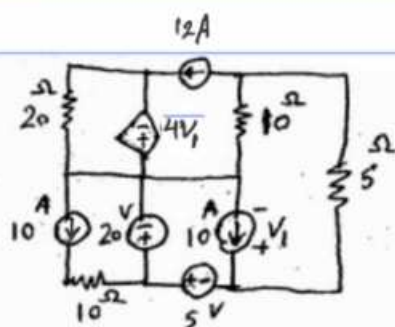
$$\rightarrow v_2 = \frac{-(\frac{4}{3} + \frac{10}{3})}{-3 + 2} = \frac{14}{3}$$

$$v_1 = \frac{-2 - \frac{10}{3}}{-1} = \frac{16}{3}$$

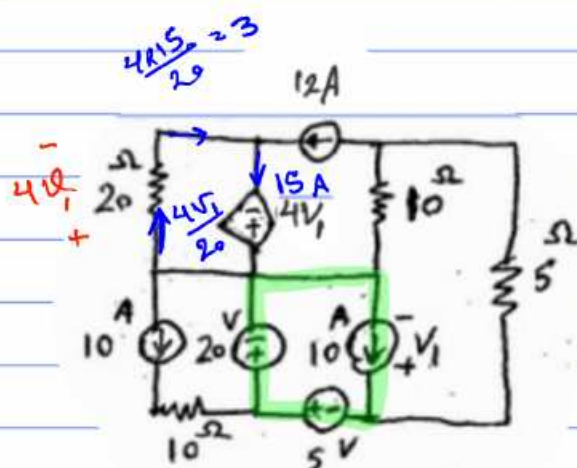
در ۱

$$\frac{32}{3} - k(\frac{14}{3}) + \frac{2}{3} = 0 \rightarrow k = \frac{34}{14} = 1$$

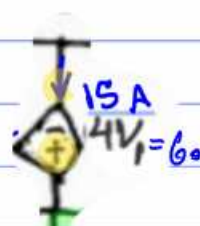
انواع سوال ۱۹) توان ضایع وابسته $4V_1$ چقدر است؟



- ۱) -۹۰۰
- ۲) ۵۴۰
- ۳) ۱۲۰۰
- ۴) -۱۵۰۰

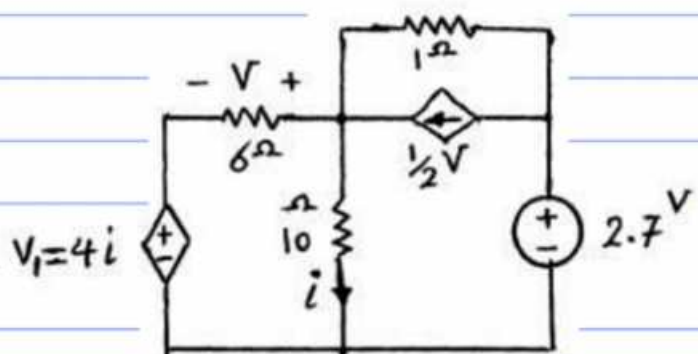


$$\text{KVL} \quad -20 + 5 + V_1 = 0 \rightarrow V_1 = 15V$$

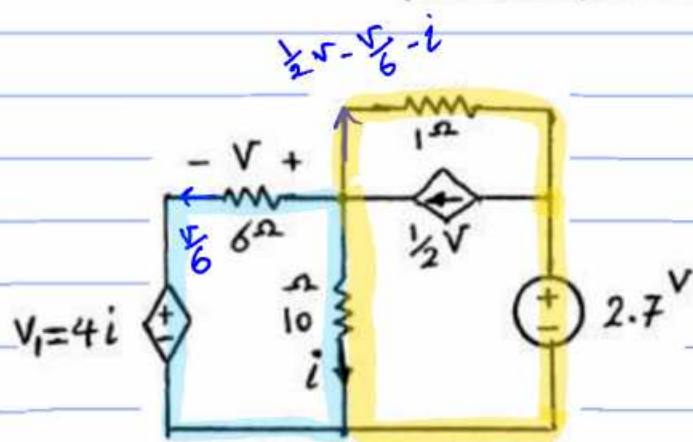


$$P = 15 \times 60 = 900 \text{ W} \quad \text{توان} \\ = -900 \text{ W} \quad \text{مصرف}$$

در مدار شکل مقابل توان منبع ولتاژ وابسته V_1 چند وات است؟ ———— ازمایش ۹۳

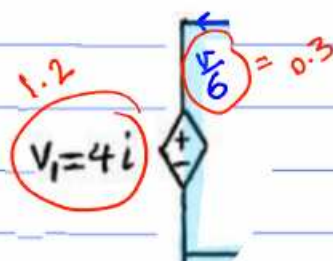


- (۱) ۰٫۳
(۲) ۰٫۳۶
(۳) ۱٫۲
(۴) ۳٫۰



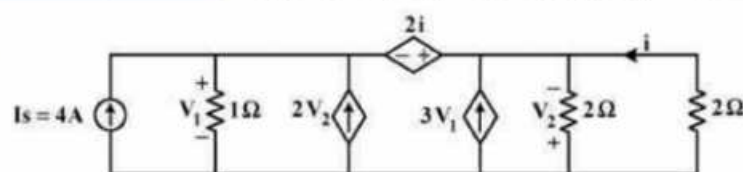
$$\begin{aligned} \text{KVL} \quad -10i + \left(\frac{1}{2}V - \frac{V}{6} - i\right) + 2.7 &= 0 & \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{3}V - 11i &= -2.7 \\ V - 6i &= 0 \end{aligned} \right. \\ \text{KVL} \quad -10i + V + 4i &= 0 \end{aligned}$$

$$i = 0.3 \rightarrow V = 1.8$$

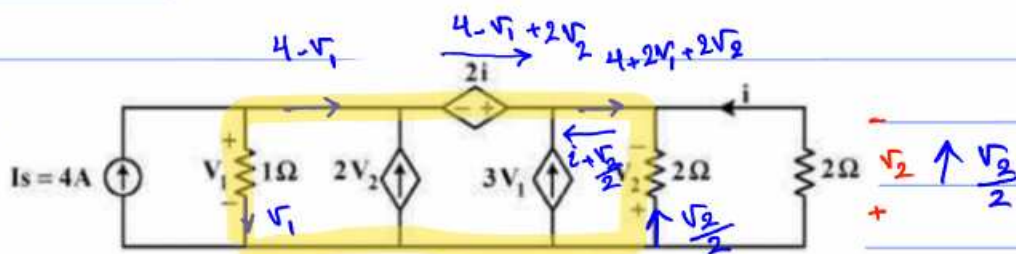


$$P = 1.2 \times 0.3 = 0.36 \text{ (watt)} \quad \text{مصرفی}$$

در مدار روبه‌رو، منبع جریان مستقل I_s ، توانی برابر چند وات تولید یا مصرف می‌کند؟ (۱۴ امتیاز)



- (۱) ۳۲ وات تولید می‌کند.
- (۲) ۳۲ وات مصرف می‌کند.
- (۳) ۶۴ وات تولید می‌کند.
- (۴) ۶۴ وات مصرف می‌کند.



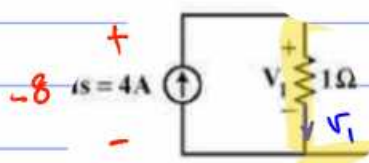
$$4 - V_1 + 2V_2 = -\left(i + \frac{V_2}{2}\right)$$

$$i = \frac{V_2}{2} \rightarrow V_2 = 2i$$

$$-V_1 - 2i - V_2 = 0$$

$$\begin{cases} 2V_1 + 3V_2 = -4 \\ -V_1 - 2V_2 = 0 \end{cases}$$

$$V_1 = -\frac{-8}{-4 + 3} = -8$$

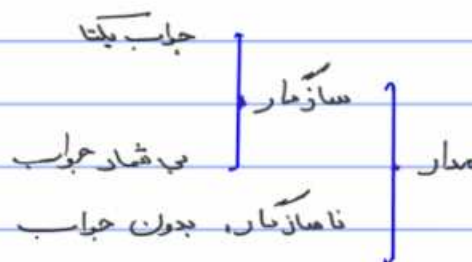


$$P = 4 \times (-8) = -32 \text{ W}$$

$$= 32 \text{ W مصرف}$$

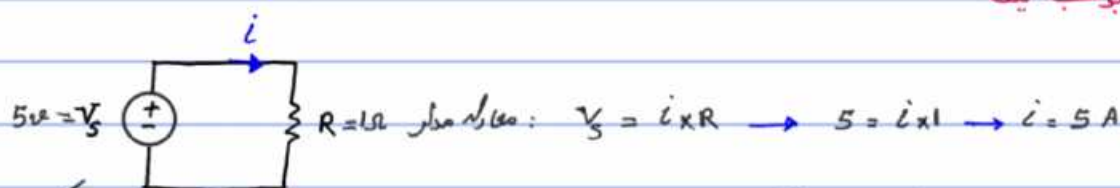
یلتابی جواب

از آنجایی که ما مدل مدار را تحلیل می کنیم و نه خود مدار واقعی، ممکن است هنگام تحلیل مدار و حل معادلات ریاضی مدار با سه حالت کلی زیر روبرو شویم.



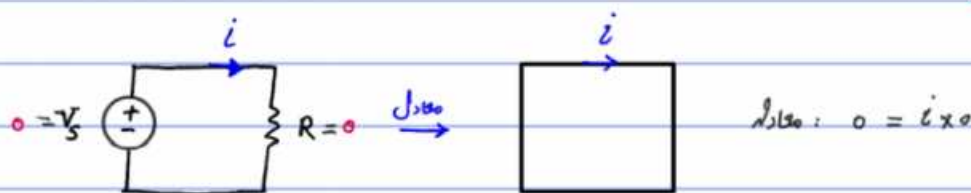
برای هر حالت مدار ساده ای ارائه می کنیم.

مدار سازگار - جواب یکتا



با توجه به معادله بالا برای این مدار فقط یک جواب یکتا $i = 5A$ بدست آمد و هیچ $i \neq 5$ در این معادله صدق نمی کند.

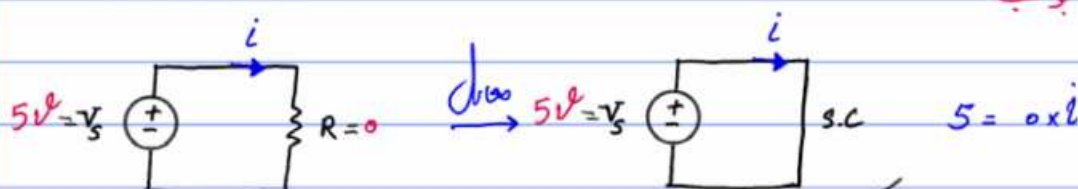
مدار سازگار - بیشمار جواب



در معادله بالا هر i انتخابی صدق می کند یعنی این مدار **روی کاغذ** بیشمار جواب دارد و جواب یکتایی ندارد.

سوال: آیا در عمل هم این مدار بیشمار جواب دارد؟

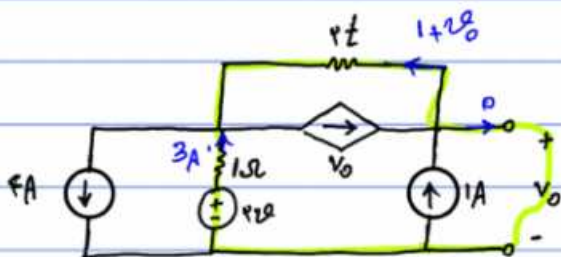
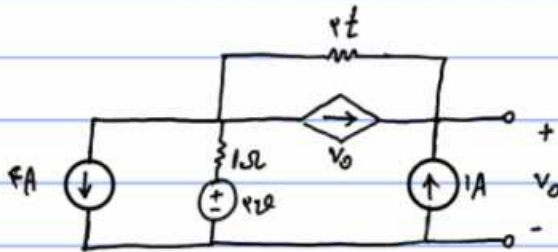
مدار ناهممانگار - بدون جواب



در این معادله، هیچ جوابی i پیدا نمی شود که $5 = 0$ صدق شود و برابر 5 شود لذا این مدار بدون جواب است.

تالیفی) درجه خطاتی توان منبع وابسته الزاماً صفر می شود؟

۱) $t = \frac{1}{4}$ ۲) در هیچ خطای ۳) تمام زمانها جز $t = \frac{1}{4}$ ۴) مدار جواب پیدا ندارد لذا هیچ کدام از زمانها صحیح نیست

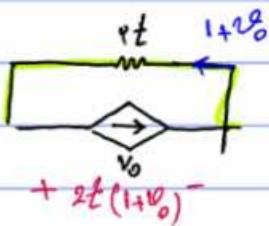


$$kvl: -v_0 + 2t(1 + v_0) - 3 + 2 = 0$$

$$v_0(2t - 1) = (1 - 2t)$$

$t = \frac{1}{2}$: $v_0 \times 0 = 0 \rightarrow$ v_0 عدد مقداری در لحظه $t = \frac{1}{2}$ دارد

در لحظات $t \neq \frac{1}{2}$ $v_0 = -1 \rightarrow$ جواب یکتا برای v_0 داریم



برای صفر شدن توان منبع وابسته جریان یا ولتاژ آن باید صفر شود.

توان الزاماً صفر $\rightarrow v = 0$ و $i = v_0 = -1A$: $t \neq \frac{1}{2}$ در

توان الزاماً صفر نیست $\rightarrow$ v_0 عدد جزئی می تواند باشد $t = \frac{1}{2}$

یکتایی جواب برای مدارات چند حلقه‌ای

برای بررسی یکتایی جواب مدارات پیچیده تر باید دستگاه معادلات **جیبانه** یا دستگاه معادلات **ولتاژ** دره‌ها را تشکیل دهیم و با توجه به نکات زیر عمل می‌کنیم.

$$\text{دستگاه معادلات} \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

فرض کنید دستگاه معادلات مدار به صورت :

x و y می‌توانند متغیرهای جیبانه یا ولتاژ باشند.

جواب یکتا : $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

بی‌شمار جواب : $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

بدون جواب : $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

نکته : اگر در زمینه دستگاه معادله مدار مخالف صفر باشد دستگاه جواب یکتا دارد و در غیر اینصورت بدون جواب یا بی‌شمار جواب است.

مثال :

$$\begin{cases} 2i_1 + 3i_2 = 5 \\ 3i_1 + 6i_2 = 6 \end{cases}$$

$\frac{2}{3} \neq \frac{3}{6} \neq \frac{5}{6}$ جواب یکتا دارد.

$\det \neq 0 \rightarrow$ جواب یکتا

مثال :

$$\begin{cases} 2i_1 + 3i_2 = 5 \\ 4i_1 + 6i_2 = 10 \end{cases}$$

$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$ بی‌شمار جواب دارد.

مثال :

$$\begin{cases} 2i_1 + 3i_2 = 5 \\ 4i_1 + 6i_2 = 15 \end{cases}$$

$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{5}{15}$ جواب ندارد.

آنها برابر معادله اول را با ۲ ضرب کنیم و از این معادله با این معادله دوم جمع کنیم هیچ نمی‌ماند و این معادله را ارضای نمی‌کند.

(دلتوی برقی ۹۵)

کدام یک از گزاره های زیر نادرست است؟

- (۱) یک مدار متشکل از عناصر واقعی (فیزیکی)، می تواند بی نهایت جواب داشته باشد.
- (۲) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می تواند بی نهایت جواب داشته باشد.
- (۳) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می تواند جواب نداشته باشد.
- (۴) جواب های یک مدار واقعی، الزاماً با جواب های مدار معادل ایدئال آن یکی نیست.

(۱) یک مدار متشکل از عناصر واقعی (فیزیکی)، می تواند بی نهایت جواب داشته باشد. $\times$ یک مدار واقعی در عمل روی دستگاه

اندازه گیری یک جریان ولت متر خواهد داشت

(۲) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می تواند بی نهایت جواب داشته باشد. ✓

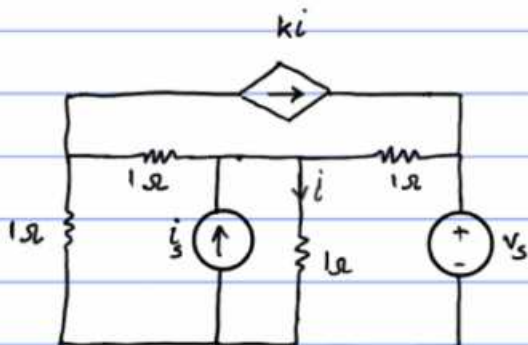
(۳) یک مدار متشکل از عناصر مدل (مداری)، می تواند جواب نداشته باشد. ✓

(۴) جواب های یک مدار واقعی، الزاماً با جواب های مدار معادل ایدئال آن یکی نیست. ✓ مثلاً برای سیم ایده آل S.C

در نظریه داریم درحالی که در عمل مقاومت دارد.

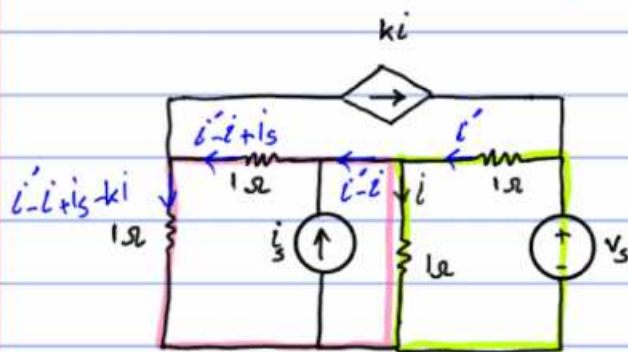
تقریباً در مدار زیر k را چنان تعیین کنید که دستگاه معادلات مدار جواب یکتا نداشته باشد. سپس برای

همین مقدار k با چه شرطی روی مقادیر ولتی دستگاه معادلات سازگار است؟



چون مقادیری از روی مدار تعیین شده /
بندبات با دستگاه جبرانه کار کنیم

نکته: برای بخش جبرانه نیازمند حداقل یک جبرانه دیگر هستیم.



$$\text{KVL} \quad -v_3 + i' + i = 0$$

$$\text{KVL} \quad -i + i' - i + i_3 + (i - i + i_3 - ki) = 0$$

متغیرهای مدار را داریم.

$$\left. \begin{aligned} i + i' &= v_3 \\ (3+k)i - 2i' &= -2i_3 \end{aligned} \right\} \text{دستگاه معادلات}$$

اگر $\det = 0$ جواب یکتا نخواهد داشت:

$$-2 - (3+k) = 0 \rightarrow k = -5$$

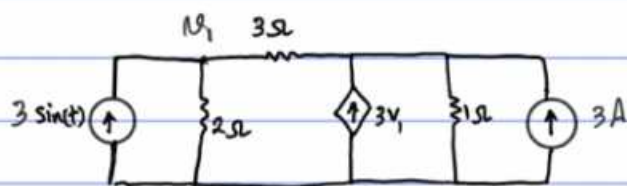
$$\left. \begin{aligned} i + i' &= v_3 \\ -2i - 2i' &= -2i_3 \end{aligned} \right\} \text{دستگاه معادلات}$$

$$\frac{1}{-2} = \frac{1}{-2} = \frac{v_3}{-2i_3} \quad \text{میان جواب}$$

$$\frac{1}{-2} = \frac{1}{-2} \neq \frac{v_3}{-2i_3} \quad \text{جواب ندارد}$$

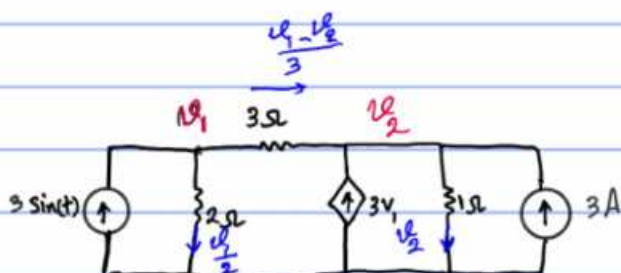
$$\frac{1}{-2} = \frac{v_3}{-2i_3} \rightarrow -2v_3 = -2i_3 \rightarrow v_3 = i_3$$

تمرین: در شکل زیر در هر لحظاتی مدار به‌شمار جواب برای ولتاژها و جریان‌های آن دارد؟



چقدر است متغیر و دستگاه معادلات بر حسب v_1 و ولتاژهای مدار نوشته شود

حداقل یک ولتاژ دیگر برای v_2 نیاز داریم.



برای دستگاه معادلات ولتاژ باید kcl بنویسد.

$$\begin{cases} 3 \sin t = \frac{v_1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{3} \\ 3v_1 + 3 + \frac{v_1 - v_2}{3} = v_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5v_1 - 2v_2 = 9 \sin t \\ 10v_1 - 4v_2 = -9 \end{cases}$$

مدار بی‌شمار جواب دارد $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

$$\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} = \frac{9 \sin t}{-9} \rightarrow -\sin t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin t = -\frac{1}{2} \Rightarrow t = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6}$$

توان لحظای و متوسط و انرژی

انرژی تولیدی یا مصرفی با توجه به توان لحظای به صورت زیر تعریف می شود.

$$p(t) = \frac{dw(t)}{dt} \longrightarrow w(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt$$

اگر توان تولیدی انرژی هم تولیدی و اگر توان لحظای مصرفی باشد انرژی هم مصرفی خواهد بود.



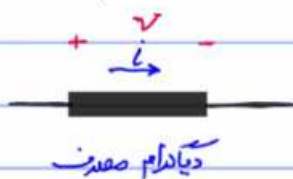
$$w(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot i(t) dt \quad \text{انرژی مصرفی المان} \quad w(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot i(t) dt \quad \text{انرژی تولیدی المان}$$

توان متوسط

اگر توان لحظای بر حسب زمان همواره ثابت نباشد از توان متوسط برای بیان توان استفاده می شود.

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} p(t) \cdot dt = \bar{P} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} v(t) \cdot i(t) dt$$

$T \rightarrow \infty$ $T \rightarrow \infty$



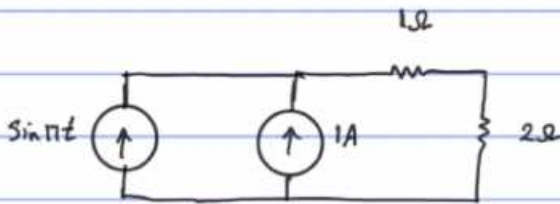
حالات توان متوسط

الف) $\bar{P} = 0$ توان لحظای المان همواره صفر بوده یا هم در بعضی زمان ها تولیدی بوده و در بعضی زمان ها مصرفی و توان تولیدی آن با مصرفی برابر باشد.

ب) $\bar{P} > 0$ در یک بازه زمانی المان بیشتر توان مصرف کرده است یا همواره توان مصرف کرده

ج) $\bar{P} < 0$ بیشتر توان تولید کرده است. یا همواره در هر لحظه تولید کننده بوده است.

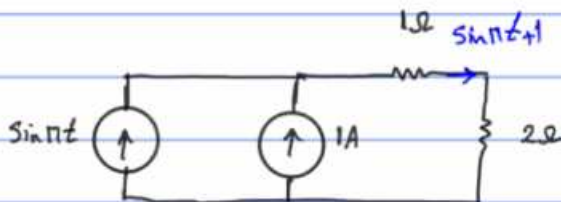
مثال: توان متوسط مقاومت ۲ اهم مدار زیر چند وات است؟



ابتدا توان لحظه‌ای را محاسبه می‌کنیم.

$$P(t) = P = Ri^2$$

$$P(t) = 2 \times (\sin \pi t + 1)^2 = 2(\sin^2 \pi t + 2\sin \pi t + 1)$$



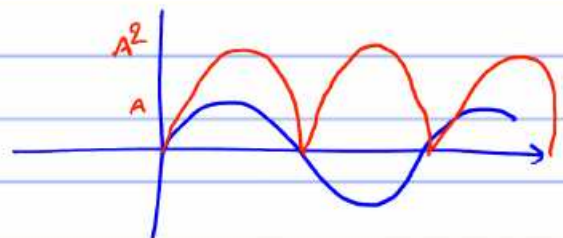
$$\bar{P}(t) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} 2(\sin^2 \pi t + 2\sin \pi t + 1) dt = 2\left(\frac{1}{2} + 0 + 1\right) = 3 \text{ وات}$$

$\downarrow$ $\frac{1}{2}$ $\downarrow$ $\bar{P} = 0$ $\downarrow$ $\bar{P} = 1$ (خیش)

$$\sin^2 \pi t = \frac{1 - \cos 2\pi t}{2} \xrightarrow{\bar{P}} \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin \omega t dt = 0$$

$$\bar{P}(t) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos \omega t dt = 0$$



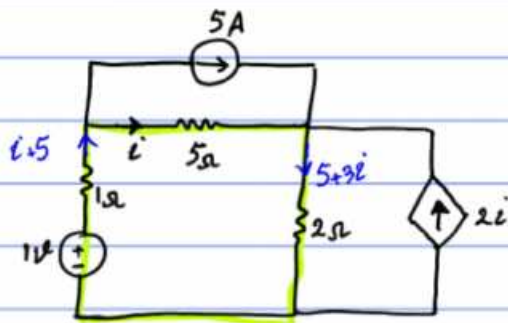
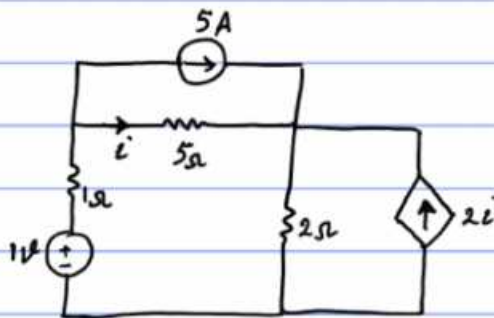
نکته: برای محاسبه متوسط توان از نکات زیر به جای انتگرالگیری مستقیم استفاده کنید.

$$P(t) = A \longrightarrow \bar{P} = A$$

$$P(t) = \sin \omega t \text{ یا } \cos \omega t \longrightarrow \bar{P} = 0$$

$$P(t) = \sin^2 \omega t \text{ یا } \cos^2 \omega t \xrightarrow[\text{بایر}]{\text{مقدار DC}} \bar{P} = \frac{1}{2}$$

مثال: در مدار زیر منبع ولتاژ را چند برابر کنیم تا به توان مقاومت ۲ اهم ۱۳ وات اضافه شود؟

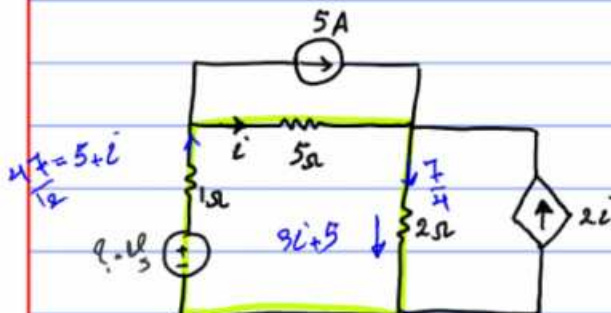


$$\text{KVL: } -1 + i \cdot 5 + 5i + 2(5+3i) = 0$$

$$12i = -14 \rightarrow i = -\frac{7}{6}$$

$$i_{2\Omega} = 5 + 3\left(-\frac{7}{6}\right) = 1.5A \rightarrow P = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$$

$$P'_{2\Omega} = \frac{13}{8} + \frac{9}{2} = \frac{49}{8} W \rightarrow \frac{49}{8} = 2 \times i'^2 \rightarrow i' = \frac{7}{4}$$



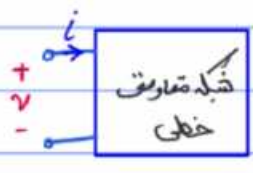
$$\text{KVL: } 3i + 5 = \frac{7}{4} \rightarrow i = -\frac{13}{12}$$

$$-\frac{28}{5} + \frac{47}{12} + 5\left(-\frac{13}{12}\right) + \frac{7}{4} = 0$$

$$\frac{12}{5} = \frac{1}{4}$$

رابطه تعادلی برای مدارات مقاومتی:

رابطه تعادلی برای مدارات مقاومتی رابطه بین v و i مدار از دو سر مورد نظر است:



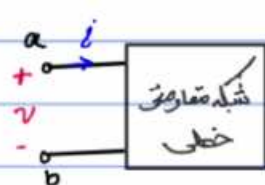
رابطه تعادلی

$$\begin{cases} v = f(i) \rightarrow v = \alpha i + \beta \\ i = g(v) \rightarrow i = kv + m \end{cases}$$

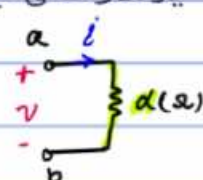
ضرایب ثابت α و β و k و m بستگی به شکل مدار و مقادیر المان های مدار دارد.

حالات مختلف برای رابطه تعادلی:

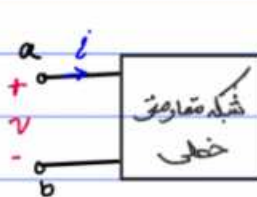
۱) $\beta = 0 \rightarrow v = \alpha i$ یاد مقاومت می افینیم!



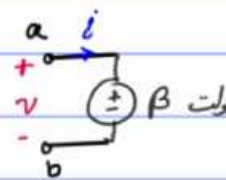
معادل است با



۲) $\alpha = 0 \rightarrow v = +\beta$ یاد منبع ولتاژی افینیم!



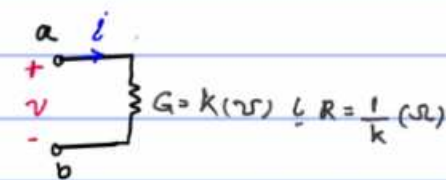
معادل است با



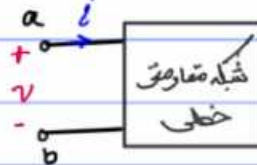
۳) $m = 0 \rightarrow i = kv$ k مانند رسانایی است!



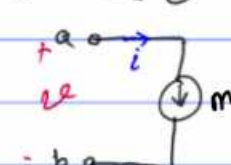
معادل است با



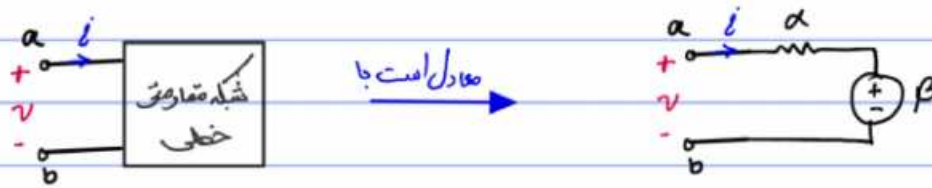
۴) $k = 0 \rightarrow i = 0 + m$ یاد منبع جریان k افینیم!



معادل است با



۵) $\alpha, \beta \neq 0 \longrightarrow v = \alpha i + \beta$



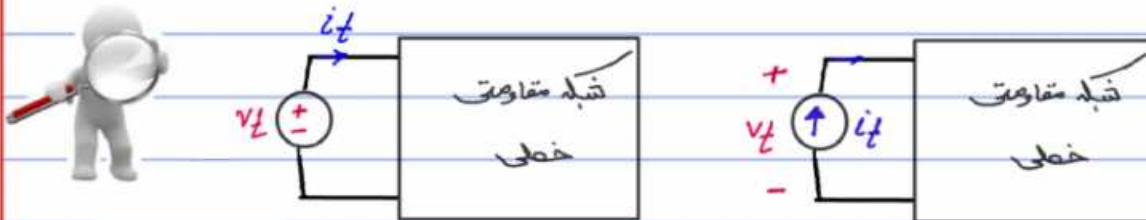
۶) $k, m \neq 0 \longrightarrow i = kv + m$



بجست آوردن رابطه تعادلی

رابطه تعادلی فقط برای مدارات مقاومتی خطی نوشته می شود. رابطه تعادلی **شناسنامه** آن مدار از پورت مورد نظر است.

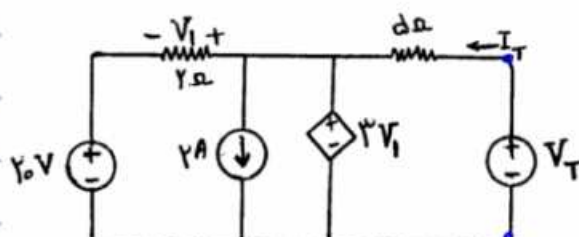
برای بجست آوردن رابطه تعادلی مدار از پورت خواسته شده یک **منبع تست** (ولتاژ یا جریان) با ولتاژ V_L و جریانی I_L به طوری که منبع دیکدام تولید توان یعنی جریانی I_L به سمت شبکه باشد. پس بارش های تحلیل مدار سعی می کنیم رابطه V_L و I_L منبع تست را بجست آوریم.



نکته اول: رابطه تعادلی از هر پورت با پورت دیگر الزاماً برابر نیست. یعنی به غیر از حالات خاص از هر پورت مدار یک رابطه تعادلی دیده می شود.

نکته دوم: اگر رابطه تعادلی را از دید **المان** مدار نخواهیم نه از دوسر مدار، باید **المان** را باز کنیم و منبع تست را به جای **المان** قرار بدهیم.

در مدار روبه‌رو، رابطه V_T و I_T ، کدام است؟ V_T بر حسب ولت و I_T بر حسب آمپر است. (۹۲ آزمون شبیه‌نویس)

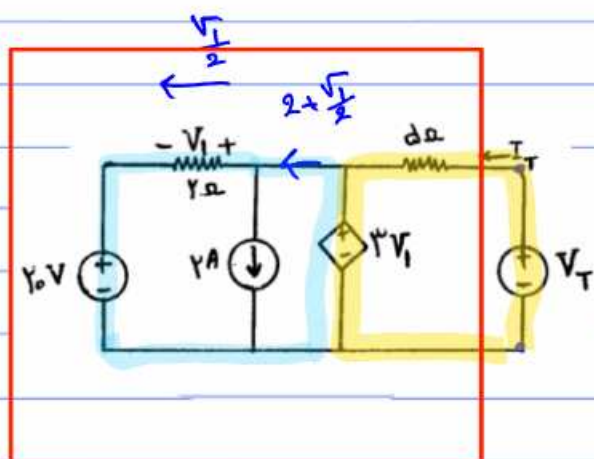


$$V_T = 2I_T + 20 \quad (1)$$

$$V_T = 5I_T + 30 \quad (2)$$

$$V_T = 7I_T + 10 \quad (3)$$

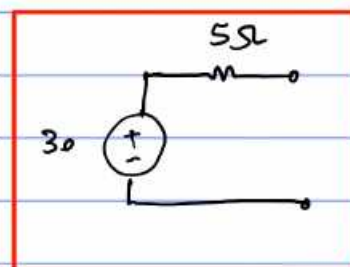
$$V_T = 7I_T + 20 \quad (4)$$

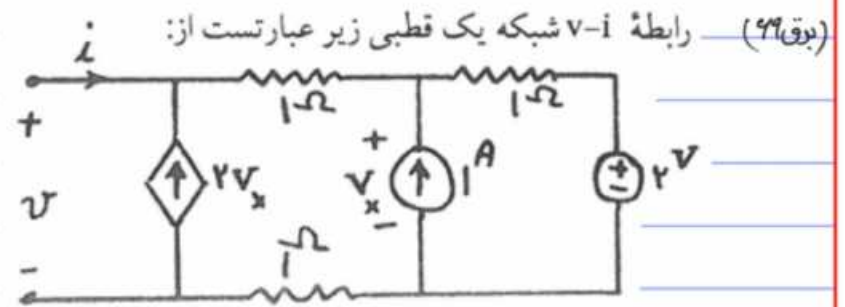


$$\text{KVL (blue loop)}: -V_T + 5I_T + 3V_1 = 0$$

$$\text{KVL (yellow loop)}: -3V_1 + V_1 + 20 = 0 \rightarrow V_1 = 10V$$

$$V_T = \underbrace{5}_{\alpha} I_T + \underbrace{30}_{\beta}$$



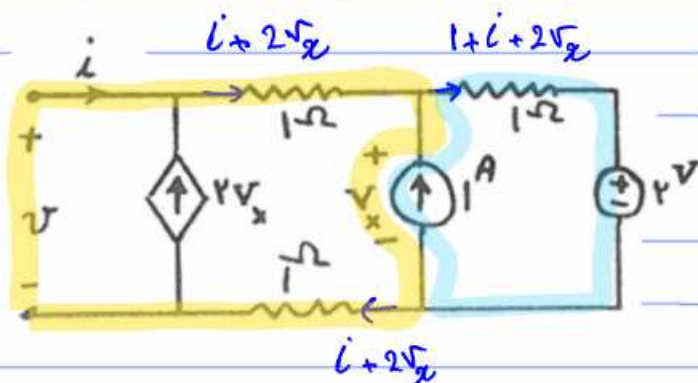


$$v = 2i + 10 - 2$$

$$v = -2i + 10 - 2$$

$$v = -2i - 15 - 1$$

$$v = 2i - 15 - 3$$

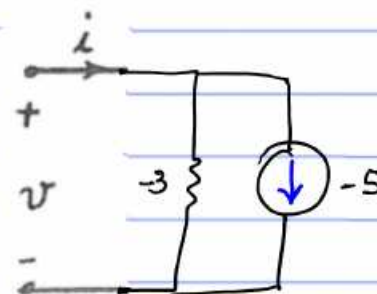
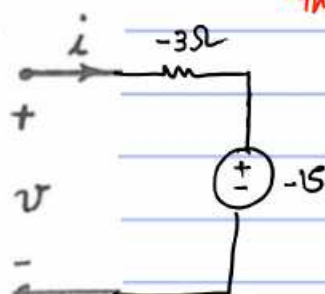


$$\curvearrowright -v + (i + 2V_x) + V_x + (i + 2V_x) = 0$$

$$\curvearrowright -V_x + (1 + i + 2V_x) + 2 = 0 \rightarrow V_x = -i - 3$$

$$\text{یا: } v = -3i - 15$$

$$v = -3i - 15 \rightarrow i = -\frac{1}{3}v - 5$$



$$\begin{matrix} + \\ v_x \\ - \end{matrix} \uparrow kV_x = \left\{ \begin{matrix} \frac{v_x}{kV_x} = -\frac{1}{k} \Omega \end{matrix} \right.$$

$$\begin{matrix} + \\ i_x \\ - \end{matrix} \uparrow ki_x = \left\{ \begin{matrix} -\frac{ki_x}{i_x} = -k \text{ A} \end{matrix} \right.$$

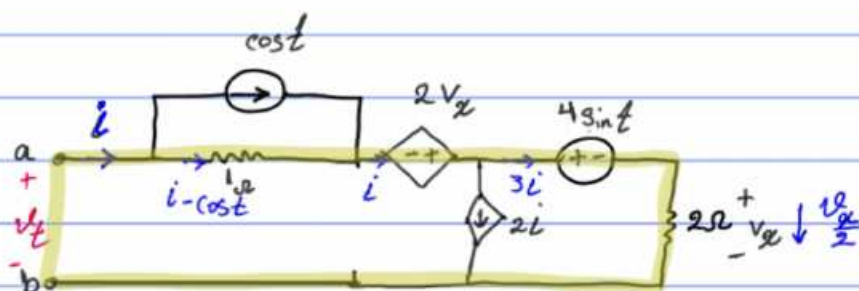
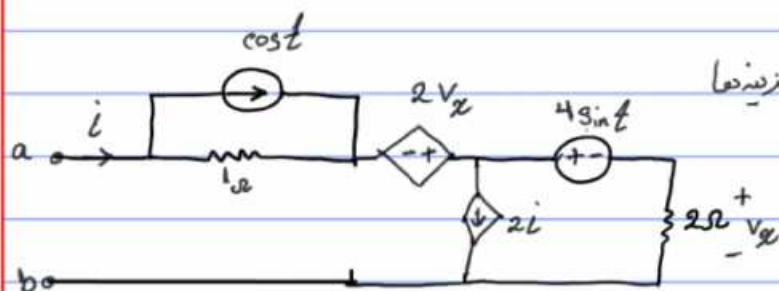
گزینه ۲: در مدار زیر در لحظه‌ای رابطه تعادلی از ۲ سر طبق فقط معادله با مقاومت است؟

$$t = k\pi + \tan^{-1} \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$t = k\pi + \tan^{-1} \frac{1}{4} \quad (۱)$$

هیچ‌کدام از اینها

$$t = k\pi + \tan^{-1} 4 \quad (۳)$$



$$\rightarrow \downarrow : 3i = \frac{2V_x}{2} \quad (۱)$$

$$\text{KVL} \quad V_x = i - \cos t - 2V_x + 4 \sin t + \frac{2V_x}{2} \quad (۲)$$

$$(۱) \quad V_x = i - \cos t - 6i + 4 \sin t$$

$$\text{مقاومت معادل} : V_x = 2i + 0$$

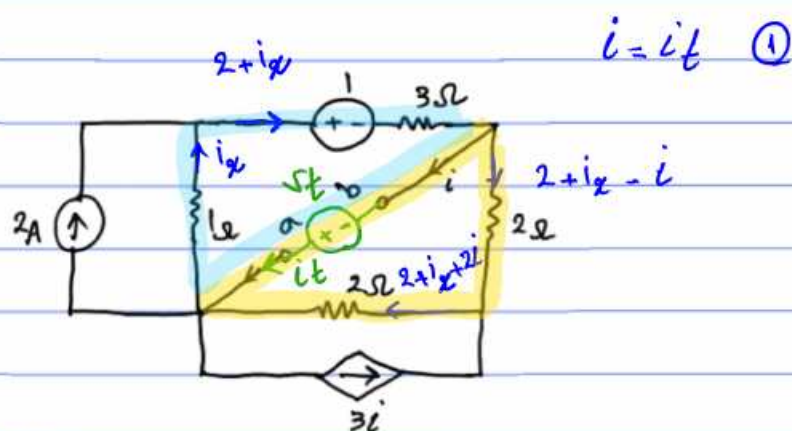
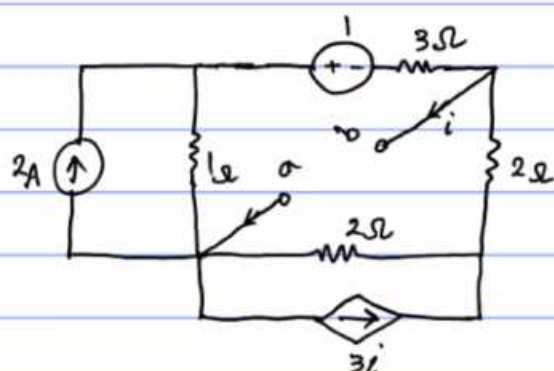
عده ثابت غیر صفری باید صفر شود.

$$V_x = -5i + 4 \sin t - \cos t = 0$$

$$4 \sin t - \cos t = 0 \rightarrow 4 \sin t = \cos t \xrightarrow{\div \cos t} \tan t = \frac{1}{4}$$

$$t = k\pi \pm \tan^{-1} \frac{1}{4}$$

رابطه تعادلی را برای مدار زیر از دو نقطه a و b بیابید و یک یا دو مدار ساده معرفی کنید که این رابطه تعادلی را داشته باشد.

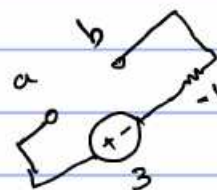


$$\text{KVL (top loop): } +v_t + 2(i_x - i_t) + 2(2 + i_x - i_t) = 0 \quad (1)$$

$$\text{KVL (bottom loop): } i_x + 1 + 3(2 + i_x) - v_t = 0 \quad (2)$$

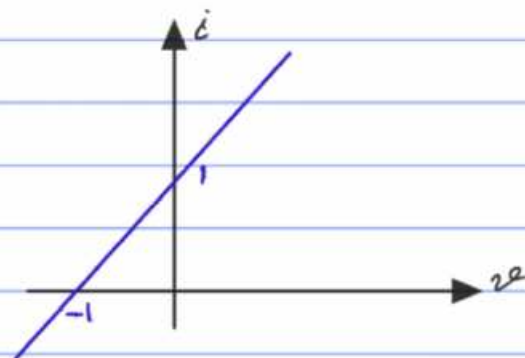
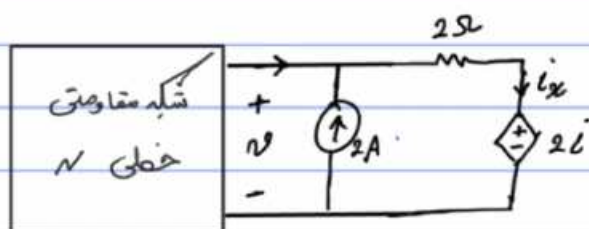
و با استفاده از رابطه تعادلی:

$$v_t = -i_t + 3$$



تبدیل: در شکل زیر مشخصه $i-v$ یک شبکه مقاومتی خطی است داده شده است. جریان

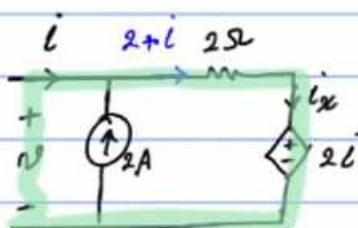
i_x چند آمپر است؟



روش اول: kvl مستقیم با رابطه $i-v$

$$i = v + 1 \rightarrow v = i - 1$$

باتوجه مشخصه $i-v$ داریم



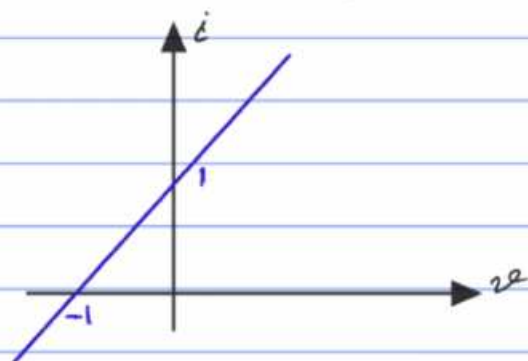
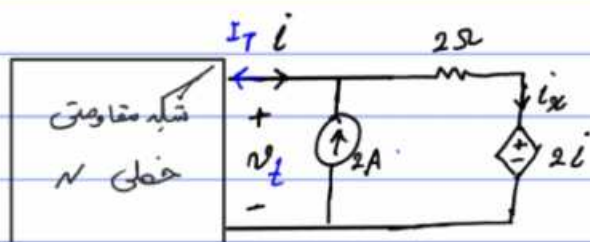
$$\text{KVL: } -v + 2(2+i) + 2i = 0 \rightarrow v = i - 1$$

$$-(i-1) + 4 + 4i = 0 \rightarrow i = -\frac{5}{3}$$

$$i_x = 2 + i = 2 + \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{1}{3} \text{ (A)}$$

معدین: در شکل زیر مشخصه i_x و v_x یک شبکه مقاومتی خطی است داده شده است. جریان

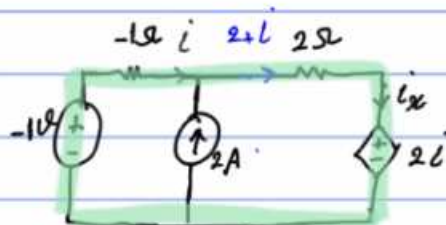
i_x چند آمپر است؟



روش اول:

$$i = v_x + 1 \quad I_t = -i \quad -I_t = \frac{v_x}{2} + 1 \rightarrow \frac{v_x}{2} = -I_t - 1$$

$\downarrow$ R_{th} $\downarrow$ v_{th}

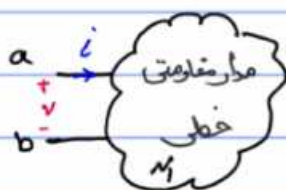


$$+1 - i + 2(2 + i) + 2i = 0$$

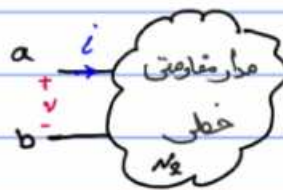
$$i = -\frac{5}{3} \rightarrow i_x = 2 + i = \frac{1}{3}$$

معادل بودن دو مدار

منظور از معادل بودن دو مدار از دوسر به این معناست که رابطه تعادلی آن دو مدار از دوسر با یکدیگر برابر است و این به معنای آنست که حتما دو مدار با هم مشابه هستند. یعنی اگر ما ساختار مدار می توانیم با هم برابر نباشند ولی رابطه تعادلی آنها یکسان باشند.



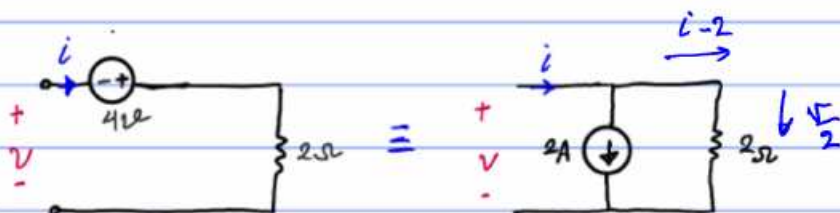
$$v = \alpha_1 i + \beta_1$$



$$v = \alpha_2 i + \beta_2$$

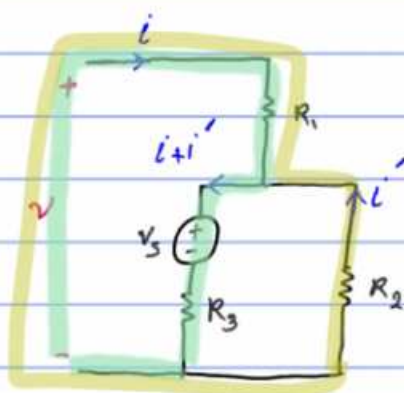
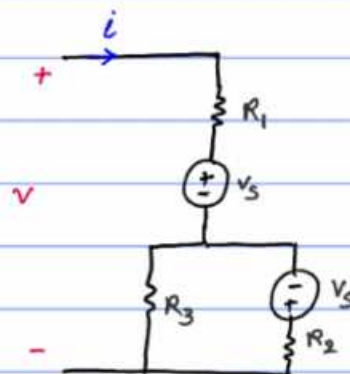
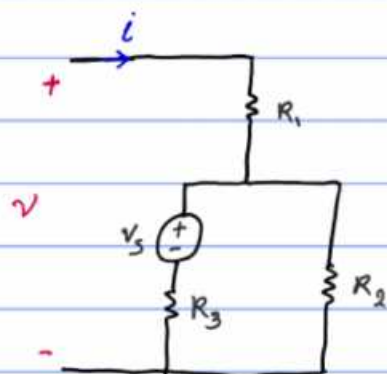
$$N_1 \equiv N_2 \leftarrow \begin{cases} \alpha_1 = \alpha_2 \\ \beta_1 = \beta_2 \end{cases} \quad \text{آری}$$

مثال: این دو مدار با یکدیگر معادل هستند:



$$v = 2i - 4 \quad = \quad \frac{v}{2} = i - 2 \rightarrow v = 2i - 4$$

مثلاً، نشان دهید دو مدار زیر از دوسر مشعشع شده باهم معادل هستند.

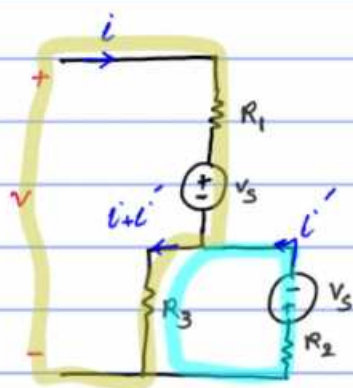


$$\text{KVL: } V = R_1 i + V_s + R_3 (i + i')$$

$$\text{KVL: } V = R_1 i - i' R_2$$

$$i' = \frac{R_1 i - V}{R_2} \quad \text{در (1) قرار دهیم}$$

$$\text{رابطه تعادلی اول: } V = R_1 i + V_s + R_3 \left(i + \frac{R_1 i - V}{R_2} \right) = R_1 i + V_s + R_3 i + \frac{R_3 R_1}{R_2} i - \frac{R_3 V}{R_2}$$



$$\text{KVL: } V = R_1 i + V_s + R_3 (i + i') \quad (1)$$

$$\text{KVL: } R_2 i' + V_s + R_3 (i + i') = 0 \quad (2)$$

$$i' = \frac{-V_s - R_3 i}{R_2 + R_3} \quad \text{در (1) قرار دهیم}$$

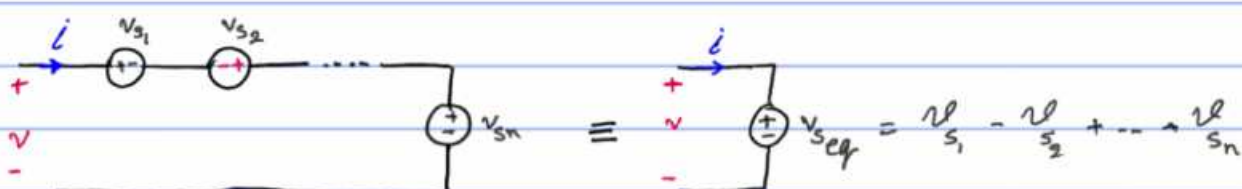
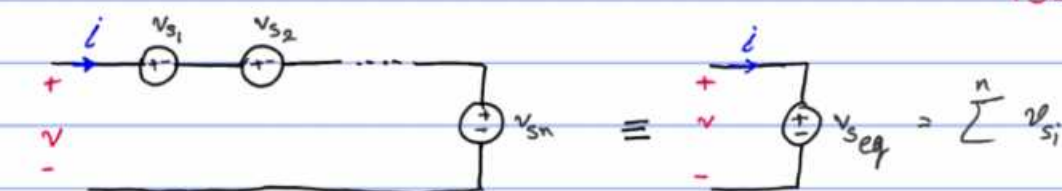
$$\text{رابطه تعادلی ۲: } V = R_1 i + V_s + R_3 \left(i + \frac{-V_s - R_3 i}{R_2 + R_3} \right)$$

با ساده سازی و مقایسه دو رابطه تعادلی، مشاهده می شود این ۲ رابطه تعادلی باهم برابر بوده و این مدار

باهم معادل هستند.

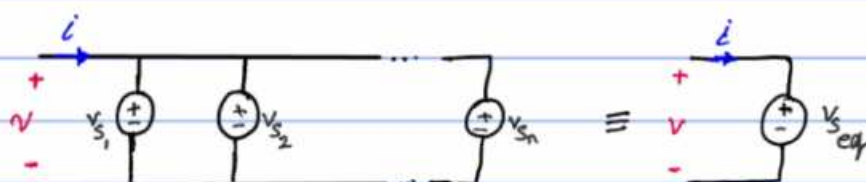
مدارات معادل

سری شدن منابع ولتاژ:



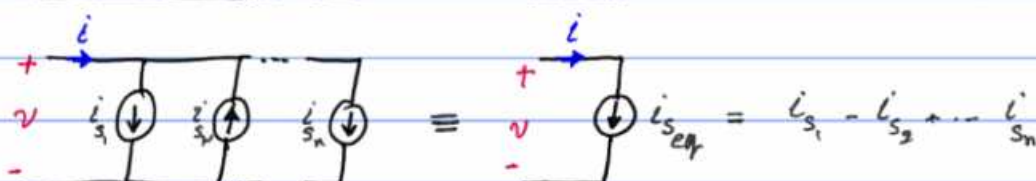
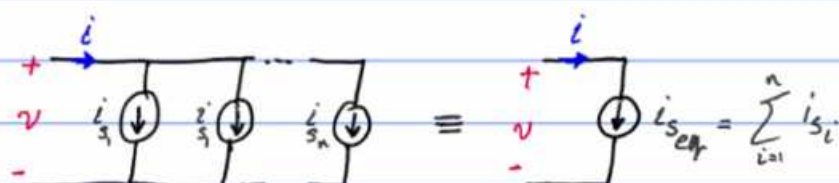
موازی شدن منابع ولتاژ:

بلی موازی کردن منابع ولتاژ باید هم پلاریته و برابر باشد.



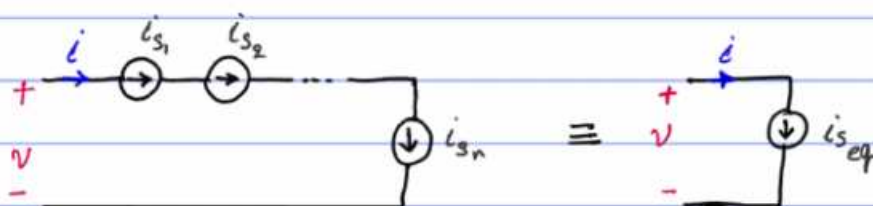
سوال: موازی کردن منابع ولتاژ در عمل چه فایده ای دارد؟

موازی شدن منابع جریان:



سری شدن منابع جریانی:

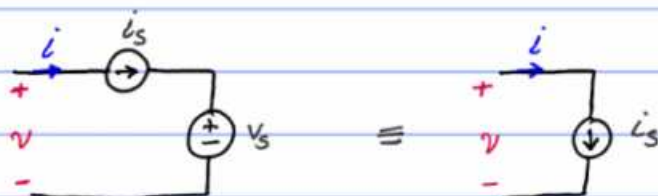
شرط سری کردن منابع جریانی هم جهت بودن و یکسان بودن منابع جریانی است.



نکته مهم: معادل کردن ما فقط ارتباط در مدار از دوسر با یکدیگر معادل است.



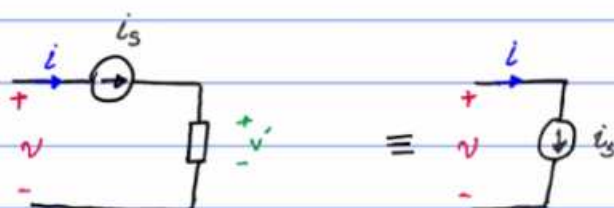
سری شدن منبع جریانی و منبع ولتاژ:



اگر ولتاژ دوسر منبع جریانی معکول باشد نمی توان تبدیل را استفاده کرد چرا که v ولتاژ دوسر منبع

جریانی نیست و این معادل با ولتاژ دوسر منبع ولتاژ و منبع جریانی است.

سری شدن منبع جریانی با یک اهم دیگر:

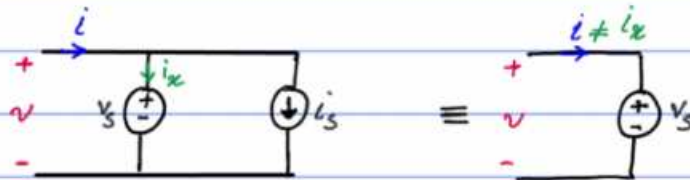


باز هم تاکید می کنم رابطه تعادلی ما بیرون

دو مدار با هم برابرند و داخل ۲ مدار الزاماً

با هم برابر نیستند. $v \neq v'$

موازی شدن منبع ولتاژ و منبع جریان

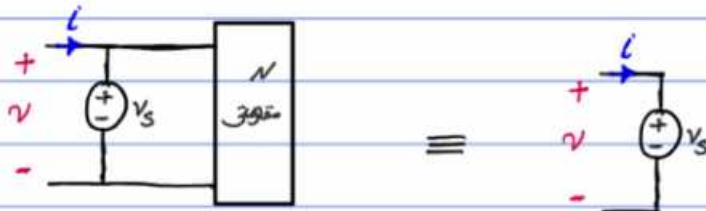


جریان i و در مدار اول با جریان i_s در مدار معادل با هم برابر نیست.

موازی شدن منبع ولتاژ با هر چیزی

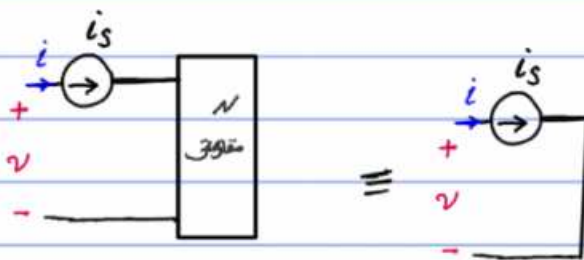
به طور کلی موازی شدن منبع ولتاژ با هر شبکه یا مداری به شرطی که V و i بیرون شبکه مطلوب باشد

می توان شبکه را حذف کرد.



جریان شاخه معادل، با جریان شبکه و منبع ولتاژ V برابر نیست. i مدار معادل جریان که منبع ولتاژ و شبکه N است.

سری شدن منبع جریان با شبکه

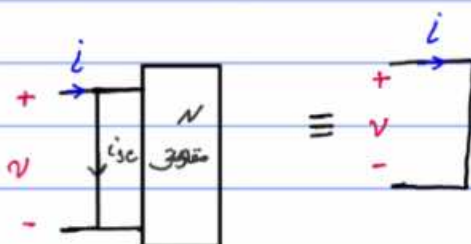


می توان شبکه سری با منبع جریان را به شرطی

آنکه تغییری داخل مدار مطلوب

نیاشد، حذف کرد.

اتصال کوتاه شدن شبکه

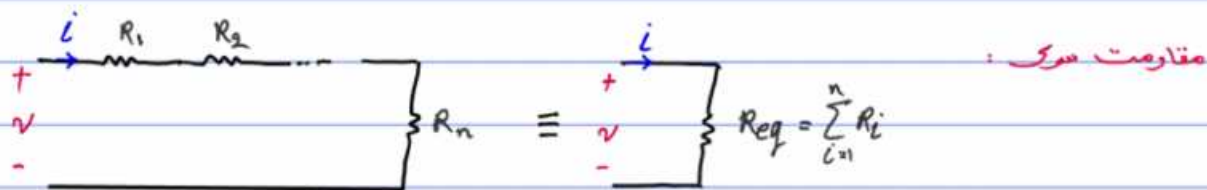


به شرطی جریان i یا جریان داخل N معین

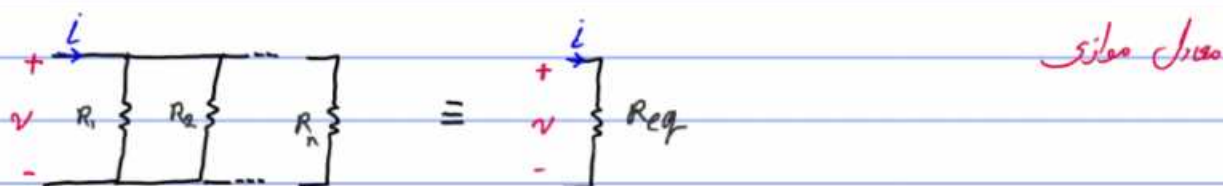
نباشد می توان شبکه اتصال کوتاه شده را حذف کرد.

یعنی $i \neq i_{sc}$ (در مدار معادل)

معادل مقاومت



جریان مقاومت معادل همان جریان مدار اصلی است ولی ولتاژ مقاومت معادل با مدار اصلی برابر نیست



$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \xrightarrow{\text{برای 2 مقاومت}} R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

کنند تستی برای محاسبه سریع مقاومت موازی :

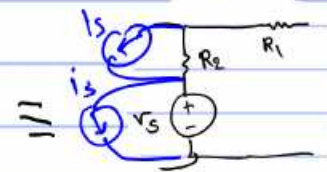
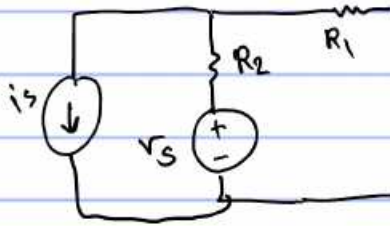
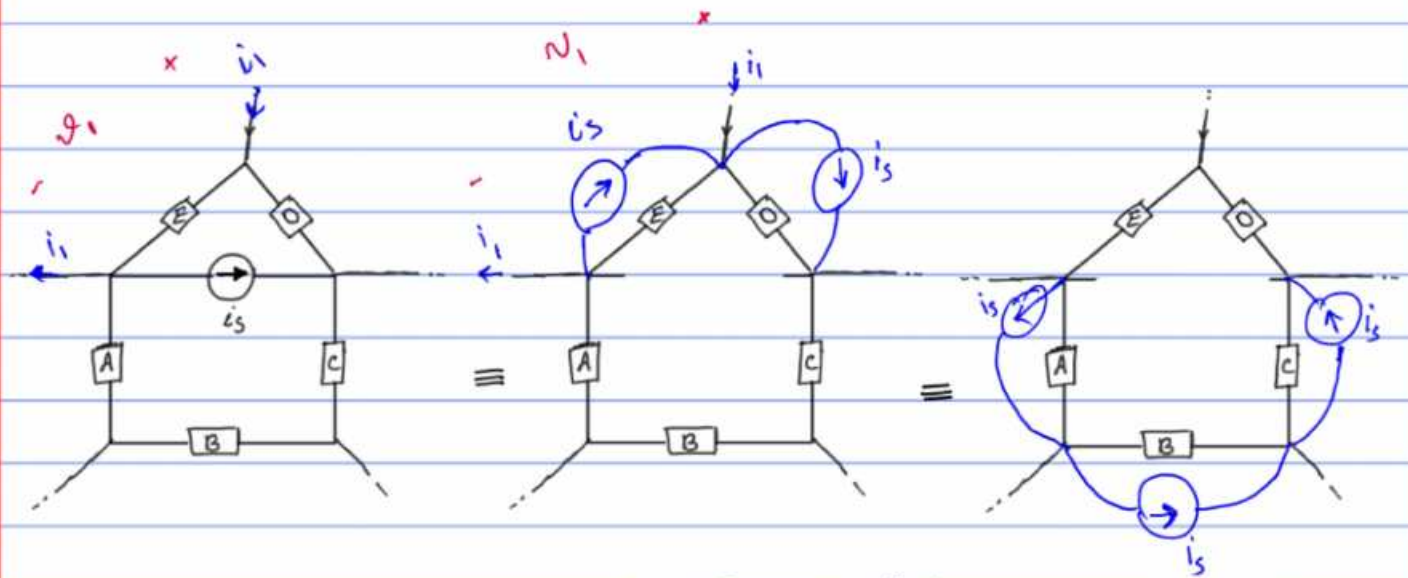
$$R_{eq} = \frac{nR}{n+1} = \frac{\text{مقاومت بزرگتر}}{\text{نسبت} + 1}$$

$$R_1 = 27 \quad R_2 = 9 \quad R_{eq} = \frac{27}{3+1} = \frac{27}{4}$$

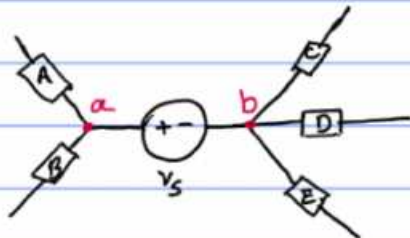


پوش خودوشی

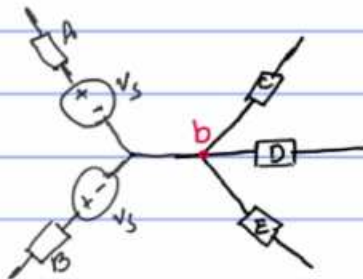
انتقال منبع جریانی: به شرط آنکه هیچکدام شاخه های داخلی را نخواهیم می توانیم از پوش خودوشی در ساده سازی مدارات استفاده کنیم.



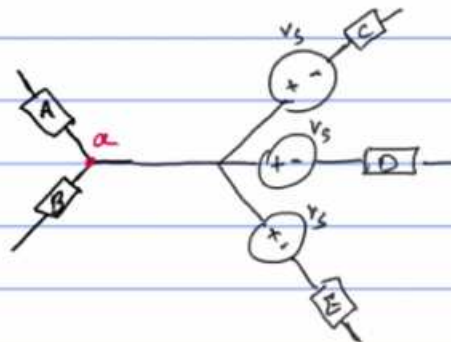
انتقال منبع ولتاژ:



می توان منبع ولتاژ را به شاخه های کناری منتقل کرد به طوری که اختلاف پتانسیل قبلی حفظ شود.

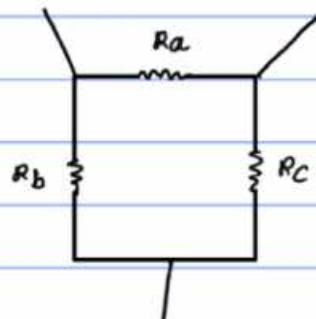
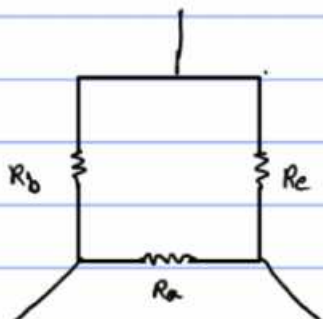
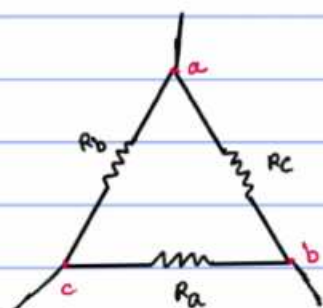


گفته: مدارات معادل فقط از بیرون با هم معادل هستند.

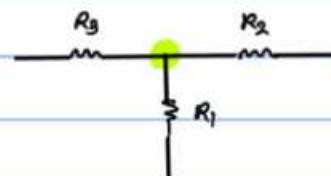
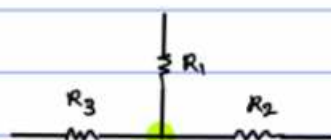
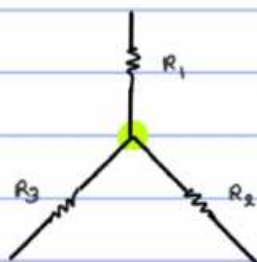


اتصال ستاره مثلث

اتصال مثلث: اگر سه مقاومت به نحوی مانند زیر یکدیگر متصل شوند به ازای هر یک هم وصل شده باشند اتصال مثلث تبدیل شده است.

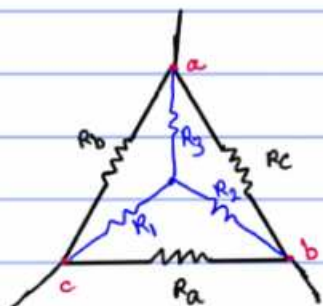


اتصال ستاره: اگر سه مقاومت به نحوی مانند زیر فقط از یک سر یکدیگر متصل شوند



تبدیل مثلث به ستاره: اگر مدار اتصال مثلث را به صورت ستاره از بیرون اتصال میزاییم از تبدیل زیر

استفاده می کنیم.



نکته: حواشی به جنس فویل باشد (Ω)

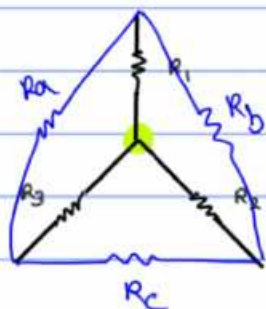
نکته ۲: در حالت کلی مقاومت های معادل ستاره کوچکتر از مثلث است

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{\Omega^2}{\Omega} = \Omega \quad R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad R_3 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

نکته ۳: اگر مقاومت های مثلث با هم برابر باشند اتصال ستاره معادل $\frac{1}{3}$ مقاومت های مثلث است.

$$R_Y = \frac{1}{3} R_{\Delta}$$

تبدیل ستاره به مثلث



نکته! : مقاومت هر مثلث بزرگتر از ستاره هستند پس تو جمع یک مقاومت بذار

$$R_a = \frac{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_2}$$

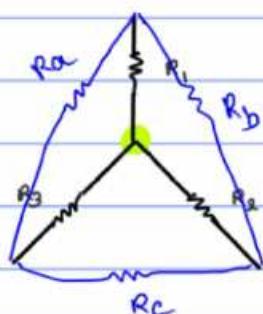
$$R_b = \frac{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_3}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_3 + R_1 R_2 + R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_\Delta = 3 R_Y$$

نکته! : اگر مقاومت های ستاره با هم برابر باشند

تبدیل ستاره به مثلث: در کل مقاومت های مثلث از ستاره نبرشته هستند (لم فویل منجیح کوچ باشد)



$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} = \frac{\mathcal{R}^2}{\mathcal{R}} = \mathcal{R}$$

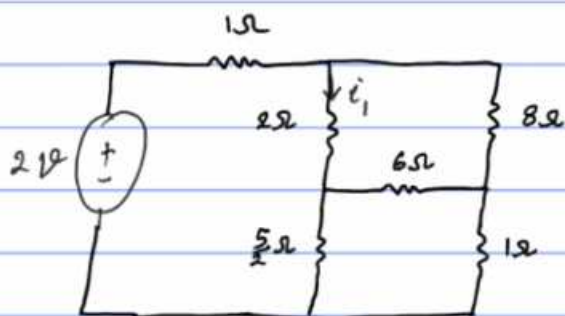
$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} =$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$$

حالت خاص: اگر مقاومت های ستاره با هم برابر باشند:

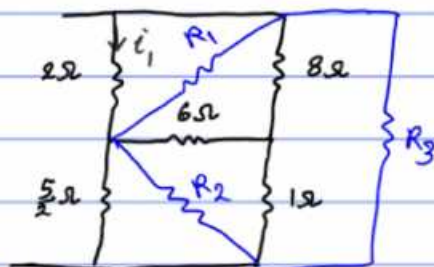
$$R_{\Delta} = 3 R_Y$$

مثال: در مدار زیر مقاومت معادل را پیدا کنید. $V_s = 2V$ باشد، i_1 چند آمپر است؟



تبدیل ستاره به مثلث کرده و ادامه می‌دهیم.

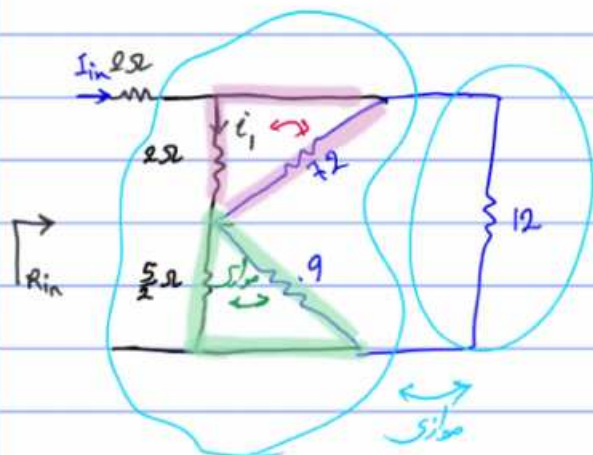
گره‌ای را تبدیل به ترمینال شافه ستاره می‌کنیم.



$$R_1 = \frac{48 + 6 + 8}{1} = 72$$

$$R_2 = \frac{72}{8} = 9$$

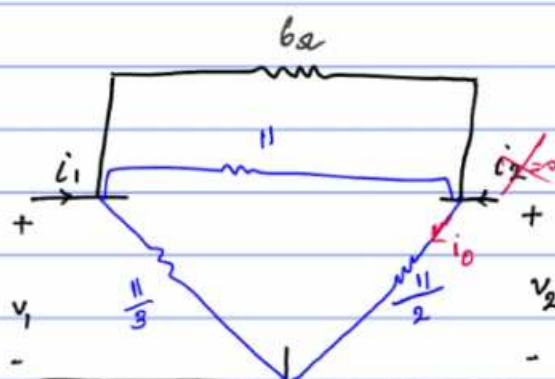
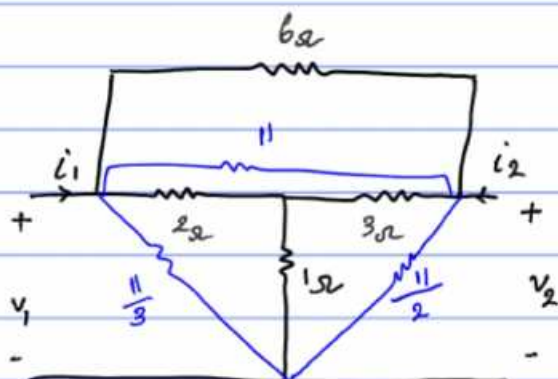
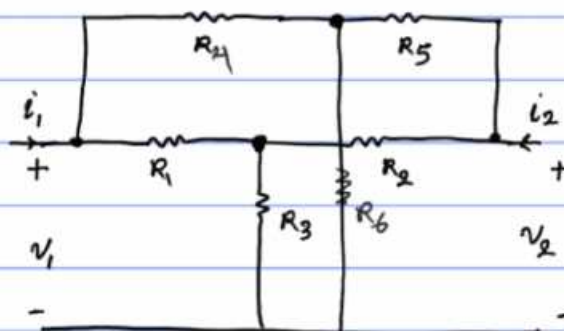
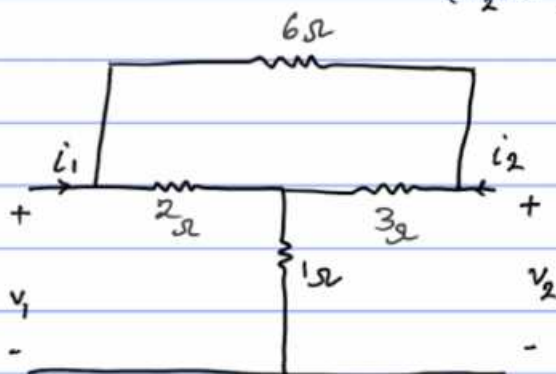
$$R_3 = \frac{72}{6} = 12$$



$$R_{in} = 8\Omega + (2 \parallel 72 + \frac{5}{2} \parallel 12) \checkmark$$

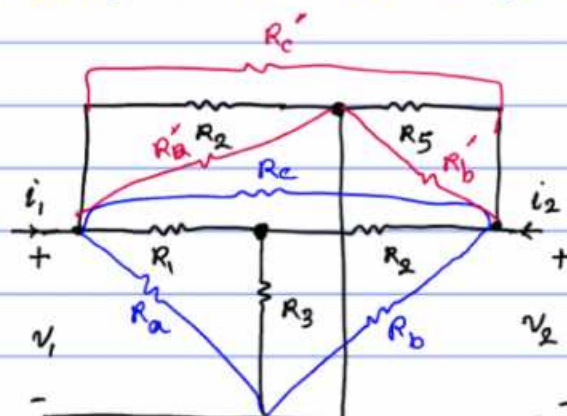
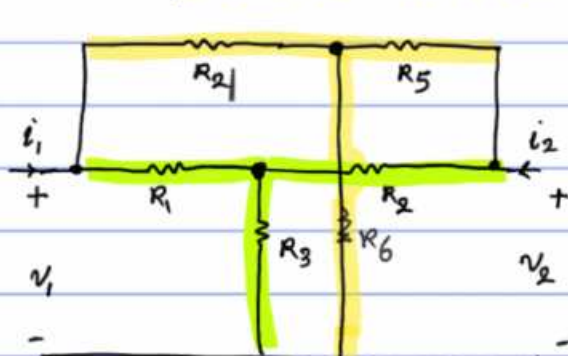
$$I_{in} = \frac{V_s}{R_{in}} = \checkmark$$

مثال: نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ را در مدارهای زیر جستجو کنید. ($i_2 = 0$)



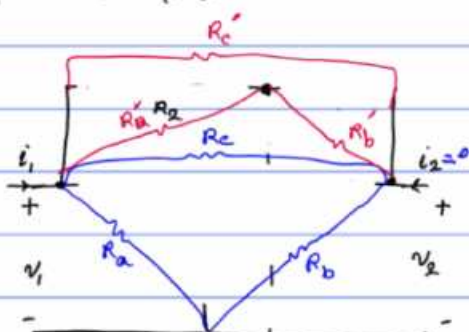
$$i_2 = i_1 \frac{\frac{11}{2}}{\frac{11}{2} + (6 \parallel 11 \Omega)} = \frac{11}{2} \frac{11}{11 + 66} = \frac{11}{2} \frac{11}{77} = \frac{11}{14}$$

حالت جعبه ای را می توانیم معادله های $\frac{11}{2}$ و $(6 \parallel 11 \Omega)$ سری شدن و تقسیم ولتاژ بنویسیم.



معادله مقاومت های R_1, R_2 و R_3 که $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \Omega$

معادله مقاومت های R_4, R_5 و R_6 که $R_4 = R_5 = R_6 = 6 \Omega$



$$R_a, R_b \text{ و } R_c = 3 R_1 = 3 \Omega$$

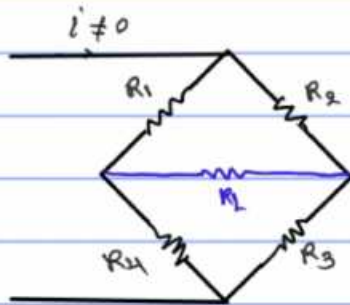
$$R_a' = R_b' = R_c' = 3 \times 2 = 6 \Omega$$

$$R_b$$

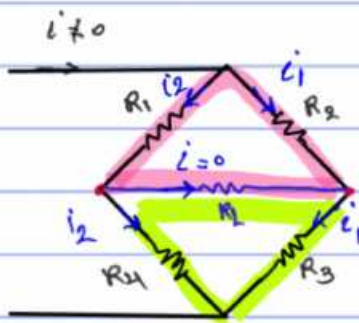
$$i_2 = i_1 \frac{R_b}{R_b + (R_c' \parallel (R_c \parallel R_a' + R_b'))}$$

بل و تستون

مدار بل و تستون مدار خیلی کاربردی در محل و بزرگ کاربردهای آنوازه لیری خیلی استفاده می شود. این مدار از ده مقاومت تشکیل شده است که یکی از مقاومت ها با تمام ۴ مقاومت دیگر اتصال دارد نه به آن مقاومت بار و تستون می دهیم.



سوال: چه شرطی روی این ۴ مقاومت باشند که از مقاومت R_L جریانی عبور نکند؟



$$\text{KVL: } R_2 i_1 + 0 = R_1 i_2$$

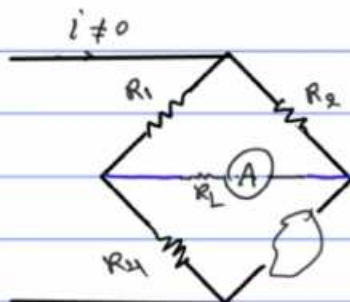
$$\text{KVL: } 0 + R_3 i_1 = R_4 i_2$$

طرفین تساوی ها را بر هم تقسیم کنیم

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{R_1}{R_4} \rightarrow R_2 R_4 = R_1 R_3$$

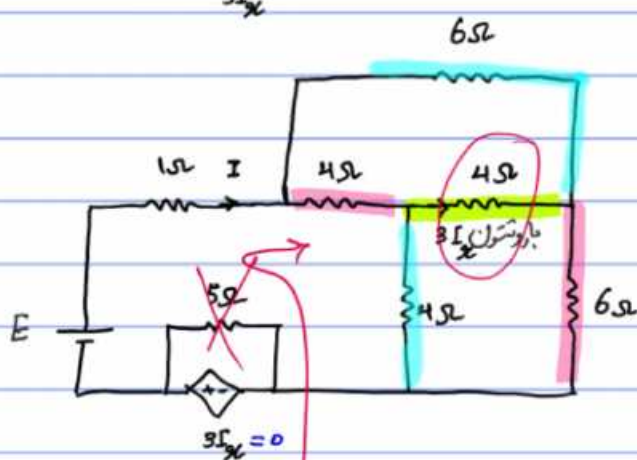
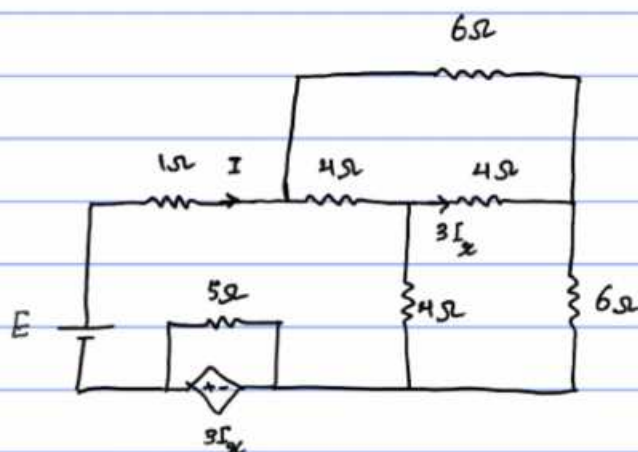
قانون وینستون: اگر بل و تستون در حالت تعادل $R_2 R_4 = R_1 R_3$ جریانی ششاه وسط صفر می شود و

دیگر به دسر R_L هم می تانسیل می شود.



$$R_x = 10 \Omega \times 1 = R_2 \times R_4$$

مثال: اگر $I = 2A$ باشد مقدار E چقدر است؟



تبادل دتسین $6 \times 4 = 4 \times 6$

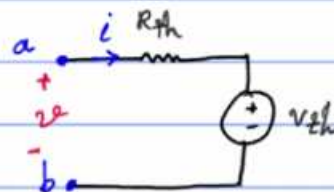
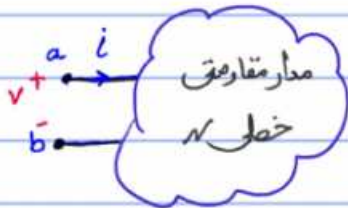
جریان بار دتسین صفر می شود $3I_x = 0$

$$R_{eq} = (6+6) \parallel (4+4) = 12 \parallel 8 = \frac{12 \times 8}{12+8} = \frac{96}{20}$$

$$I = \frac{E}{1 + \frac{96}{20}} \xrightarrow{I=2A} E = 2 \left(1 + \frac{96}{20} \right) = 11.6 \text{ V}$$

قضیه نورتون و نورتون برای مدارات مقاومتی خطی

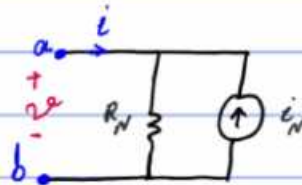
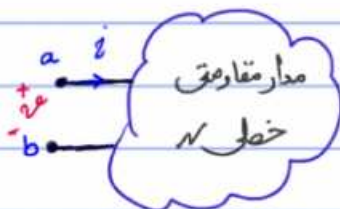
بله هر مدار مقاومتی خطی مانند N از هر دو سر آن می توانیم مدار معادلی که یک از شکل های زیر تعریف کرد. اگر از دو سر مورد نظر معادل یک مقاومت سری با منبع ولتاژ بنویسیم معادل نورتون و اگر از دو سر مورد نظر معادل یک مقاومت موازی با منبع جریانی بنویسیم معادل نورتون می نویسیم.



$$v = \alpha i + \beta$$

$$\alpha = \text{مقاومت نورتون}$$

$$\beta = \text{ولتاژ نورتون}$$



$$i = \frac{1}{\alpha} v - \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{R_N} \rightarrow R_N = R_{Th} = \alpha$$

$$i_N = \frac{\beta}{R_{Th}} = \frac{v_{Th}}{R_{Th}}$$

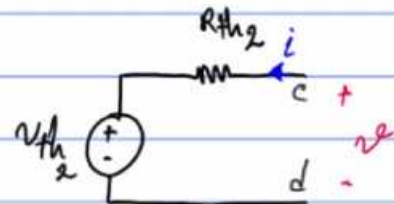
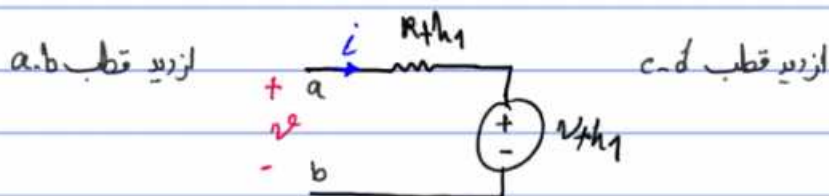
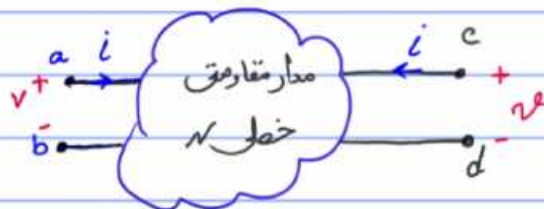
ارتباط معادل نورتون و نورتون: مقاومت نورتون و نورتون با هم برابر هستند ولی جریانی نورتون با رابطه $i_N = \frac{v_{Th}}{\alpha}$

با معادل نورتون رابطه دارد.

نکته: اگر در یک مدار خطی مقاومتی منبع مستقل نباشد، ولتاژ نورتون و جریانی نورتون حتماً در معادل صفر خواهند بود. ولی عکس این قضیه برقرار نیست.

وابستگی معادل مدار به قطب

این نکته را باید توجه داشته باشید که مدار معادل تونین و نورتن یک مدار به دو سر آن مدار مربوط است و آنرا با معادل تونین یا نورتن از دو سرهای دیگر برابر نیست



آیا هر مدار معادل تئزن و نورتن دارد؟

فرض کنید رابطه تعادلی یک مدار از قطب مورد نظر به صورت های زیر بدست آمده است:

$$v_{th} = 0 \cdot i + \beta \quad \xrightarrow{\text{معادل منبع ولتاژ ایده‌آل}} \quad v_{th} = \beta \quad \rightarrow \quad v_{th} = \beta, R_{th} = 0 \quad \rightarrow \quad i_N = \frac{v_{th}}{0}$$

پس اگر معادل با فقط ولتاژ تئزن باشد معادل نورتن ندارد.

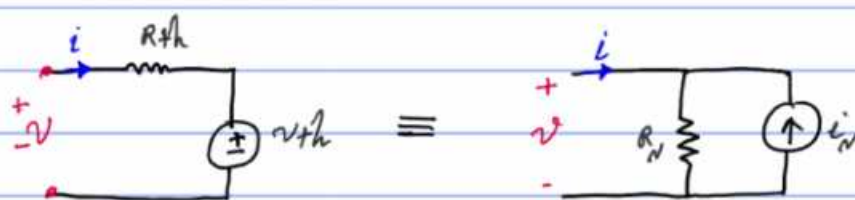
$$i = 0 \cdot v_{th} + k \quad \xrightarrow{\text{معادل منبع جریان ایده‌آل}} \quad i = k \quad \rightarrow \quad i_N = k, R_N = 0$$

اگر معادل با فقط منبع جریان نورتن باشد معادل تئزن ندارد.

حکامه ۱: اگر مدار معادل تئزن با $R_{th} \neq 0$ داشته باشد معادل نورتن هم دارد و اگر معادل نورتن با

$R_N \neq 0$ داشته باشد معادل تئزن هم حتما دارد.

تبدیل تئزن به نورتن: مدار معادل تئزن و نورتن را با رابطه زیری توان به یکدیگر تبدیل کرد.



$$R_{th} = R_N$$

$$v_{th} = i_N \cdot R_N \quad \text{یا} \quad i_N = \frac{v_{th}}{R_{th}}$$

با توجه به نکات قبلی حتماً R_{th} با R_N برابر نیست.

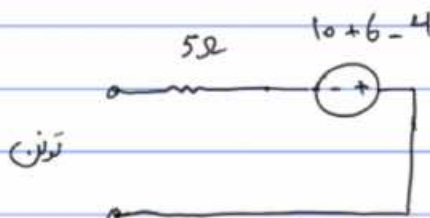
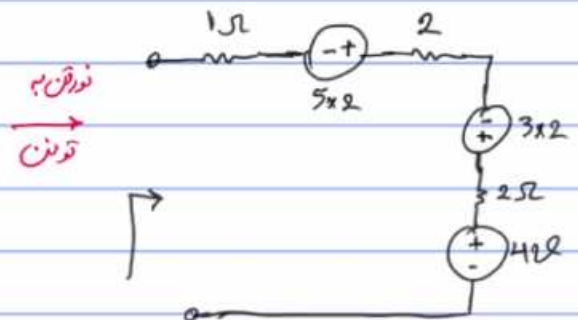
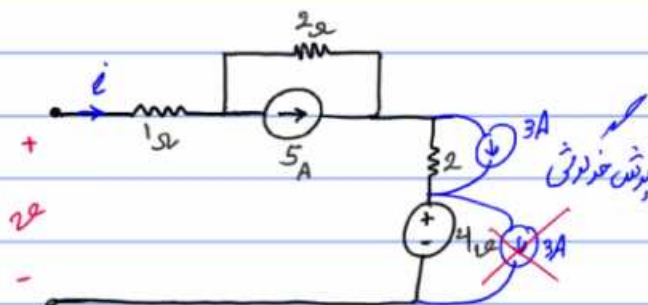
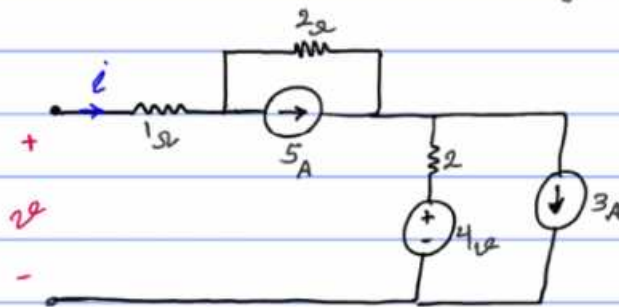
محاسبه معادل تونن و نورتن

روش های محاسبه معادل تونن و نورتن را به صورت زیر دسته بندی می کنیم.

- ۱- روش کلی رابطه تعادلی $i = \frac{1}{\alpha} v - \frac{\beta}{\alpha}$ یا $v = \alpha i + \beta$ در ادامه جلسه
 - ۲- ساده سازی مدار در ادامه جلسه
 - ۳- روش گزینشگاه در ادامه جلسه
- الف) محاسبه فقط مقاومت تونن یا نورتن
ب) محاسبه فقط ولتاژ تونن
ج) محاسبه فقط جریان نورتن

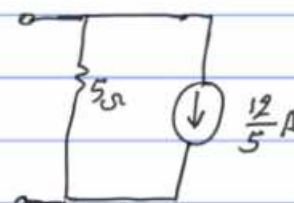
از روش ساده سازی معروفاً در مداراتی به فاقه منبع وابسته باشند استفاده می کنیم.

مثال: معادل تونن را از دوسر خواسته شده بدست آورید.



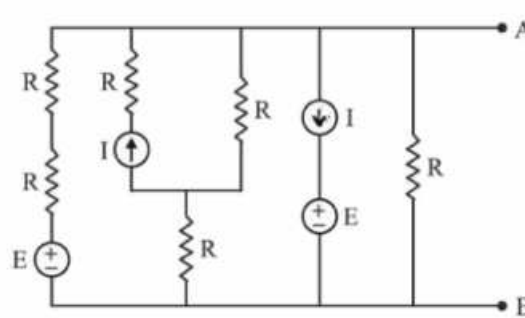
$$R_{th} = 5 \Omega$$

$$V_{th} = 12 \text{ V}$$



مدار معادل تونن متناظر با مدار شکل زیر از دو سر A و B کدام است؟

(مهندسی کامپیوتر «گرایش هوش» - سراسری ۹۱)



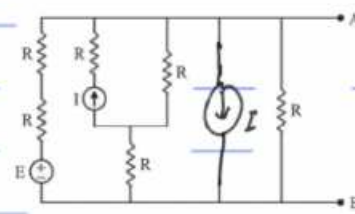
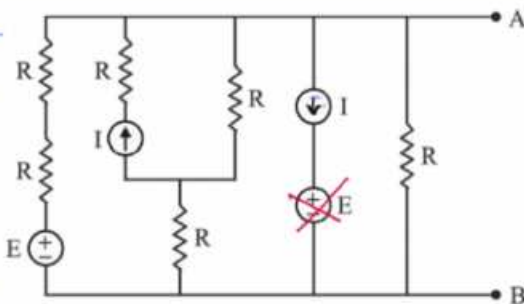
$$V_{Th} = \frac{E + RI}{2}, R_{th} = \frac{6}{13}R \quad (1)$$

$$V_{Th} = E, R_{th} = 2R \quad (2)$$

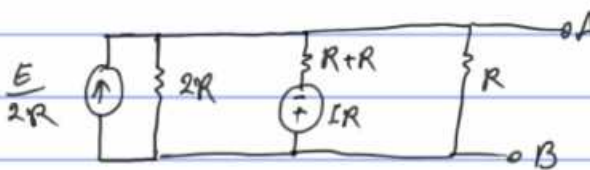
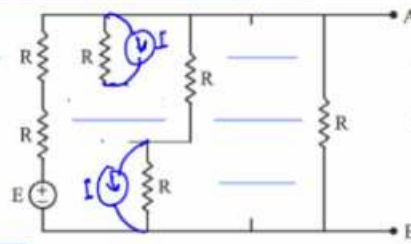
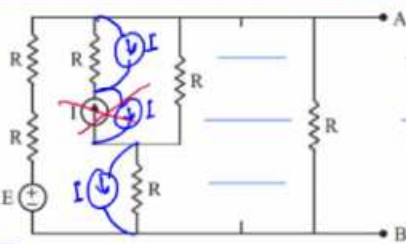
$$V_{Th} = \frac{E + RI}{4}, R_{th} = R \quad (3)$$

$$V_{Th} = \frac{E + RI}{4}, R_{th} = \frac{R}{2} \quad (4)$$

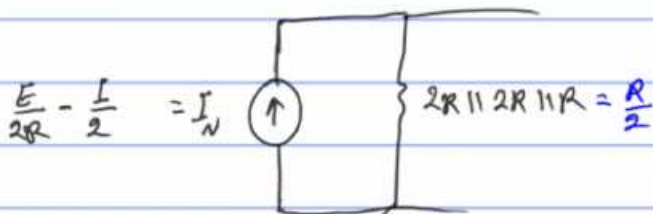
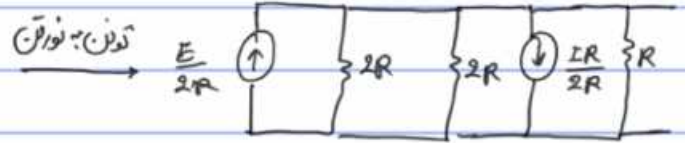
مدار شامل منبع وابسته نیست لذا از مدار معادلی



استفاده می کنیم.



تولید توان



$$V_{Th} = I_N \cdot R_N = \frac{R}{2} \left(\frac{E}{2R} - \frac{I}{2} \right)$$

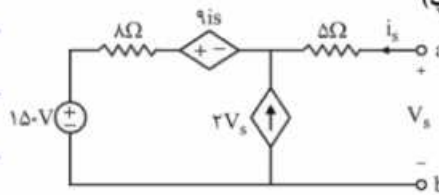
$$V_{Th} = \frac{E - RI}{2}$$

$$R_N = R_{Th} = \frac{R}{2}$$

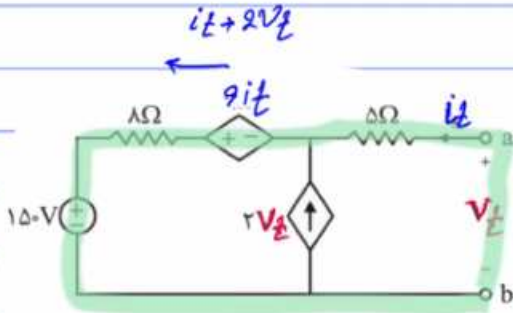


در شکل زیر ولتاژ معادل تونن بین a و b برابر ولت و مقاومت معادل تونن برابر

..... اهم است. (به ترتیب از راست به چپ)



$$\begin{array}{ll} (1) \quad \frac{4}{5}, -10 & (2) \quad -\frac{4}{5}, 10 \\ (3) \quad -\frac{4}{15}, -10 & (4) \quad \frac{4}{5}, 10 \end{array}$$



چون منبع وابسته دارم و معادل را خواسته هم مقاومت تونن

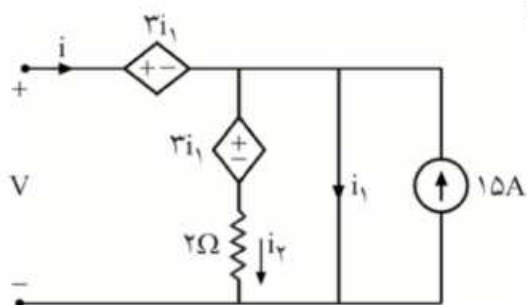
و هم ولتاژ تونن، با رابطه تقارن تحلیل می‌کنم

$$V_t = 5i_t - 9i_t + 8(i_t + 2V_t) + 15$$

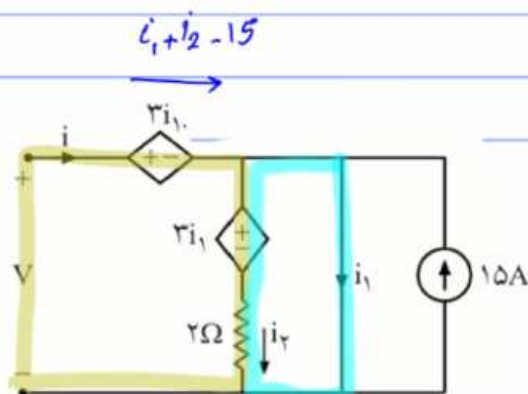
$$15V_t = -4i_t - 15 \rightarrow V_t = -\frac{4}{15}i_t - 10$$

$$R_{th} = -\frac{4}{15}, \quad V_{th} = -10$$

در مدار شکل روبرو کدام رابطه صحیح است؟



- (۱) $V + 6I - 90 = 0$
(۲) $V - 6I + 90 = 0$
(۳) $V - 6I - 90 = 0$
(۴) $V + 6I + 90 = 0$



منبع ۱۵ آمپری با s.c در این مدار قابل حذف نیست

چون که جریان i1 که جریان s.c است معین و وضع

دیگری را دارد کنترل می کنند

$$\Rightarrow i = i_1 + i_2 - 15 \quad (1)$$

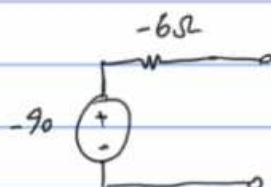
$$\text{KVL} \quad V = 3i_1 + 3i_2 + 2i_2 \quad +$$

$$\text{KVL} \quad 3i_1 + 2i_2 = 9 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 3i_1 + 2i_2 = 9 \\ i_1 + i_2 = i + 15 \end{cases} \quad \text{در کمر}$$

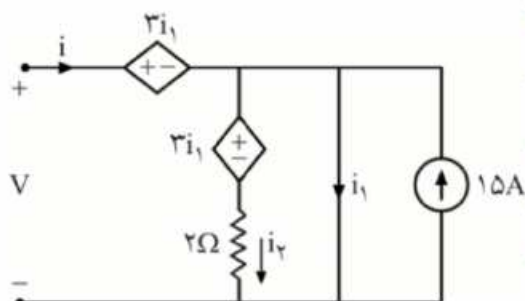
$$\begin{aligned} i_1 &= -\frac{2(i+15)}{1} \quad (3) \\ i_2 &= \frac{3(i+15)}{1} \quad (4) \end{aligned} \quad \rightarrow$$

$$V = -6 \left(\frac{2(i+15)}{1} \right) + 2 \left(\frac{3(i+15)}{1} \right) = -6i - 90 \quad \begin{matrix} \downarrow R_{th} \\ \downarrow V_{th} \end{matrix}$$



سوال مندرج، اگر یا می توانی منبع جریانی را در مدار زیر به علت آنکه اتصال کوتاه شده است حذف کرد؟

پس از پاسخ دادن به این سوال رابطه تقادلی مدار زیر را از دوسر مورد نظر بدست آورید.

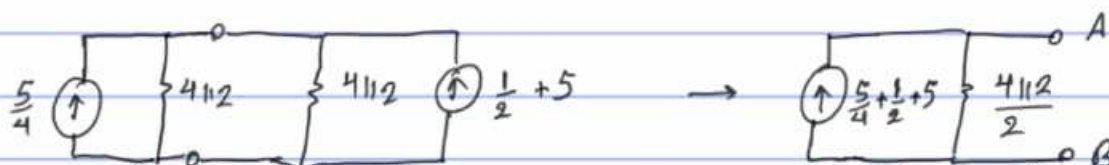
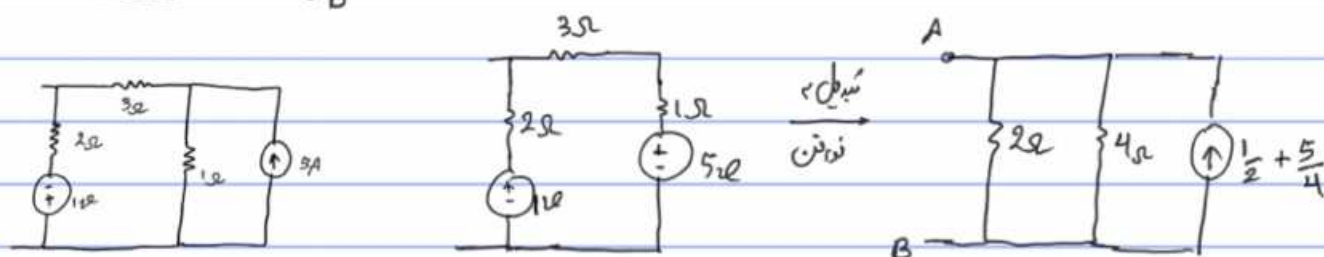
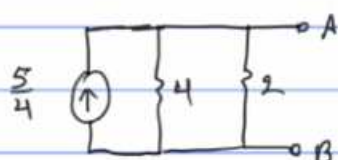
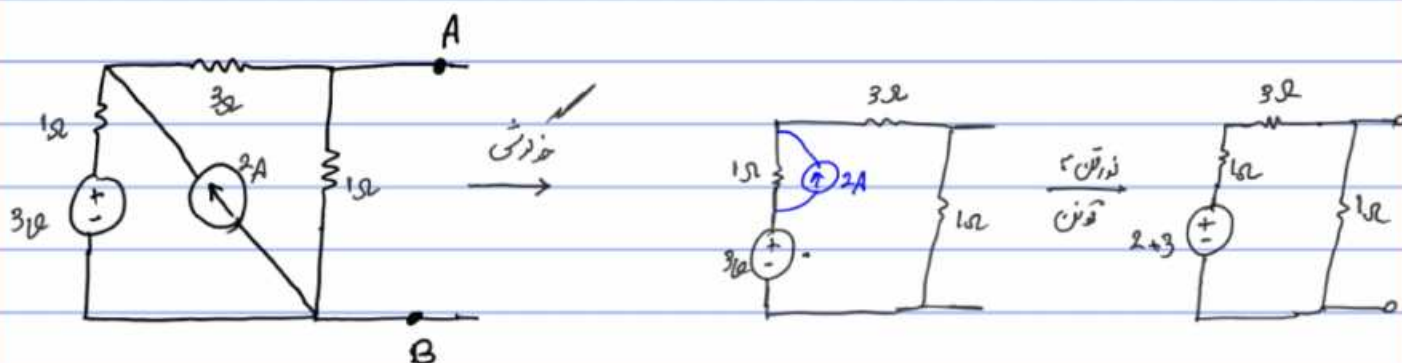
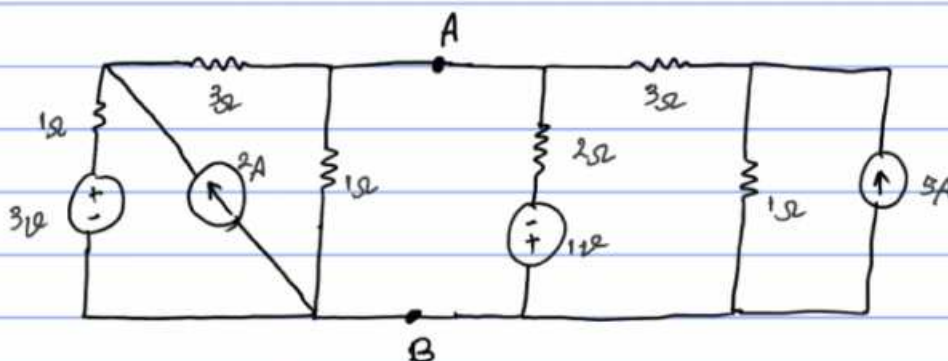


چونکه اتصال کوتاه را محصل است و منبع وابسته را

کنترل می کند امکن حذف و معاد سازی و یکدیگر ندارد.

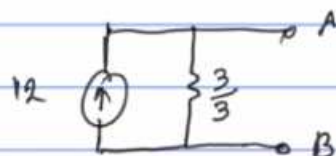
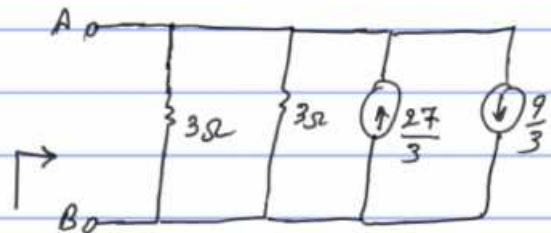
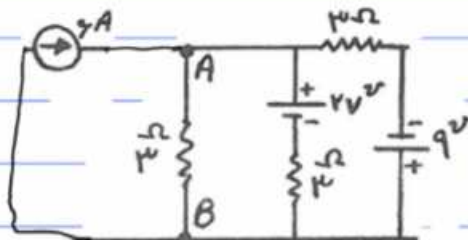
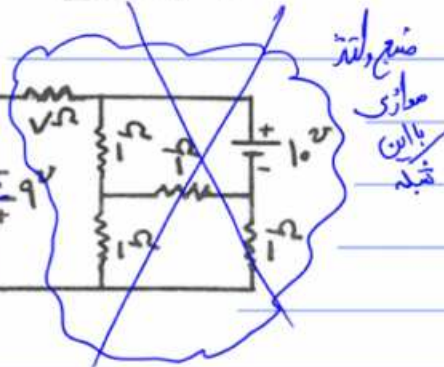
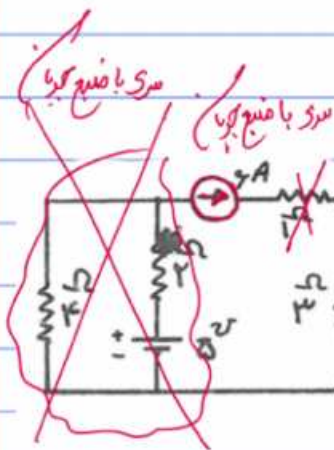
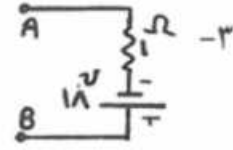
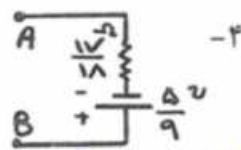
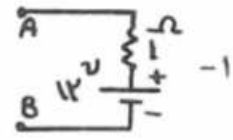
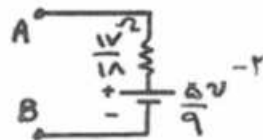
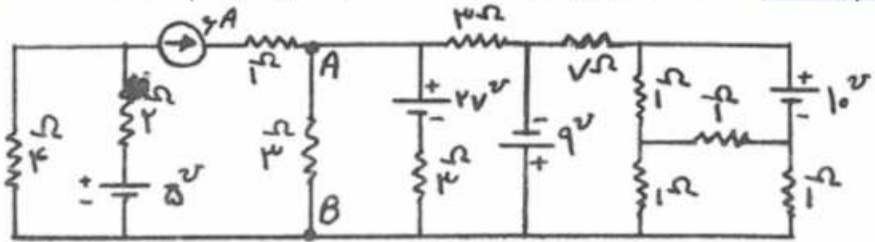
تخمین، دمدار زیر چیست است؟

$$\frac{1}{10} \quad \frac{1}{14} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{1}$$



$$V_{AB} = \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \right) \times \left(\frac{4}{6} \right) = 2$$

برق ۷۴ مدار معادل تونن از دید دوسر AB در مدار شکل زیر کدام است ؟

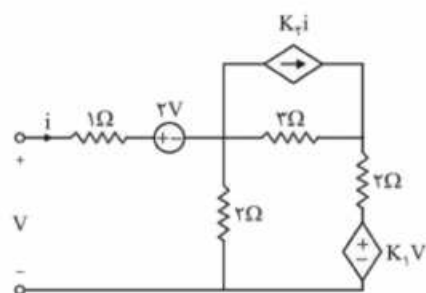


$$V_{AB} = \frac{V}{R_{th}} = I_N \cdot R_N = 12 \times 1 = 12 \text{ V}$$

$$R_{th} = R_N = 1 \Omega$$

نیز ۱

تعیین حل در گره و مسافت



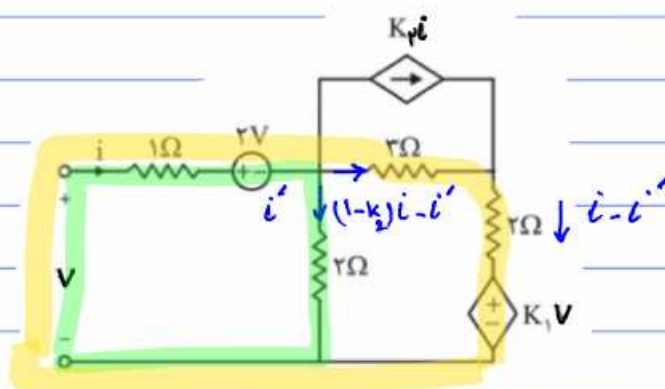
کدام عبارت در مورد مدار زیر صحیح نمی باشد؟

(۱) به ازاء $k_1 \neq \frac{7}{2}$ مدار روبرو معادل تونن دارد.

(۲) به ازاء $k_1 \neq \frac{17}{6}$ مدار روبرو معادل نورتون دارد.

(۳) به ازاء $k_1 = 1$ مقاومت تونن مدار برابر $\frac{11}{5}$ اهم است.

(۴) به ازاء $k_1 = 1$ ولتاژ تونن مدار برابر $\frac{14}{5}$ ولت است.



$$v = i + 2 + 3[(1-k_2)i - i'] + 2(i - i') + k_1 v$$

$$v = i + 2 + 2i'$$

$$(1-k_1)v = (6-3k_2)i - 5i' + 2 \quad (1)$$

$$v = i + 2i' + 2 \quad (2)$$

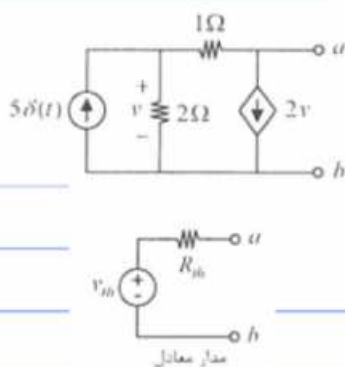
$$\text{با ۲:} \quad (1-k_1)v = (6-3k_2)i - 5\left(\frac{v-i-2}{2}\right) + 2$$

$$\text{if } v = 0 \text{ then } i = \beta \rightarrow \text{معادل تونن ندارد}$$

$$(6-3k_2 + \frac{5}{2})i = 0 \rightarrow 3k_2 = \frac{17}{2} \rightarrow k_2 = \frac{17}{6}$$

اگر $k_1 = 1$ باشد ضریب k_2 در رابطه تقاضای ما بستگی به k_2 می خورد و گزینه ۳ صحیح نمی باشد.

(برق ۸۷) مدار معادل تونن مدار زیر برابر است با :

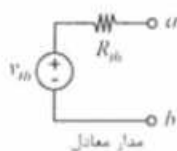


$$v_{th} = \delta(t), R_{th} = 2\Omega \quad (1)$$

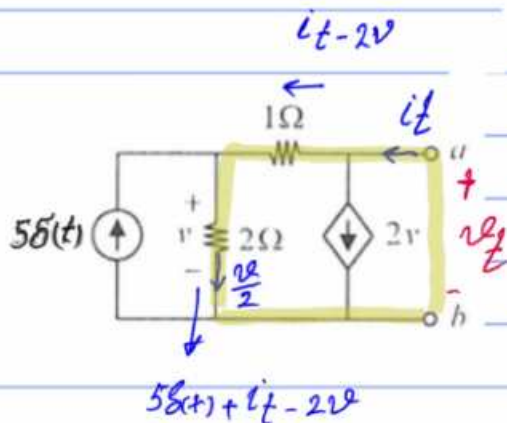
$$v_{th} = 2\delta(t), R_{th} = 2\Omega \quad (2)$$

$$v_{th} = -2\delta(t), R_{th} = \frac{3}{5}\Omega \quad (3)$$

$$v_{th} = -\delta(t), R_{th} = \frac{3}{5}\Omega \quad (4)$$



مدار معادل



ممکن است مدار حلقه مقاومتی و جنب منبع هم نیت

برای معادله کردن

$$kvl: v_t = i_t - 2V + v \quad (1)$$

$$\Downarrow \frac{v}{2} = 5\delta(t) + i_t - 2v \quad (2)$$

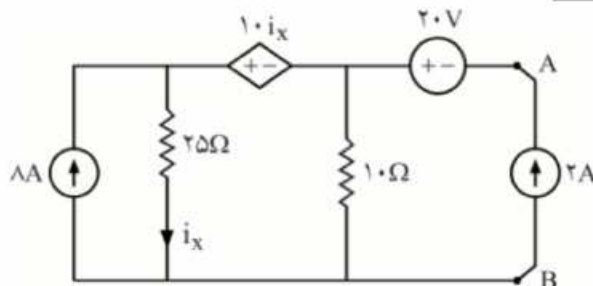
$$1. \quad v = i_t - v_t \xrightarrow{\text{ر ۲ قار}} \frac{5}{2}(i_t - v_t) = 5\delta(t) + i_t$$

$$i_t - v_t = 2\delta(t) + \frac{2}{5}i_t \rightarrow v_t = \frac{3}{5}i_t - 2\delta(t)$$

دریذ ۳ جواب است.

در مدار شکل زیر منبع جریان ۲ آمپری را با چه عنصری می توان جایگزین نمود به گونه ای

که جریان و ولتاژ شاخه ها هیچ تغییری نکنند؟



(۱) مقاومت ۶ اهمی

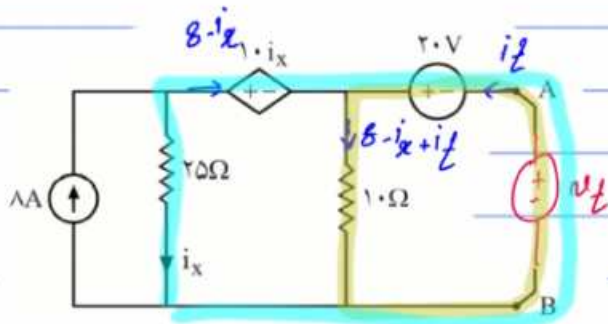
(۲) مقاومت (-۲۰) اهمی

(۳) منبع ولتاژ ۲۸ اهمی

(۴) منبع جریان $\frac{14}{3}$ آمپری

هرمانی که قرار می دهیم باید ولتاژ و جریانی که ۲A به ۲ سر A-B می دهد آن را هم بدهد.

زیر این ۲A معادل ساده با بدست آوریم.



$$\text{KVL: } v_L = -20 + 10(8 - i_x + i_L)$$

$$\text{KVL: } -25i_x + 10i_x + 20 + v_L = 0$$

$$15 i_x = 20 + v_L \rightarrow i_x = \frac{4}{3} + \frac{v_L}{15} \quad \text{در رابطه ۱}$$

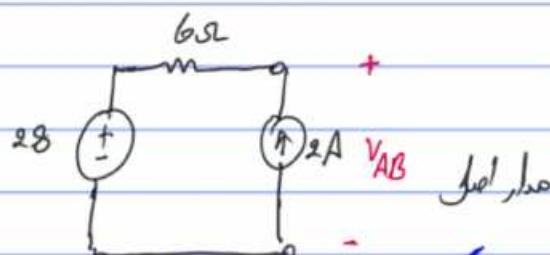
$$v_L = -20 + 10 \left(8 - \frac{4}{3} - \frac{v_L}{15} + i_L \right) \Rightarrow v_L = -20 + 80 - \frac{40}{3} - \frac{10v_L}{15} + 10i_L$$

$$15v_L = -300 + 1200 - 200 - 10v_L + 150i_L \Rightarrow 25v_L = 150i_L + 700$$

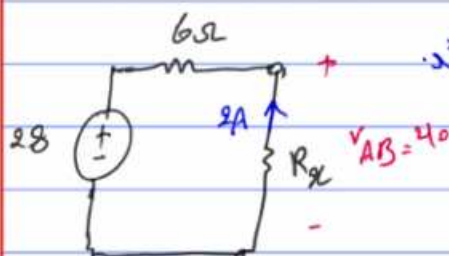
$$\Rightarrow v_L = 6i_L + 28$$

$\downarrow$ R_{Th} $\downarrow$ V_{Th}

$$V_{AB} = 6 \times 2 + 28 = 40 \text{ ولت}$$



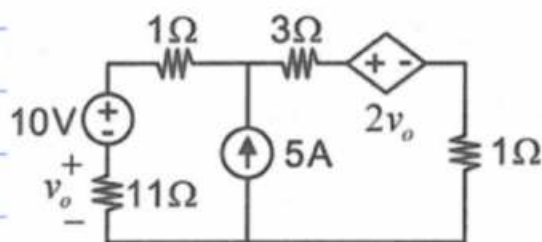
هرمانی جایگزین باید ولتاژ V_{AB} برابر ۴۰ ولت و جریانی ۲ آمپر باشد.



$$40 = \frac{R_x}{6 + R_x} \times 28 \rightarrow R_x = -20 \Omega$$

(برق ۹۰) در مدار شکل مقابل

منبع جریان ۵ آمپری را با چه
عنصری می توان جایگزین نمود
به گونه ای که جریان و ولتاژ
شاخه ها هیچ تغییری نکنند؟

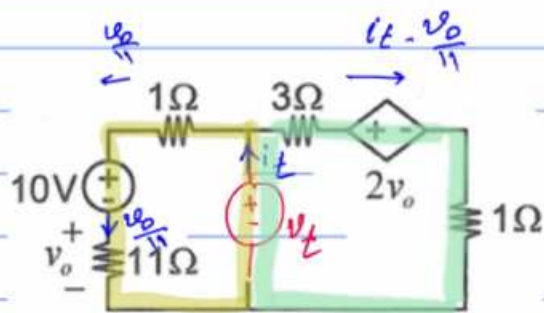


(۲) منبع ولتاژ ۵ ولتی

(۴) منبع ولتاژ ۱۵ ولتی

(۱) مقاومت ۲ اهمی

(۳) مقاومت ۶ اهمی



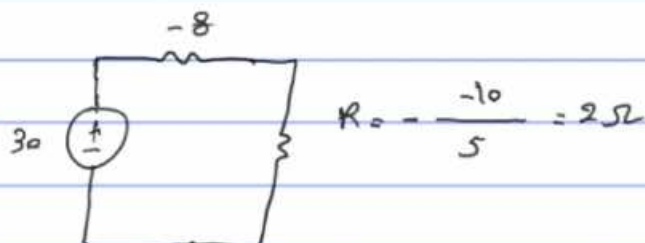
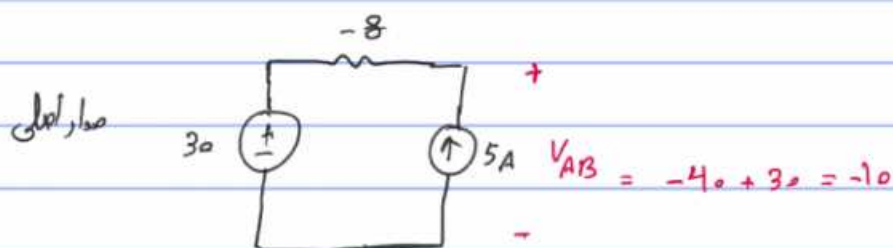
$$\text{KVL} \quad v_L = \frac{v_o}{11} + 10 + v_o$$

$$\text{KVL} \quad v_L = 3(i_L - \frac{v_o}{11}) + 2v_o + (i_L - \frac{v_o}{11})$$

$$1: v_o = \frac{v_L - 10}{\frac{12}{11}} = \frac{11}{12} (v_L - 10)$$

$$v_L = 4i_L + \frac{18}{11} \left(\frac{11}{12} (v_L - 10) \right) \Rightarrow v_L = 4i_L + \frac{3}{2} v_L - 15$$

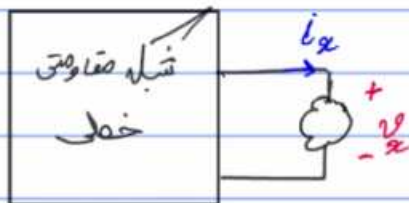
$$v_L = -8i_L + 30$$



جمع بندی تعویض المان

برای جایگزینی دین المان باید المان دلیله باید ثلاث زیر را مورد توجه قرار داد:

ولتاژ و جریان دوسر المان اصلی را اندازه گیری کرده و به صورت زیر فرض می کنیم.



حالت اول: تعویض با مقاومت:

با توجه به مقدار و جهت ولتاژ و جریان المان اصلی

$$R = \frac{v_x}{i_x}$$

حالت دوم: تعویض با منبع ولتاژ:

$$v_s = v_x$$

منبع \$v_s\$ هم ولتاژ و جهت با المان اصلی

$$i_s = i_x$$

حالت سوم: تعویض با منبع جریان:

منبع \$i_s\$ هم جهت با المان اصلی

۱- روش کلی رابطه تعادلی $V^e = \alpha i + \beta$ یا $i = \frac{1}{\alpha} V^e - \frac{\beta}{\alpha}$ جلسه قبل

جلسه قبل

۲- ساده سازی مدار

روش های محاسبه معادل تونن یا نورتن

الف) محاسبه فقط مقاومت تونن یا نورتن

این جلسه

ب) محاسبه فقط ولتاژ تونن

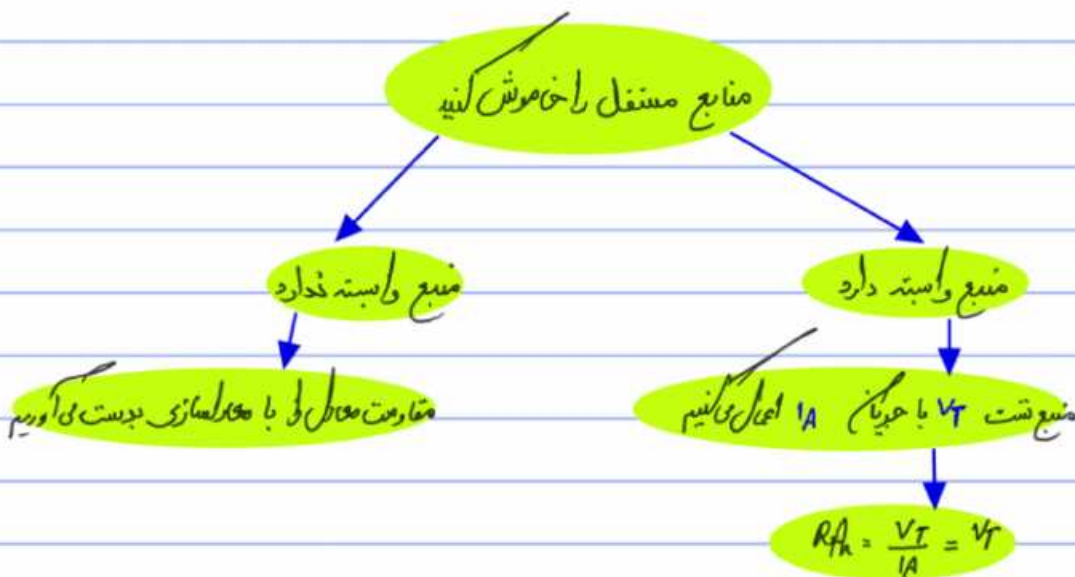
ج) محاسبه فقط جریان تونن

۳- روش گزینشگاه

الف) محاسبه فقط مقاومت معادل

اگر فقط مقاومت معادل مدنظر باشد مانند تست اصفی در گزینشگاه ابتدا مدار را خاموش کرده و از دوسر خواسته

شده با استفاده از اهم متر **مقاومت** دیده شود و می سنجیم. به این منظور در مدارات الکتریکی زیرانی ۲ دهید:

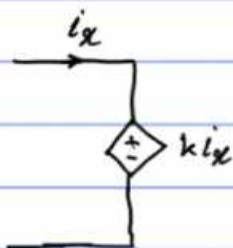


گفت: اگر تنها مقاومت های مدار مثبت و منبع وابسته هم نداشته باشیم امکانی صفر شدن R_{th} وجود ندارد.

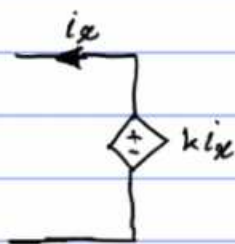
گفت: اگر مدار شامل مقاومت های مثبت باشد و منبع وابسته نداشته باشد امکانی صفر شدن R_{th} وجود ندارد.

ساخت مقاومت منفرجه

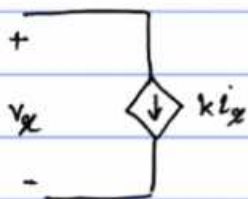
با استفاده از منبع وابسته ولتاژ می‌تواند. اگر منبع وابسته ولتاژ بود می‌تواند جریانی
همان مشاهده کنترل شود یا منبع وابسته جریانی به ولتاژ با ولتاژ همان مشاهده کنترل شود معادل با مقاومت خارجی کنند.
ماید ولتاژ و جریانی منبع وابسته از یک جنس باشند.



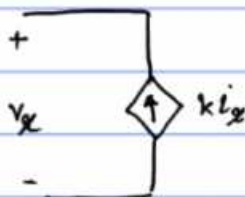
$$R_{eq} = \frac{k i_x}{i_x} = +k (\Omega)$$



$$R_{eq} = -\frac{k i_x}{i_x} = -k (\Omega)$$



$$R_{eq} = \frac{v_x}{k i_x} = +\frac{1}{k} (\Omega)$$

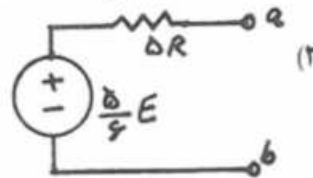
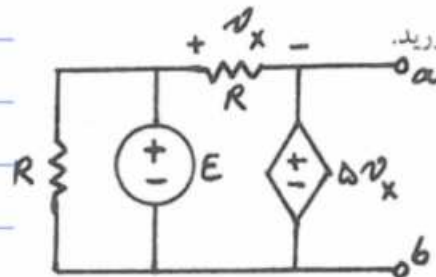


$$R_{eq} = \frac{v_x}{k i_x} = -\frac{1}{k} (\Omega)$$

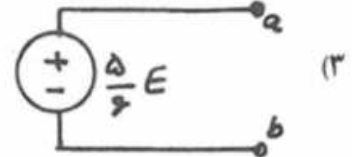
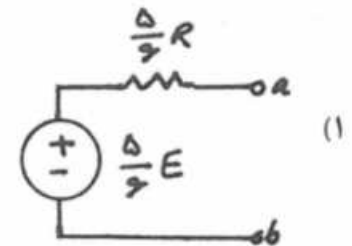
مثبت یا منفی شدن مقاومت با توجه به معادله کنترل می‌تواند قابل تشخیص است.

(بوق ۱۴)

مدار معادل تونن شکل مقابل را به دست آورید.



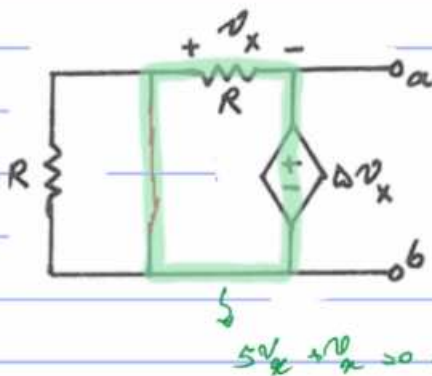
(۲) معادل تونن ندارد.



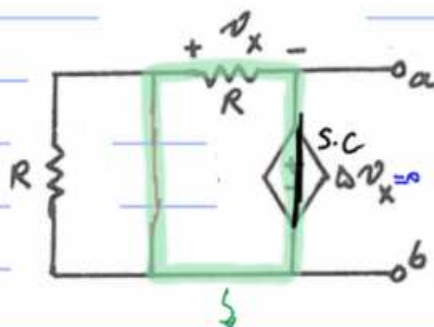
چون مقاومت تونن گزینه ها متفاوت هستند می توانیم فقط مقاومت

تونن را حساب کنیم

۱- منابع مستقل را خاموش کنیم



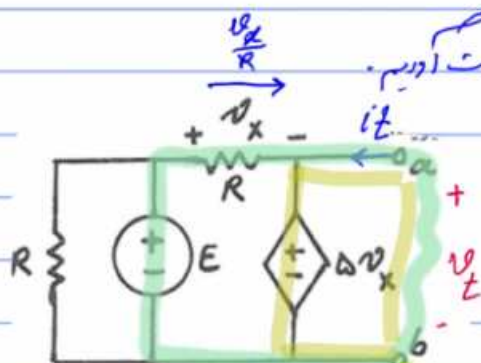
$$5V_x + V_x = 0 \rightarrow V_x = 0$$



$$R_{eq} = R_{th} = 0$$

چون گزینه ۴ فقط معادل تونن ندارد ← معادله فقط جریان Norton

داشته بماند و معادل تونن نداشته باشد پس ببقیه رابطه تعادل را بدست آوریم.



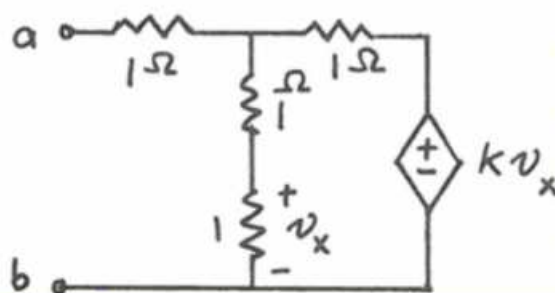
$$kvl: -V_L - V_x + E = 0 \quad (1)$$

$$V_L = 5V_x \quad (2)$$

$$V_L = -\frac{V_L}{5} + E \rightarrow V_L = \frac{5}{6} E + 0 i_L$$

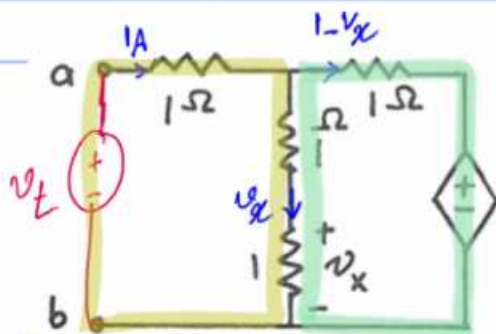
فقط معادل با ولتاژ تونن هست و مقاومت تونن ندارد لذا معادل تونن برابرش تعریف نمی شود.

در مدار شکل مقابل به ازاء چه مقدار k مقاومت دیده شده در سرهای a و b منفی (برق ۸۲)



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۲٫۵ (۳)
۲ (۴)

فقط مقاومت توخالی خلاصه و منبع وابسته هم داریم ← منبع تست اعمال کنیم



$$\text{KVL: } -v_t + 1 + v_x + v_x = 0 \quad (1)$$

$$-v_x - v_x + 1 - v_x + k v_x = 0 \quad (2)$$

$$(1): v_x = (v_t - 1)/2 \xrightarrow{(2)} (k-3)(v_t - 1)/2 + 1 = 0$$

$$(v_t - 1) = \frac{-2}{k-3} \rightarrow v_t = \frac{-2}{k-3} + 1 = \frac{k-5}{k-3} = R_{th}$$

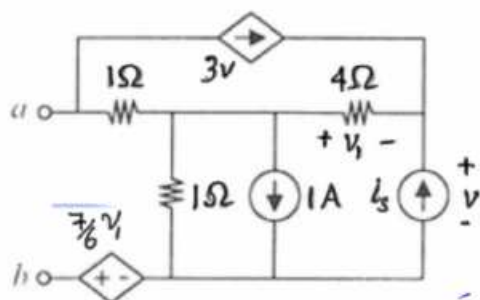
$$R_{th} < 0$$

k	3	5
R_{th}	+	-

$$3 < k < 5 \rightarrow R_{th} < 0$$

فقط گزینه ۴ جواب است.

مقاومت معادل از دو سر a و b چند اهم است ؟ (برق ۸۷)



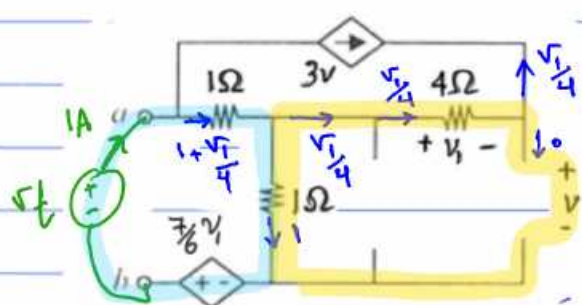
۱Ω (۲)

$\frac{5}{11} \Omega$ (۱)

$\frac{39}{11} \Omega$ (۴)

۳Ω (۳)

فقط مقاومت معادل خواسته پس منابع مستقل را خاموش کنیم



$3V = -\frac{v_1}{4}$ (۱)

$v_1 = 1 + \frac{v_1}{4} + 1 - \frac{7}{6} v_1$ (۲)

$-1 + v_1 + v = 0$ (۳)

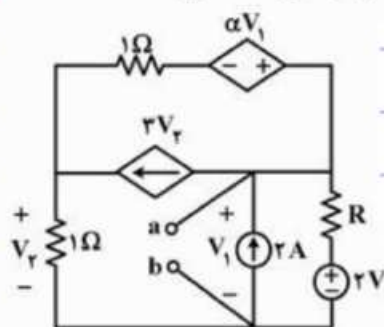
$$\begin{cases} \frac{v_1}{4} + 3V = 0 \\ v_1 + v = 1 \end{cases}$$

$$v = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4} - 3} = \frac{1}{-11}, \quad v_1 = \frac{12}{11} \text{ in 2}$$

$$R_L = \frac{v_L}{1A} = 1 + 1 + \frac{12}{4 \times 11} - \frac{7}{6} \times \frac{12}{11} = 2 + \frac{3}{11} - \frac{14}{11} = 1 \Omega$$

(برق سراسری ۹۵)

در مدار زیر، به ازای چه مقدار α مقاومت معادل دیده شده از دو سر a و b به صورت $R_{th} = R$ است؟



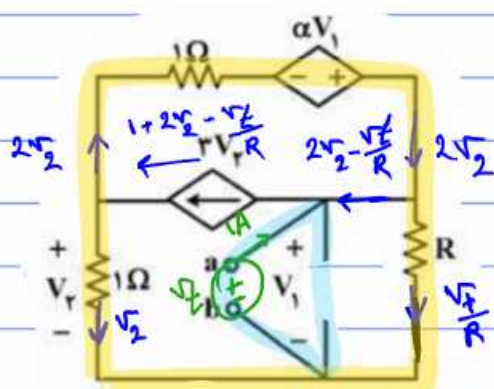
(۱) $\alpha = 0$

(۲) $\alpha = \frac{1}{2}$

(۳) $\alpha = 1$

(۴) تمامی مقادیر $\alpha \neq 0$

چون فقط مقاومت معادل مطلوب است منبع مستقل را خاموش کنیم



$R_{eq} = R$

$R_e = \frac{V_k}{I_A} = R$

$V_k = V_1$ (۵)

$\Rightarrow V_k = R I_A$ (۶)

$2V_2 - \alpha V_1 + R \frac{V_k}{R} - V_2 = 0$ (۷)

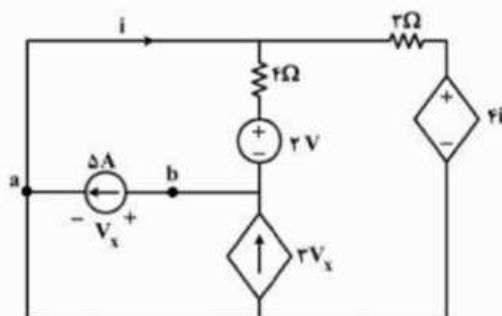
$\Leftarrow 3V_2 = 1 + 2V_2 - \frac{V_k}{R} \rightarrow V_2 = 1 - \frac{V_k}{R}$ (۸)

$(1, 2, 3, 4) : 2\left(1 - \frac{R}{R}\right) - \alpha R + R - \left(1 - \frac{R}{R}\right) = 0$

$R - \alpha R = 0 \rightarrow R(1 - \alpha) = 0 \rightarrow \alpha = 1$

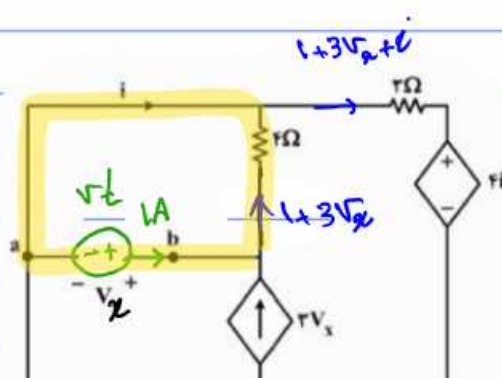
(کلیدی ۹۵ بنویس)

در مدار زیر، مقاومت دیده شده از a و b، چند اهم است؟



- (۱) -۴
(۲) ۳
(۳) $-\frac{4}{11}$
(۴) $\frac{1}{11}$

فقط مقاومت خارجی ← منابع متغیر حذف



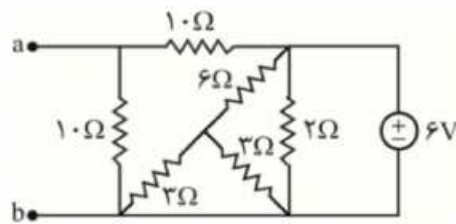
$$R_{eq} = \frac{V_t}{I_t}$$

$$\begin{cases} -V_t + 4(1 + 3V_x) = 0 & (1) \\ V_t = V_x & (2) \end{cases}$$

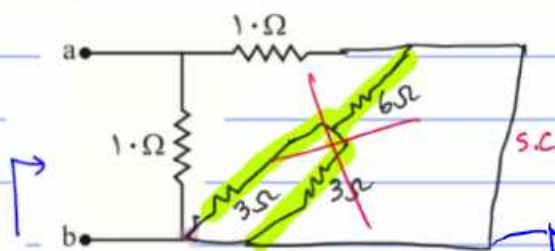
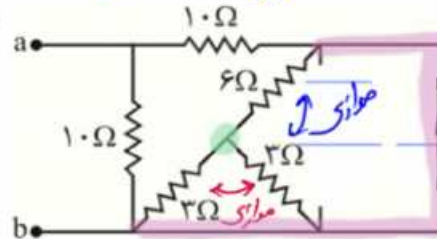
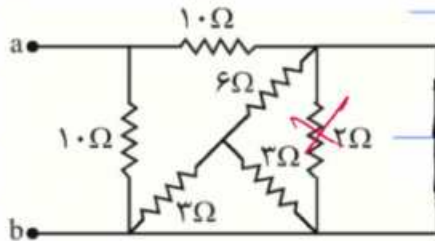
$$-V_t + 4(1 + 3V_t) = 0 \rightarrow 11V_t + 4 = 0 \rightarrow R_{eq} = -\frac{4}{11} \checkmark$$

مقاومت معادل در شکل روبرو از دو پایانه a و b چند اهم است؟

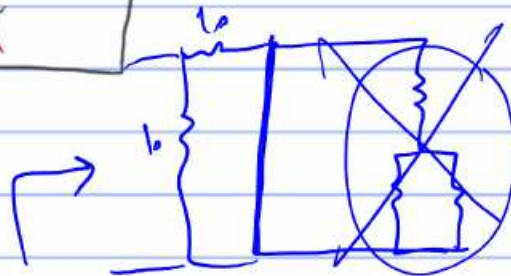
- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) صفر



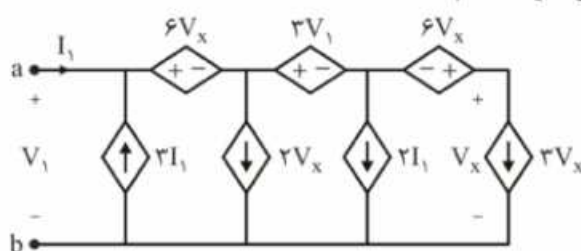
منابع متقل خاموش و جیل منبع وابسته نداریم ← روش ساده سازی



$$R_{eq} = 10 \parallel 10 = 5 \Omega$$



در مدار روبرو مقاومت تونن از دو سر a و b کدام است؟

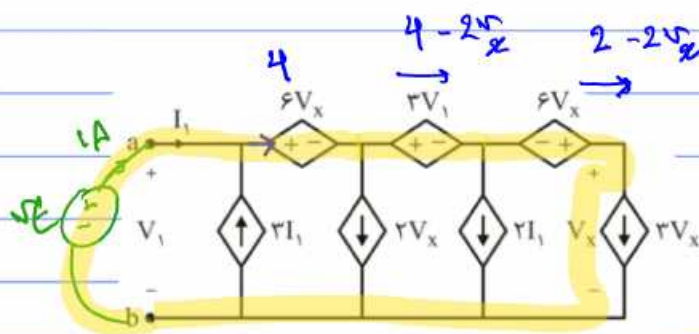


(1) $0/2\Omega$

(2) $-0/2\Omega$

(3) 1Ω

(4) -1Ω



(1) $V_L = V_1$

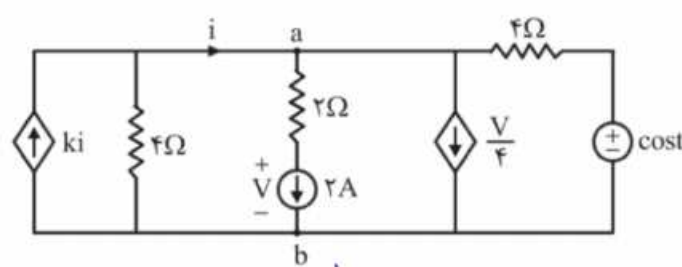
(2) $V_L = 6V_x + 3V_1 - 6V_x + V_x$

(3) $2 - 2V_x = 3V_x \rightarrow V_x = \frac{2}{5}$

(3) $V_L = 3V_L + \frac{2}{5} \rightarrow V_L = -\frac{1}{5} = R_{eq}$
 $= -0.2$

اگر مقاومت معادل از A و B برابر 4Ω باشد مقدار K برابر است با:

(مهندسی کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۹۳)

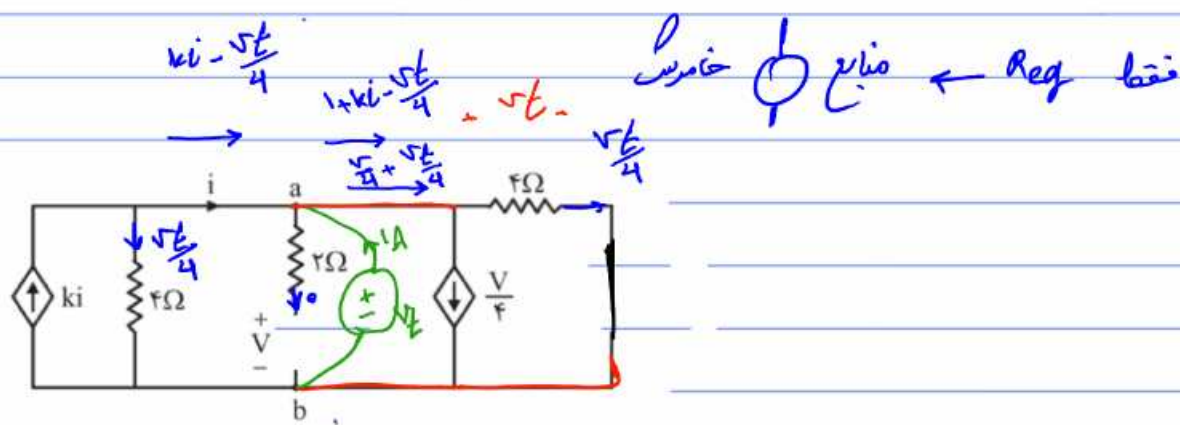


(۱) -۲

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) ۳



$$\Rightarrow i = ki - \frac{V_t}{4} \quad (1)$$

$$\Rightarrow 1 + ki - \frac{V_t}{4} = \frac{V_t}{4} + \frac{V_t}{4} \rightarrow 1 + ki = 3 \frac{V_t}{4} \quad (2)$$

$$\hookrightarrow V_t = V$$

$$\begin{cases} (1-k)i + \frac{V_t}{4} = 0 \\ ki - 3\frac{V_t}{4} = -1 \end{cases}$$

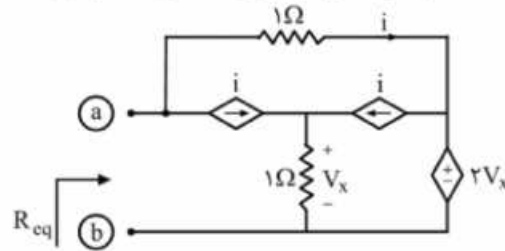
$$V_t = \frac{-(1-k)}{-(1-k)\frac{3}{4} - \frac{k}{4}} = R_{eq} = 4$$

$$\frac{4(1-k)}{k + 3(1-k)} = 4 \rightarrow (1-k) = k + 3(1-k)$$

$$2(1-k) + k = 0 \rightarrow \underline{k=2}$$

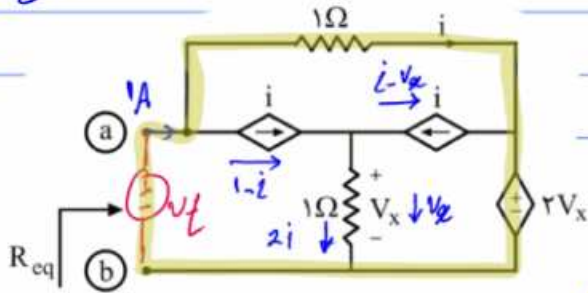
در مدار شکل زیر R_{eq} از سری های a و b ، کدام است؟

(مهندسی کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۹۴)



$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2} & (1) \\ \frac{2}{3} & (2) \\ \frac{3}{2} & (3) \\ \frac{5}{2} & (4) \end{array}$$

$V_L = 1 \times R_{eq}$



$2i = V_x$ (1)

$i = 1 - i$ (2) $\rightarrow i = \frac{1}{2}$

$V_L = i + 2V_x$ (3)

$V_L = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} \rightarrow R_{eq} = \frac{5}{2}$

کمیت α در مدار شکل مقابل چه مقداری داشته باشد تا مقاومت دیده شده در سرهای b

(مهندس کامپیوتر «گرایش مصماری» - سراسری ۸۶)

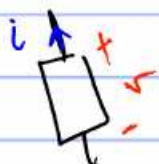
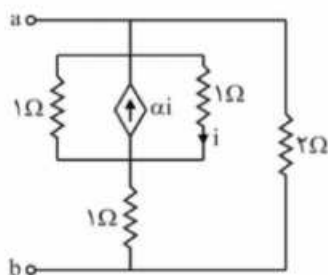
و α منفی بشود؟

$$\frac{7}{3} < \alpha < 3 \quad (1)$$

$$2 < \alpha < 3 \quad (2)$$

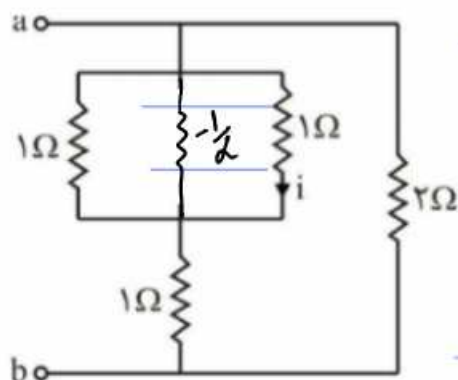
$$\frac{7}{3} < \alpha < 4 \quad (3)$$

$$2 < \alpha < 4 \quad (4)$$



راه اول: اصل ضریب مت در عمده خودتان

راه دوم:



$$\alpha i \uparrow = \left\{ -\frac{i}{\alpha} \right\} = -\frac{1}{\alpha}$$

$$R_{ab} = 2 \parallel \left[\frac{1}{2} \parallel -\frac{1}{\alpha} \parallel 1 \right] = 2 \parallel \left[-\frac{1}{\alpha-2} \parallel 1 \right] = \left[\frac{-1+\alpha-2}{\alpha-2} \right] \parallel 2$$

$$\frac{-\frac{1}{2\alpha}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{\alpha}} = \frac{-1}{\alpha-2}$$

$$= \frac{\alpha-3}{\alpha-2} \parallel 2 = \frac{2\left(\frac{\alpha-3}{\alpha-2}\right)}{\frac{\alpha-3}{\alpha-2} + 2}$$

$$R = \frac{2(\alpha-3)}{3\alpha-7}$$

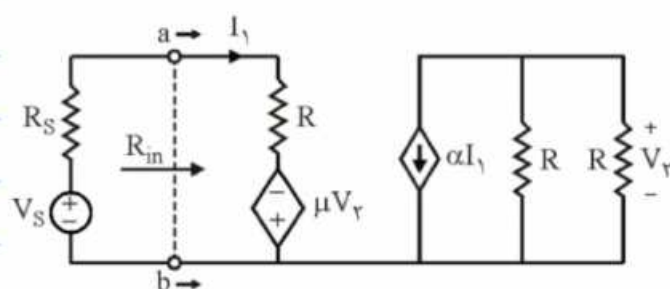
α	$\frac{7}{3}$	3
	-	+
	-	-
R	+	-

$$\frac{7}{3} < \alpha < 3 \rightarrow R < 0$$

گزینه ۱

در مدار شکل مقابل مقاومت معادل تونن، در دو سر a و b ، کدام است؟

(گرایش معماری کامپیوتر - سراسری ۸۸)

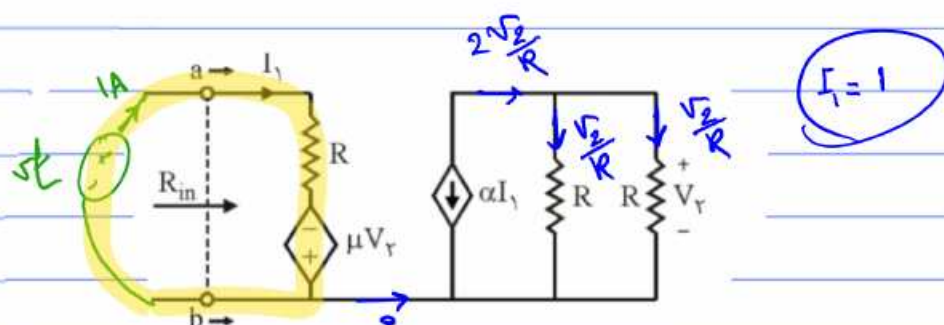


(۱) R

(۲) $R(1 + 2\alpha\mu)$

(۳) $R(1 + \frac{\alpha\mu}{2})$

(۴) $\frac{R}{3}$



$I_T = 1$

KVL: $V_T = R - \mu V_T$

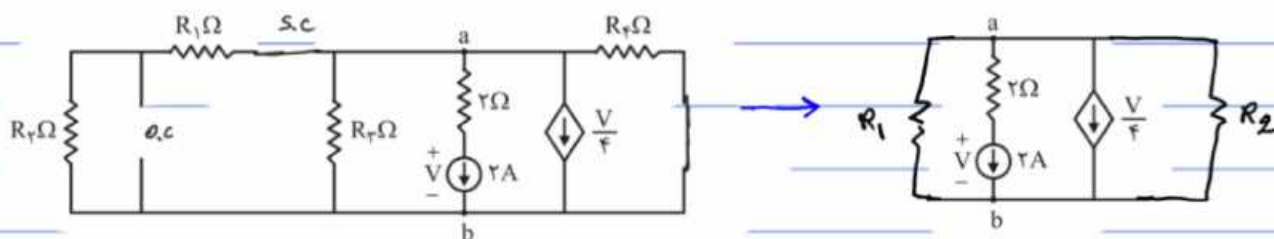
$\downarrow \quad 2\frac{V_T}{R} = -\alpha I_1 \Rightarrow 2\frac{V_T}{R} = -\alpha$

$\rightarrow V_T = R - \mu(-\frac{\alpha R}{2})$

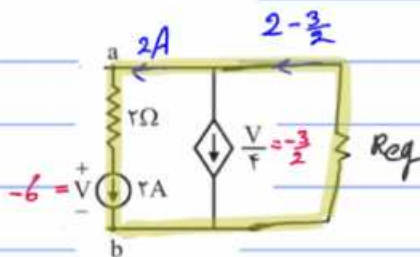
$R_{eq} = R(1 + \frac{\alpha}{2}\mu)$

پاسخ ۳

توانی متوسط ناشی از فقط منبع OC با قدری خطای آن برابر است.



$$R_1 \parallel R_2 = R_{eq}$$

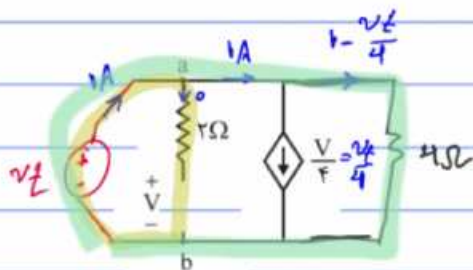


$P = -12 \text{ W}$ $\rightarrow$ $\text{source} = +12 \text{ W}$ abs
 $p = 12 = 2 \times 6 \text{ W}$

[illegible]

$V = -6$ ولت

$$\text{KVL: } +6 - 2 \times 2 - R_{eq} \left(2 \cdot \frac{3}{2} \right) = 0 \rightarrow R_{eq} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 \Omega$$



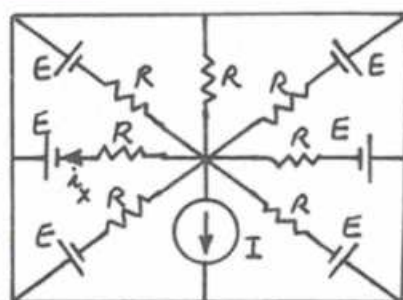
$$v_f = v$$

(kurz: $v_f = (1 - \frac{v_k}{4}) 4 \rightarrow v_f = 4 - v_k$)

$$R_{th} = \frac{20 \angle 0^\circ}{1A} = 20 \Omega$$

مقدار جریان i_x را به دست آورید. (بدون ۸۴)

$(I=2\text{ A} , R=7\ \Omega , E=14\text{ V})$

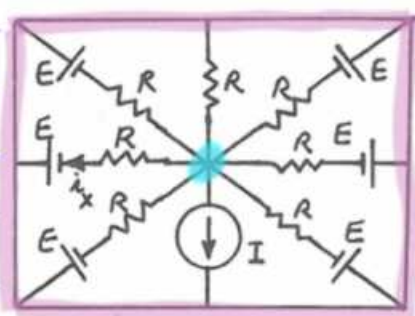


۰ (۱)

۴ A (۲)

۲ A (۳)

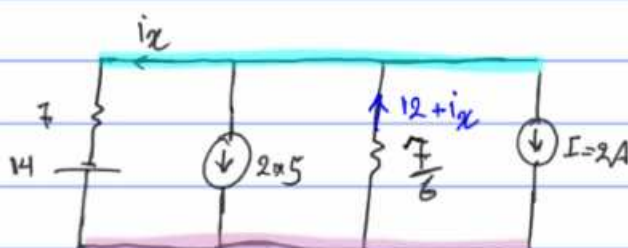
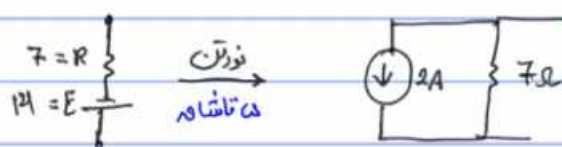
۳/۴ A (۴)



تک شاخه ها با هم موازی هستند.

برای کمک بترک منابع را ساده کنیم اگر به نودتک کنیم منابع جبهه با هم

موازی می شوند



$$\text{KVL: } \frac{7}{6} (12 + i_x) + 7 i_x - 14 = 0$$

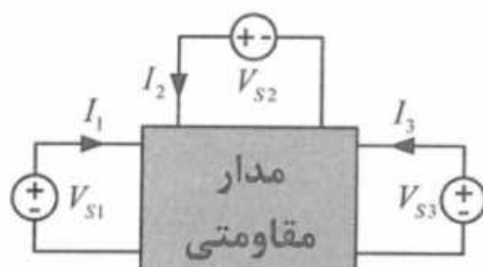
$$14 + \frac{7}{6} i_x + 7 i_x - 14 = 0$$

$$\rightarrow i_x = 0\text{ (A)}$$

(برق ۸۹) مدار شکل مقابل با معادلات

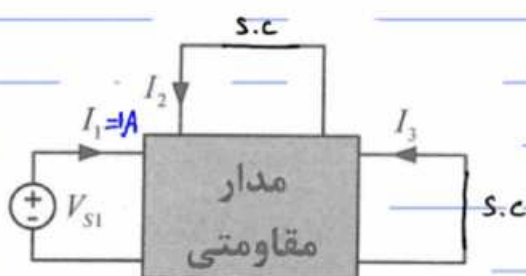
$$\begin{pmatrix} 10a & 1 & -a \\ a & 0.5 & 0 \\ -1 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ V_{s3} \end{pmatrix}$$

توصیف می شود. امپدانس دیده شده در دو سر منبع V_{s1} کدام است؟



جواب:

(۱) $2a$ (۲) $6a$
(۳) $\frac{2}{2a}$ (۴) $\frac{2}{3a}$



مدار سه پورته یا سه قطبی است

۱- منابع مستقل خاموش می کنیم $V_{s2} = V_{s3} = 0$

۲- منبع تست ولتاژ را جایی که $I_1 = 1A$ اعمال کنیم.

$$V_t = V_{s1} \text{ و } I_t = I_1 = 1A$$

$$R_{th} = \frac{V_t}{I_t} = \frac{V_{s1}}{1A} = V_{s1}$$

$$\begin{pmatrix} 10a & 1 & -a \\ a & 0.5 & 0 \\ -1 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1A \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{s1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 10a + I_2 - aI_3 = V_{s1} & (1) \\ a + 0.5I_2 = 0 & (2) \\ -1 + 0 + 0.5I_3 = 0 & (3) \end{cases}$$

(۲) $I_2 = -2a$

(۳) $I_3 = +2$

in (۱) $\rightarrow$

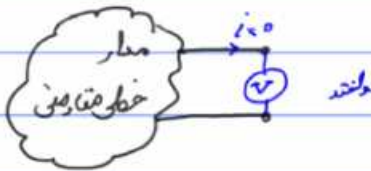
$$10a + (-2a) - a(2) = V_{s1}$$

$$V_{s1} = 6a = \frac{V_{s1}}{I_t = 1A} = R_{th}$$

نکته: مقاومت دیده شده از هر دوسر با دوسر دیگر متفاوت است.

ب) محاسبه فقط ولتاژ تون:

برای محاسبه ولتاژ تون در آزمایشگاه ولتاژ را به مدار روشن متصل می‌کنیم و ولتاژ دوسر را اندازه‌گیری می‌کنیم. ولتاژ تون است و ولتاژ ایده‌آل جریان‌اش صفر است.

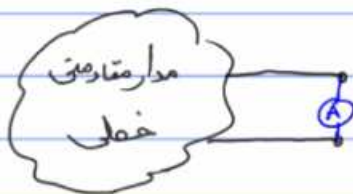


یعنی برای محاسبه فقط ولتاژ تون کافی است ولتاژ مدار باز

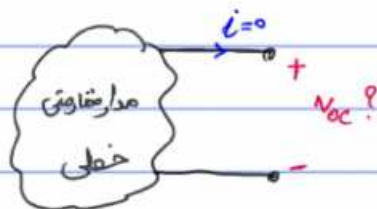
مدار را از آن دوسر را با تحلیل مدار بدست آوریم.

ج) محاسبه فقط جریان تون:

برای محاسبه جریان تون در آزمایشگاه دوسر مورد نظر را با آمپرمتد به یکدیگر اتصال کوتاه می‌کنیم و ولتاژ تون را اندازه‌گیری می‌کنیم. آمپرمتد ایده‌آل مقاومت داخلی ندارد و دوسر مورد نظر را اتصال کوتاه می‌کند.



برای محاسبه جریان تون کافی است اتصال کوتاه دوسر خواسته شده را بدست آوریم.



$$\begin{cases} V_{th} = V_{oc} \\ I_N = I_{sc} \end{cases}$$



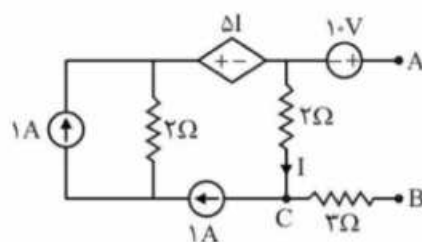
$$R_{th} = R_N = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{V_{th}}{I_N}$$

با داشتن جریان I_{sc} و ولتاژ مدار باز V_{oc} مقاومت تون را

محاسبه کرد.

(5) مپیهتر - سراسری (86)

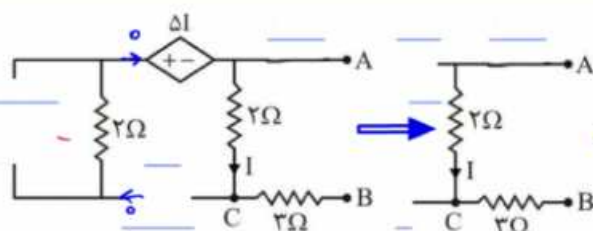
ولتاژ و مقاومت تونن از دو سر A, B کدام است؟



- (1) 15 ولت و 2 اهم
- (2) 12 ولت و 4 اهم
- (3) 12 ولت و 5 اهم
- (4) 15 ولت و 5 اهم

1. بدین راه رابطه تعادلی

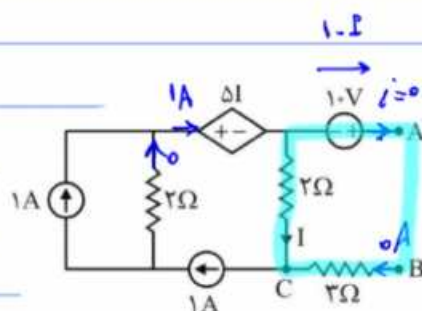
2. به روش مستقیم R_{th} و V_{th} هم می توانیم.



$$R_{th} = 2 + 3 = 5\Omega$$

نقطه R_{th} :

چون منبع ولتاژ از بین رفت نیازی به منبع تست نبود.



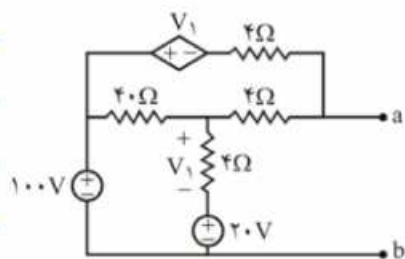
نقطه V_{th} :

چون مدار باز A, B را بدست می آوریم

$$\Rightarrow 1 - I = 0 \rightarrow I = 1A$$

$$-V_{AB} + 10 + 2 \times 1 - 0 \times 3 = 0 \rightarrow V_{AB} = V_{th} = 12$$

در نتیجه 3 جواب است



ولتاژ تونن از دو سر a و b کدام است؟

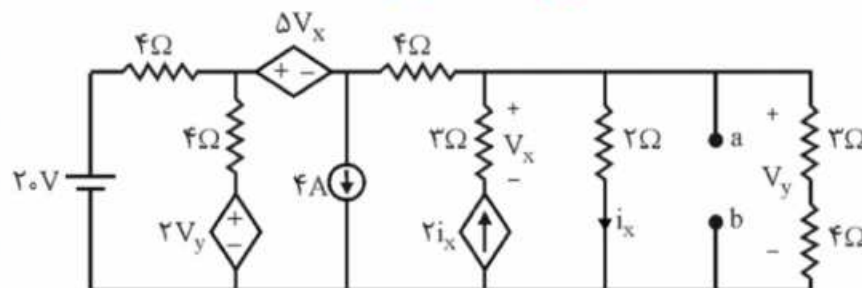
(۱) ۲۴۰

(۲) ۶۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۲۰

جریان نورتون از دو سر a و b کدام است؟ $\times$ در باره حل مشروط.

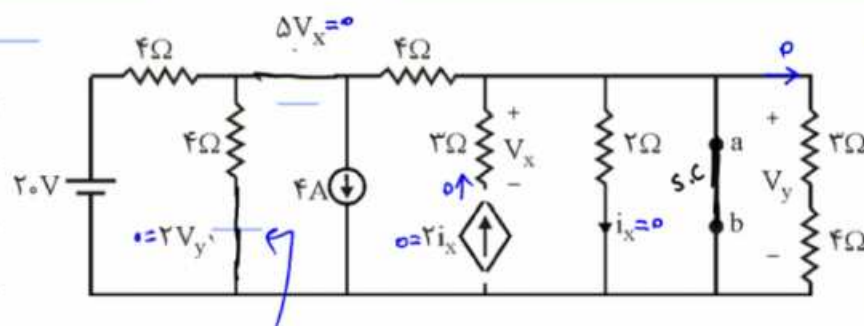


(1) $3 A$

(2) $\frac{1}{4} A$

(3) $4 A$

(4) $\frac{1}{3} A$



S.C: $V_y = 0$

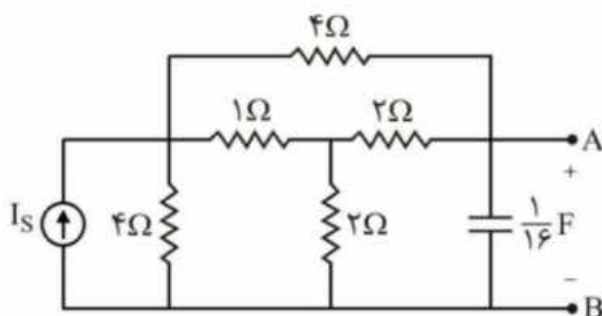
$i_x = \frac{0}{2} = 0$

پس نباید که منابع وابسته را کنترل

چگونه صفر شده پس تغییراتی روی مدار ایجاد می شود

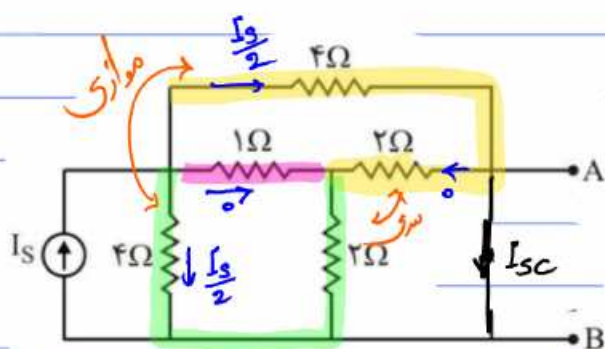
توجه کلیدی

در مدار شکل مقابل اگر سرهای A و B را اتصال کوتاه کنیم، جریان I جاری شونده از A به B کدام خواهد بود؟
(مهندسی کامپیوتر - هوش مصنوعی ۸۹)



$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{1}{3} I_s \\ (2) \quad & \frac{1}{2} I_s \\ (3) \quad & \frac{1}{4} I_s \\ (4) \quad & \frac{2}{3} I_s \end{aligned}$$

در فصل بعدی در مورد خازن درس خواهیم گفت همین را بدانید که خازن در این مدار مدار باز است.



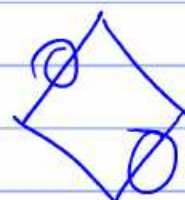
نشانده اهم نشانده ول و نشانده است

و چون ول و نشانده ولت تقابل

است جریان یک اهم معادل است

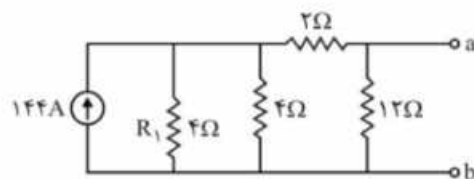
$$I_{sc} = \frac{I_s}{2}$$

نصفه I_s



می‌خواهیم مقاومت $R_1 = 4$ اهمی در شکل مقابل را با یک منبع جریان نابسته جانشین سازیم. مقدار این منبع در جهت نشان داده شده چند آمپر باشد تا ولتاژ مدار باز e_{oc} و جریان اتصال کوتاه i_{sc} در سرهای a و b تغییر نکند؟

(مهندس کامپیوتر «گرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۲)



(۱) ۱۸

(۲) ۶۳

(۳) ۱۲۶

(۴) چنین چیزی امکان پذیر نیست.

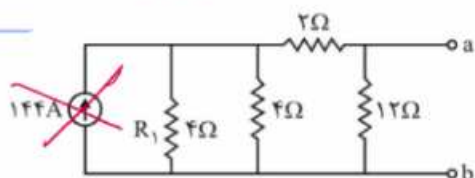


اند e_{oc} و i_{sc} تغییر نکند نتیجه می‌گیریم که

نسبت امپدانس تغییر نمی‌کند یعنی می‌خواهد کاری کند به مقاومت تون از دو سر a و b تغییر نکند.

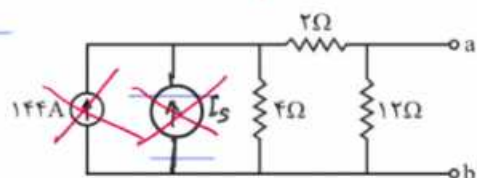
گفته‌ای ۴۸ منبع جریان قرار دهیم مقاومت تون جدید تغییر می‌کند.

مدار قابل رد



R_{th}

مدار تعویض شده



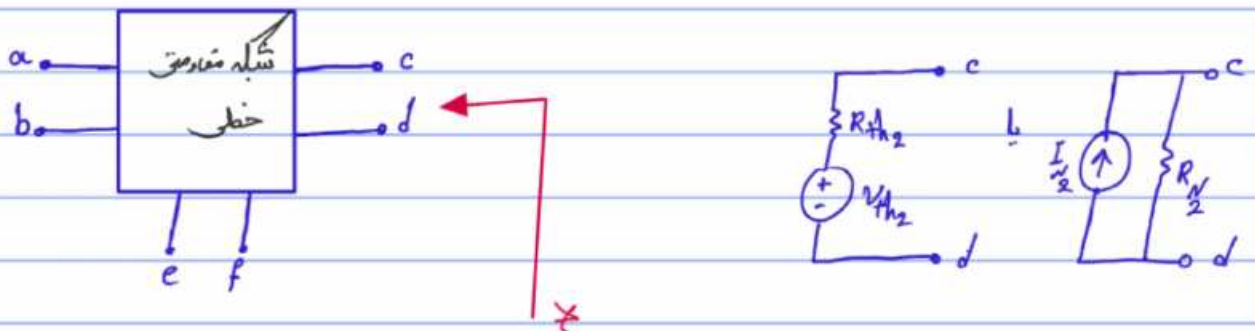
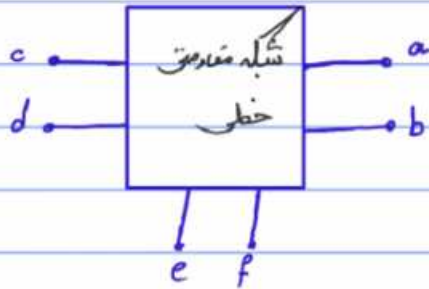
R_{th}'

$$R_{th}' \neq R_{th}$$

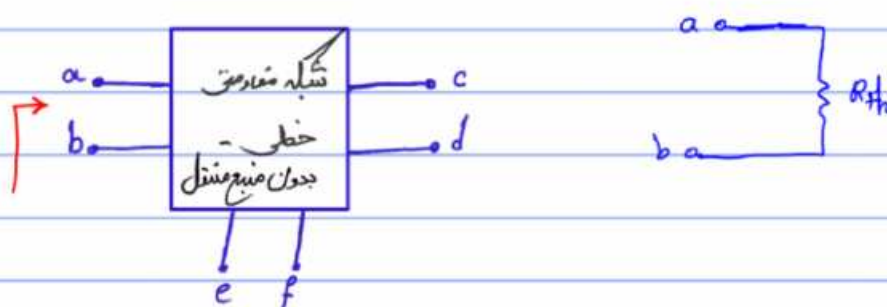
لذا امکان پذیر نیست

شبکه های مقاومتی جعبه سیاه

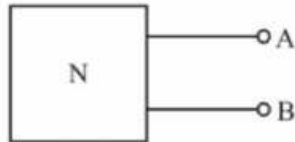
اگر یک شبکه مقاومتی خطی داشته باشیم از هر پورت آن یک معادل توان و ولتاژ دیده می شود که الزاماً با درجه های دیگر برابر نیست.



نکته: اگر شبکه فاقد منبع مستقل باشد از هر دو سر فقط مقاومت معادل دیده می شود.

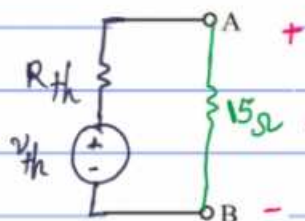


مدار مقاومتی N از تعدادی مقاومت خطی و منابع ناپسته و وابسته تشکیل می شود. اگر مقاومت $15\ \Omega$ را در سرهای A و B وصل کنیم $V_{AB} = 45$ ولت می شود. اگر مقاومت $5\ \Omega$ اهمی را در سرهای A و B وصل کنیم $V_{AB} = 25$ ولت می شود. اگر مقاومت $40\ \Omega$ اهمی را در سرهای A و B وصل کنیم V_{AB} چقدر خواهد بود؟ (مهندسی کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۸۳)



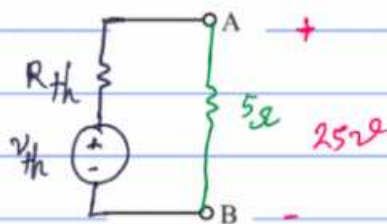
۵۴ (۲)	۴۸ (۱)
۷۲ (۴)	۶۰ (۳)

چون مدار فقط از مقاومت و منابع مستقل و وابسته تشکیل از ۲ سر A و B می توان معادل تون در نظر گرفت



آزمایش اول:

$$45 = V_{th} \frac{15}{15 + R_{th}} \rightarrow V_{th} = 3(15 + R_{th}) \quad (1)$$



آزمایش دوم:

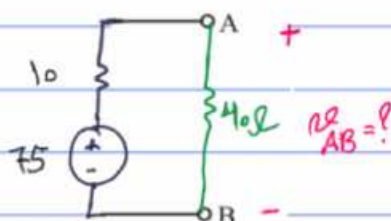
$$25 = V_{th} \frac{5}{5 + R_{th}} \rightarrow V_{th} = 5(5 + R_{th}) \quad (2)$$

باز: $3(15 + R_{th}) = 5(5 + R_{th})$

$$45 + 3R_{th} = 25 + 5R_{th} \rightarrow 2R_{th} = 20$$

$$R_{th} = 10\ \Omega$$

in ② $V_{th} = 5(5 + 10) = 75\ \text{V}$



مدار شناسایی شد!

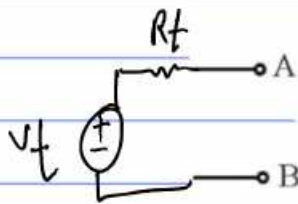
$$V_{AB} = 75 \frac{40}{40 + 10} = 60$$

اگر بین پایانه های A و B شبکه خطی شکل زیر یک مقاومت $8\ \Omega$ وصل کنیم، خواهیم داشت: $V_{AB} = 16V$ ، اگر بین آنها یک مقاومت $2\ \text{اهم}$ وصل کنیم، خواهیم داشت: $V_{AB} = 8V$ ، در صورتی که یک مقاومت $20\ \Omega$ بین این دو پایانه وصل کنیم V_{AB} چه مقداری پیدا می کند؟

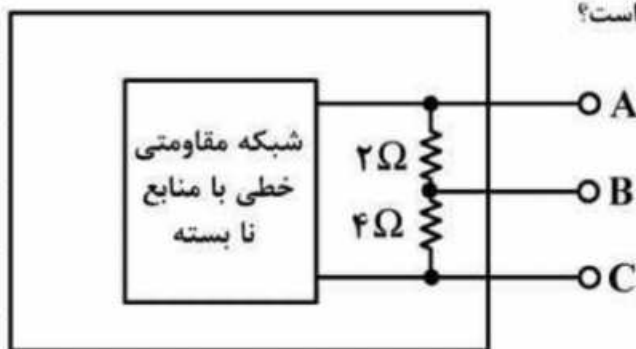


- | | |
|------------|------------|
| (۱) ۱۰ ولت | (۲) ۲۰ ولت |
| (۳) ۳۰ ولت | (۴) ۶۰ ولت |

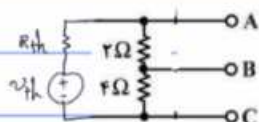
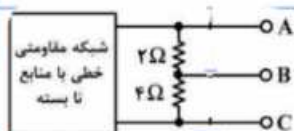
تمرین در منزل حل شود.



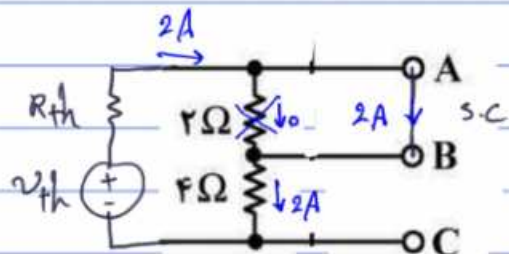
در مدار شکل زیر، اگر بین A و B را اتصال کوتاه کنیم جریان 2^A از A به B می‌گذرد. و اگر بین B و C را اتصال کوتاه کنیم جریان 3^A از B به C می‌گذرد. شبکه معادل تونن دیده شده (V_{th}, R_{th}) از سرهای A و B به ترتیب از راست به چپ چند اهم و ولت است؟



- (1) $3, \frac{3}{2}$
- (2) $12, 2$
- (3) $2, 2$
- (4) $4, 2$



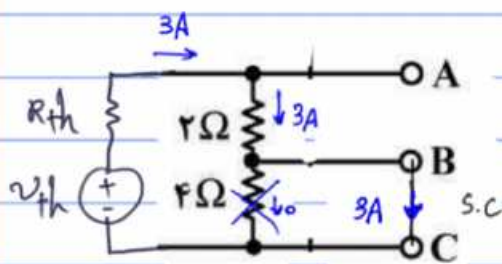
مدار دو قطبی و مقاومت خطی با منبع مستقل



$$V_{th} = 2R_{th} + 0 + 2 \times 4$$

نمایش اول:

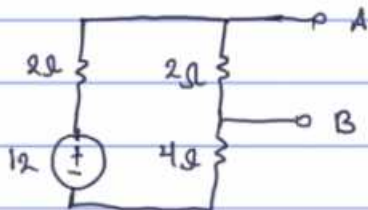
$$\rightarrow V_{th} = 2R_{th} + 8 \quad (1)$$



$$V_{th} = 3R_{th} + 6 \quad (2)$$

نمایش دوم:

$$1, 2: \quad 2R_{th} + 8 = 3R_{th} + 6 \rightarrow R_{th} = 2\Omega \xrightarrow{\text{in (1)}} V_{th} = 12/6$$



$$R_{AB} = 2 \parallel (4 + 2) = \frac{3}{2} \Omega$$

$$V_{AB} = 12 \frac{2}{(2+4)+2} = 3 \text{ V}$$

نیزه اجاب

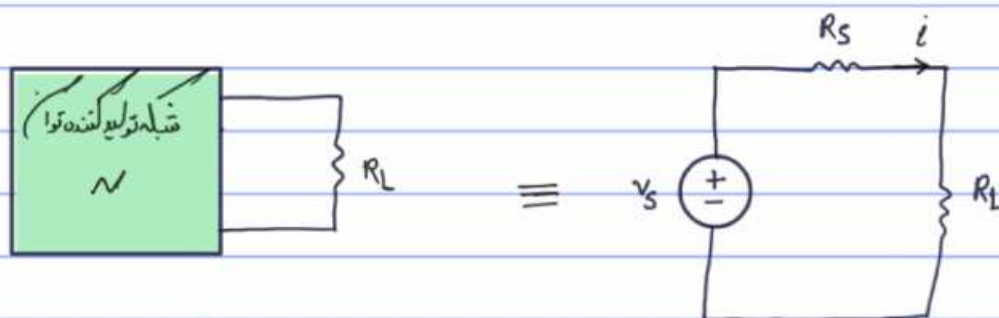
راه نستی: در نمایش اول $I_{sc} = I_N = 2^A$ از سر B و A، پس تنها تریه ای نه فقط تریه $I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}}$

$$I_N = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2^A \text{ از سر B و A}$$

اجاب است.

قضیه انتقال توان ماکزیمم

شکل زیر را در نظر بگیرید. R_L مصرف کننده توان، R_S مقاومت شبکه تولید کننده توان و V_S نیز منبع ولتاژ تولید کننده توان است.



$$i = \frac{V_S}{R_L + R_S} \xrightarrow{\text{توان مصرفی } R_L} P_{R_L} = R_L i^2 = R_L \left(\frac{V_S}{R_L + R_S} \right)^2$$

شرط آنکه بیشترین توان تولیدی منبع سهم R_L شود.

$$\frac{dP_{R_L}}{dR_L} = 0 \rightarrow \frac{d}{dR_L} \frac{R_L}{(R_L + R_S)^2} = 0 \rightarrow \frac{(R_L + R_S)^2 - 2(R_L + R_S)R_L}{(R_L + R_S)^2} = 0$$

$$\Rightarrow R_L = R_S$$

برقدهاری رابطه فوق را **تطبیق امپدانس** (Impedance matching) می‌گویند. وقتی $R_L = R_S$ باشد، توان R_L

ماکزیمم و برابر مقدار توان تولیدی منبع می‌شود.

توان مصرفی بار در حالت تطبیق:

$$P_{L_{max}} = R_L \cdot i^2 = R_L \cdot \frac{V_S^2}{(R_L + R_L)^2} = \frac{V_S^2}{4R_L} = \frac{V_S^2}{4R_S}$$

برای برقدهاری تطبیق امپدانس باید مقاومت معادل از دید بار را متناسب کنیم و شرط تطبیق $R_L = R_{th}$ را اعمال کنیم.

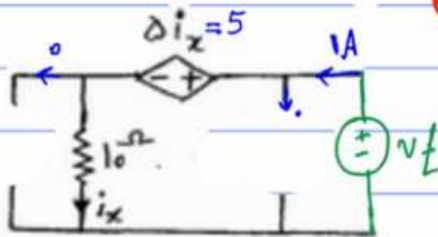
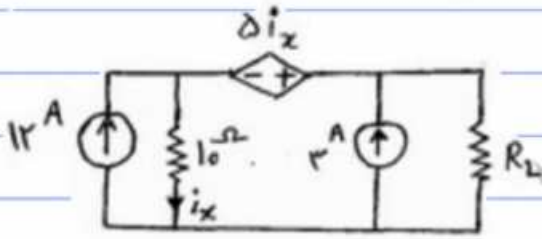
اتفاقیون (۹) در مدار زیر R_L چقدر باشد تا بیشترین توان به آن منتقل شود؟

۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)



فقط شرط تطبیق امپدانس است یعنی مقدار مقاومت معادل
کشیه (R_{th})

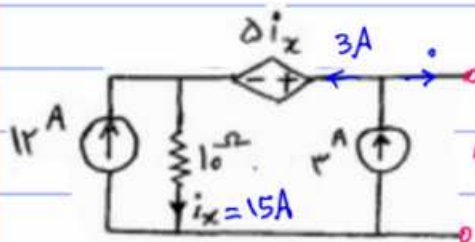
باید از دید بار مقاومت کونن حساب کنیم

$$i_x = 1A$$

$$kvl: -V_L + 5 + 10 = 0 \rightarrow R_{th} = 15 \Omega$$

شرط تطبیق امپدانس $R_L = R_{th} \leftarrow R_L = 15 \Omega$

نهایی مقدار ما کنیم توان بار چقدر است؟



$$v_{th} = 0$$

$$v_{th} = 5(15) + 10(15) = 225$$

$$P_{L_{max}} = \frac{v_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{(225)^2}{4 \times 15} \text{ (w)}$$

حداکثر توانی که به بار مقاومتی R_L توسط شبکه نشان داده شده قابل تحویل است، کدام

(مهندس کامپیوتر «گرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۴)

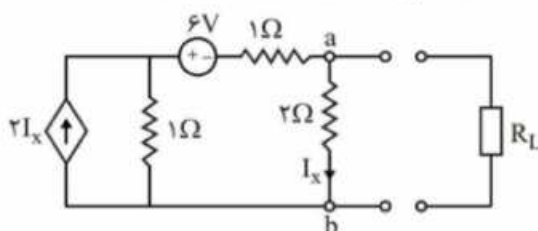
است؟

(۱) ۲/۲۵ وات

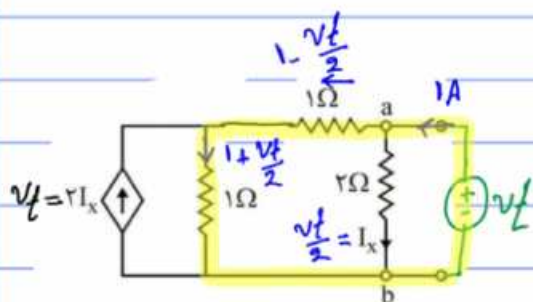
(۲) ۴/۵ وات

(۳) ۶ وات

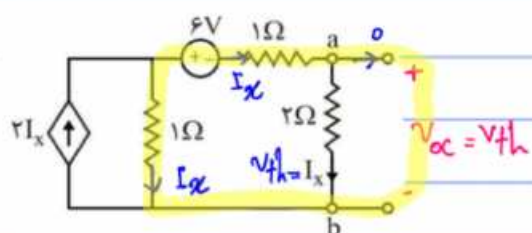
(۴) ۹ وات



حالت تدوین ← شرط تطبیق امپدانس را برگزیده کنیم.



$$\text{KVL: } V_{th} = 1 - \frac{V_{th}}{2} + 1 + \frac{V_{th}}{2} \rightarrow R_{th} = V_{th} = 2\Omega$$



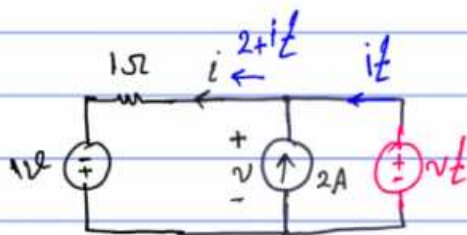
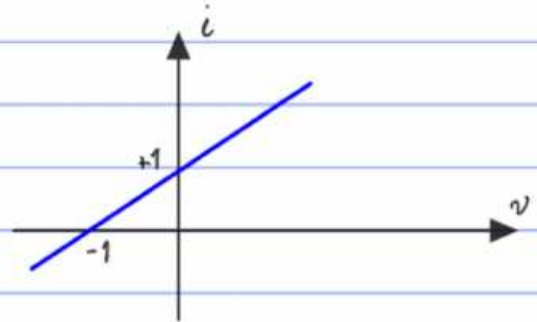
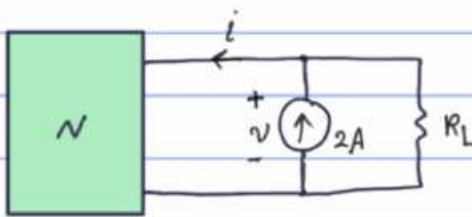
$$\begin{cases} V_{th} = -I_x - 6 + I_x \\ I_x = V_{th} \end{cases} \rightarrow V_{th} = 6$$

$$V_{th} = -2 \text{ V}$$

$$P_{L_{max}} = \frac{V_{th}^2}{4 R_{th}} = \frac{36}{4 \times 2} = 4.5 \text{ W}$$

در نتیجه ۲ جواب صحیح است.

مثال: در شکل زیر مشخصه $i-v$ شبکه N داده شده است. حداکثر توان قابل انتقال به بار R_L چقدر است؟



$$i = v + 1 \rightarrow v = i - 1$$

$$\begin{cases} R_N = 1\Omega \\ V_N = -1V \end{cases}$$

از روی R_L معادل Norton را حساب می‌کنیم. (رابطه تعادلی)

$$\text{KVL: } v_L = 2 + i_L - 1$$

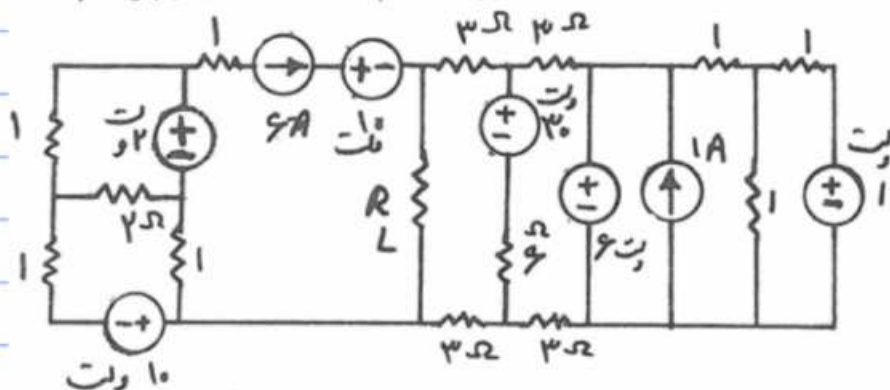
$$v_L = i_L + 1$$



$$P_{L_{\max}} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}} = \frac{1}{4 \times 1} = \frac{1}{4} \text{ W}$$

(بدون ۸۳)

در مدار زیر حداکثر توانی که به R_L می رسد کدام است؟ (مقاومت های بر حسب اهم هستند)



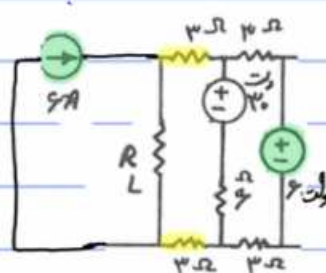
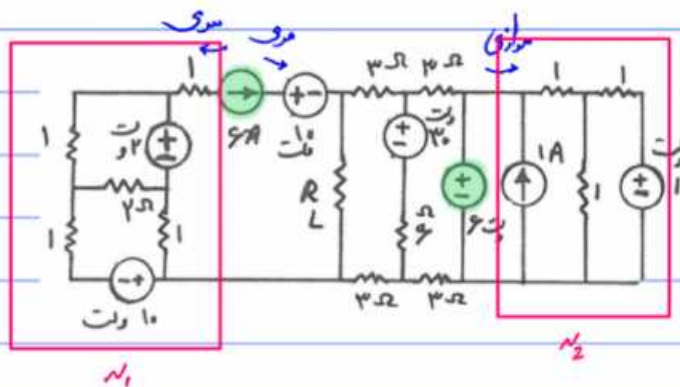
اهم هستند)

جواب:

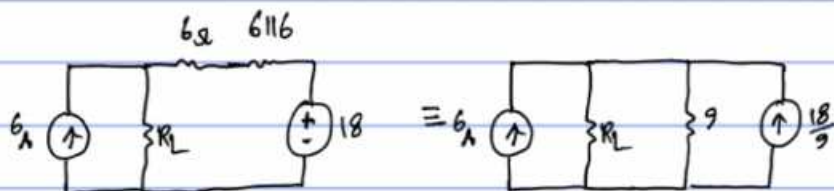
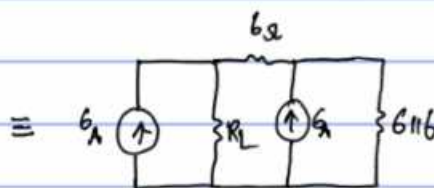
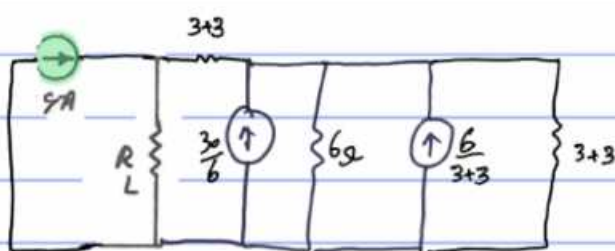
- ۳۶ W (۱)
- ۱۴۴ W (۲)
- ۱۵۰ W (۳)
- ۲۲۵ W (۴)

از دید R_L باید معادل تئین را بدست آوریم. V_{th} ? R_{th} ?

✓ مدار فاعد ضعیف را به دست می دهیم برای معادل تئین مدار را از دید R_L ساده سازی کنیم



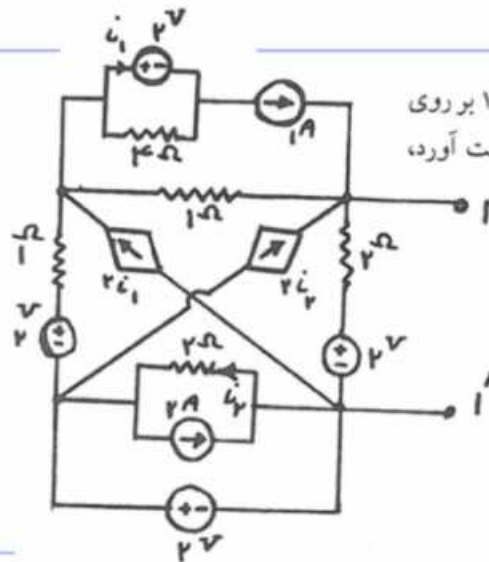
۳ اهم بالا و ۳ اهم پایین سری



$I_N = 8A$
 $R_{th} = 9\Omega$ از دید R_L

پس $V_{th} = 8 \times 9 = 72V$

$$P_{Lmax} = \frac{72^2}{4 \times 9} = \frac{8 \times 72}{4} = 144 W$$



(بقی ۷۴) توان ماکزیمم که از سرهای ۱' ۱ بر روی بار تطبیق شده می توان بدست آورد، برابر است با :

جواب :

-۲ ۴ وات
-۳ ۱/۴ وات

-۱ ۹ وات
-۳ ۱ وات

قضیه انتقال توان ماکزیمم برای منابع سینوسی

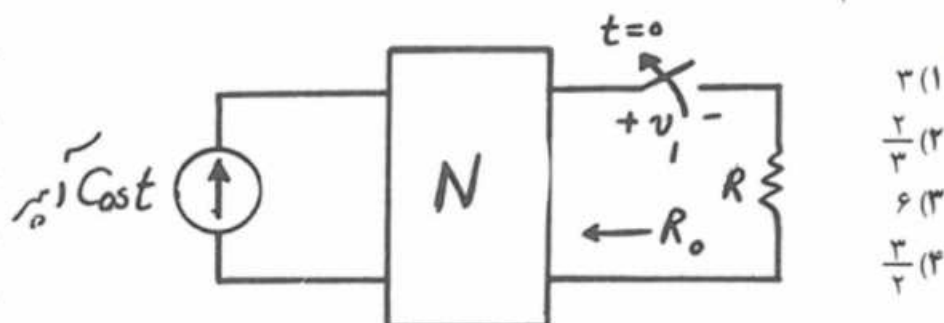
اگر مدار مقاومتی **خطی** باشد و فقط منابع **سینوسی** باشد قضیه انتقال توان ماکزیمم قابل اعمال است با این تفاوت که

به جای مقدار دامنه منبع مستقل سینوسی باید مقدار موثر یا **rms** را قرار دهید.

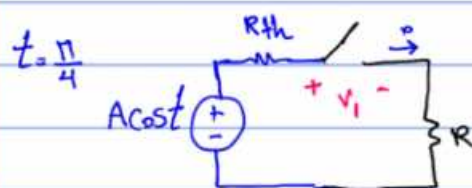
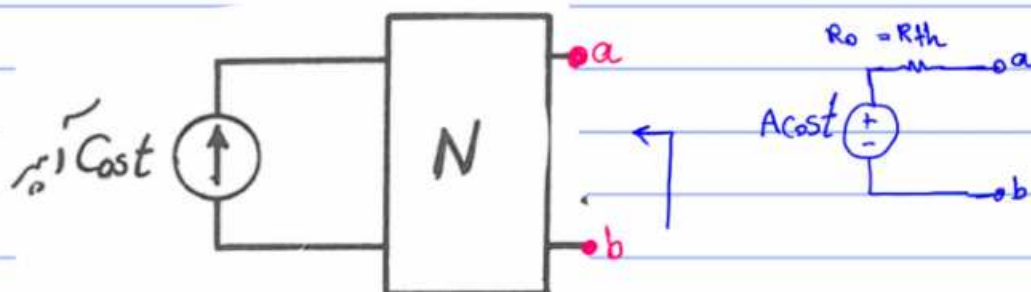
$$A \cos t \xrightarrow{\text{rms}} \frac{\text{دامنه}}{\sqrt{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$B \sin t \xrightarrow{\text{rms}} \frac{\text{دامنه}}{\sqrt{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

(بوق ۱۸) در مدار شکل زیر N شبکه ای مقاومتی، خطی و تغییرناپذیر با زمان است. وقتی کلید بسته است ماکزیمم توان در مقاومت R برابر $\frac{1}{6}$ وات می باشد. اگر ولتاژ دو سر کلید (v_1) در $t = \frac{\pi}{4}$ برابر $\sqrt{2}$ ولت باشد، R_0 چند اهم است؟



چون N مقاومتی و خطی است می توان از دید بار معادل کردن گذشت.



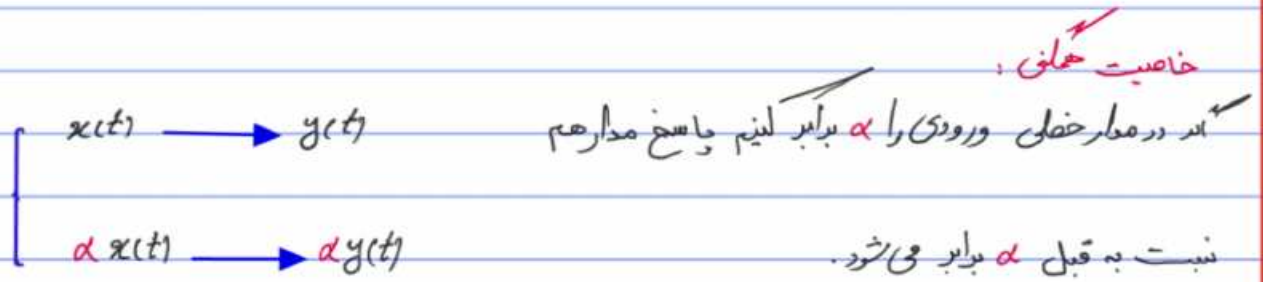
وقتی کلید باز است ولتاژ v_1 حای منبع $A \cos t$

$$A \cos t \Big|_{t=\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} \rightarrow A = 2 \xrightarrow{\text{rms}} \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$P_{\text{max}} = \frac{1}{6} = \frac{V_{th}^2}{4R_0} = \frac{(\sqrt{2})^2}{4R_0} = \frac{1}{6} \rightarrow \frac{2}{4R_0} = \frac{1}{6} \rightarrow R_0 = \frac{3}{2}$$

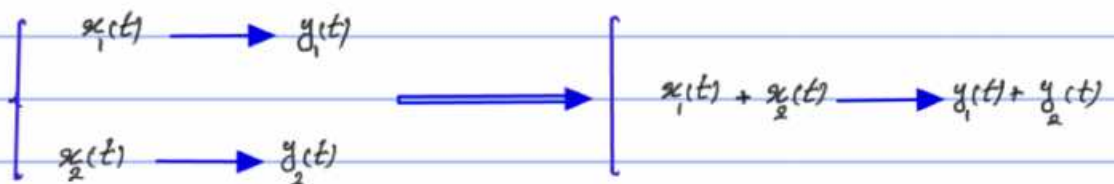
(قضیه جمع آثار)

در هر مدار خطی با جواب یکتا، هر پاسخی از مدار (یعنی هر x یا y مدار) به ورودی (منظور منبع مستقل و شرایط اولیه) برابر است با مجموع پاسخ‌های مدار به تک تک ورودی‌ها، وقتی که به تنهایی در همان مدار هستند.

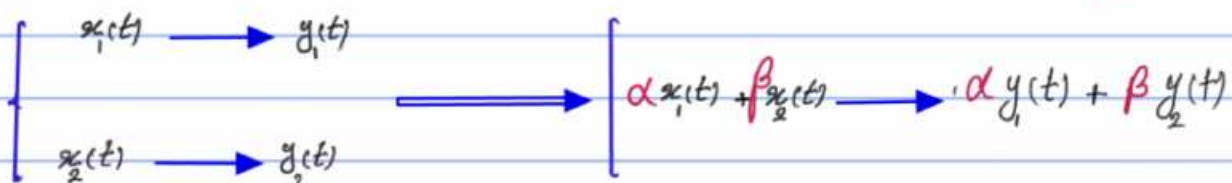


خاصیت جمع پذیری:

اگر پاسخ به $x_1(t)$ برابر $y_1(t)$ باشد و پاسخ به $x_2(t)$ هم $y_2(t)$ باشد، پاسخ مدار همزمان به $x_1(t)$ و $x_2(t)$ برابر مجموع پاسخ‌های مدار به تک تک ورودی‌ها



در هر مدار خطی:



سوال: آیا هر مقداری می‌تواند داشته باشد؟
تأییدی که مدار غیر خطی نشود در عمل می‌تواند به کار برود.

توضیحات:

۱ این قضیه برای هر مدار خطی برقرار است (یعنی مدار و منابع الکتریکی آن خطی باشند).

۲ ورودی های مدار می توانند در هر جایی از مدار باشند.

۳ این قضیه به **جابجاییه اولیه** ورودی ها همسان است. یعنی اگر پاسخ به ورودی $x(t)$ و $y(t)$ باشد

پاسخ به $\alpha x(t)$ از **جای مکان اولیه** در مدار $\alpha y(t)$ خواهد شد.

نتایج خطی بودن:

۱ اگر ورودی مدار خطی (منابع مستقل و شرایط اولیه) همگی صفر شوند هر خروجی از مدار صفر می شود.

۲ می توان ورودی ها و پاسخ ها را دهمته بندی کرد:

پاسخ مدار به فقط شرایط اولیه + پاسخ مدار به فقط منابع مستقل = پاسخ مدار خطی

قدردان از این پس به منابع مستقل، ورودی گفته می شود و به شرایط اولیه، حالت مدار گفته خواهد شد.

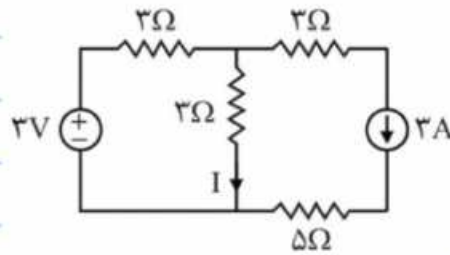
۳ پاسخ مدار **ناشی از یک** ورودی یعنی باید تمام منابع مستقل را **خنوش** و فقط منبع مستقل مورد نظر

را **ردش** و پاسخ را به آن ورودی بدست آوریم.

۴ ورودی ها را می توان از نظر ac و dc به صورت زیر تقسیم کرد:

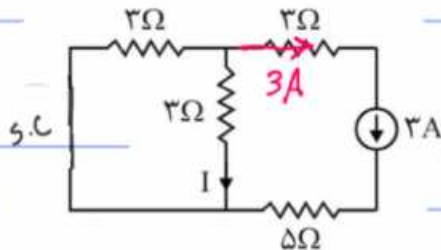
پاسخ به فقط ورودی های ac + پاسخ به فقط ورودی dc = پاسخ مدار خطی

در مدار زیر جریان I ناشی از منبع چند برابر جریان I ناشی از منبع ولتاژ است؟



- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) -۱
(۴) -۳

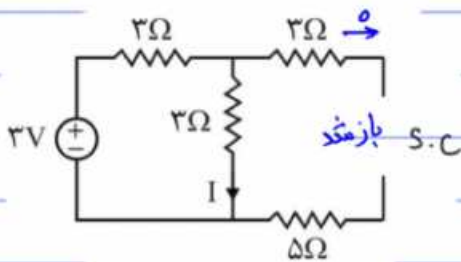
ناشی از منبع جریان باید منابع دیگر را خاموش کنیم.



$$I = -3 \frac{3}{3+3} = -\frac{3}{2} \text{ A}$$

تقسیم جریان

جریان I ناشی از منبع ولتاژ ولتاژ



$$I = \frac{3}{3+3} = \frac{1}{2} \text{ (A)}$$

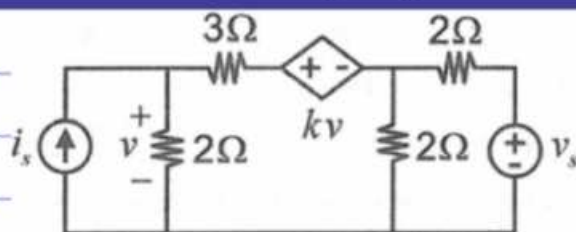
بازشد

$$\text{نسبت جریانه ها} : \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = -3$$

نکته: جریان I ناشی از هر دو منبع چند اکبر؟

$$I_{\text{sup}} = -\frac{3}{2} + \left(\frac{1}{2}\right) = -1 \text{ (A)}$$

جمع آثار



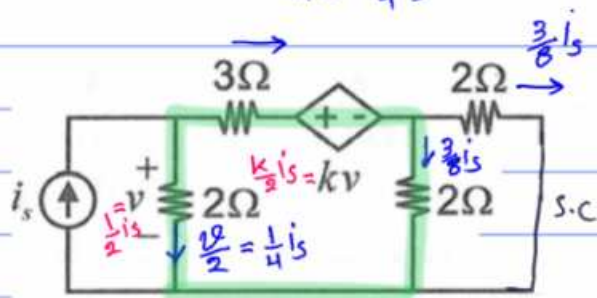
(بقیه ۹۰) : در مدار شکل مقابل

به ازای چه مقدار k ، ولتاژ v ناشی از i_s ، برابر نصف آن می شود؟

$$\begin{array}{l} 1 \quad 2 \quad 3 \\ \frac{1}{2} \quad 1 \\ -5 \quad 3 \end{array}$$

هیچ مقدار k ، چون این مدار جواب یگانه ندارد.

$$i_s - \frac{1}{4}i_s = \frac{3}{4}i_s$$



ولتاژ ناشی از i_s : باید ولتاژ را خاصش کنیم

$$v = \frac{1}{2} i_s$$

$$kvl: -\frac{1}{2} i_s + 3\left(\frac{3}{4} i_s\right) + \frac{k}{2} i_s + \frac{3}{8} \times 2 = 0$$

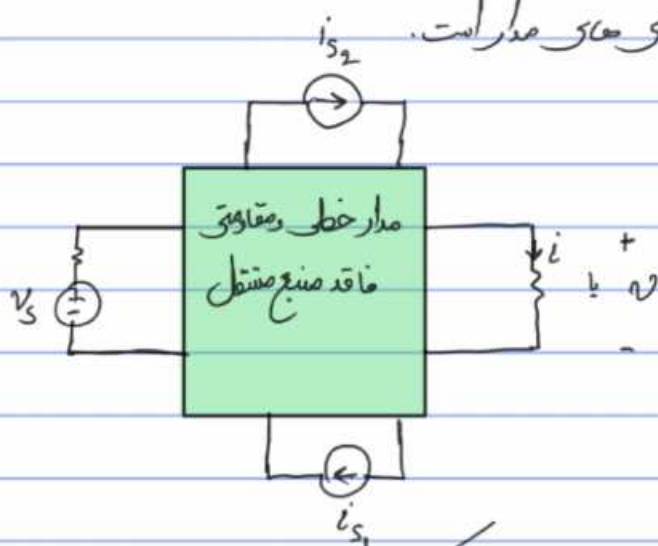
$$\frac{-2 + 2k + 9}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

$$7 + 2k + 3 = 0 \rightarrow 2k = -10 \rightarrow k = -5$$

اثر منبع مستقل در جعبه سیاه

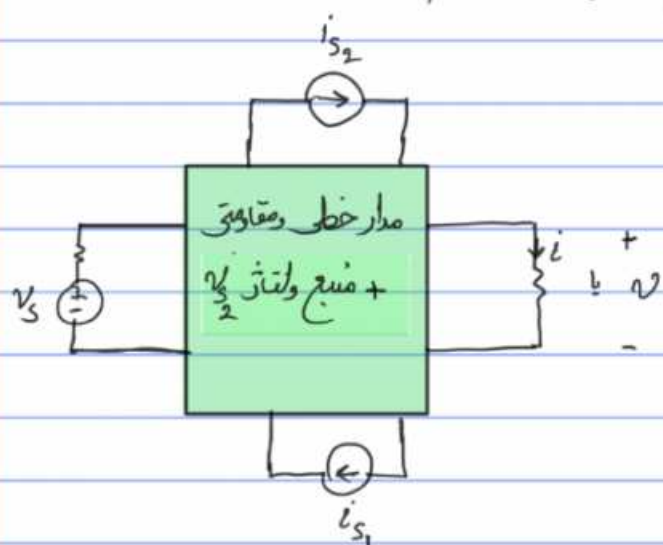
اگر مدار خطی و مقاومتی باشد منابع مستقل مدار با ضرایب ثابت α و β در خروجی

تأثیر می‌گذارند یعنی خروجی ضریبی از ورودی‌های مدار است.



$$v \text{ یا } i = \alpha v_s + \beta i_{s1} + \gamma i_{s2}$$

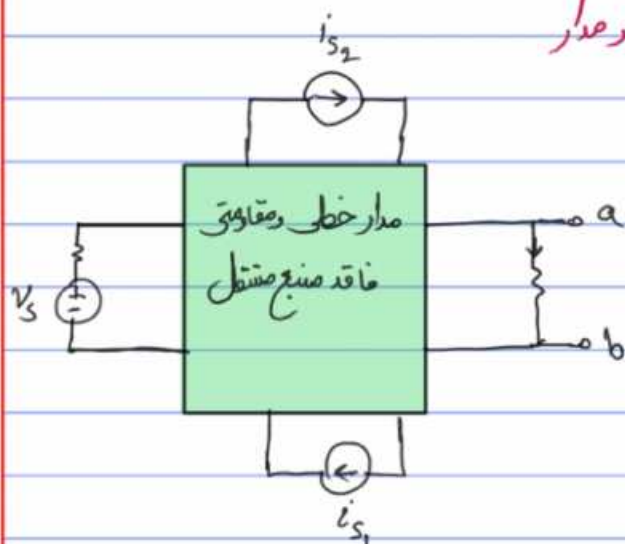
اگر داخل شبکه منبع مستقل هم باشد باید آن منبع را نیز لحاظ کنیم.



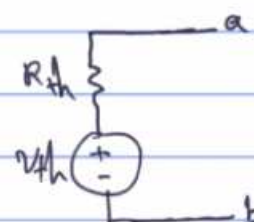
$$v \text{ یا } i = \alpha v_s + \beta i_{s1} + \gamma i_{s2} + \eta v_{s2}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \eta$ اعداد ثابت هستند.

معادل تونل یا نورتن از سر دبر مدار



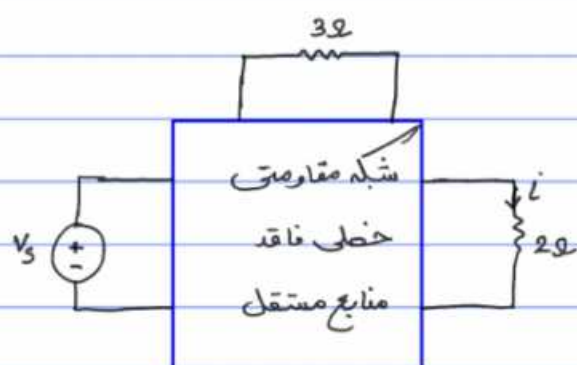
معادل از سر دبر مدار



$$v_{th} = \alpha v_s + \beta i_{s1} + \gamma i_{s2}$$

یعنی منبع تونل ضریبی از منابع مستقل مدار است.

مثال: در مدار زیر وقتی ولت $v_s = 3$ است $i = 4$ آمپر می شود. جریان i را برای مقادیر v_s زیر بدست



آمپر بدست

الف) $v_s = 6$

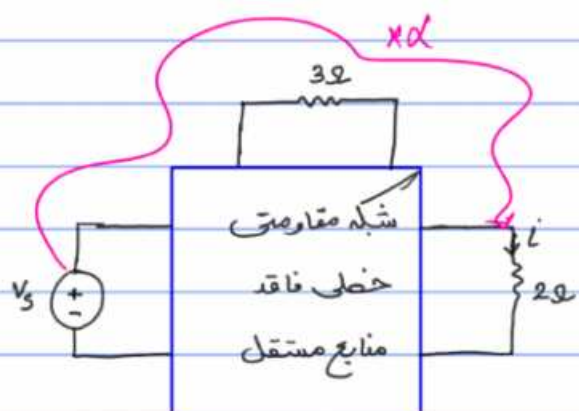
ب) $v_s = 3 \cos t$

ج) $v_s = 3 + 6 \cos t$

د) توان خطای متوسط مقاومت ۲ اهم

چون مدار مقاومتی خطی است جمع آثار می توان اعمال کرد. چون داخل شبکه منبع مستقل نداریم جریان i

فقط ناشی از v_s است $(i = \alpha v_s)$



$$\begin{cases} i = 4 \\ v_s = 3 \end{cases} \rightarrow 4 = \alpha 3 \rightarrow \alpha = \frac{4}{3}$$

مدار شناسایی شود!

الف) $v_s = 6 \rightarrow i = \frac{4}{3} (6) = 8$ آمپر

ب) $v_s = 3 \cos t \rightarrow i = \frac{4}{3} (3 \cos t) = 4 \cos t$

ج) $v_s = 3 + 6 \cos t \rightarrow i = \frac{4}{3} (3 + 6 \cos t) = 4 + 8 \cos t$

د) $P(t) = R \cdot i^2 = 2 \times (4 + 8 \cos t)^2$ توان خطای

$$\Rightarrow P(t) = 32 + 128 \cos^2 t + 128 \cos t$$

$\bar{P} = 32 + 64 + 0 = 96$ وات

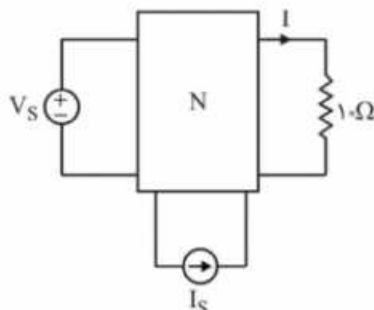
مدار N شامل تعداد مقاومت خطی و منابع وابسته است. دو آزمایش زیر انجام می گیرد.

(الف) برای $V_S = 7V$ و $I_S = 3A$ به دست می آوریم $I = 1A$

(ب) برای $V_S = 9V$ و $I_S = 1A$ به دست می آوریم $I = 3A$

برای $V_S = 15V$ و $I_S = 9A$ مقدار I بر حسب آمپر چقدر است؟

(معماری کامپیوتر - سراسری ۸۸)

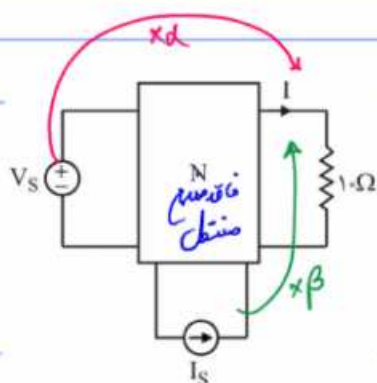


(۱) ۰/۳

(۲) ۰/۶

(۳) ۳

(۴) ۶



$$I = \alpha V_S + \beta I_S$$

$$1 = 7\alpha + 3\beta \quad (1)$$

آزمایش اول:

$$3 = 9\alpha + \beta \quad (2)$$

آزمایش دوم:

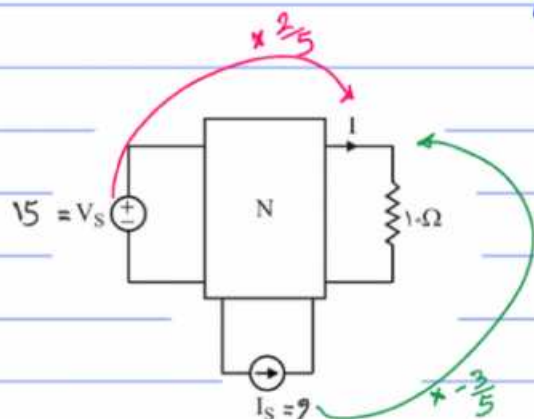
$$7\alpha + 3\beta = 1$$

$$9\alpha + \beta = 3$$

$$\alpha = \frac{-(9-1)}{-20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

$$\beta = \frac{21-9}{-20} = \frac{12}{-20} = -\frac{3}{5}$$

مدار شناسایی شد!

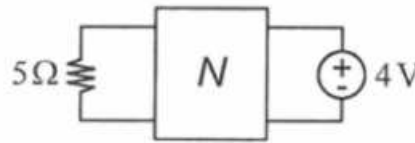


$$I = \frac{2}{5} \times 15 + \left(-\frac{3}{5}\right)(9) = \frac{1}{5}(30 - 27) = \frac{3}{5}$$

$$= 0.6$$

(بقی ۸۸) مدار N داده شده در شکل زیر مقاومتی، خطی و تغییر ناپذیر با زمان است. ۸۰ درصد توان متوسط منبع توسط N جذب می شود. اندازه ولتاژ ثابت را چند برابر کنیم تا ۳۰ درصد توان آن به مقاومت 5Ω برسد.

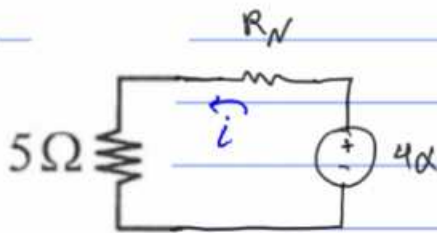
جواب:



(۱) $\frac{3}{2}$ برابر

(۲) $\frac{9}{4}$ برابر

(۳) درصد توان جذب شده توسط مقاومت 5Ω فقط به مقدار مقاومت بستگی دارد و مستقل از منبع ولتاژ است.



از دیوه ۵ اهم مدار را شناسایی می کنیم.

ارتباط توان جذب شده توسط مقاومت و مدار سری

$$P_5 = 5i^2$$

$$P_N = R_N i^2$$

$$\xrightarrow[\text{نسبت برابر}]{\text{سری}} \frac{P_N}{P_5} = 0.8 \rightarrow \frac{R_N i^2}{5i^2 + R_N i^2} = \frac{8}{10}$$

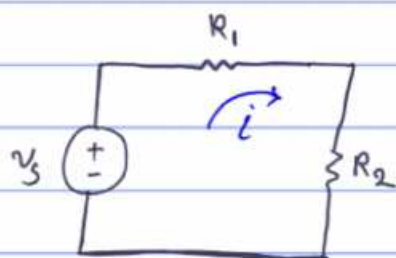
$$\rightarrow \frac{R_N}{5 + R_N} = \frac{8}{10}$$

$$\text{نکته} \quad P_5 = P_N + P_5 = 5i^2 + R_N i^2$$

در اینجا مصرف شبکه با مقاومت ارتباطی به مقدار منبع ولتاژ ندارد.

تغییر سهم توان با تغییرات مقاومت و R_N حاصل می شود. مزید

ارتباط آرایش مدار با درصد توان مصرفی آن



مقاومت های سری:

$$P_S = P_{R_1} + P_{R_2} = R_1 i^2 + R_2 i^2$$

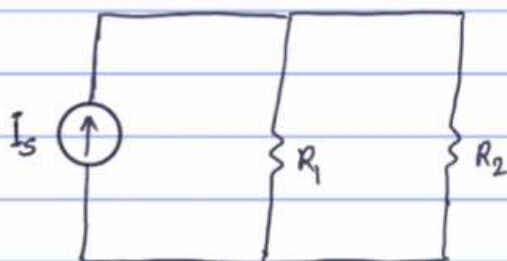
$$P_{R_1} = R_1 i^2$$

$$P_{R_2} = R_2 i^2$$

$$\frac{P_{R_1}}{P_S} = \frac{R_1 i^2}{R_1 i^2 + R_2 i^2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{P_{R_2}}{P_S} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

مطمئن توان مصرفی هر مقاومت نسبت به توان تولیدی کل یا توان مصرفی کل مانند قانون تقسیم ولتاژ است.



مقاومت های موازی:

$$P_{R_1} = \frac{V^2}{R_1}$$

$$P_{R_2} = \frac{V^2}{R_2}$$

$$P_S = P_{R_1} + P_{R_2} = \frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2}$$

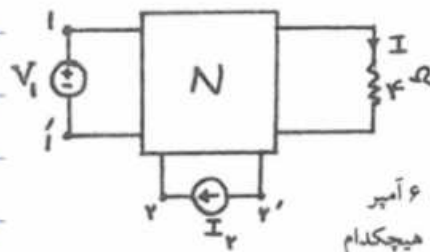
$$\frac{P_{R_1}}{P_S} = \frac{\frac{V^2}{R_1}}{\frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2}} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{P_{R_2}}{P_S} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

مطمئن توان مصرفی هر مقاومت موازی با رابطه ای شبیه تقسیم جریان ها می شود.

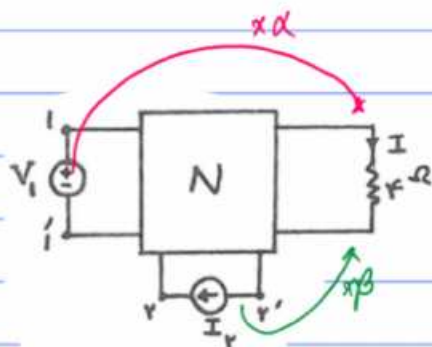
(بقی مدارو ۶۷)

در شکل زیر شبکه N مقاومتی و خطی و تغییرناپذیر با زمان می باشد. اگر $V_1 = 3V$ و $I_1 = 3A$ انتخاب گردند $I = 6A$ می شود. اگر قطب $1, 1'$ اتصال کوتاه و $I_1 = -2A$ باشد، مقدار $I = 2A$ بدست خواهد آمد. اکنون $V_1 = -2V$ و قطب $2, 2'$ مدار باز می شود، در این حالت I برابر خواهد بود با.



۱- ۶- آمپر
۳- ۲- آمپر

۲- ۶- آمپر
۴- هیچکدام



$$I = \alpha V_1 + \beta I_1$$

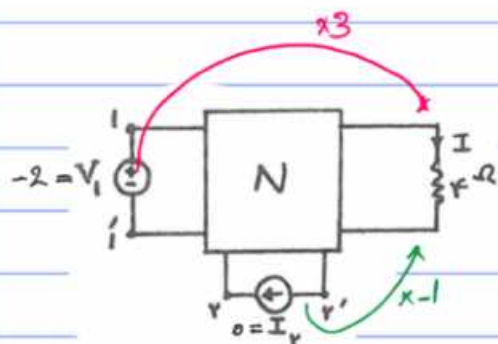
$$3\alpha + 3\beta = 6 \quad (1)$$

آزمایش اول:

$$0\alpha - 2\beta = 2 \quad (2)$$

آزمایش دوم:

مدار N شناخته می شود! $\beta = -1 \xrightarrow{\text{in (1)}} 3\alpha - 3 = 6 \rightarrow \alpha = 3$



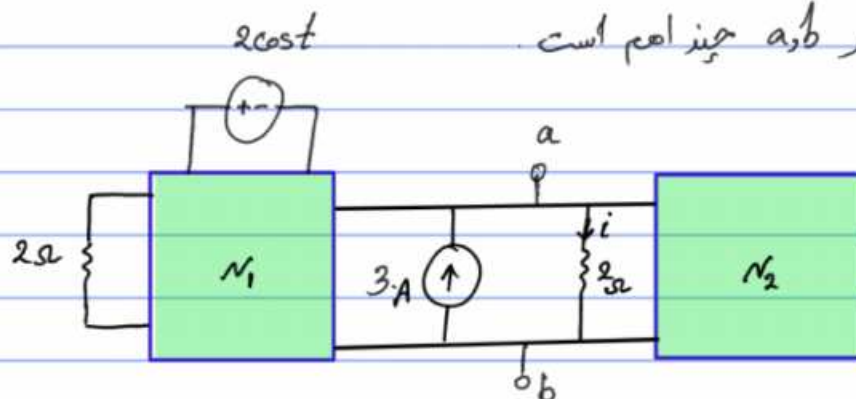
$$I = 3 \times (-2) + (-1) \times 0 = -6 \text{ A}$$

در نتیجه I حبابی است.

تقریباً در مدار زیر N_1 و N_2 مقاومتی خطی و فاقد منبع مستقل است و $i = 2 - \frac{1}{5} \cos t$ است.

الف) اگر مقدار منبع جریان $4A$ شود، i چند آمپر خواهد شد؟

ب) مقاومت معادل از بصر a, b چند اهم است.



$$i = \alpha \times 3 + \beta (2 \cos t)$$

سوال گفته $i = 2 - \frac{1}{5} \cos t$

$$\rightarrow \alpha = \frac{2}{3}$$

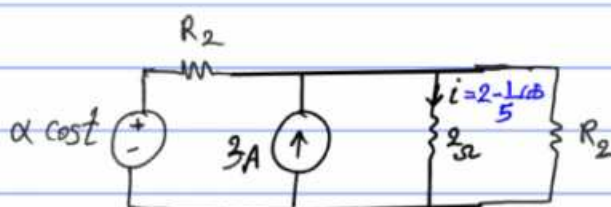
$$2\beta = -\frac{1}{5} \rightarrow \beta = -\frac{1}{10}$$

الف)

چون منبع $\cos$ تغییر نکرده پس تمام $\cos$ در خروجی ثابت می ماند و فقط تمام DC تغییر می کند.

$$i = \frac{2}{3} \times 4 + -\frac{1}{10} (2 \cos t) = \frac{8}{3} - \frac{1}{5} \cos t$$

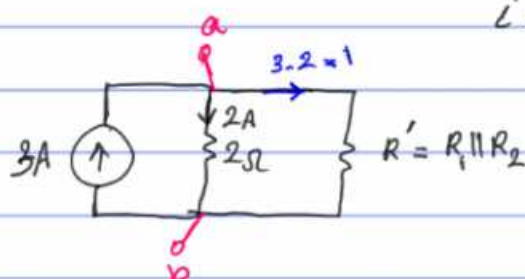
ب)



برای راحتی می توانیم $\alpha \cos t$ را حذف کنیم تا

1) R_1, R_2 با هم موازی شوند.

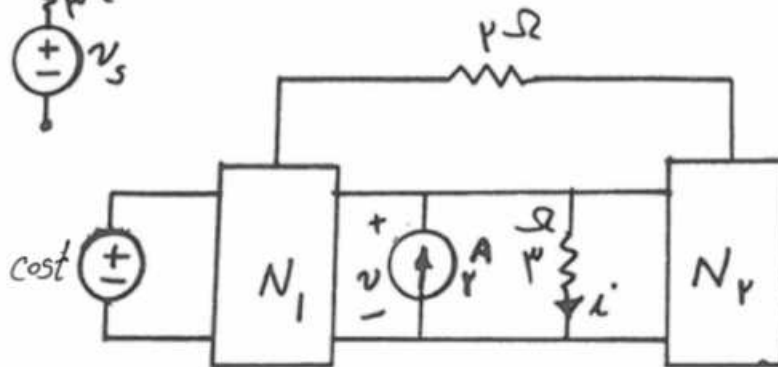
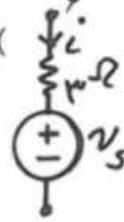
2) جابجایی i ساده تر می شود: $i = 2 - 0 = 2$



$$-2 \times 2 + R' \times 1 = 0 \rightarrow R' = 4 \Omega$$

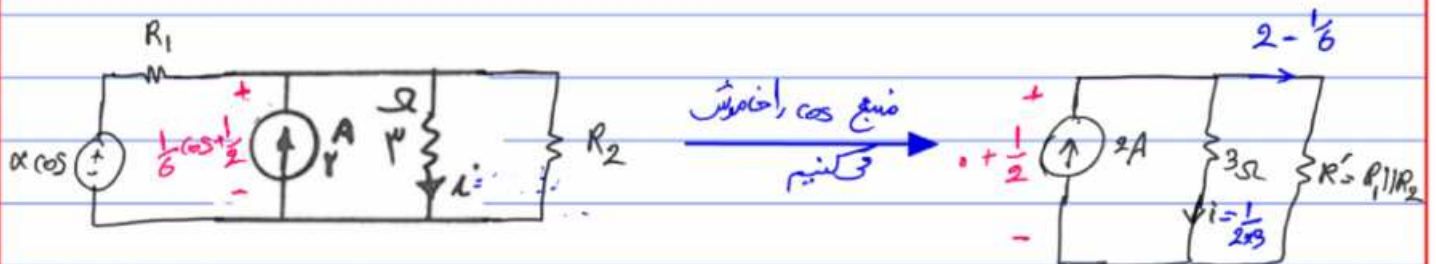
$$R_{ab} = 2 || 4 = \frac{4}{3} \Omega$$

(بقی ۸۳) در مدار زیر N_1 و N_2 از مقاومت های خطی مثبت تشکیل شده و $v = \frac{1}{6} \cos t + \frac{1}{4}$ ولت است. اگر منبع ولتاژ $12 = v_s$ را با مقاومت 3Ω سری کنیم (به صورت) جریان i به اندازه:



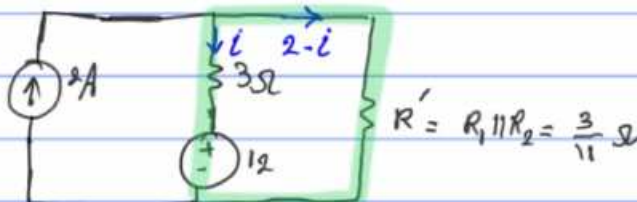
جواب:

- (۱) $\frac{11}{3}$ آمپر کم می شود.
- (۲) ۳ آمپر کم می شود.
- (۳) ۴ آمپر کم می شود.
- (۴) ۴ آمپر اضافه می شود.



$$kvl: -\frac{1}{2} + (2 - \frac{1}{6}) R' = 0 \quad \frac{11}{6} R' = \frac{1}{2} \rightarrow R' = \frac{3}{11} \Omega$$

$$i = \frac{1}{6}$$



$$kvl: -12 - 3i + \frac{3}{11} (2 - i) = 0$$

$$-\frac{34}{11} i + \frac{6}{11} - 12 = 0$$

$$\rightarrow i = \frac{-21}{6} = \frac{-7}{2}$$

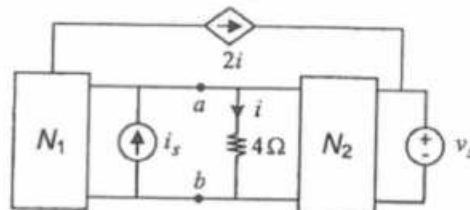
$$تغییرات جریان i: i_{\text{جدید}} - i_{\text{مبدی}} = \frac{-7}{2} - \frac{1}{6} = \frac{-22}{6} = \frac{-11}{3} (A)$$

جریان $\frac{11}{3}$ آمپر کم می شود.

(بق ۸۶) در مدار زیر (با فرض جواب یکتا)، N_1 و N_2 از مقاومت های خطی تشکیل

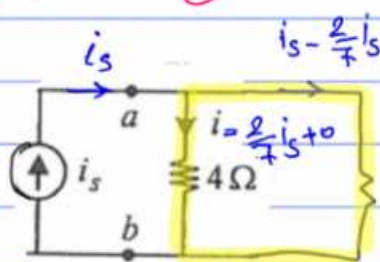
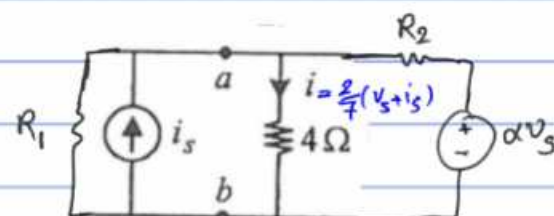
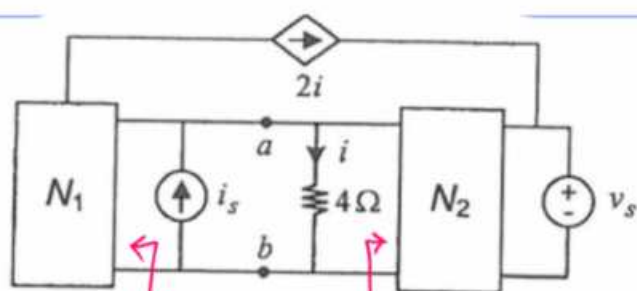
شده اند و $i = \frac{2}{7}(v_s + i_s)$ می باشد. به جای مقاومت 4Ω چه مقاومتی را بگذاریم تا

مقاومت کل مدار از دو سر a و b برابر $\frac{8}{5}\Omega$ شود؟



جواب :

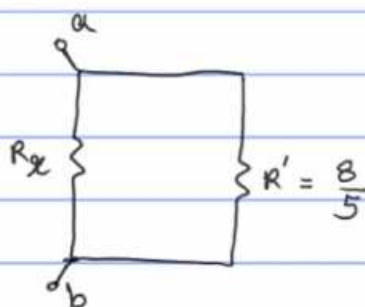
- (۱) $\frac{8}{5}\Omega$ (۲) $\frac{8}{5}\Omega$ (۳) 2Ω (۴) 4Ω



$$R_1 \parallel R_2 = R'$$

$$\text{KVL: } -4 \times \frac{2}{7} i_s + (i_s - \frac{2}{7} i_s) R' = 0$$

$$R' = \frac{8}{5} (\Omega)$$

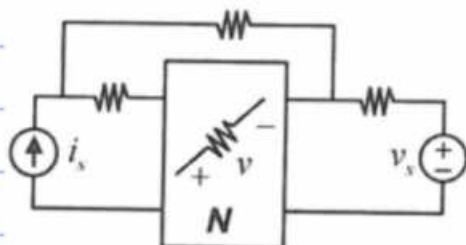


$$R_{a-b} = \frac{8}{5} = \frac{8}{5} \parallel R_x$$

$$(\frac{8}{5} \times R_x) / (\frac{8}{5} + R_x) = \frac{8}{5}$$

$$\frac{8}{5} R_x = \frac{8}{5} + R_x \rightarrow \frac{4}{5} R_x = \frac{8}{5}$$

$$R_x = 2\Omega$$



(باقی ۹۱) در مدار مقاومتی خطی با جواب یگانه
و با منابع مستقل $v_s = 2 + \cos t$ و آمپر $i_s = 3$
ولتاژ v در داخل N برابر $\frac{1}{2} \cos t + 3$ است.

بدون تغییر v_s ، مقدار i_s را چند برابر کنیم تا بیشترین مقدار v برابر ۵ ولت شود؟

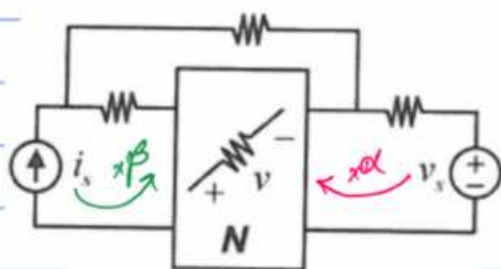
جواب:

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)



$$v = \alpha v_s + \beta i_s$$

$$v = \frac{1}{2} \cos t + 3$$

$$v = \alpha (2 + \cos t) + 3\beta$$

$$\frac{1}{2} \cos t = \alpha \cos t \rightarrow \alpha = \frac{1}{2}$$

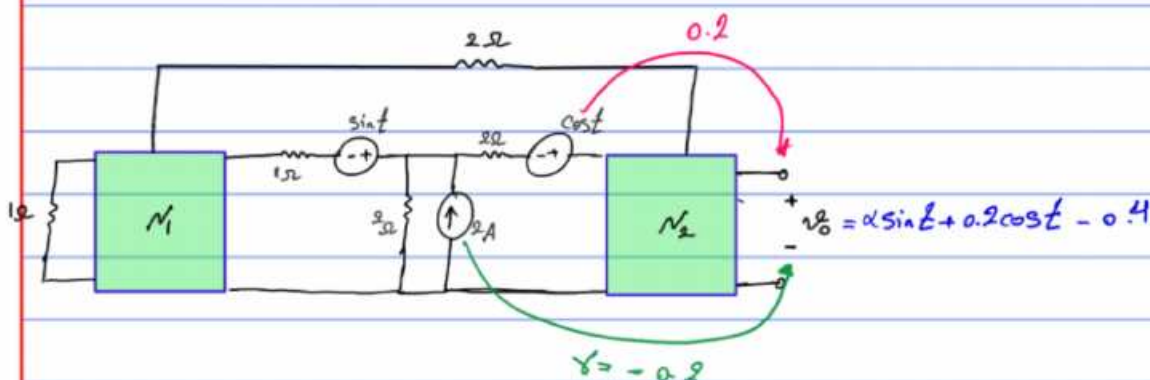
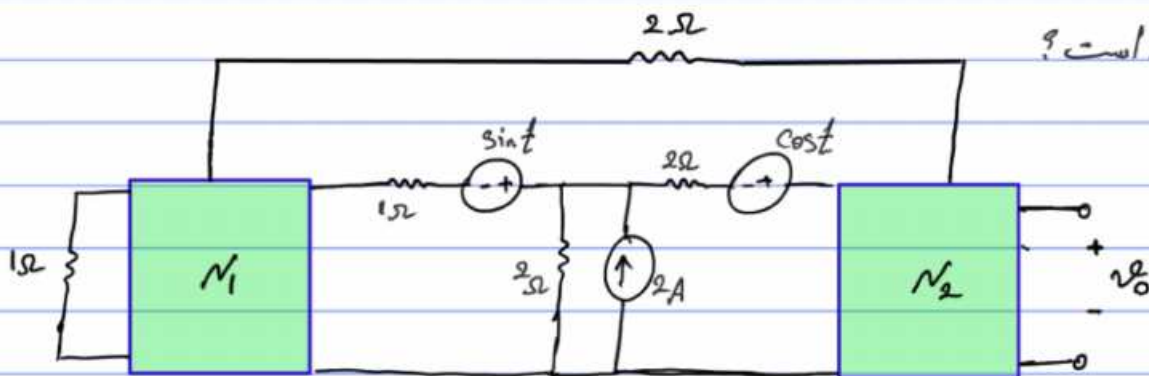
$$2\alpha + 3\beta = 3 \xrightarrow{\alpha = \frac{1}{2}} 3\beta = 2 \rightarrow \beta = \frac{2}{3}$$

$$\text{خروجی} = \underbrace{\frac{1}{2}(2 + \cos t)}_{\text{مقاومت باشد}} + \underbrace{\frac{2}{3}(k \times 3)}_{\text{منبع را چند برابر}} \xrightarrow{\text{max}} \frac{1}{2}(2 + \underbrace{1}_{\text{max کسینوس}}) + 2k = 5$$

$$\frac{3}{2} + 2k = 5 \rightarrow k = \frac{7}{4}$$

نزدیک ۳

تقریباً در مدار زیر N_1 و N_2 مقاومتی خطی و بیرون منبع مستقل است. اگر $v_o = \alpha \sin t + 0.2 \cos t - 0.4$ باشد α کدرا است؟

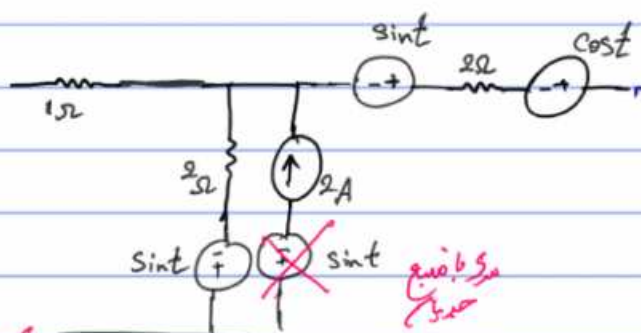


$$v_o = \alpha \sin t + 0.2 \cos t - 0.4$$

$$v_o = \alpha \sin t + \beta \cos t + \gamma$$

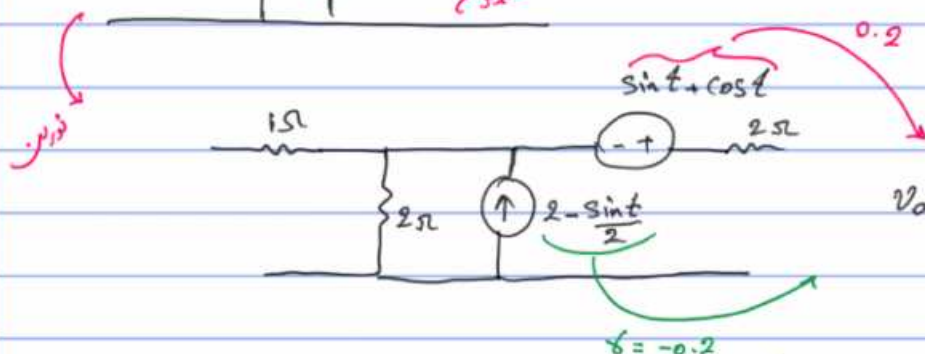
$$2\gamma = -0.4 \rightarrow \gamma = -0.2$$

$$0.2 = \beta$$



منبع ولت $\sin t$ را به شافعی در پشت ولت کنیم.

روش انتقال منبع قبل از تقه شط است



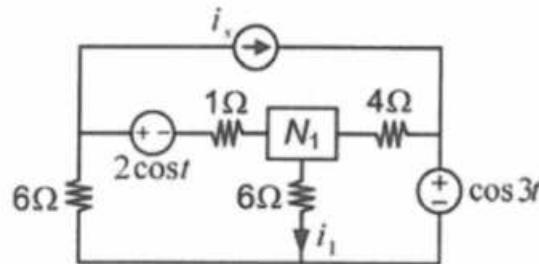
$$v_o = 0.2(\sin t + \cos t) - 0.2\left(2 - \frac{\sin t}{2}\right) = (\underbrace{0.2 + 0.1}_{\alpha=0.3}) \sin t + 0.2 \cos t - 0.4$$

(برقی ۹۲) در مدار مقاومتی خطی با جواب یگانه زیر، اگر $i_s = 5 \sin 2t + 4$ آمپر باشد،

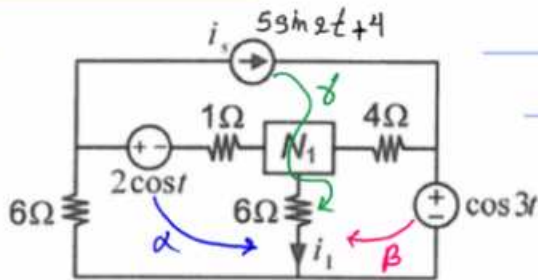
در جریان i_1 یکی از جملات برابر $-\frac{1}{5} \cos t$ است. جمله ثابت در i_1 کدام است؟ N_1

بدون منابع مستقل است.

جواب:



- (۱) -۶
(۲) ۲/۴-
(۳) ۴/۰-
(۴) ۴



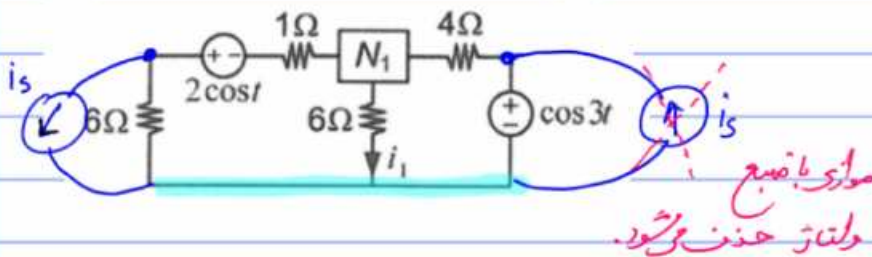
تدریس دینار $i_1 = -\frac{1}{5} \cos t +$

$-\frac{1}{5} \cos t$ فقط ناشی از منبع $2 \cos t$ است به ضرب α روی i_1' اثر دارد.

$$-\frac{1}{5} \cos t = \alpha (2 \cos t) \rightarrow \alpha = -\frac{1}{10}$$

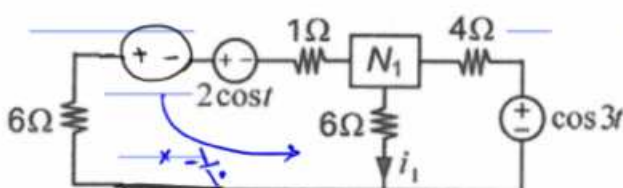
تدریس فقط ناشی از منبع $\cos 3t$ است. و اثر β را میزنیم و اگر β را با تبدیلات روی

شماره $2 \cos t$ قرار بدهیم اثر کن روی خروجی با $\beta = -\frac{1}{10}$ خواهد بود.



بسیار آسان روی شماره عدد نظر قرار گیرد تبدیل نورقی به توان می زنیم

$$i_{s \pi 6} = 6(5 \sin 2t + 4)$$



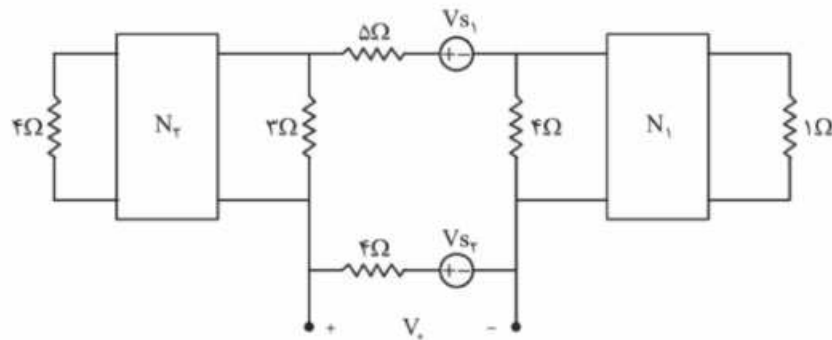
$$i_1 = -\frac{1}{5} \cos t - \frac{1}{10} (30 \sin 2t + 24)$$

تدریس $-2.4 = DC$

تدریس ۲

در شکل زیر N_1 و N_2 تنها از مقاومت های خطی و منابع وابسته خطی تشکیل شده اند

ولتاژ خروجی برابر است با $V_o = \frac{2}{5} V_{s1} + \beta V_{s2}$ ضریب β کدام است؟

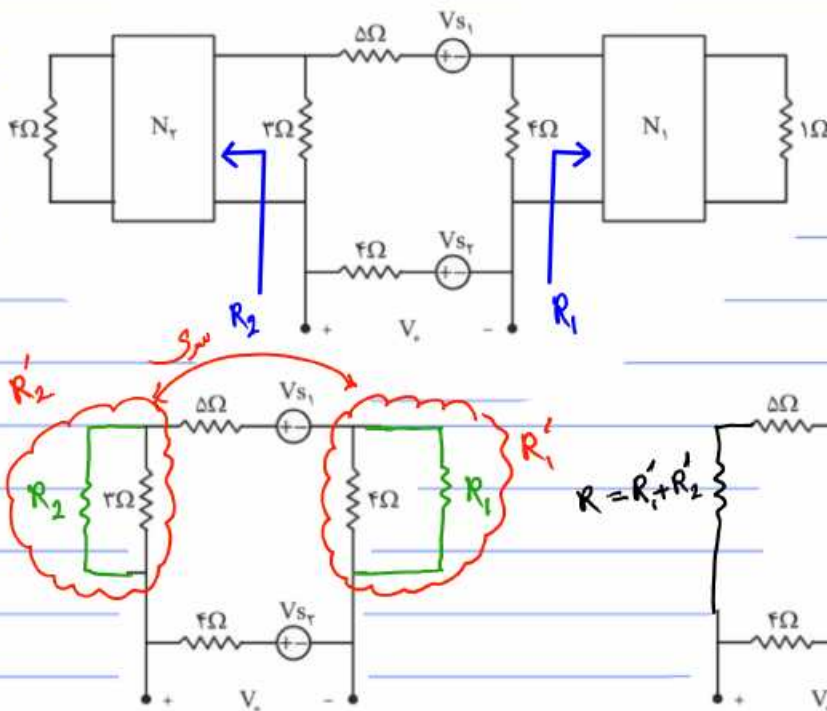


(1) $\beta = 0.6$

(2) $\beta = 0.4$

(3) $\beta = 2/5$

(4) $\beta = -0.3$



$$V_o = \frac{2}{5} V_{s1} + \beta V_{s2}, \quad V_o = V_{s1} \frac{4}{R + (4+5)} + V_{s2} \frac{5+R}{R + (4+5)}$$

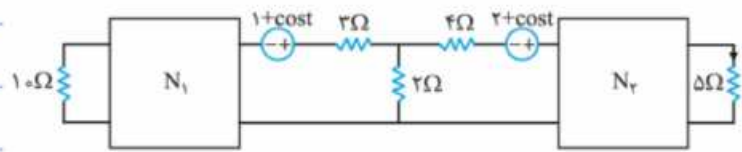
$$\frac{2}{5} = \frac{4}{R+9} \rightarrow R+9=10 \rightarrow \underline{R=1}$$

$$\frac{5+R}{R+9} = \beta \xrightarrow{R=1} \frac{6}{10} = \beta \rightarrow \underline{\beta = 0.6}$$

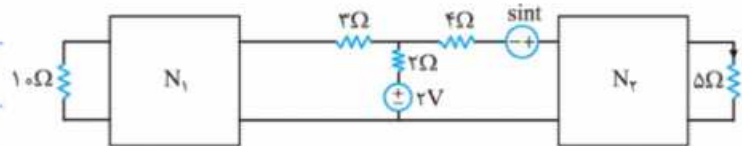


- در شکل زیر، شبکه های N_1 و N_2 مقاومتی خطی و تغییرناپذیر با زمان هستند. در شکل

۱، جریان i برابر $5 + 3 \cos t$ است. در شکل ۲، جریان i چند آمپر است؟



(شکل ۱)



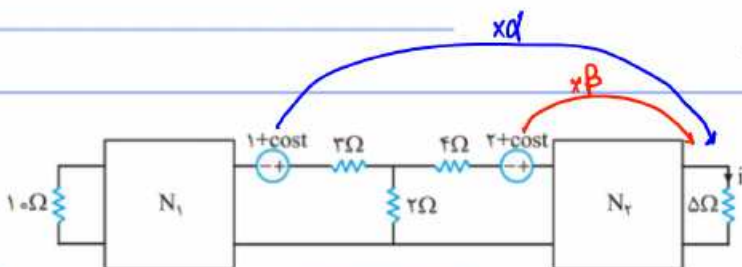
(شکل ۲)

$$2 + 2 \sin t \quad (2)$$

$$-6 + 2 \sin t \quad (4)$$

$$-2 + 2 \sin t \quad (1)$$

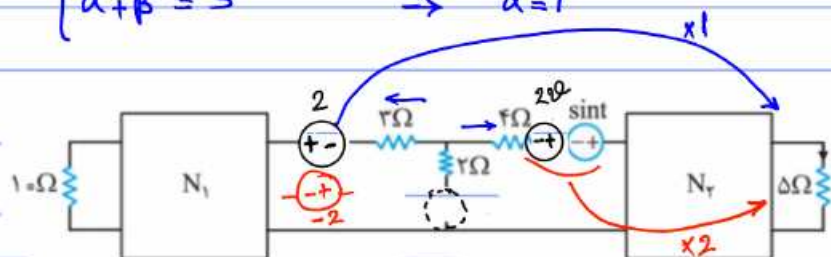
$$6 + 2 \sin t \quad (3)$$



$$5 + 3 \cos t$$

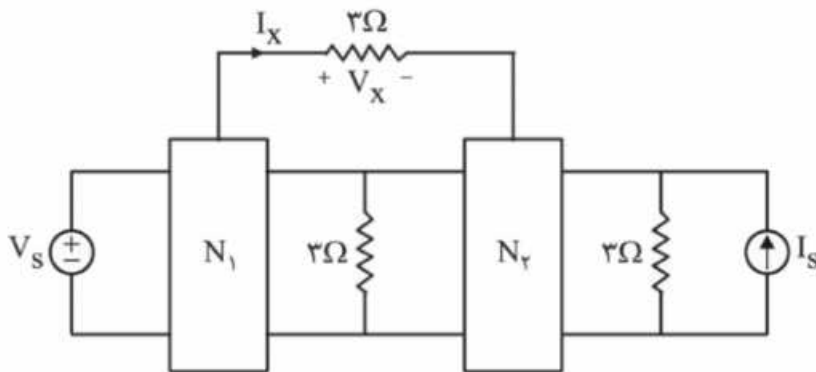
$$\alpha(1 + \cos t) + \beta(2 + \cos t) = 5 + 3 \cos t$$

$$\rightarrow \begin{cases} \alpha + 2\beta = 5 \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \beta = 2 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

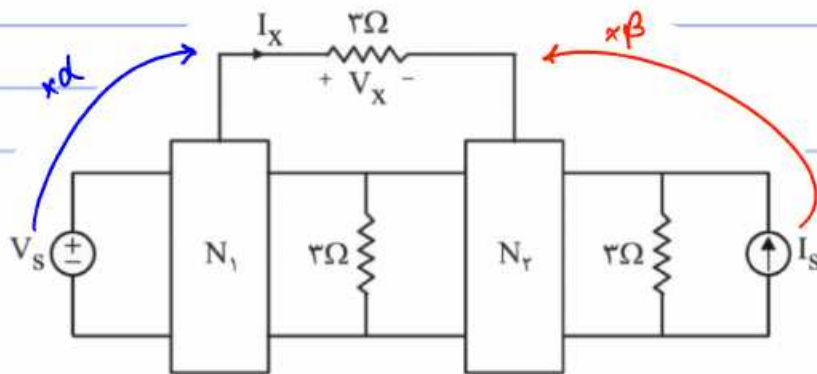


$$i = -2\alpha + (2 + \sin t)\beta = -2 + 2(2 + \sin t) = 2 + 2 \sin t$$

- در شکل زیر N_1 و N_2 از مقاومت های خطی LTI تشکیل شده اند. به ازاء $V_s = 1 + \cos t$ و $i_s = 3$ جریان $i_x(t=0) = 1A$ و $i_x(t=\frac{\pi}{2}) = -1A$ است اگر به ازاء $i_s = 5A$ و $V_s = A \cos 2t$ مقدار $V_x(0) = 5V$ باشد مقدار A کدام است؟



- (1) $\frac{10}{3}$
(2) $\frac{3}{10}$
(3) $\frac{4}{10}$
(4) $\frac{10}{4}$



$$\alpha V_s + \beta I_s = I_x \rightarrow \alpha(1 + \cos t) + \beta 3 = i_x$$

$$i_x(0) = 1 \rightarrow 2\alpha + 3\beta = 1 \rightarrow \alpha = 2$$

$$i_x\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \rightarrow \alpha + 3\beta = -1 \rightarrow \beta = -1$$

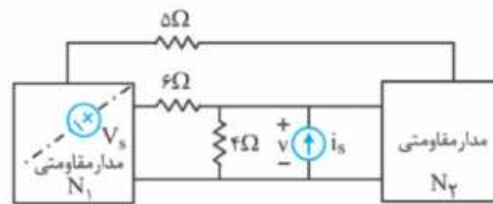
$$i_{x_{\text{new}}} = \alpha V_s + \beta i_s = 2(A \cos 2t) - (5) \rightarrow v_x = 3i_x = 6A \cos 2t - 15$$

$$\rightarrow v_x(0) = 5 \rightarrow 6A - 15 = 5 \rightarrow A = \frac{10}{3}$$

فرضیه ۱



- در مدار زیر با مقاومت های خطی و منابع مستقل v_s و i_s می دانیم که $v = 3i_s + \frac{1}{4}v_s$ است، به جای مقاومت 4Ω چه مقاومتی (برحسب اهم) بگذاریم تا توان مصرفی منبع جریان i_s سه برابر شود؟



۱۲ (۱)

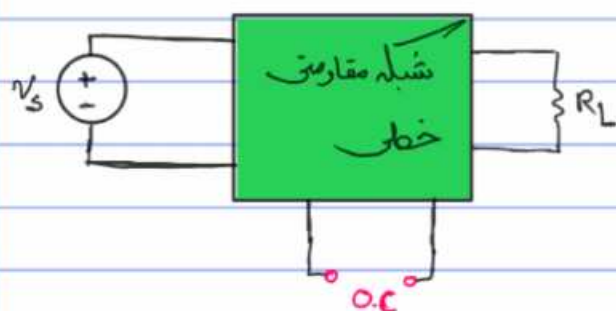
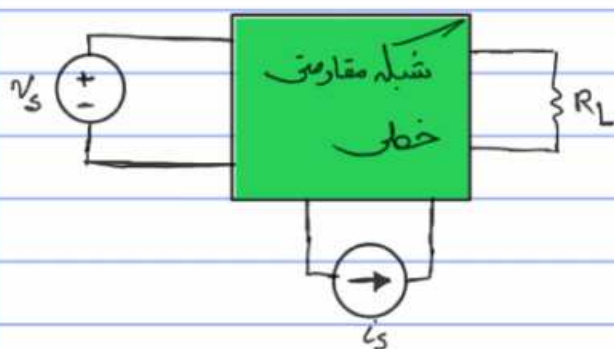
۱۶ (۲)

۳۶ (۳)

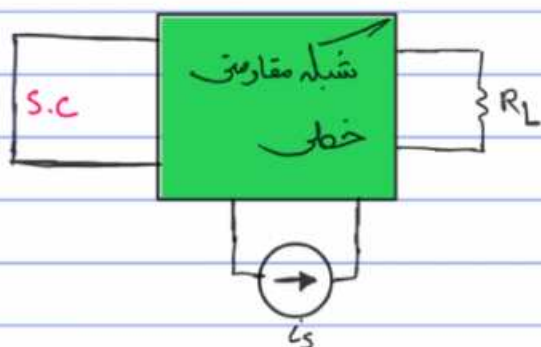
۲۴ (۴)

قضیه جمع آثار برای توان

قضیه جمع آثار را نمی توان برای توان لحظه ای در مداراتی که منبع غیر DC دارند استفاده کرد و این قضیه فقط برای توان های متوسط برقرار است.



✓ $\bar{P}_1$ ناشی از منبع v_s



✓ $\bar{P}_2$ ناشی از منبع i_s

$$\bar{P} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2$$

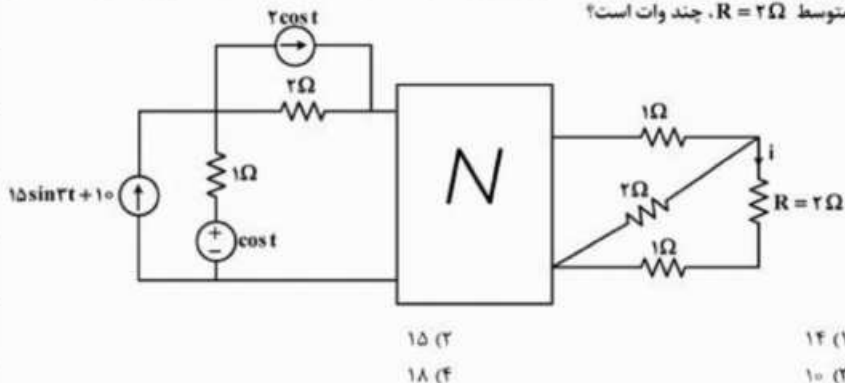
$\bar{P}$ توان متوسط مصرفی R_L

$$P(t) \neq P_1(t) + P_2(t)$$

$P(t)$ توان لحظه ای مصرفی R_L

دلتی برق ۹۵

در مدار زیر، «N» شامل مقاومتهای خطی و بدون منابع مستقل است. اگر جمله ثابت i برابر ۲ آمپر باشد، توان متوسط $R = 2\Omega$ چند وات است؟



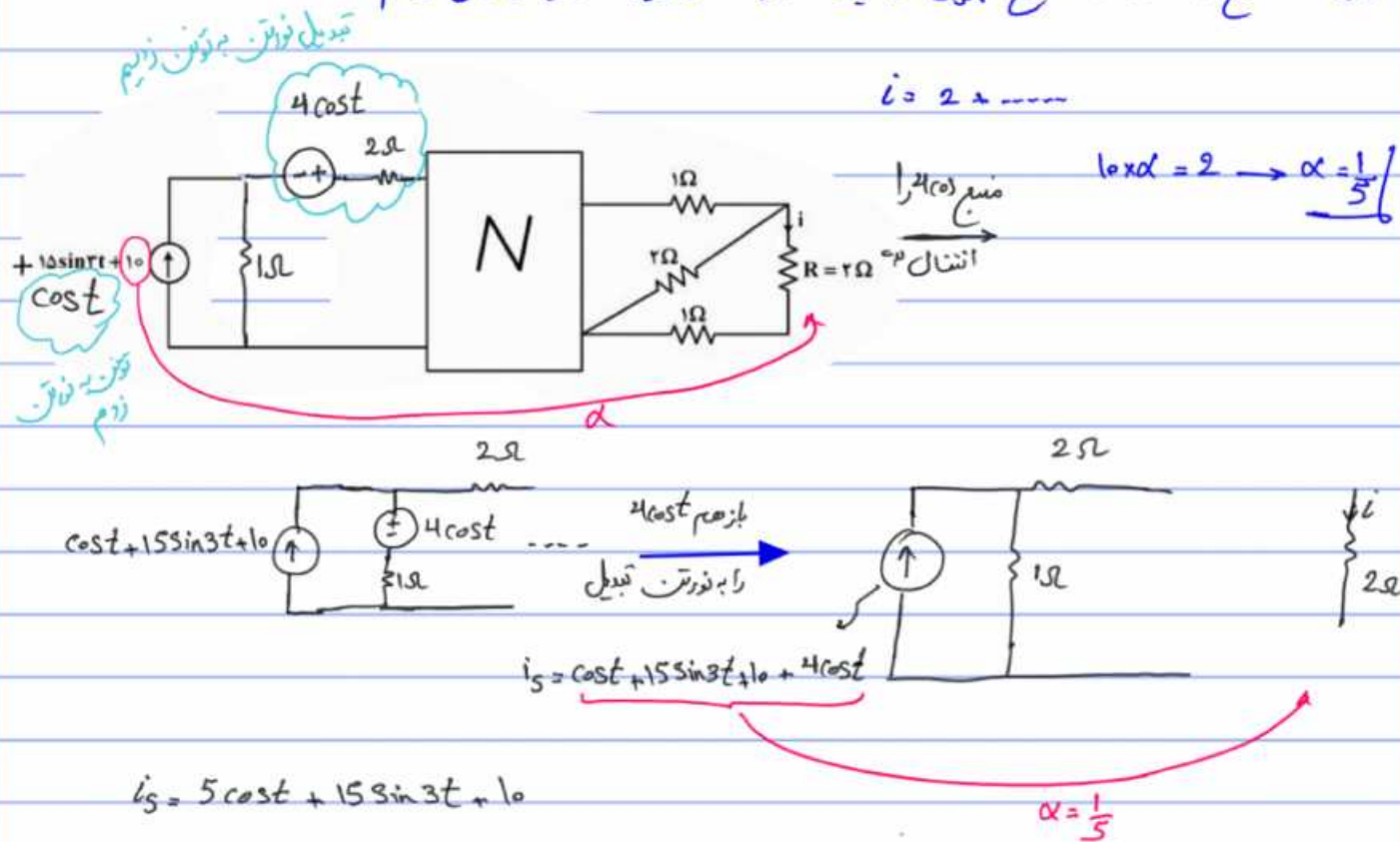
۱۵ (۳)

۱۸ (۴)

۱۴ (۱)

۱۰ (۲)

باید جریان را بدست آوریم. چون فقط منبع جریانی نداریم DC دارو و ترم DC خروجی را داده می توانیم
از منبع جریانی را در این جایگاه بدست آوریم. و اگر می توانیم جریانی را از تمامی منابع بدست آوریم
باید تمام منابع به صورت منبع جریانی در این جایگاه قرار گیرد. باید تبدیل بزنیم



$$i_1 = \frac{1}{5} \times 4 \cos t = 0.8 \cos t \rightarrow P_1(t) = 2 \times i_1^2 = 2 \times (0.8 \cos t)^2 \rightarrow \bar{P} = 1 \text{ W}$$

$$i_2 = \frac{1}{5} \times 15 \sin 3t = 3 \sin 3t \rightarrow P_2(t) = 2 \times i_2^2 = 18 \sin^2 3t \rightarrow \bar{P} = 9 \text{ W}$$

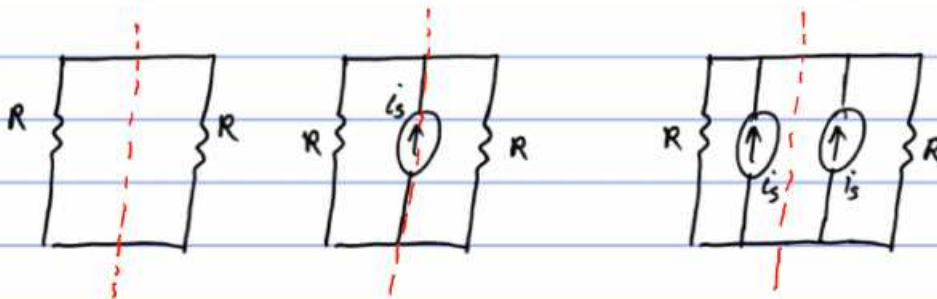
$$i_3 = \frac{1}{5} \times 10 = 2 \rightarrow P_3(t) = \bar{P} = 2 \times 2^2 = 8$$

$$\bar{P} = 1 + 9 + 8 = 18 \text{ W}$$

تقارن در مدارهای الکتریکی

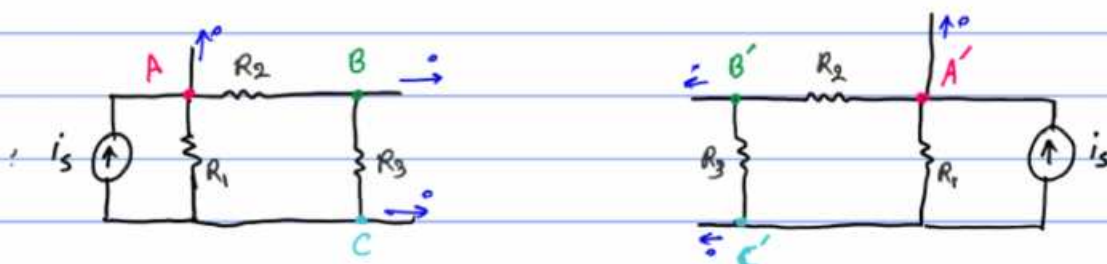
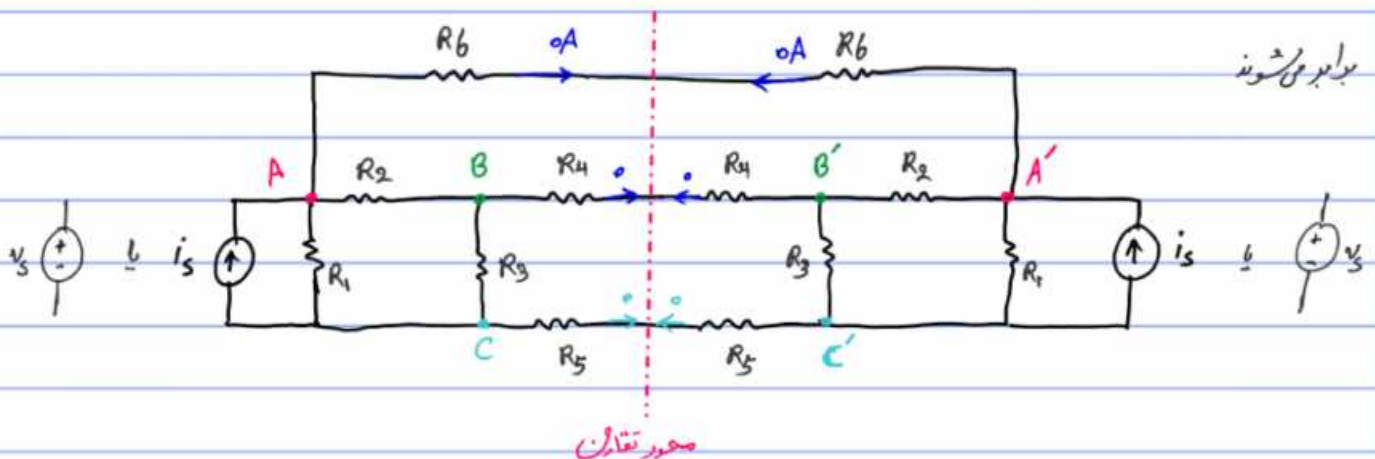
بعضی مدارها ممکن است ساختار متقارن خاصی داشته باشند که ولتاژ و یا جریان تعدادی از شاخه‌های آن آسانتر بدست آید.

مداری را متقارن می‌گوئیم که اگر نسبت به محور تقارن متابزهیم تمام المان‌های یکسان روی هم قرار گیرند.



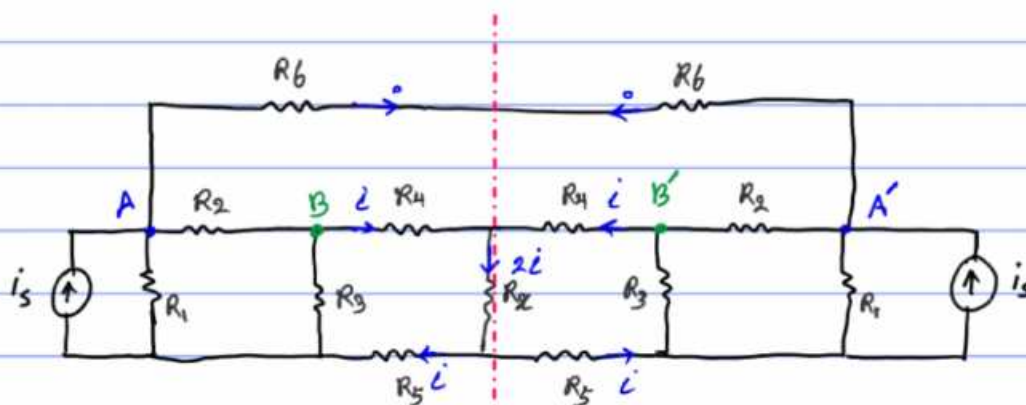
حالت اول: منابع هم جفت و هم پلاریته

در این حالت ولتاژ نقاط متناظر باهم برابر و شاخه‌هایی که عمود بر محور تقارن هستند جریان صفر دارند. همچنین مقاومت‌های هم راستا روی محور تقارن ۲ برابر می‌شوند. در این حالت ولتاژ نقاط متناظر باهم

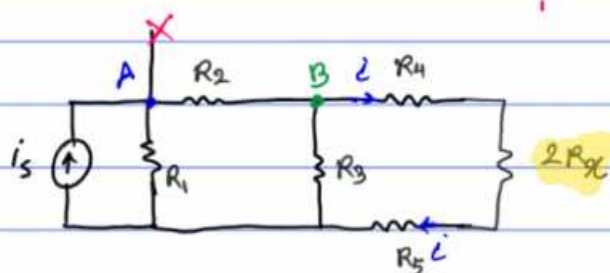


مدار ساده شده راحت تر تحلیل می‌شود.

مثال ۱



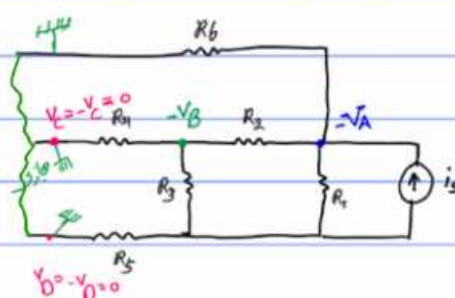
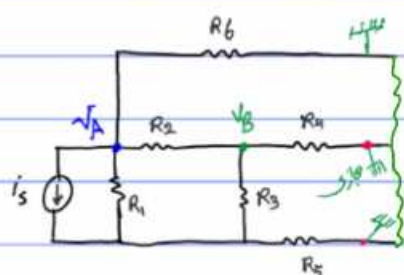
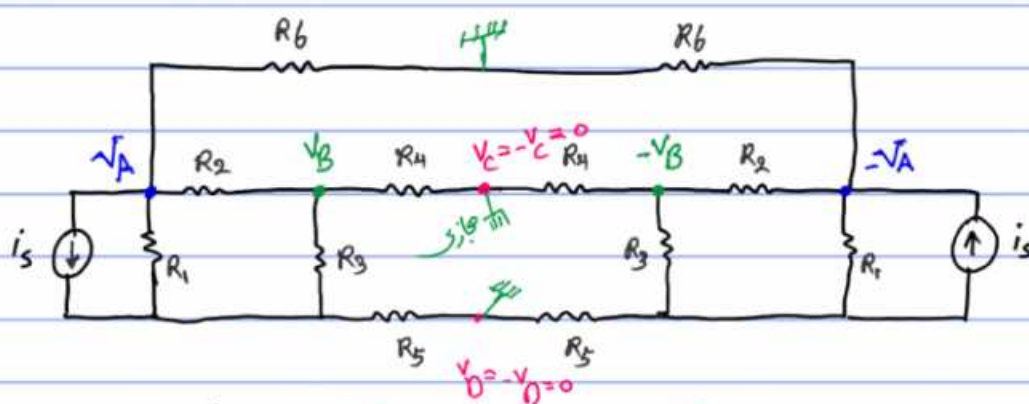
منابع هم جهت هستند ← نقاط متناظر هم ولتاژ

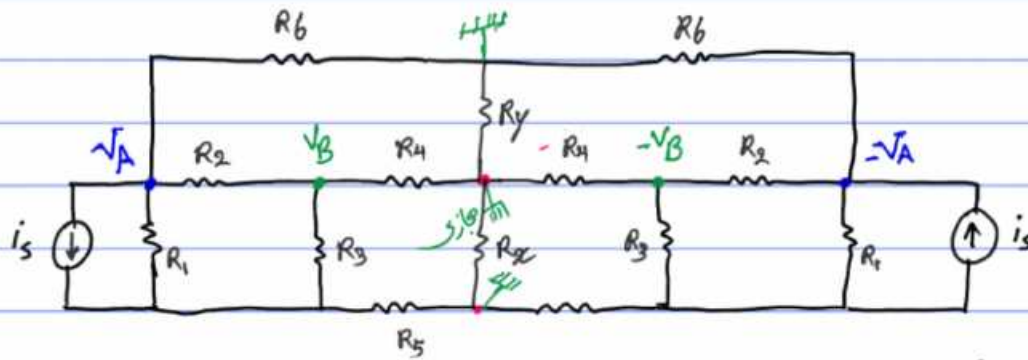


حالت دوم: منبع خلاف جهت و غیر هم پاریته

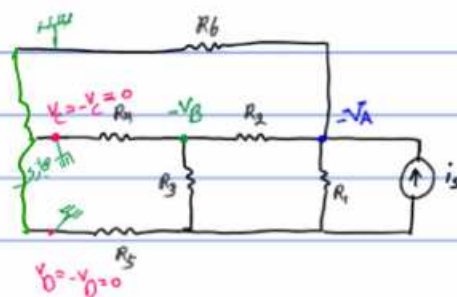
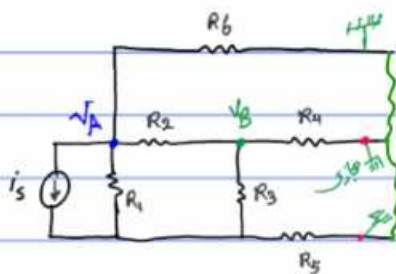
در این حالت نقاط روی محور تقارن ولتاژ صفر هستند. و شاخه عمود بر محور تقارن را حذف می کنیم.
شاخه های هم راست روی محور تقارن را حذف می کنیم. ولتاژ نقاط متناظر (آینه) قدری یکدیگر

هستند.





جدا کردن R_x و R_y عبور نهند ← در نیم مدار این مقاومت ها حذف می شوند.



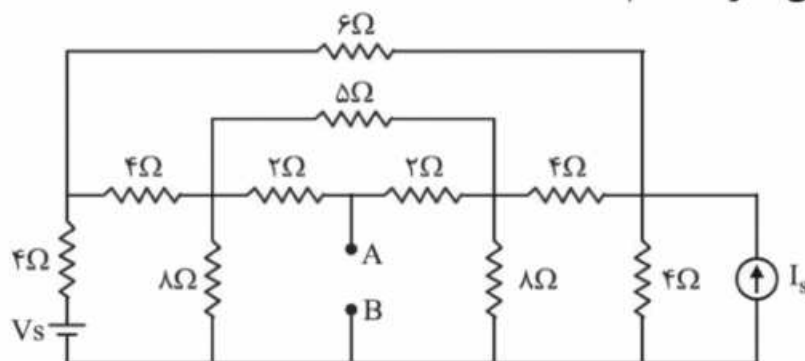
مقاومت معادل از دو سر خط تقارن

در صورتی که یک مدار نسبت به یک محور افقی، عمودی یا مورب تقارن داشته باشد و مقاومت معادل را از دو سر

خط تقارن بخواهیم می توانیم مدار را نسبت به محور تقارن تا بزنیم و در این حالت تمام المانهای

در طرف با هم نظیر به نظیر موثر می شوند.

مقاومت معادل در سری های A و B کدام است؟



(1) 6Ω

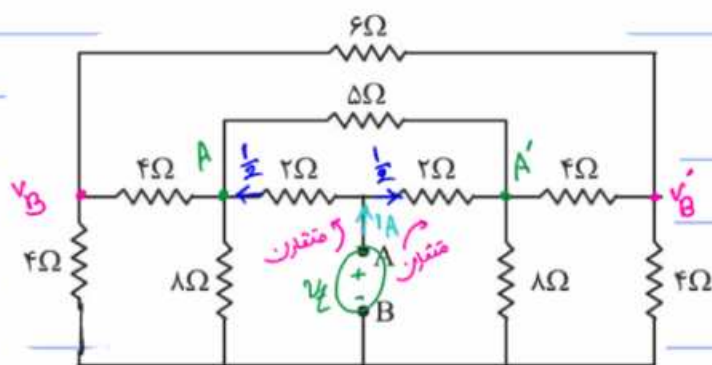
(2) 3Ω

(3) $1/5\Omega$

(4) $4/5\Omega$

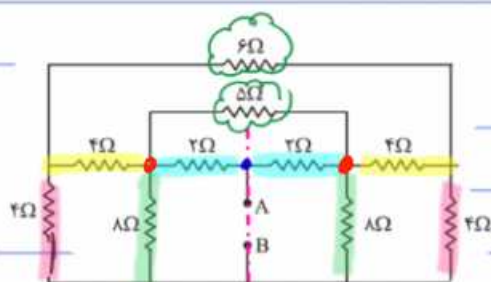
چون مقاومت معادل از دو سر محد متناظر می خواهم نقاط نظیر هم را کنار همستند و می توانیم مدار را نسبت محور تقارن

تا بزنیم. علت تازو رخ را می بینید.

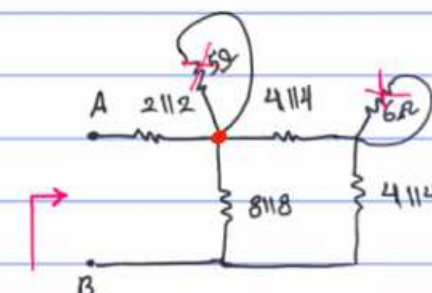


$$V_A = V_{A'}$$

$$V_B = V_{B'}$$



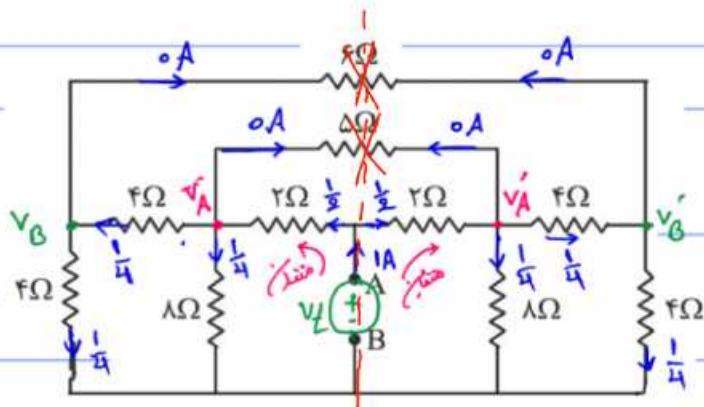
محور تقارن



$$R_{AB} = [(4||4 + 2||2) || 8||8] + 2||2 = 3\Omega$$

در نتیجه جواب

روش دوم: ضعیف شدن ولتاژها



ضعیف ولتاژ و جریان ۱A از هر دو طرف مقاومت

تولید یک و متقارن می بینید لذا جریان ۱A بین

۲ شاخه ۲ اهم تقسیم و نصف می شود.

$$V_A = V_A' \rightarrow$$

$\frac{1}{2}$ به ده V_A که می رسد در شاخه ۸ اهم و (۴+۴) می بینید

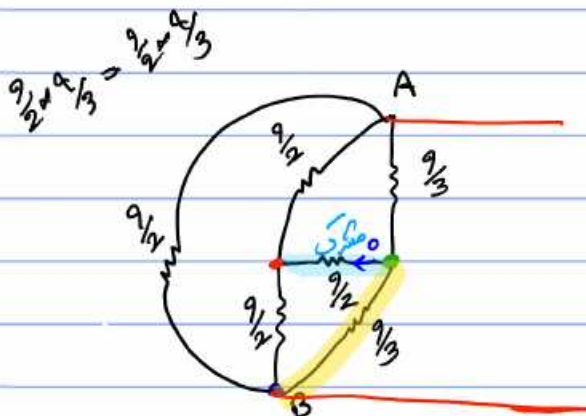
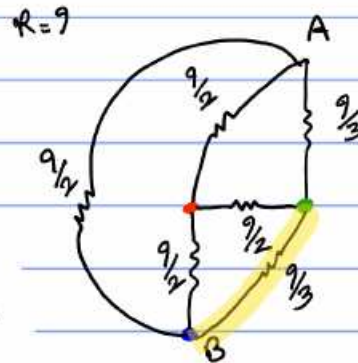
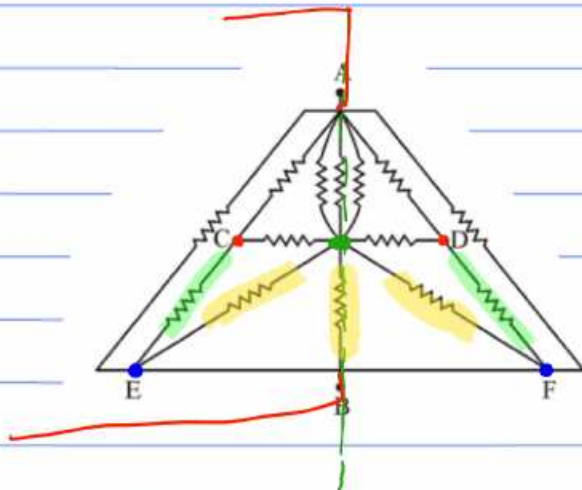
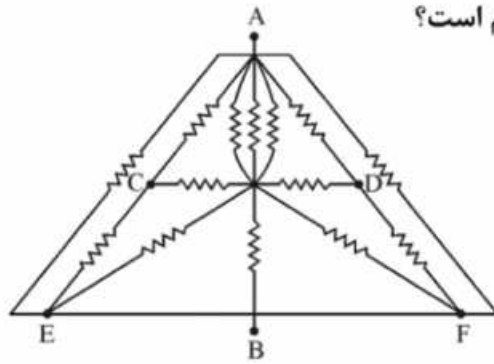
$$V_B = V_B' \rightarrow$$

و باز هم بین این ۲ شاخه یک سبب تقسیم می شود.

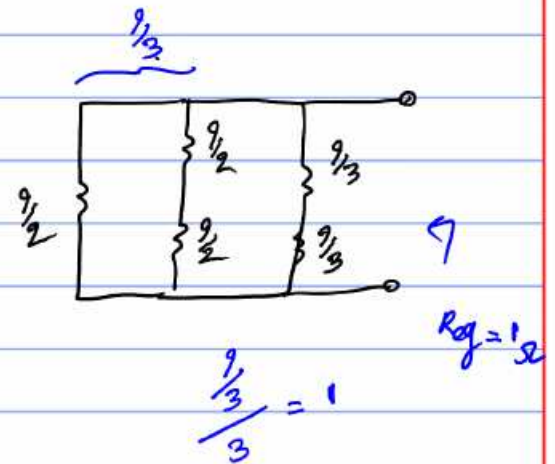
$$kvl: -V_L + \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{4} \times 8 = 0 \rightarrow R_{th} = \frac{V_L}{1A} = 3\Omega$$

اگر تمام مقاومت ها $R = 9\Omega$ باشد R_{AB} کدام است؟

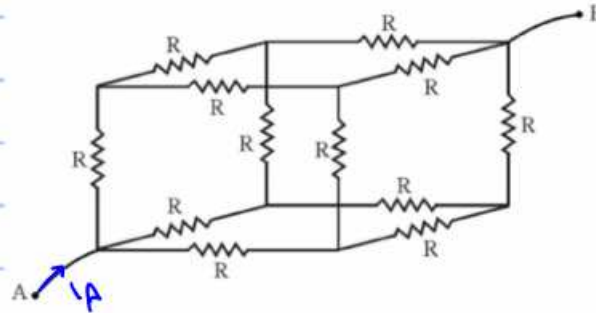
- (۱) ۲
(۲) ۹
(۳) ۴/۵
(۴) ۱



R_{AB}

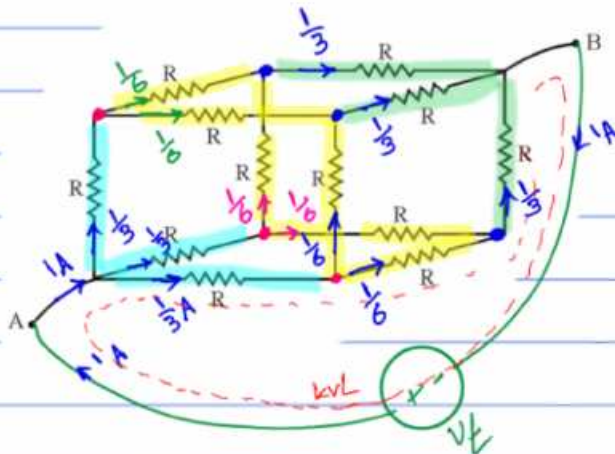


مقاومت های معادل بین نقاط A و B کدام است؟



- (1) $\frac{5}{6} R$
(2) $\frac{6}{5} R$
(3) $\frac{R}{6}$
(4) $6R$

روش اول: بخش جبرج

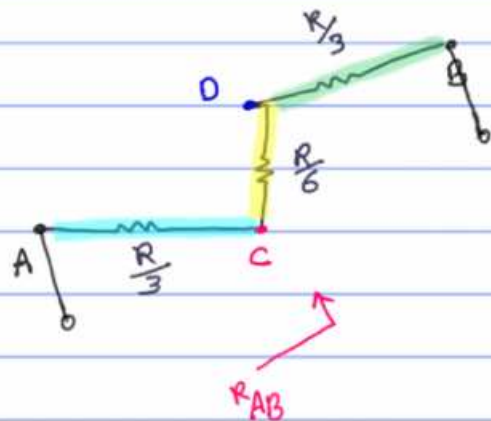
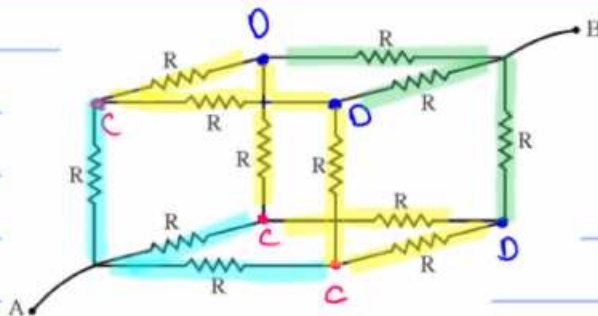


$$kvl: -V_L + \frac{1}{3}R + \frac{1}{6}R + \frac{1}{3}R = 0$$

$$V_L = \frac{5}{6}R$$

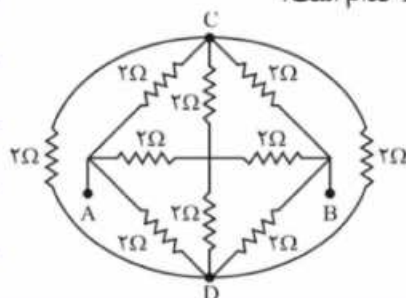
نیزه ا جواب

روش دوم: پس از تحلیل نظری و تقارن مدار و تشخیص نقاط هم پتانسیل می توان مدار را ساده کرد.

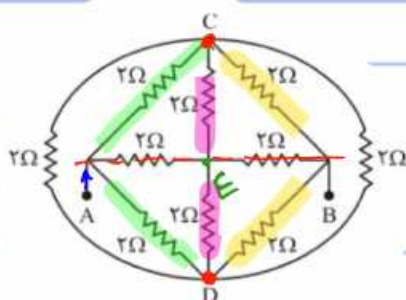


$$R_{AB} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6}R$$

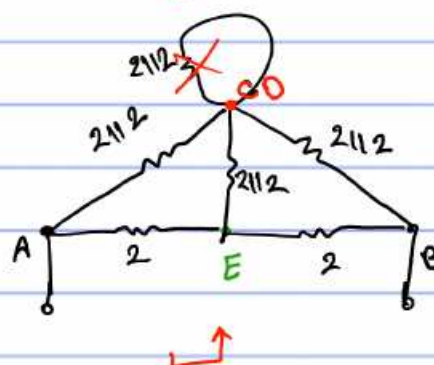
در مدار زیر مقاومت معادل از دید دو نقطه A و B کدام است؟



- (1) $\frac{4}{3} \Omega$
(2) $\frac{2}{3} \Omega$
(3) $\frac{1}{3} \Omega$
(4) $\frac{1}{2} \Omega$



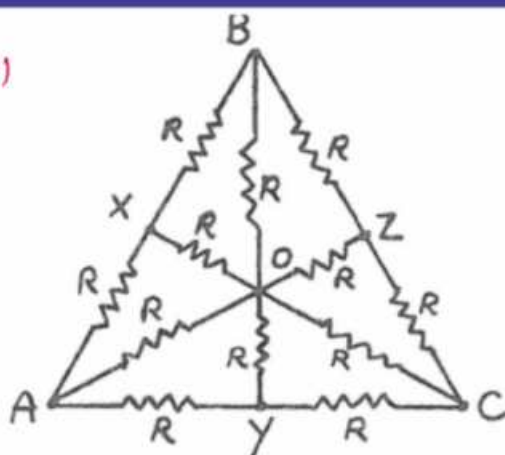
نقطه C و D هم پتانسیل دارند



$$R_{eq} = (2+2) \parallel (1+1) = \frac{4}{3} \Omega$$

نیزه!

(بقی ۷۰)



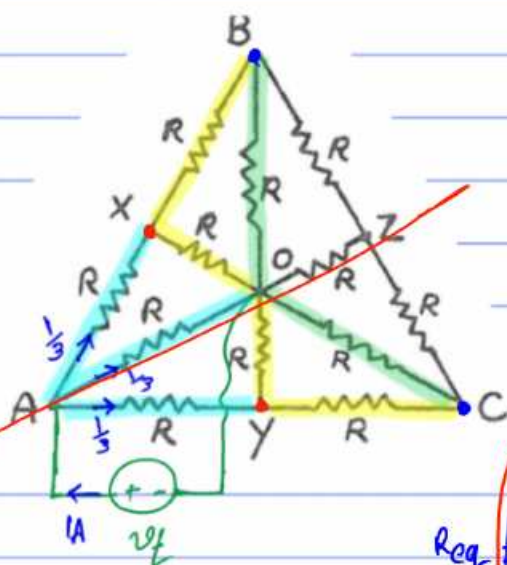
در مدار شکل مقابل مقاومت معادل
بین نقاط O و A چقدر است ؟
($R = 20$)

$$1/8 \Omega - 2$$

$$9 \Omega - 1$$

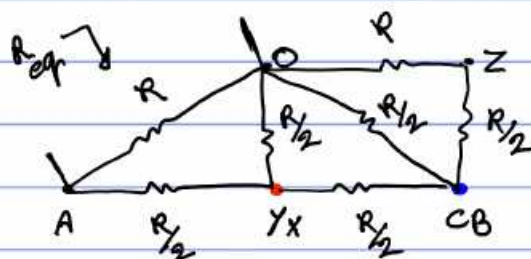
$$7/5 \Omega - 2$$

$$2/15 \Omega - 3$$



هم تپاشیل X, Y

هم تپاشیل B, C

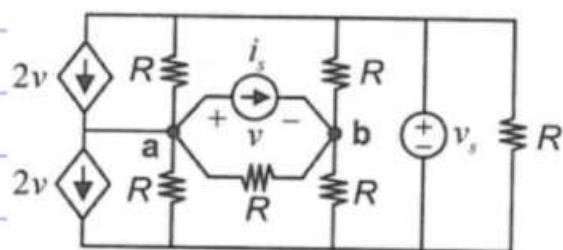


$$R_{eq} = \left(\left(\left(R + R/2 \right) \parallel R/2 \right) + R/2 \right) \parallel R/2 + R/2 \parallel R$$

$$R_{eq} = 9 \Omega$$

در مدار

در ذهن خود تطبیق کنید



(91) چه مقاومتی از دو سر منبع
جریان مستقل i_s (از دو نقطه a و b) دیده
می شود؟

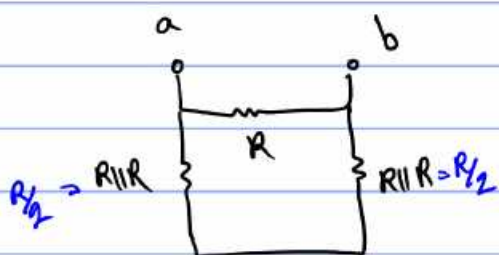
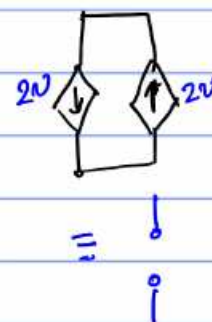
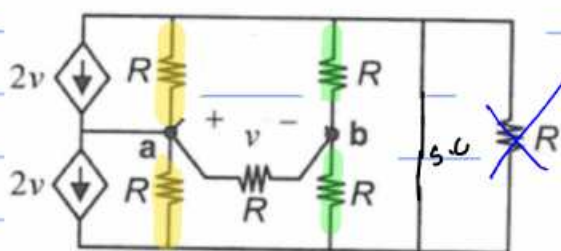
جواب:

$2R$ (1)

$2R$ (3)

R (2)

$\frac{R}{2}$ (4)

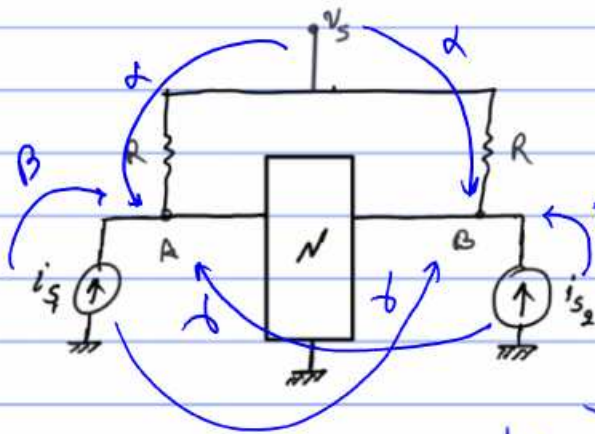


$$R_{ab} = (R/2 + R/2) \parallel R = R/2$$

تقریباً در مدار شکل زیر N مقاومتی و خطی است و نسبت به محور عمودی از وسط مدار متقارن

است. اگر $i_{s1} = 1 + 2\sin t$ و $i_{s2} = \cos 2t$ و $R_3 = 3$ باشد، ولتاژ نره A به صورت

$v_A = 0.6\sin t + 0.2\cos 2t$ باشد ولتاژ v_B چگونه خواهد بود؟



چون مدار متقارن است اثر ضعیف v_s چون وسط قرار گرفته و هر دو نقطه A و B یک شکل است.

باقی به جایگاه دو ضعیف جریان که حسب جایگاه متناظر دارند هر اثری که i_{s1} در نقطه A دارد i_{s2} هم در B دارد.

$$v_A = \alpha v_s + \beta i_{s1} + \gamma i_{s2} \quad (1) \quad \text{مقاومتی و خطی است}$$

$$v_B = \alpha v_s + \beta i_{s2} + \gamma i_{s1} \quad (2)$$

$$0.6\sin t + 0.2\cos 2t = \alpha(3) + \beta(1 + 2\sin t) + \gamma(\cos 2t) \quad \text{معادله 1 و 2}$$

$$0.6\sin t = 2\beta\sin t \rightarrow \beta = 0.3$$

$$0.2\cos 2t = \gamma\cos 2t \rightarrow \gamma = 0.2$$

$$0 = 3\alpha + \beta \rightarrow 3\alpha + 0.3 = 0 \rightarrow \alpha = -0.1$$

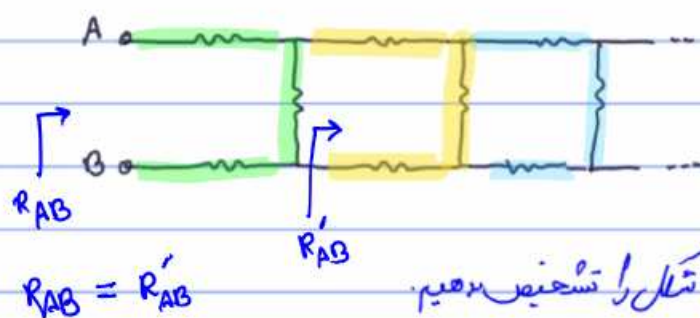
$$v_B = -0.1(3) + 0.3(\cos t) + 0.2(1 + 2\sin t)$$

شبکه های نامتناهی

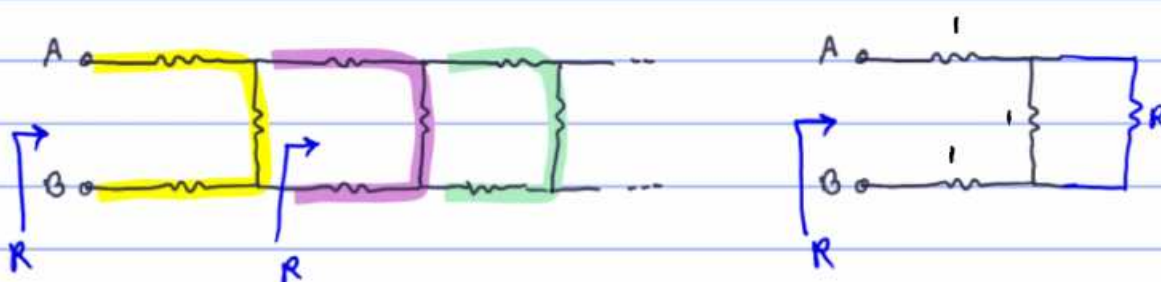
الف) مدارهایی که از یک طرف نامحدود هستند:

در این مدارات به خاطر تقارن و تکرار می توانیم قسمتی از مدار را معادل مقاومت کلی یا ضریب از آن مقاومت مدل کرد و معادل کلی مقاومت ها را بدست آورد.

مثال: در شبکه مقاومتی زیر که از یک طرف به بی نهایت می رود (تکرار می شود) با فرض آنکه تمام مقاومت ها ۱ اهم باشند مقاومت معادل را بدست آوریم.



برای مدارات نامتناهی از یک طرف باید تکرار شدن شکل را تشخیص دهیم.



$$R = 1 + 1 \parallel R + 1 = 2 + 1 \parallel R$$

$$\rightarrow R = 2 + \frac{R}{R+1} = \frac{3R+2}{R+1}$$

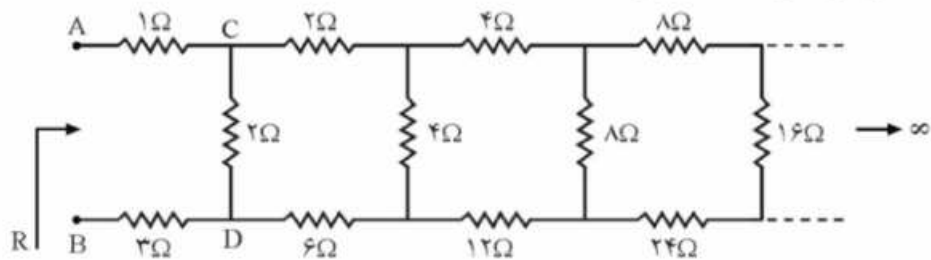
$$R^2 + R = 3R + 2 \rightarrow R^2 - 2R - 2 = 0$$

$$R = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{2} = 1 + 2\sqrt{3} \quad \checkmark$$

$1 - 2\sqrt{3} \quad \times$

مقاومت ها نمی مثبت بودن با هم کارش در دما مثبت خواهد.

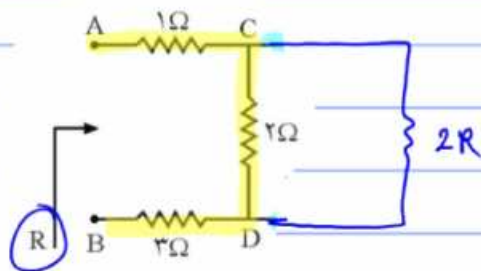
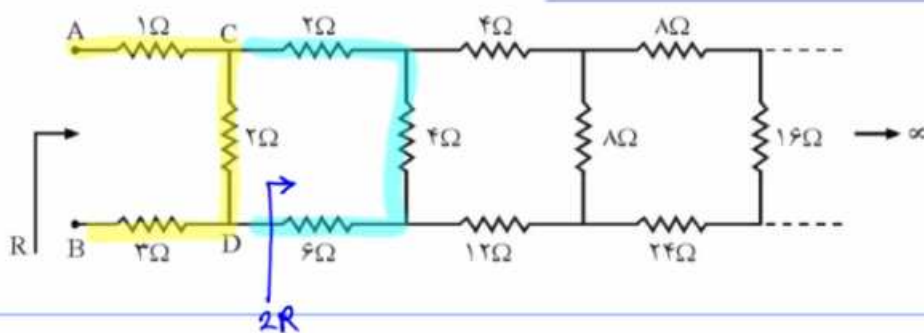
مقاومت دیده شده از دو سر $A-B$ کدام است؟



- (۱) $5/7$
(۲) $7/7$
(۳) بی نهایت
(۴) $4/7$

تعداد تسلسل برابر n است که مقاومت های هر طبقه ۲ برابر مقاومت های طبقه قبل است.

مقاومت های یک شبکه n برابر شوند مقاومت معادل هم n برابر می شود.

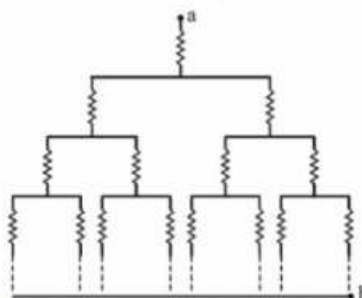


$$R = 1 + 2 \parallel 2R + 3 = 4 + \frac{2R}{R+1}$$

$$R = \frac{6R+4}{R+1} \rightarrow R^2 - 5R - 4 = 0$$

$$R = \frac{5 \pm \sqrt{25+16}}{2} = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} = 5.7$$

تمام مقاومت های شبکه بی نهایت شکل رو برو R هستند مقاومت بین A و B کدام است؟

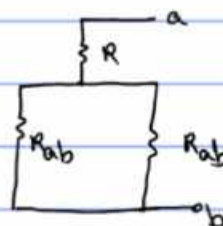
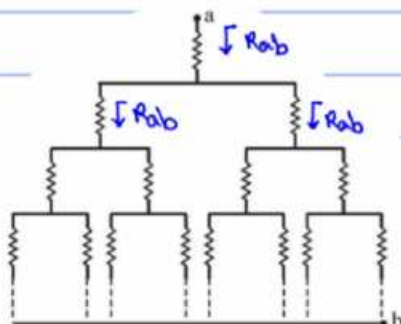


(1) $3R$

(2) $2R$

(3) $\frac{R}{2}$

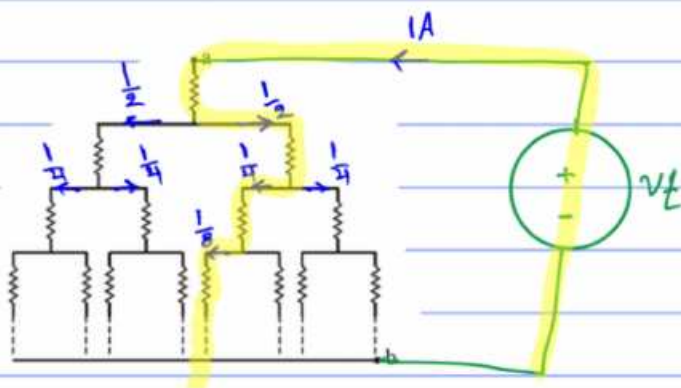
(4) بی نهایت



$$R_{ab} = R + R_{ab} \parallel R_{ab}$$

$$R_{ab} = R + \frac{R_{ab}}{2} \rightarrow R_{ab} = 2R$$

راه اول



راه دوم: پخش جریان

$$kvl: V_t = R(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots) = R(\frac{1}{1 - \frac{1}{2}}) = R(2)$$

$$R_{ab} = V_t = 2R$$

ب) مدارهایی که از هر طرف به بی نهایت می روند

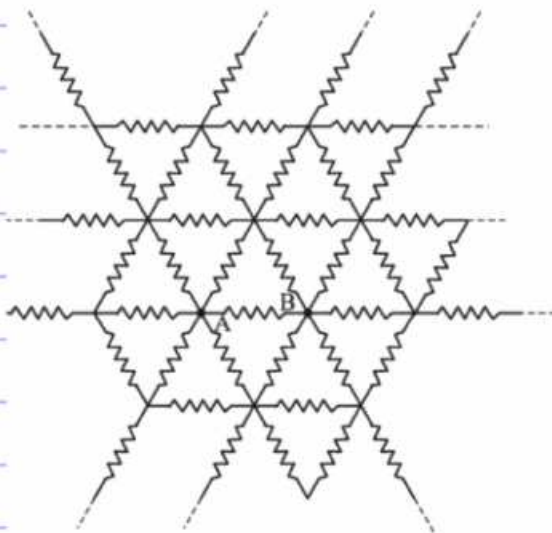
در این مدارات باید ضلع تست $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{6}$ را بین دو نقطه مکرر اعمال کنیم و رابطه $\frac{V}{I}$ را بدست آوریم.

فقط باید توجه داشته باشید که جریان I یک بار به نقطه a وارد شود و یک بار دیگر از نقطه b خارج

شود یعنی در محاسبه $\frac{1}{6}$ و ولتاژ $\frac{1}{6}$ دو بار نوشته می شود یکی از اثر وارد شدن جریان I به گره a و دیگری از اثر

خارج شدن جریان I از گره b یعنی

مقاومت معادل در سرهای A و B کدام است؟ (تمام مقاومت ها ۲ اهم هستند)

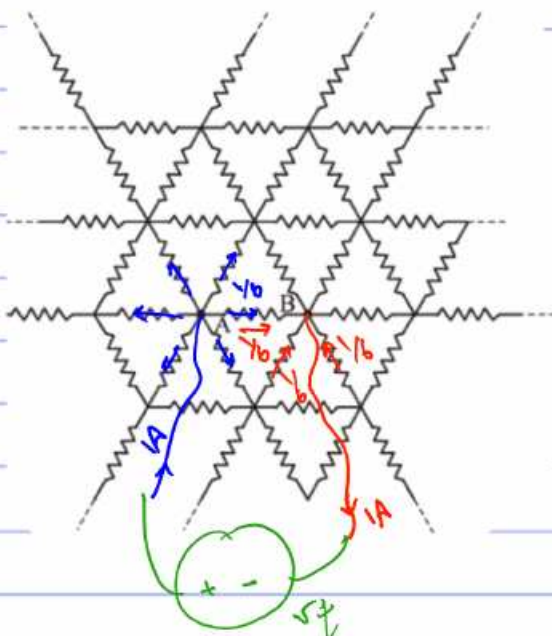


$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$



$$R_{AB} = \frac{V}{I} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) 2\Omega = \frac{2}{3} \Omega$$

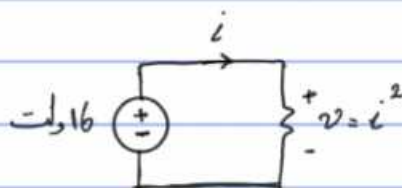
اثر خروج جریان I از گره b اثر ورود جریان I به گره a

مدارات مقاومتی غیرخطی

المان غیر خطی: مقاومت که مشخصه $i-v$ آن **خط راست** **لذریفه از مبدأ** نباشد را مقاومت غیر خطی می گویند. یک مقاومت غیر خطی که مدار مقاومتی را غیر خطی می کند.

نقطه کار مدارات غیر خطی: مقادیر ولتاژها، جریانها، بارهای الکتریکی و شار الکتریکی صادق در معادلات KCL, KVL و روابط المان های مدار را **نقطه کار** می گویند. یک مدار غیر خطی ممکن است چندین نقطه کار داشته باشد.

مثال: مقاومت غیر خطی $i^2 = v$ را در مدار روبه رو در نظر بگیرید.



نکته: برای مقاومت غیر خطی قانون اهم قابل اعمال نمی باشد.

$$\text{KVL: } 16 = v \rightarrow 16 = i^2 \rightarrow i = \pm 4A$$

نقاط کار مدار ، ۱) $i = 4A \rightarrow v = 16$

۲) $i = -4A \rightarrow v = 16$

سوال: گند می شود یک مدار ۲ تا جریبلان داشته باشد (۲ نقطه کار) ؟

بله. ما روی کاغذ با **مدل مدار** کار می کنیم نه مدار **فیزیکی** و در عمل ولت و آمپر متد یک جواب نشان بدهد.

۱- روش عددی

روش های تحلیل مدارات غیر خطی

۲- روش تدریسی

روش عددی تحلیل مدارات غیرخطی

در این روش، معادلات مدار را بر حسب متغیرهای مستقل به همراه روابط ریاضی مانند می نویسیم و دستگاه

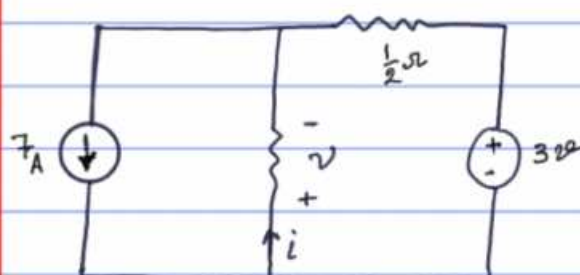
معادلات جبری حاصل را که غیرخطی است حل می کنیم. به شرط وجود جواب برای دستگاه **مدل مدار**،

جواب **مدار فیزیکی** یکی از جواب های مدل مدار است.

در مدارات برای راحتی فکر می توان مدار خطی را از دید **المان غیرخطی** به صورت تون یا نورتن ساده کنیم.

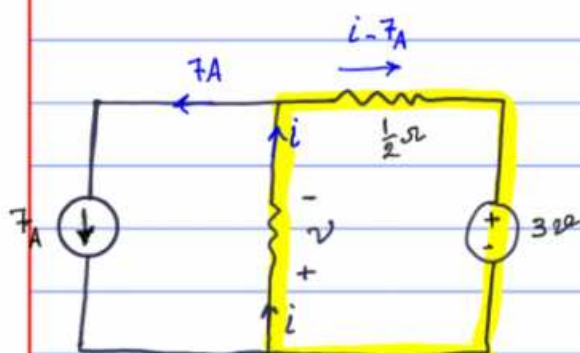
مثال: در مدار شکل زیر مقاومت غیرخطی $v = i^3 + 2$ است. نقاط کار مدار را بدست آورید.

روش اول: بدون ساده سازی



$$\text{KVL: } v + \frac{1}{2}(i - 7) + 3 = 0 \quad (1) \text{ معادله مدار}$$

$$v = i^3 + 2 \quad (2) \text{ معادله المان}$$



$$\xrightarrow{2 \text{ in } 1} \quad i^3 + 2 + \frac{1}{2}(i - 7) + 3 = 0$$

$$2i^3 + i + 3 = 0 \quad *$$

یکی از جواب ها $i = -1A$ ← فالتور $(i+1)$ ← معادله درجه ۳ باید بر عامل $(i+1)$ بخش پذیر باشد

$$\begin{array}{r} 2i^3 + i + 3 \quad | \quad i+1 \\ \underline{2i^3 + 2i^2} \\ -2i^2 + i + 3 \\ \underline{-2i^2 - 2i} \\ 3i + 3 \\ \underline{3i + 3} \\ 0 \end{array}$$

$$(2i^2 - 2i + 3) \quad \text{فالتور جبری}$$

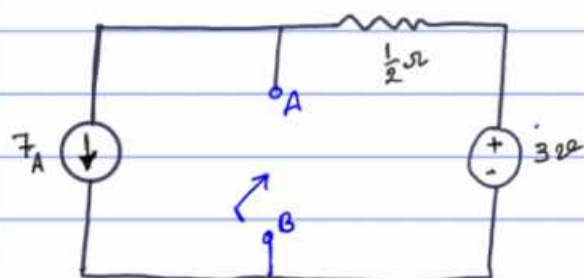
$$* : (i+1)(2i^2 - 2i + 3) = 0$$

ریشه مختلف → $\Delta < 0$

$$i = -1A \quad \checkmark \rightarrow v = i^3 + 2 = 1 \text{ ولت}$$

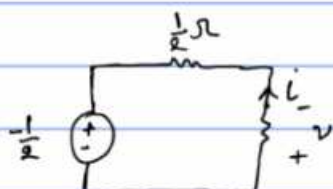
$i =$ فالتور

روش دوم: ساده سازی از دیدگاه غیر خطی



$$R_{th} = \frac{1}{2} \Omega$$

$$V_{th} = 3 - \frac{7}{2} = -\frac{1}{2}$$



$$+v + \frac{1}{2}i - \frac{1}{2} = 0$$

معادله مدار

$$v = i^3 + 2$$

معادله غیر خطی

$$i = -1A \rightarrow v = 1$$

$$+i^3 + 2 + \frac{1}{2}i - \frac{1}{2} = 0$$

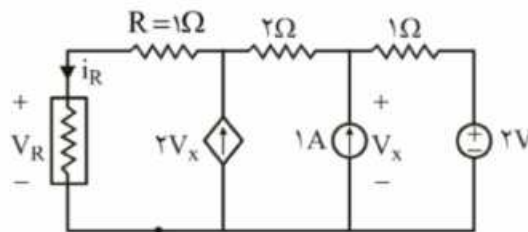
$$\longrightarrow 2i^3 + i + 3 = 0$$

منطق
تلاش



در مدار شکل زیر یک مقاومت غیر خطی با رابطه $i_R = \frac{v_R}{2} + \frac{5}{6} v_R^2$ در مدار وجود دارد.

توان مقاومت R چند وات است؟



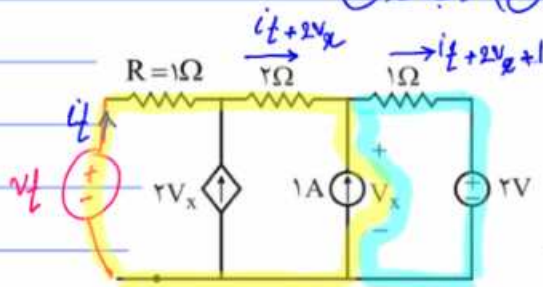
(۱) $12W$

(۲) $18W$

(۳) $36W$

(۴) $54W$

از دیدگاه غیر خطی مدار خطی را آماده می‌کنیم (معادل تبدیل با نودین) رابطه تعادلی

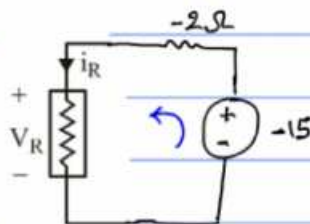


$$\text{KVL: } v_t = i_t + 2(i_t + 2v_x) + v_x$$

$$v_t = 3i_t + 5v_x \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -v_x + i_t + 2v_x + 1 + 2 = 0 \rightarrow v_x = -i_t - 3 \quad (2)$$

رابطه تعادلی $v_t = 3i_t + 5(-i_t - 3) \Rightarrow v_t = -2i_t - 15$



$$\text{KVL: } 15 - 2i_R + v_R = 0 \quad (*)$$

$$i_R = \frac{v_R}{2} + \frac{5}{6} v_R^2 \quad (**)$$

$$15 - 2\left(\frac{v_R}{2} + \frac{5}{6} v_R^2\right) + v_R = 0 \rightarrow -\frac{5}{3} v_R^2 = -15$$

$$v_R^2 = 9 \rightarrow v_R \begin{cases} v_R = 3 \rightarrow i_R = \frac{3}{2} + \frac{15}{2} = 9A \\ v_R = -3 \rightarrow i_R = \frac{-3}{2} + \frac{15}{2} = 6A \end{cases}$$

مقاومت R خطی است و باید که غیر خطی سرو است جریانش هم i_R است

نقطه کار اول $P_R = R \cdot i_R^2 = 1 \times 9^2 = 81W$

نقطه کار دوم $P_R = R \cdot i_R^2 = 1 \times 6^2 = 36W$

نمونه ۳ جواب است



در مدار شکل زیر یک عنصر غیر خطی با رابطه $v = i^2$ به کار رفته است. ولتاژ عنصر غیر

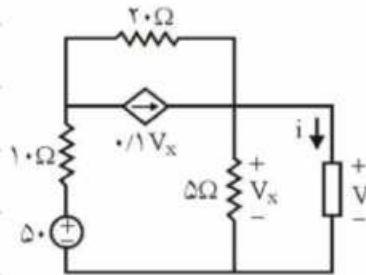
خطی کدام است؟

۱ / ۸۸

۲ / ۳۷

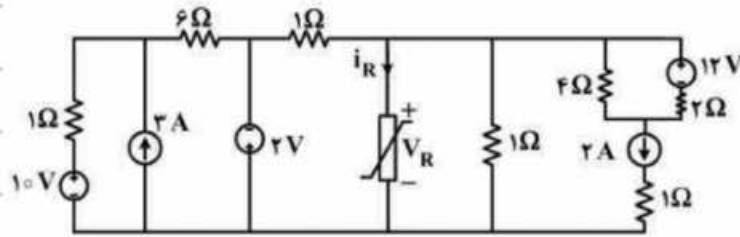
۳ / ۸۸

۴ / ۳۷



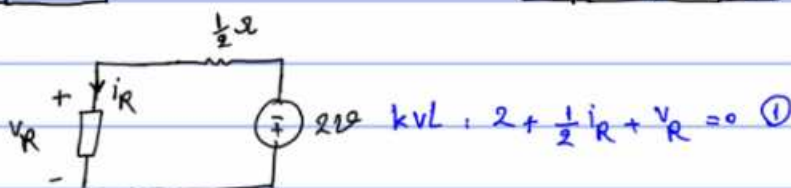
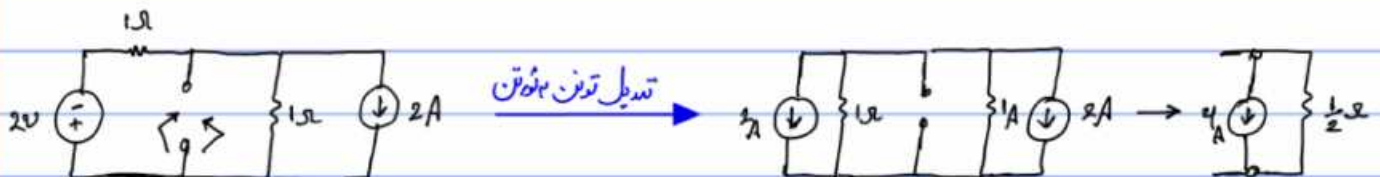
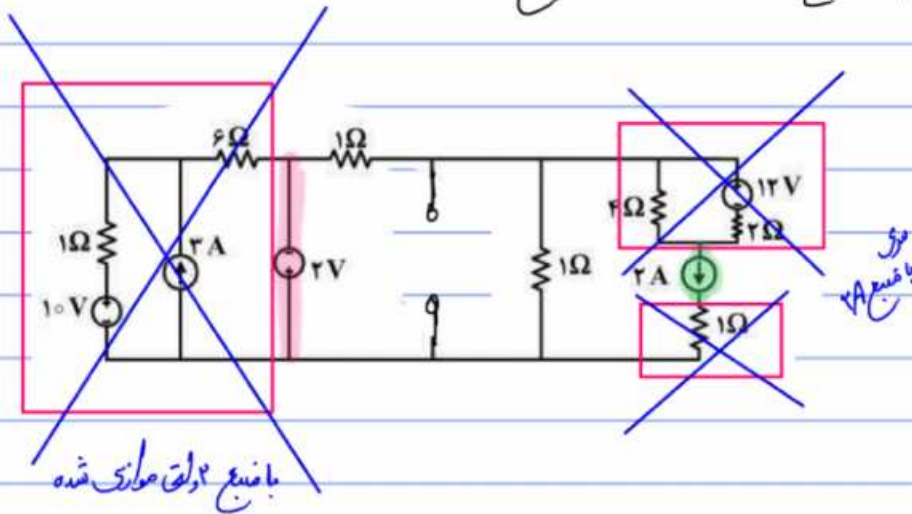
ارشد برق ۹۴

در مدار شکل زیر، توان مصرفی مقاومت غیر خطی با مشخصه $V_R = \frac{3}{2} i_R^3$ چند وات است؟



- ۱) $\frac{1}{2}$
- ۲) $\frac{2}{3}$
- ۳) $\frac{2}{5}$
- ۴) $\frac{2}{3}$

مدار را از یه الکت غیر خطی ساده می کنیم. منبع وابسته نداره نیازی به منبع تست نداره.



$$V_R = \frac{3}{2} i_R^3$$

$$V_R = \frac{3}{2} i_R^3 \quad (2)$$

$$2 + \frac{1}{2} i_R + \frac{3}{2} i_R^3 = 0 \rightarrow 3 i_R^3 + i_R + 4 = 0 \rightarrow i_R = -1 \rightarrow V_R = -\frac{3}{2} \checkmark$$

$$3 i_R^3 + i_R + 4 \mid i_R + 1$$

$$\frac{3 i_R^3 + 3 i_R^2}{3 i_R^2 - 3 i_R + 4} \xrightarrow{\Delta \times 0}$$

$$-3 i_R^2 + i_R + 4$$

$$-3 i_R^2 - 3 i_R$$

$$4 i_R + 4$$

$$4 i_R + 4$$

$$0$$

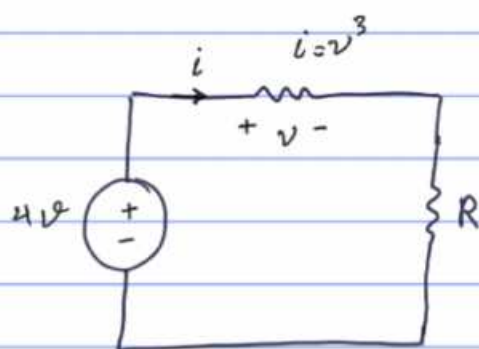
عقود ریشه های ضابط

$$P_R = i_R \cdot V_R = -1 \times (-\frac{3}{2}) = \frac{3}{2} W$$

توان خطای = توان متوسط چون مدار DC

در مدار زیر عنصر غیر خطی توسط رابطه $i = v^3$ تعریف می شود. مقدار R برای انتقال حداکثر توان

به آن کلاً نزدیک است؟ (برق ارشد ۸۷)



$$\frac{1}{9} \quad 12 \quad 27 \quad 11$$

$$\frac{2}{27} \quad 14 \quad \frac{1}{27} \quad 13$$

✓ قضیه انتقال ماکزیم یا تطبیق امپدانس فقط برای شبکه های خطی و مقاوم برقرار بود. در این مدار باید ماکزیم

شدن توان مصرف کننده بررسی شود.

$$\text{KVL: } 4 + v + Ri = 0$$

$$\text{المان غیر خطی: } i = v^3$$

$$-4 + v + Rv^3 = 0 \rightarrow R = \frac{4-v}{v^3}$$

(رابطه مقاومت خطی با ولتاژ آن غیر خطی)

$$P_R = R \cdot i^2 = \frac{4-v}{v^3} \times (v^3)^2 = (4-v)v^3 = 4v^3 - v^4$$

$$P_R \text{ ماکزیم می: } \frac{dP_R}{dv} = 12v^2 - 4v^3 = 4v^2(3-v) = 0$$

$$1) \quad v=0 \rightarrow R = \frac{4-0}{0} = \infty \quad (i=0) \quad \text{مقاومت } \infty \text{ یا مدار باز توان آن صفر است.}$$

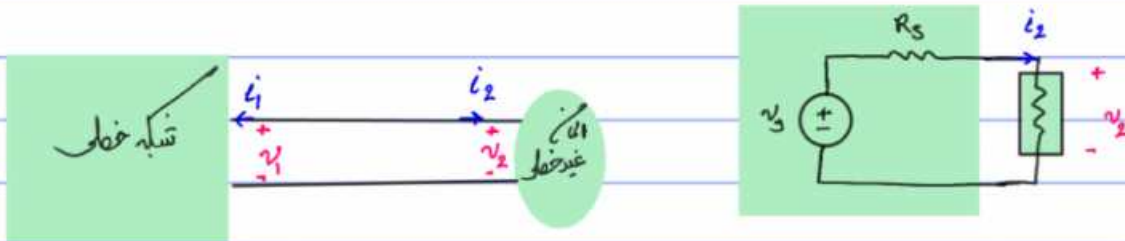
$$2) \quad v=3 \rightarrow R = \frac{4-3}{3^3} = \frac{1}{27}, \quad i = 3^3 = 27$$

$$P = \frac{1}{27} \times (27)^2 = 27 \text{ W}$$

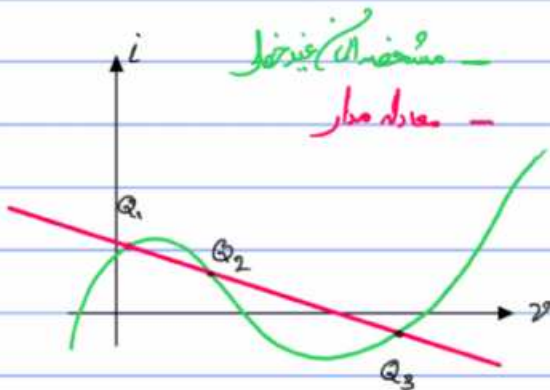
به ازای $R = \frac{1}{27}$ بیشترین توان از منبع به مصرف کننده خطی می رسد.

روش ترسیمی

مدارات غیر خطی را می توان به ۲ بخش خطی و غیر خطی تقسیم کرد. برای این کار از دید الکتریکی یا شبکه غیر خطی معادل تونین یا اندرش مدار خطی را قرار می دهیم.



برای تحلیل مدار به روش ترسیمی کافی است مشخصه $i-v$ الکتریکی غیر خطی را با مشخصه $i-v$ حاصل از معادله kvl یا kcl مدار قطع دهیم.



$$-v_s + R_s i + v = 0$$

$$\rightarrow v = v_s - R_s i$$

انواع مسائل مدارات غیر خطی

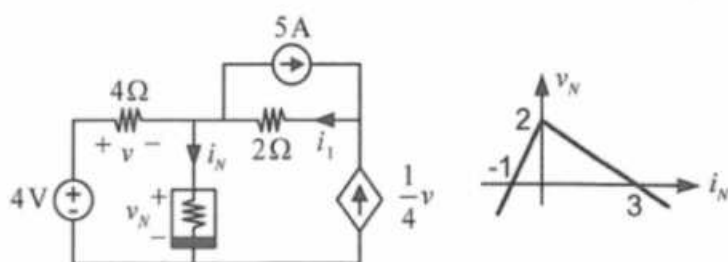
۱. نقطه کار الکتریکی غیر خطی مشخص است: در این موارد کافی است جریان ولتاژ الکتریکی غیر خطی را روی مدار اعمال کرده و مانند یک مدار مقاومتی ساده تحلیل کنیم.

۲. نقطه کار الکتریکی غیر خطی مشخص نیست: در این موارد رابطه تقادلی الکتریکی غیر خطی را با رابطه

تقادلی شبکه خطی و سران قطع می دهیم. در این موارد بهتر است مدار خطی را از دید الکتریکی غیر خطی ساده کنیم.

(سؤال ۸۹) در مدار شکل مقابل اگر $i_N = \frac{3}{2} A$ باشد، چند آمپر است؟ (مدار دارای

جواب یگانه است).

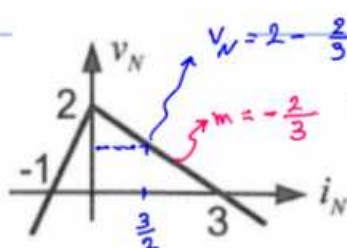


(۴) $\frac{23}{8}$

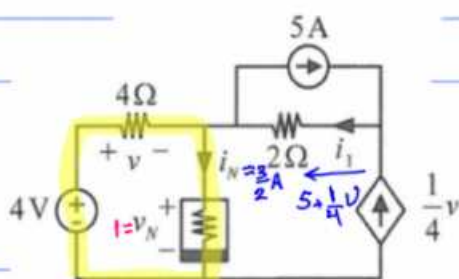
(۳) $\frac{17}{8}$

(۲) $\frac{17}{4}$

(۱) $\frac{23}{4}$



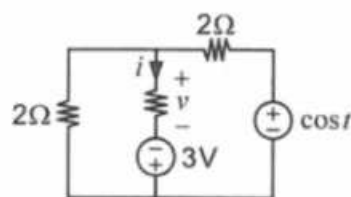
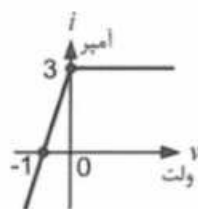
فقط کار $\left\{ \begin{array}{l} v_N = 1 \text{ V} \\ i_N = \frac{3}{2} \text{ A} \end{array} \right.$



KVL: $-4 + v + 1 = 0 \rightarrow v = 3$

$i_1 = 5 + \frac{1}{4}v \xrightarrow{v=3} i_1 = 5 + \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$

بوی ۹۱- در مدار شکل زیر وقتی جریان مقاومت غیر خطی $i-v$ برابر ۳ آمپر است، بیشترین مقدار v چند ولت است؟



جواب:

۱ (۴)

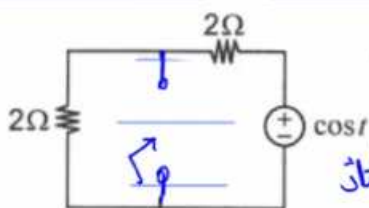
۲ (۳)

۱/۲ (۲)

صفر (۱)

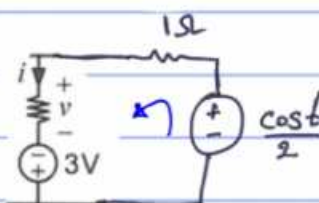
$$i = 3A \rightarrow v = ?$$

نقطه کار مشخص است



$$R_{th} = 2 \parallel 2 = 1 \Omega$$

$$v_{th} = \frac{\cos t}{2} \text{ تقسیم ولتاژ}$$



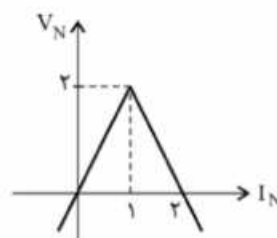
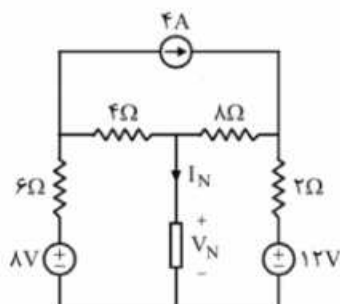
$$KVL: -\frac{\cos t}{2} + i + v - 3 = 0 \rightarrow i = 3A$$

$$v = 3 - 3 + \frac{\cos t}{2} = \frac{\cos t}{2}$$

$$v_{max} = \max\left\{\frac{\cos t}{2}\right\} = \frac{1}{2} \leftarrow \max\{\cos t\} = 1 \text{ می دانیم}$$

در لحظه $t = 2\pi$ مانزیم v اتفاق می افتد.

مشخصه عنصر غیر خطی در شکل زیر بیان شده است توان المان غیر خطی چند وات است؟



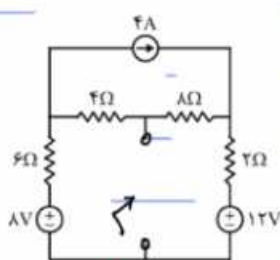
(1) $\frac{4}{V}$

(2) $\frac{100}{49}$

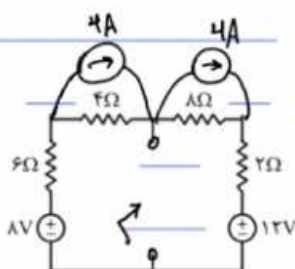
(3) $\frac{V}{8}$

(4) $\frac{8}{49}$

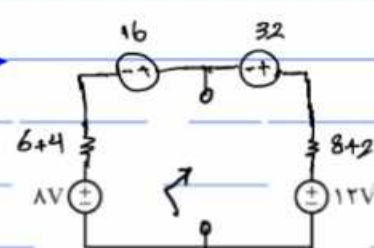
از دید المان غیر خطی مدار ساده می کنیم.



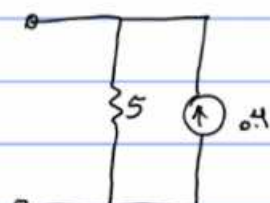
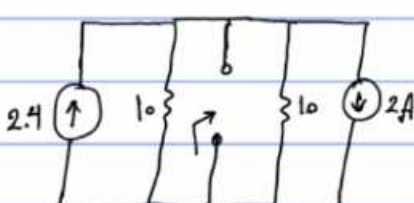
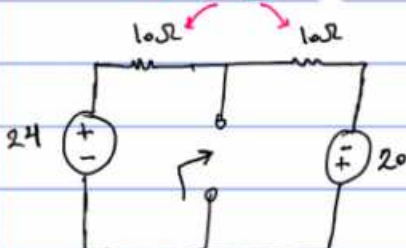
پرش خازنی



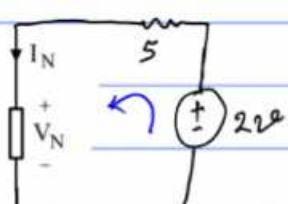
توان به نودین



می نویسند (چرا؟)

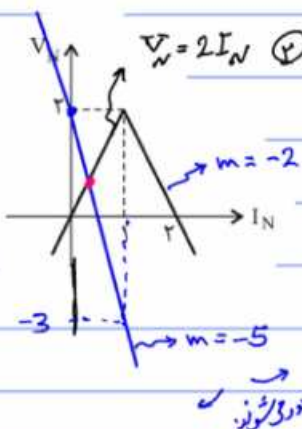


$R_{th} = 5$, $V_{th} = 2$



kvl: $-2 + 5I_N + V_N = 0 \rightarrow V_N = 2 - 5I_N$ (1)

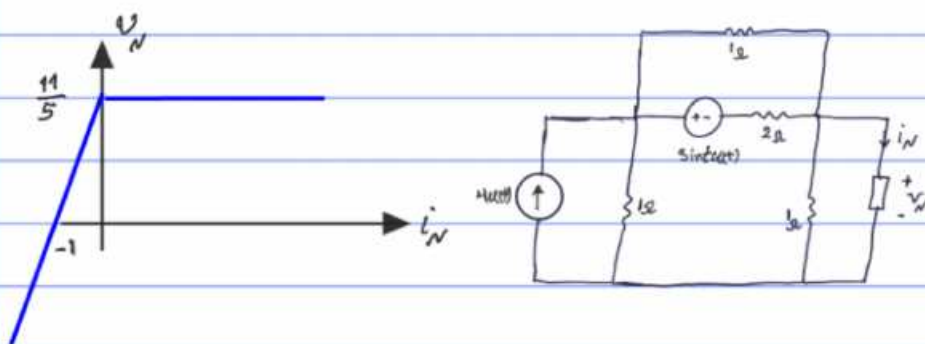
المان قطع می دهیم



و ۲: $2I_N = 2 - 5I_N \rightarrow I_N = \frac{2}{7} \rightarrow V_N = \frac{4}{7}$

$P_N = I_N \cdot V_N = \frac{8}{49} \text{ w}$ (دیگه ارم مصرف) مصرفی

سوال: در مدار روبه رو درجه لحظاتی بعد از $t=0$ ولتاژ v_N و جریان i_N خواهد شد؟

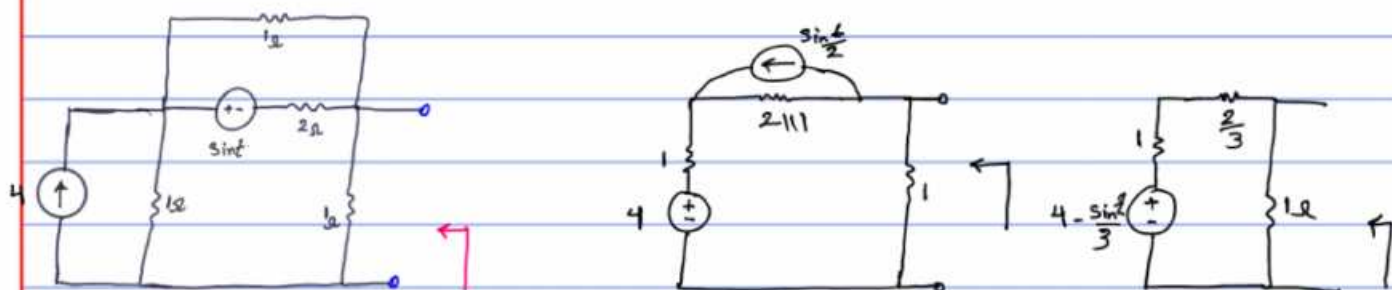


- ۱) در هیچ زمانی بعد از $t=0$
- ۲) در تمام زمان های $t > 0$
- ۳) مدار جواب بی نهایت ندارد
- ۴) $t > \frac{\pi}{3} (s)$

$$\sin t \leftarrow \sin t u(t)$$

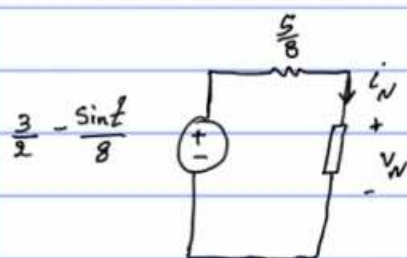
$$4 \leftarrow 4u(t)$$

پایه لحظات بعد از $t=0$



$$v_{th} = \left(4 - \frac{\sin t}{3}\right) \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3} + 1\right)} = \left(4 - \frac{\sin t}{3}\right) \frac{3}{8} = \frac{3}{2} - \frac{\sin t}{8}$$

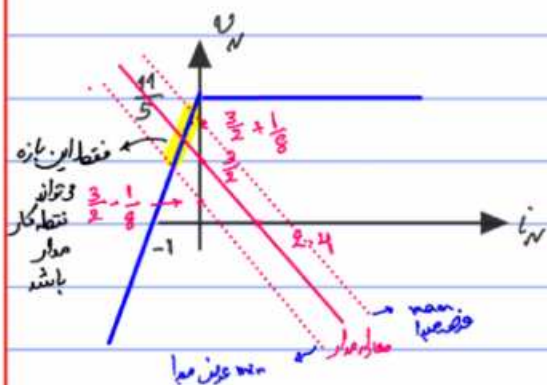
$$R_{th} = 1 \parallel \left(1 + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{5}{3}\right) / \left(\frac{5}{3} + 1\right) = \frac{5}{8}$$



$$\text{مدار kvl: } \frac{3}{2} - \frac{\sin t}{8} = \frac{5}{8} i_N + v_N$$

$$\rightarrow v_N = -\frac{5}{8} i_N + \frac{3}{2} - \frac{\sin t}{8} \quad \text{رابطه تقاطع مدار}$$

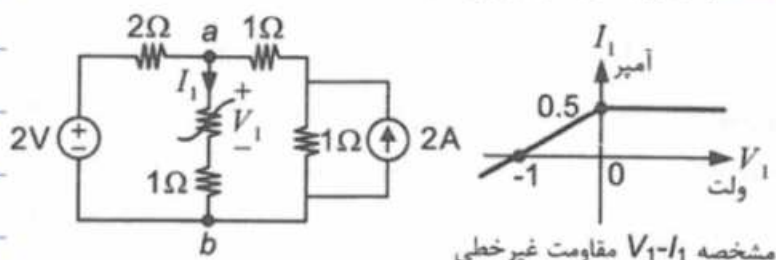
$$v_N = -\frac{5}{8} i_N + \frac{3}{2} + (\text{عضو از معادله}) \quad \text{رابطه تقاطع وابسته به زمان}$$



$$-\frac{1}{8} < \text{عضو از معادله} < \frac{1}{8}$$

با توجه به اینکه تقاطع کار این مدار با توجه به تغییرات عضو از معادله فقط باز نزدیک می تواند باشد و در این بازه چهار بار v_N پس برای هر t $v_N > 0$ خواهد.

(بقی ۹۲) ولتاژ V_{ab} در مدار زیر، چند ولت است؟



مشخصه V_1-I_1 مقاومت غیر خطی

جواب:

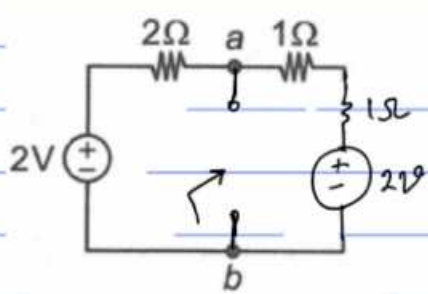
$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۲ (۲)

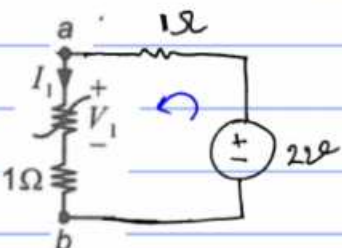
$\frac{1}{2}$ (۱)

بهتر است از دید مشاهده a-b مدار را ساده کنیم.

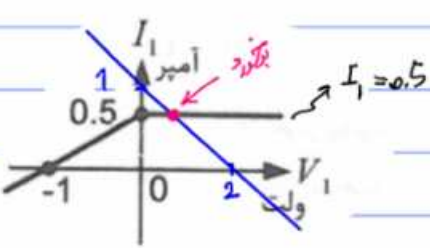


$$R_{th} = 2 \parallel (1+1) = 1\Omega$$

$$V_{th} = 2 \frac{1+1}{2+(1+1)} + 2 \frac{2}{2+(1+1)} = 2 \text{ (۱۲)}$$



$$\text{KVL: } -2 + I_1 + V_1 + I_1 = 0 \rightarrow I_1 = -\frac{1}{2} V_1 + 1 \quad (1)$$



$$\begin{cases} I_1 = 0.5 \\ I_1 = -\frac{1}{2} V_1 + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 0.5 = -\frac{1}{2} V_1 + 1$$

$$V_1 = 1 \rightarrow I_1 = \frac{1}{2}$$

$$V_{ab} = V_1 + 1\Omega \times I_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ (۱۲)}$$

(برق ۱۸۵) مشخصه یک قطبی N در مدار شکل زیر داده شده است، جریان i در این مدار برابر

است با:

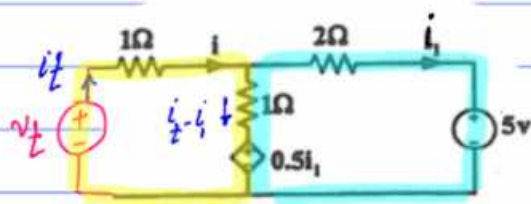
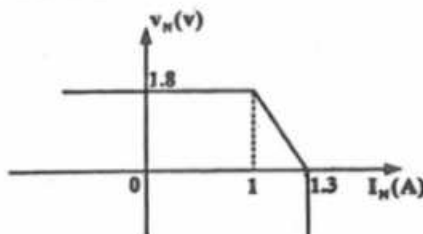
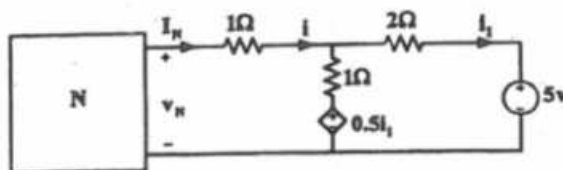
جواب:

(۱) $-\frac{5}{9} A$

(۲) $-\frac{4}{9} A$

(۳) $\frac{5}{9} A$

(۴) $\frac{4}{9} A$



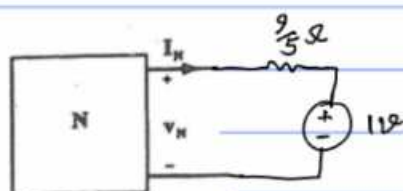
KVL: $v_t = i_2 + i_2 - i_1 + 0.5i_1$

(۱) $v_t = 2i_2 - \frac{1}{2}i_1$

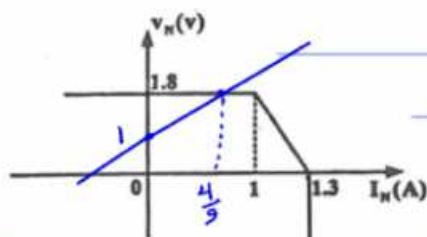
KVL: $-5 - 2i_1 + i_2 - i_1 + 0.5i_1 = 0$

(۲) $i_1 = \frac{2}{5}(i_2 - 5) = \frac{2}{5}i_2 - 2$

$\xrightarrow{2i_1} v_t = 2i_2 - \frac{1}{2}(\frac{2}{5}i_2 - 2) = \frac{9}{5}i_2 + 1$



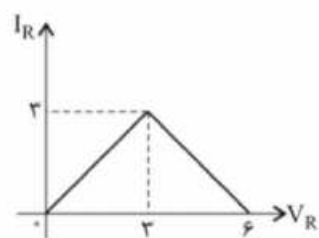
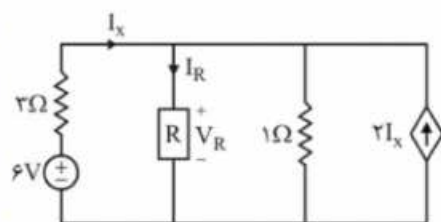
$v_N = \frac{9}{5}I_N + 1$



$1.8 = \frac{9}{5}I_N + 1 \rightarrow I_N = \frac{4}{9} A$

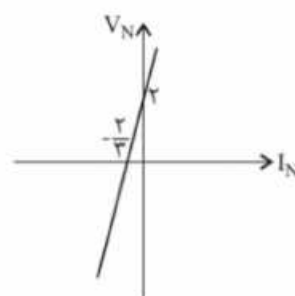
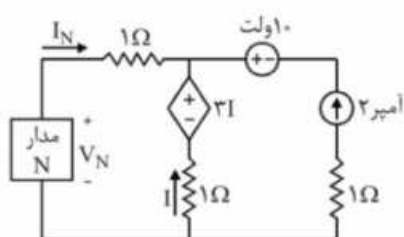
$I_N = \frac{4}{9} = i$ ✓ لذنه جواب

در مدار شکل زیر مشخصه مقاومت غیرخطی R در شکل داده شده است. جریان I_R گذرنده از این مقاومت کدام است؟
(مهندسی کامپیوتر - سراسری ۷۸)



- (۱) ۱
(۲) ۱/۵
(۳) ۲
(۴) ۲/۵

در مدار شکل زیر، مدار N دارای منحنی ولتاژ - جریان $(V - I)$ نشان داده شده در نمودار می باشد. جریان I_N چند آمپر است؟ (هوش - ۹۱)



(۱) -۲

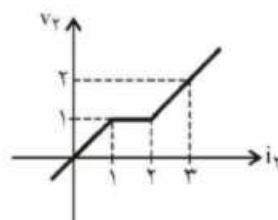
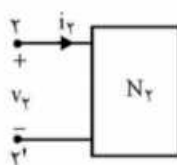
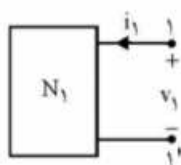
(۲) -۴

(۳) -۱

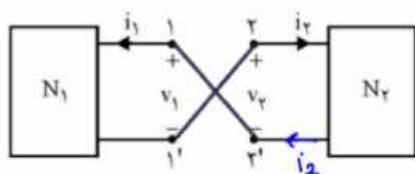
(۴) -۳



دو شبکه شکل زیر را در نظر بگیرید. در صورتی که سر ۲ را به ۱' و سر ۱ را به ۲' وصل کنیم، ولتاژ دائمی v_p را تعیین کنید. شبکه N_1 دارای مشخصه $-v_1 + i_1 = 2$ و شبکه N_2 دارای مشخصه غیر خطی بفرم شکل زیر می باشد.

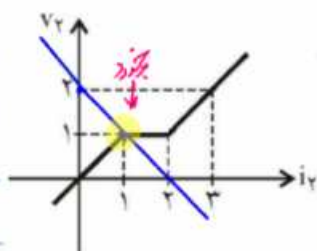


- (۱) ۱
- (۲) ۱/۵
- (۳) ۲
- (۴) ۰



$$\begin{cases} v_1 = -v_2 \\ i_2 = i_1 \end{cases}$$

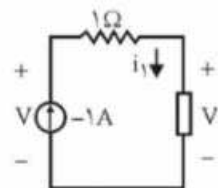
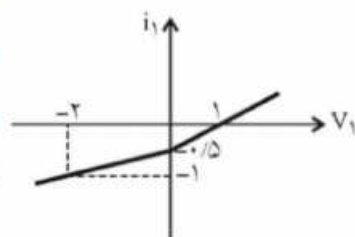
$$N_1: -v_1 + i_1 = 2 \xrightarrow{\text{بحسب } N_2} v_2 + i_2 = 2 \rightarrow v_2 = 2 - i_2 \quad (1)$$



$$\begin{cases} v_2 = 1\text{V} \\ i_2 = 1\text{A} \end{cases} \quad \text{نقطه } N_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = -1 \\ i_1 = i_2 = 1\text{A} \end{cases} \quad \text{نقطه } N_1$$

در مدار زیر اگر مشخصه عنصر غیر خطی بصورت زیر باشد مقدار V کدام است؟



(۱) -۳

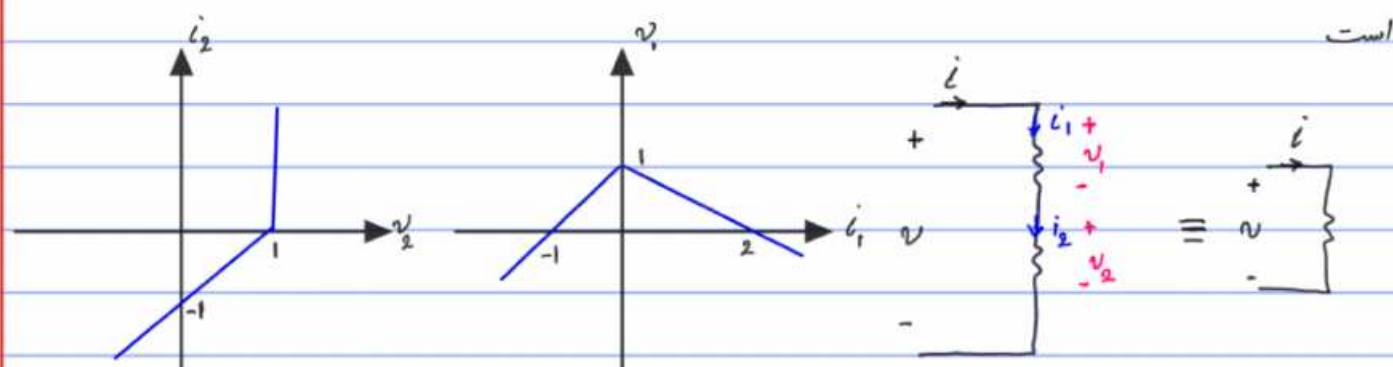
(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۲

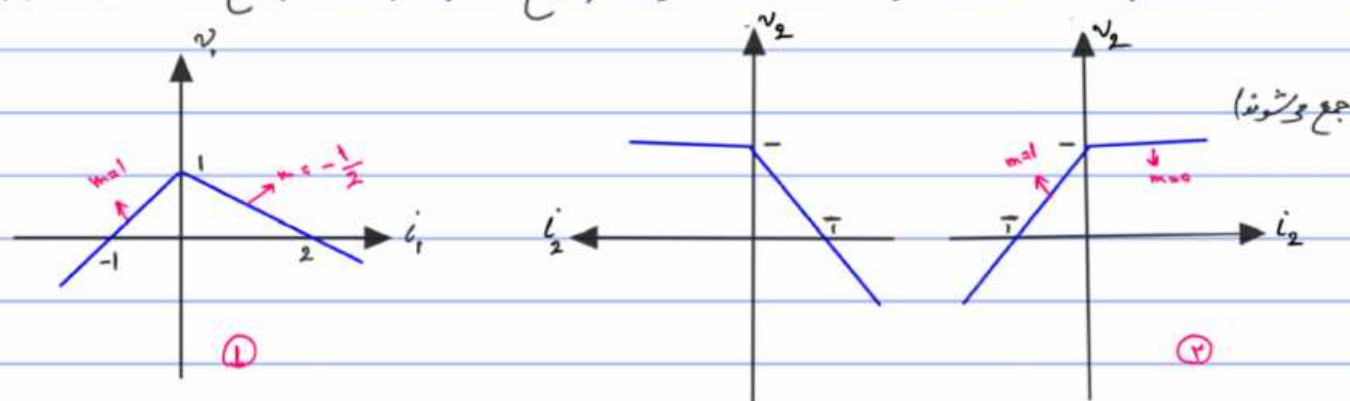
تعیین رابطه تعادلی با روش ترسیمی

معادل دو مقاومت سری: معادل مقاومت های سری (i_1, v_1) و (i_2, v_2) یک مقاومت غیر خطی با رابطه (i, v) است.

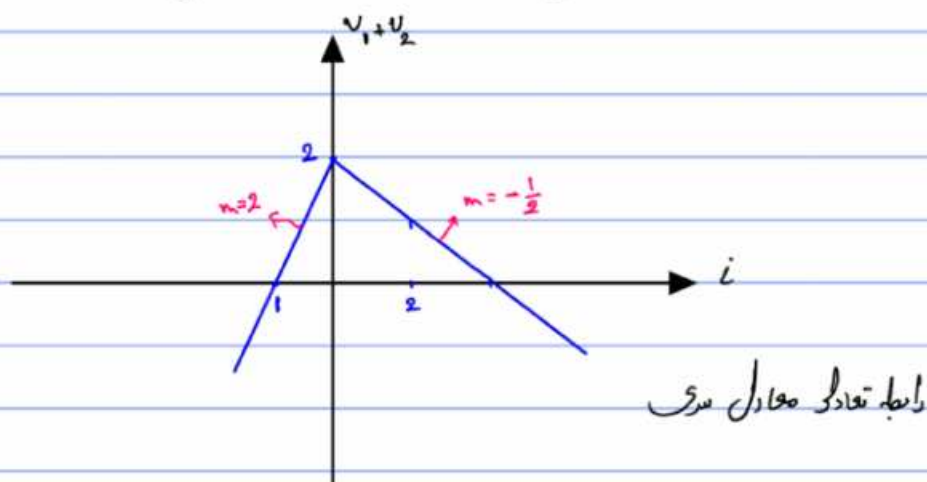


اتصال سری: $v = v_1 + v_2$ و $i = i_1 = i_2$

یعنی برای رابطه نامه باید به ازای جریانهای مساوی مشترک، ولتاژها را با هم جمع می کنیم. از نقاط نموداری باید در هر دو نمودار v بر حسب i کشیده شود و دو نمودار را با هم جمع کنیم. (شیب ها با هم جمع و نقاط تطبیق به نظیر با هم)

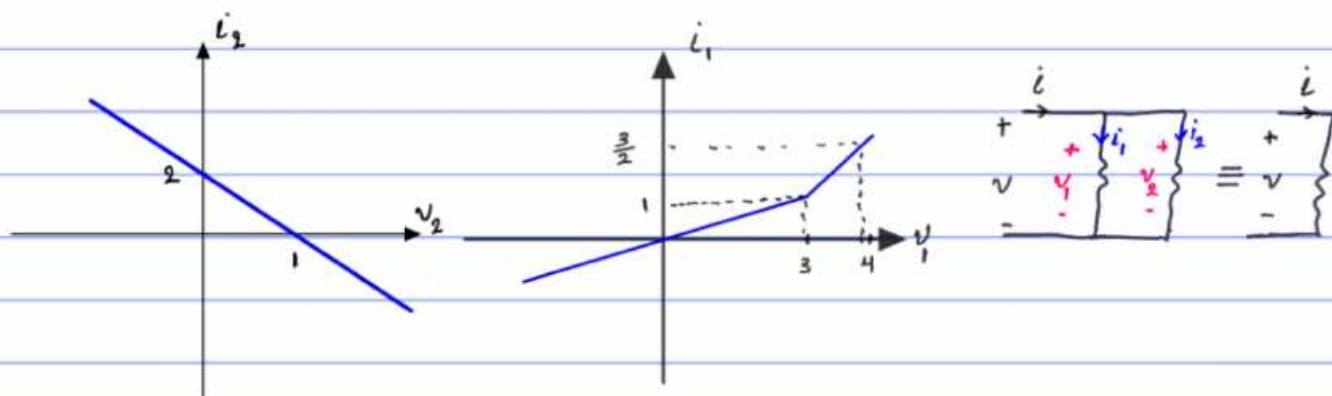


✓ برای جمع نمودارهای i ، شیب خطوط با هم جمع و عرض از مبدا با هم جمع می شوند.



رابطه تعادلی معادل سری

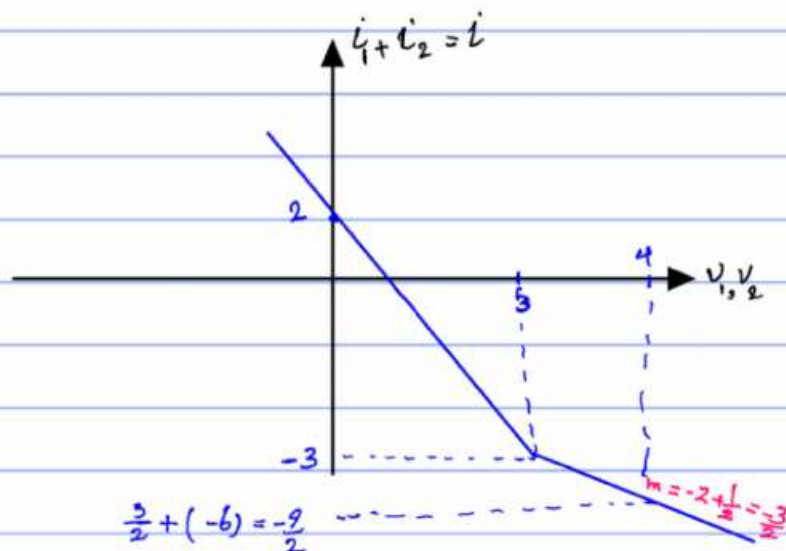
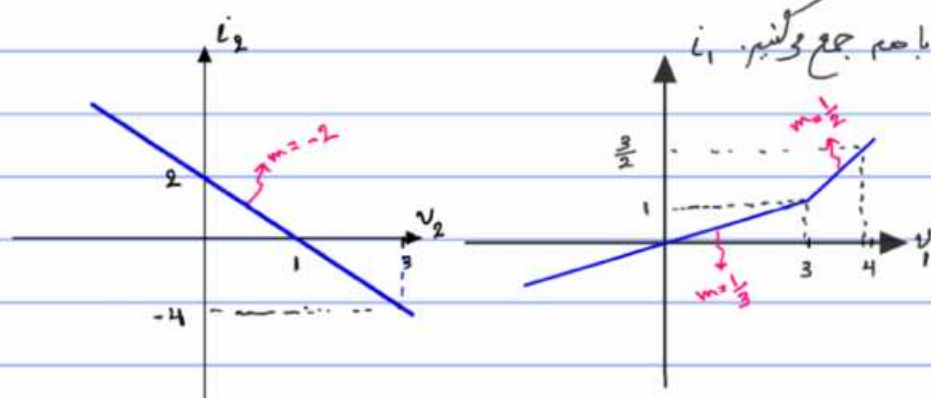
معادل دو مقاومت موازی: در مقاومت غیر خطی زیر را با رابطه تعادلی های داده شده را در نظر بگیرید.



انصال موازی: $v = v_1 = v_2$ و $i = i_1 + i_2$

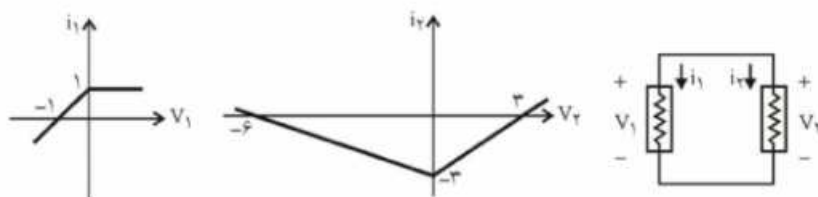
در اتصال سری برای محاسبه رابطه تعادلی معادل دو الکترون، برای هر الکترون مسطحه را با بر حسب v رسم و

و نمودار الکترون های موازی را با هم جمع و کنیم.



$$\frac{3}{2} + (-6) = -\frac{9}{2}$$

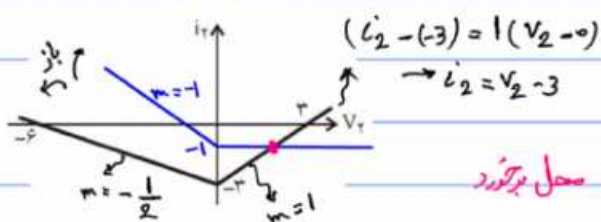
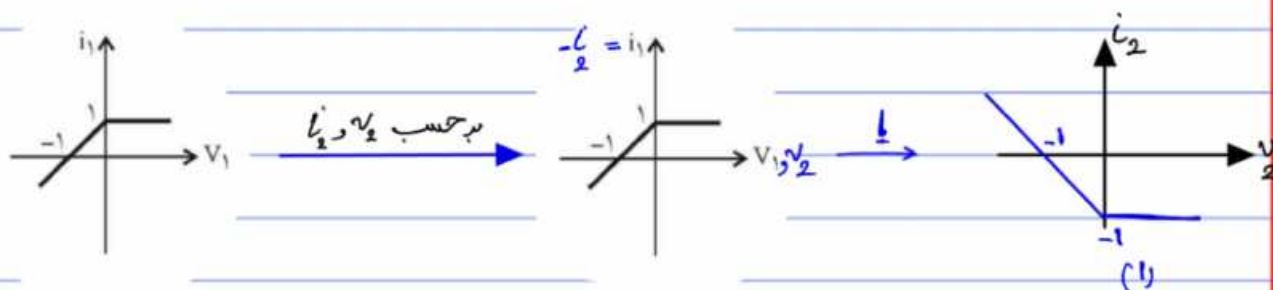
اگر دو المان غیر خطی زیر بصورت شکل قرار گیرند، مقدار i_1 کدام است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

باتوجه به مدار

$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ i_1 = -i_2 \end{cases}$$



مندر i_2 و V_2 که با مندر i_1 و V_1 قطع می دهیم.

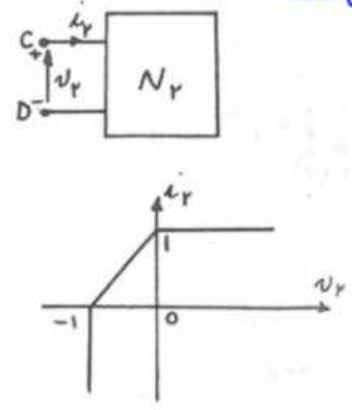
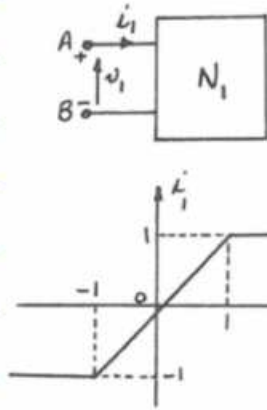
محلول برگزیده :

$$\begin{cases} i_2 = -1 \\ V_2 = 2 \end{cases} \xrightarrow{i_1 = -i_2} i_1 = 1A$$

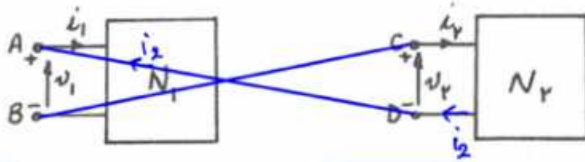
مشخصه $v-i$ مربوط به دو مدار N_1 و N_2 مطابق شکل زیر داده شده است.

برق ۹۷

$$\begin{aligned} 1- \quad & v_1 = -v_2 = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad i_1 = i_2 = \frac{1}{2} \\ 2- \quad & v_1 = v_2 = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad i_1 = -i_2 = \frac{1}{2} \\ 3- \quad & v_1 = -v_2 = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad i_1 = i_2 = -\frac{1}{2} \\ 4- \quad & v_1 = -v_2 = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad i_1 = i_2 = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

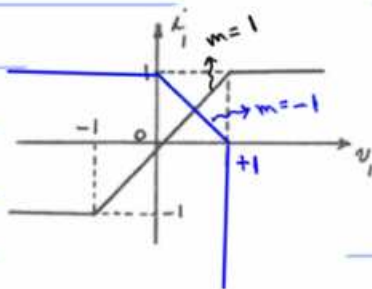
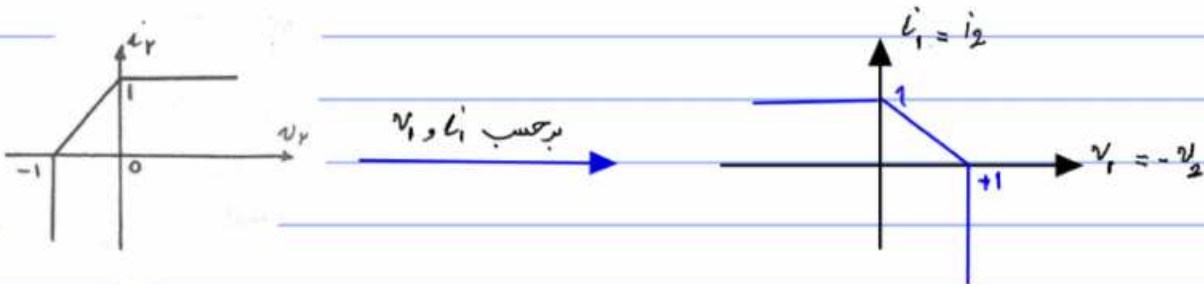


اگر A را به D و B را به C وصل کنیم داریم:



$$i_2 = i_1$$

$$v_2 = -v_1$$



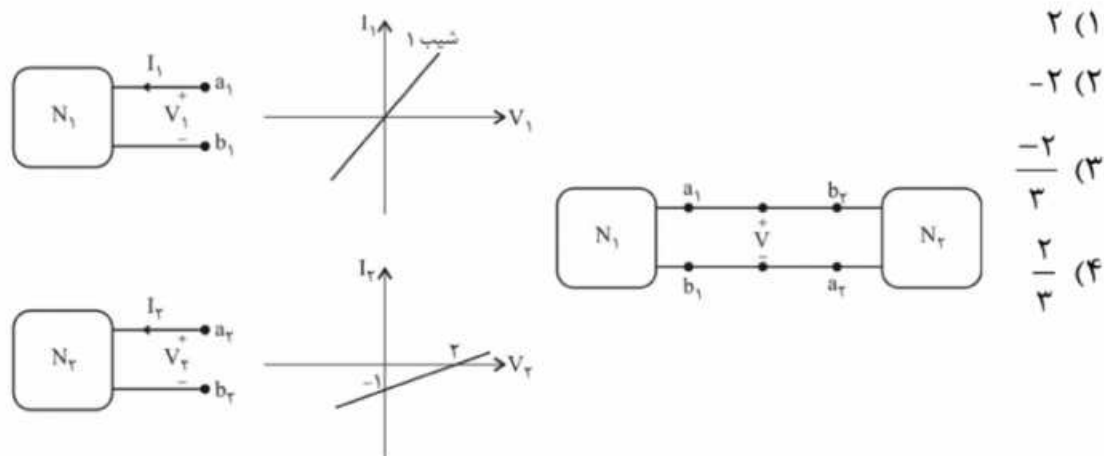
$$i_1 - 0 = 1(v_1 - 0) \rightarrow i_1 = v_1 \quad (1)$$

$$i_1 - 0 = -1(v_1 - 1) \rightarrow i_1 = -v_1 + 1 \quad (2)$$

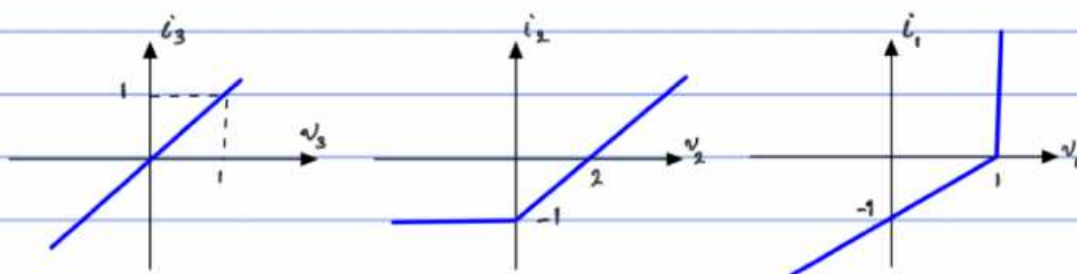
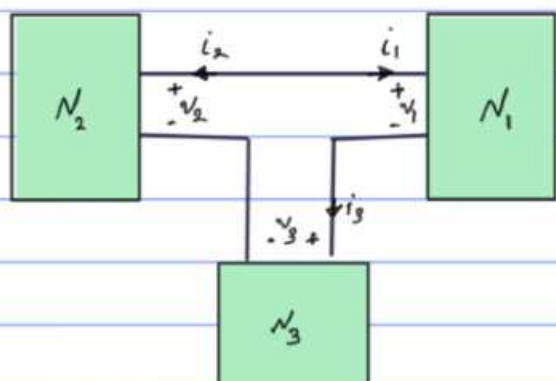
$$\text{و از: } v_1 = -v_2 + 1 \rightarrow v_1 = \frac{1}{2} = -v_2 \Rightarrow v_2 = -\frac{1}{2}$$

$$i_1 = \frac{1}{2} = i_2$$

مشخصه جریان - ولتاژ دو شبکه الکتریکی N_1 و N_2 به ترتیب مطابق شکل الف و ب می باشد. این دو شبکه به ترتیب نشان داده شده در شکل ج به هم متصل می گردند. مقدار ولتاژ V در اتصال مشترک شبکه ها چیست؟ (مهندسی کامپیوتر «گرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۱)

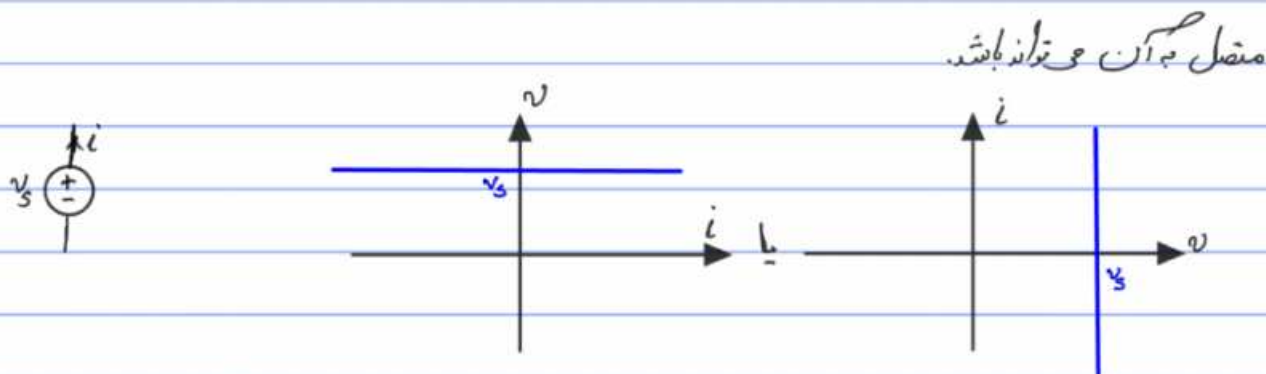


مثال ۱ ولتاژ و جریان هر یک قطب های شبکه زیر را محاسبه کنید.

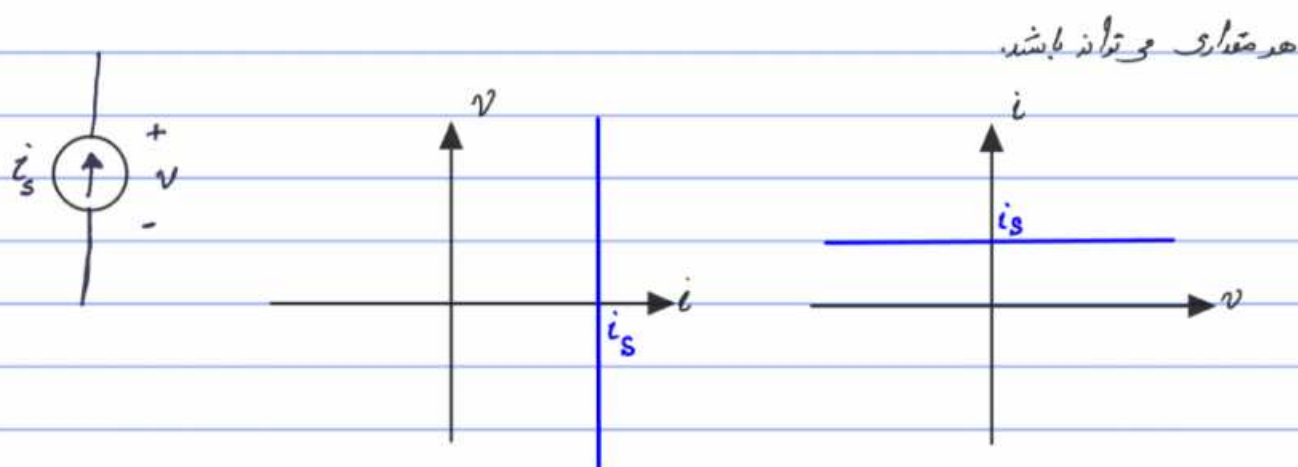


مشخصه چند المان معروف

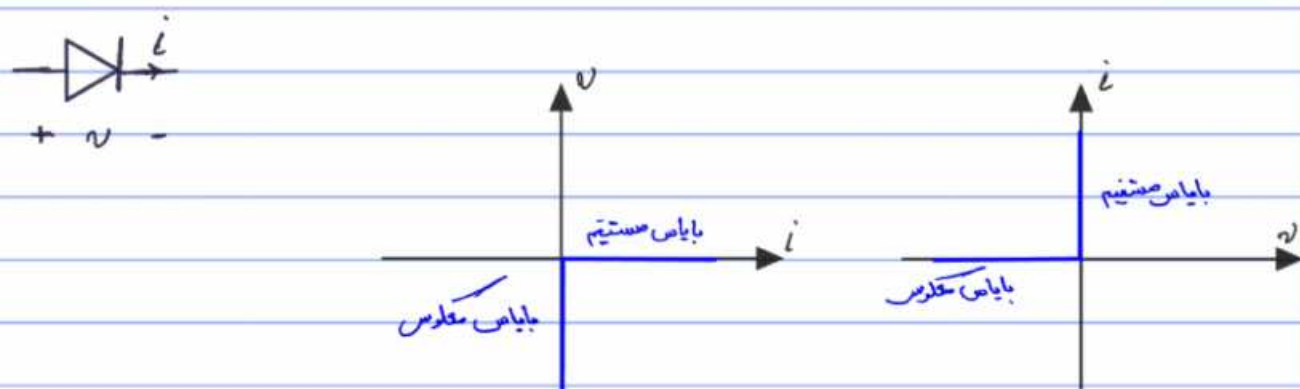
منبع ولتاژ ایده آل: منبع ولتاژ ایده آل، ولتاژ دوسرگ آن ثابت v_s و جریان آن هر قدری باشد.



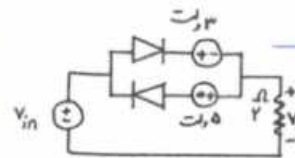
منبع جریان ایده آل: منبع جریان ایده آل، جریانش ثابت و برابر i_s و ولتاژ دوسرگ آن بسته به مدار متصل بدان هر قدری می تواند باشد.



دiod ایده آل: مشخصه دiod ایده آل به صورت زیر است.

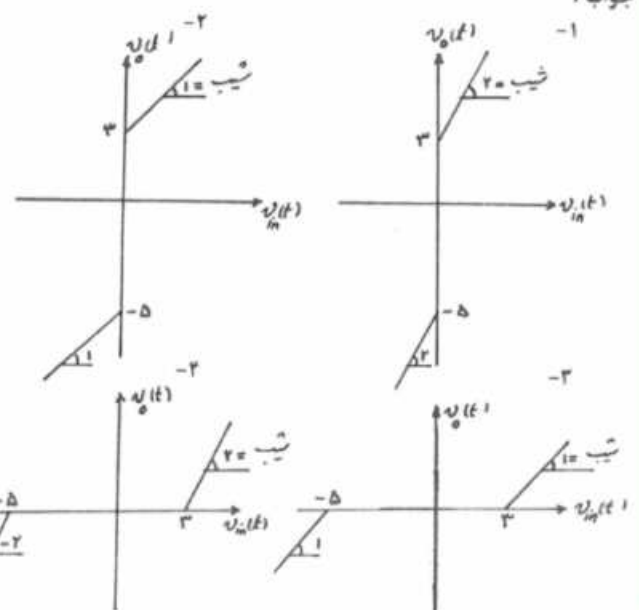


(بقی ۶۷)

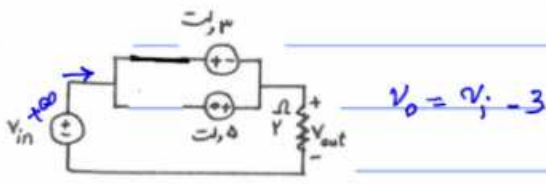


در مدار شکل مقابل دیودها ایده‌آل فرض می‌شود. مشخصه $V_{out} - V_{in}$ بچه صورت خواهد بود؟

جواب:

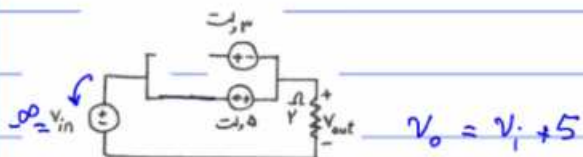


معادل با راست‌ترین پاره خط $V_i = +\infty$



شیب ۱

معادل با چپ‌ترین پاره خط $V_i = -\infty$



فقط گزینه ۳ جواب صحیح است.

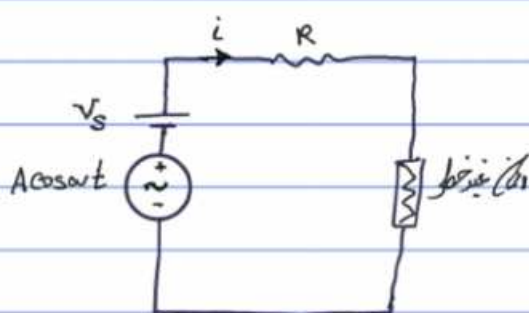
روش سیگنال کوچک تحلیل مدارات غیر خطی

اگر مدار غیر خطی باشد و ورودی های مدار علاوه بر منابع DC شامل منابع AC یا متناوب هم باشد به شرطی که

مانند سیگنال AC نسبت به منابع مستقل خیلی کوچک (مقاومت ابر کوچکترا) باشد می توان از جمع آثار با

روش زیر استفاده کنیم.

یادآوری: قضیه جمع آثار فقط برای مدارات خطی صادق بود و این روش به نوعی تقریب جمع آثار است.

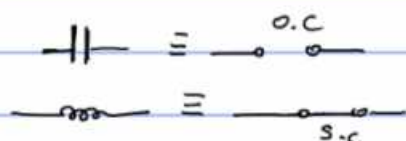


جمع آثار $i = i_1 + i_2$ if $A \ll V_s$ یا $A \leq 0.1 V_s \rightarrow$
 $v_s = 0$ $A \cos \omega t = 0$

روش کار:

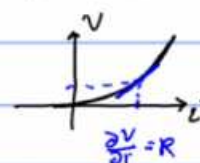
۱- نقاط کار DC (پاسخ مدار به ورودی های ثابت) را بدست می آوریم. در این مرحله منابع AC را خاموش می

خازن ها اتصال باز و سلف ها را اتصال کوتاه می کنیم.



۲- پاسخ غیر خطی را حول نقطه کار DC تقریب مقاومت خطی می زنیم (مثل سیگنال کوچک اما غیر خطی)

$R = \frac{\partial v}{\partial i} \bigg|_{Q(I_{DC}, V_{DC})}$ = مقاومت دینامیک = مقاومت تقریب خطی



۳- پاسخ AC مدار خطی شده را بدست می آوریم. در این حالت منابع DC را خاموش و خازن ها اتصال باز و سلف ها



مدار باز می کنیم.

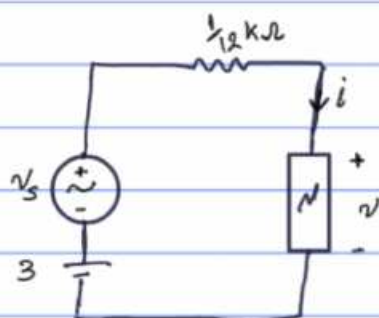
۴- پاسخ کامل مدار حاصل جمع پاسخ DC و AC است.

در مدار زیر الیغ غیر خطی با معادله

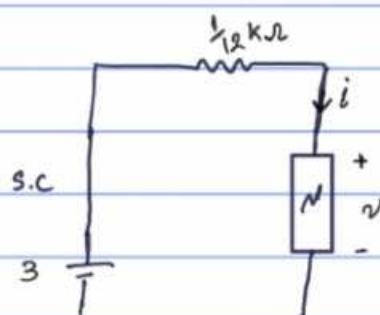
$$i = \begin{cases} -v^2 + v & v < 5 \\ 0 & v > 5 \end{cases}$$

بر حسب میلی آمپر توصیف می شود.

سیگنال v_s توسط h تقویت می شود یا تضعیف ؟ ($v_s = 0.1 \sin t$)



الین قدم : محاسبه نقطه کار DC



kv1: $-3 + \frac{1}{12} i' + v = 0$ (1)

الیغ غیر خطی: $i = \begin{cases} -v^2 + v & v < 5 \\ 0 & v > 5 \end{cases}$ (2)

اولاً، $i = 0$: $-3 + 0 + v = 0 \rightarrow v = 3 < 5$ ✗

اولاً، $i = -v^2 + v$: $-3 + \frac{1}{12} (-v^2 + v) + v = 0 \rightarrow v^2 - 13v + 36 = 0$

$v = 4 < 5$ قق

$(v - 4)(v - 9) = 0$

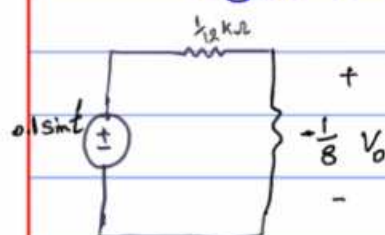
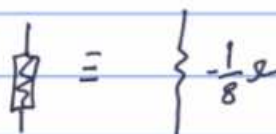
$v = 9 > 5$ غق

نقطه کار الیغ غیر خطی $v = 4$ ، $i = -12$

قدم دوم : تقریب الیغ غیر خطی

$$\left. \frac{\partial i}{\partial v} \right|_Q = \frac{1}{R} \rightarrow i' = -2v + 1 \Big|_{Q(4, -12)} \Rightarrow i' = -8v$$

خطی شده $R = -\frac{1}{8} \Omega$



تقریب دوم : تحلیل مدار خطی شده در فرکانس ac

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{-\frac{1}{8}}{\frac{1}{12} - \frac{1}{8}} = \frac{-3}{2-3} = 3 \rightarrow v_{o,ac} = 3 (0.1 \sin t)$$

$$v_o(t) = 4 + 0.3 \sin t$$

dc + ac

(بوق ۸۸) — در مدار شکل زیر، ولتاژ $v(t)$ دو سر مقاومت غیرخطی به کدام جواب

نزدیک تر است؟ $(v_s(t) = 0.18 \cos 2t)$

$$i = \begin{cases} v^2, & v \geq 0 \\ 0, & v < 0 \end{cases} \quad \text{مشخصه مقاومت غیرخطی:}$$

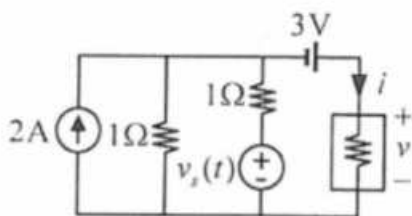
جواب:

(۱) ولت $v(t) = 2 + (0.3 \cos 2t)$

(۲) ولت $v(t) = 2 + (0.6 \cos 2t)$

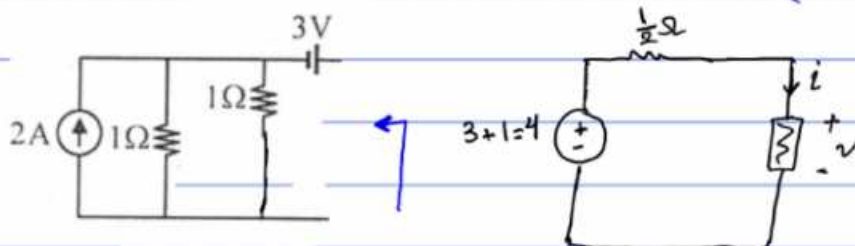
(۳) ولت $v(t) = 4 + (0.18 \cos 2t)$

(۴) ولت $v(t) = 4 + (0.36 \cos 2t)$



روش تحلیل سینال معکوس $0.18 < 0.1 \times 2 \rightarrow$

نقطه کار DC



DC analysis KVL: $-4 + \frac{1}{2}i + v = 0 \rightarrow i = -2v + 8 \quad (1)$

$$i = \begin{cases} v^2, & v \geq 0 \\ 0, & v < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

و ۳: $0 = -2v + 8 \rightarrow v = 4 \quad \times \quad 4 > 0$ شرط تناقض دارد

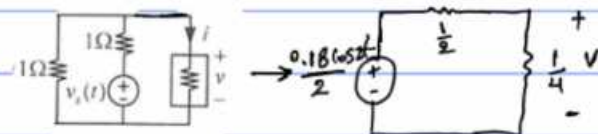
و ۲: $v^2 = -2v + 8 \rightarrow v^2 + 2v - 8 = 0 \rightarrow (v+4)(v-2) = 0$

$v = -4 \quad \times$ شرط تناقض دارد $-4 < 0$

$v = 2 \quad \checkmark \rightarrow i = 2^2 = 4$ نقطه کار DC ($v=2, i=4$)

تحلیل ac: $i = v^2 \xrightarrow{\frac{\partial v}{\partial i} = R} 1 = 2v'v \rightarrow v' = \frac{1}{2v} = R \rightarrow$ مدل سازی غیرخطی

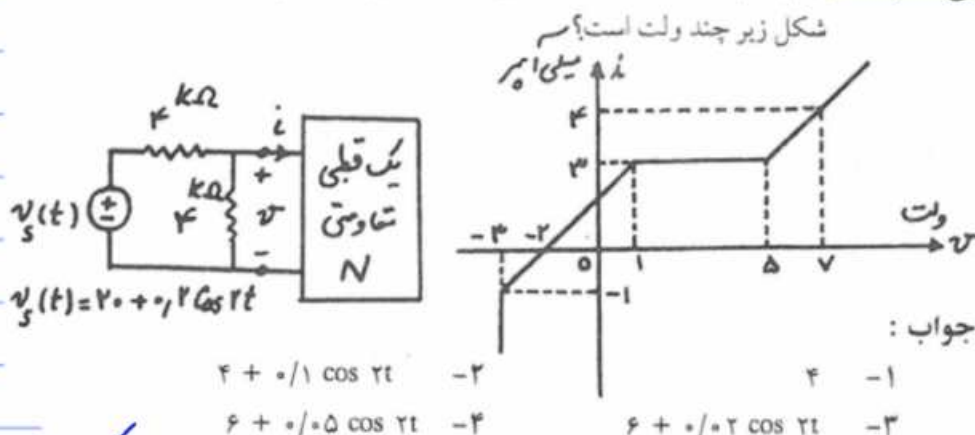
خطی $R = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \Omega$



$$v_{ac} = 0.09 \cos 2t \frac{1/4}{1/2 + 1/4} = 0.03 \cos 2t$$

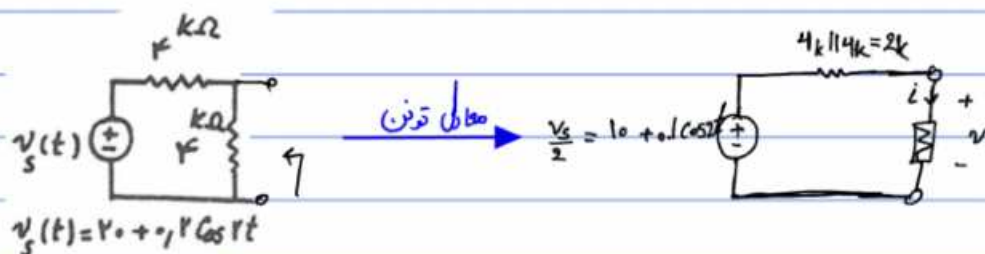
$$v(t) = v_{dc} + v_{ac} = 2 + 0.03 \cos 2t$$

(بقی ۷۵) با توجه به مشخصه $v-i$ داده شده برای یک قطبی مقاومتی N ، مقدار v در مدار

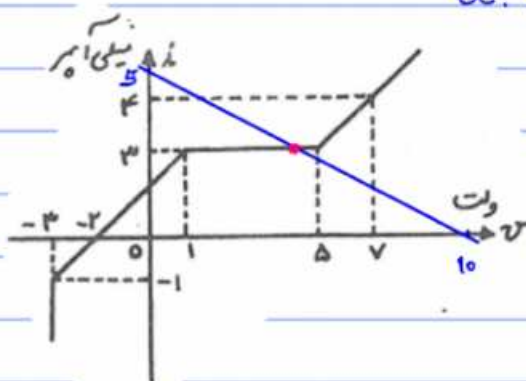


روشن تحلیل سینال
کوچک

$v_s(t) = 2 + 0.1 \cos 2t$
 DC AC



DC: $kvl: -1 + 2i + v = 0 \rightarrow i = -\frac{1}{2}v + 5$



زیر خط $i = 3$ $v = 5 \rightarrow i = 2.5$

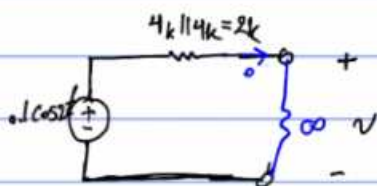
نقطه برخورد:

$i = 3$
 $i = -\frac{1}{2}v + 5$
 $\rightarrow -\frac{1}{2}v + 5 = 3$
 $v = 4, i = 3$

نتیجه کار DC: $(v = 4, i = 3)$

تحلیل AC: $i = 3: \frac{\partial i}{\partial v} = \frac{1}{R} = \infty \rightarrow \frac{\partial v}{\partial i} = 0$

مقاومت خیلی شده برابر با ∞ یا O.C است.



$v_{ac} = 0.1 \cos 2t$

$v(t) = v_{DC} + v_{ac} = 4 + 0.1 \cos 2t$

معادلات دیفرانسیل

قبل از پرداختن به مباحث معادله دیفرانسیل به معرفی توابع و سیگنال های مهم می پردازیم.

تابع پله: یک مدار الکتریکی عمدتاً در لحظه خاصی شروع به کار می کند و فاصله زمانی کار آن محدود است. منابع

مستقل در لحظه معین وارد مدار می شوند. برای بیان ریاضی لحظه شروع یا دوره زمانی کار منابع و هم برای بیان

ناپوستگی یا تغییراتی ولتاژها یا جریانها از تابع پله استفاده می کنیم.

تابع پله با دامنه A را با $AU(t)$ نشان می دهیم که اگر $A=1$ باشد تابع پله واحد نامیده می شود.



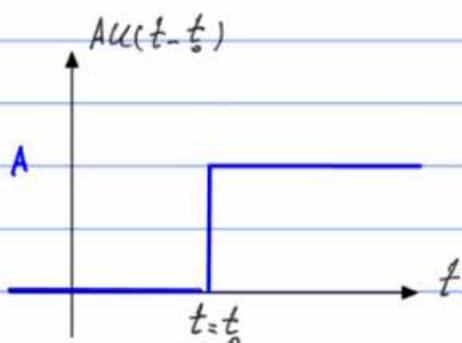
تابع $AU(t)$ منبع مستقل به اندازه ثابت A را نشان می دهد که در لحظه $t=0$ وارد مدار می شود، به بیان دیگر

منبع در $t < 0$ صفر است و در $t > 0$ مقدار A را پیدا می کند و این ناپوستگی یا **تغییراتی** به اندازه A

را در $t=0$ با تابع پله بیان می کنیم. اثر این منبع در $t > 0$ یا $t < 0$ مشاهده می شود و در نتیجه شرایط

موجود در مدار را که برای حل معادله دیفرانسیل مدار لازم است را تغییر نمی دهد.

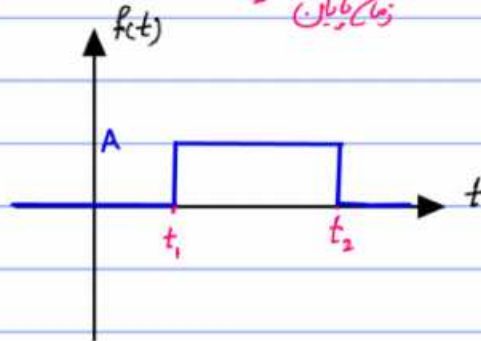
اگر منبع ثابت A در لحظه $t=t_0$ اعمال شود با تابع $AU(t-t_0)$ بیان می شود.



اعمال منبع ثابت در یک بازه $t_1 < t < t_2$ با تفاضل دو تابع پله بیان می‌کنیم.

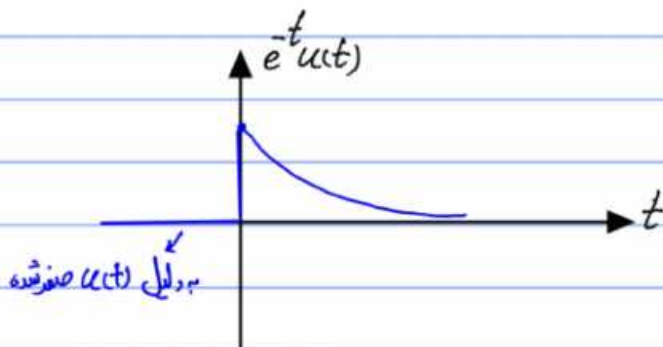
$$f(t) = A(u(t - t_1) - u(t - t_2))$$

زمان پایان $\rightarrow$ زمان شروع

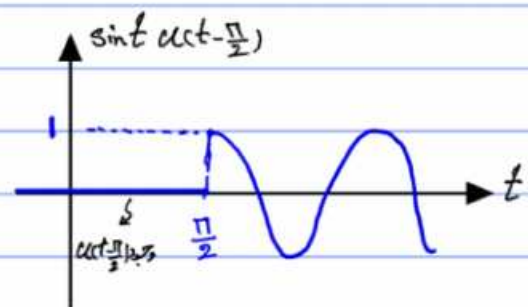


نقطه شروع و یا فاصله زمانی حضور منابع متغیر با زمان با استفاده از ضرب تابع متغیر با زمان $g(t)$ در تابع پله $u(t - t_1)$ بیان می‌شود.

۱) $e^{-t} u(t)$



۲) $\sin t u(t - \frac{\pi}{2})$



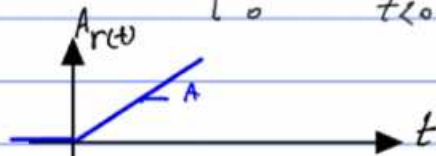
قرین: $\sin t (u(t - \frac{\pi}{2}) - u(t - \frac{3\pi}{2}))$

انتگرال و مشتق تابع پله :

در معادلات مدار غیر مقاومتی به دلیل وجود سلف ها یا خازن ها ، مشتق و انتگرال ورودی ها نیز ظاهر می شود و آن در ورودی ها را با تابع پله بیان کنیم باید بتوانیم مشتق و انتگرال تابع پله را بدست آوریم.

انتگرال اول پله :

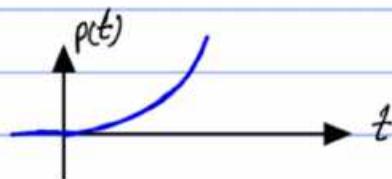
$$\int_{-\infty}^t A u(t) dt = \begin{cases} At & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} = At u(t) = Ar(t)$$



تابع $At u(t)$ را تابع شیب می گویند.

انتگرال دوم پله :

$$\int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t A u(t) dt = \int_{-\infty}^t At u(t) dt = A \frac{t^2}{2} u(t) = p(t)$$



تابع $\frac{A}{2} t^2 u(t)$ را تابع سهمی می گویند.

انتگرال از ۰ تا ۰+ پله : «انتگرال معین»

$$\int_{0^-}^{0^+} A u(t) dt = 0$$

$$u(t) \xrightarrow{\int_{0^-}^t} t u(t) \xrightarrow{\int_{0^-}^t} \frac{1}{2} t^2 u(t)$$

$$\int_{0^-}^{0^+} At u(t) dt = 0$$

انتگرال از ۰ تا ۰+ تابع شیب :

$$\int_{0^-}^{0^+} \frac{A}{2} t^2 u(t) dt = 0$$

انتگرال از ۰ تا ۰+ تابع سهمی :

مشتق تابع پله :

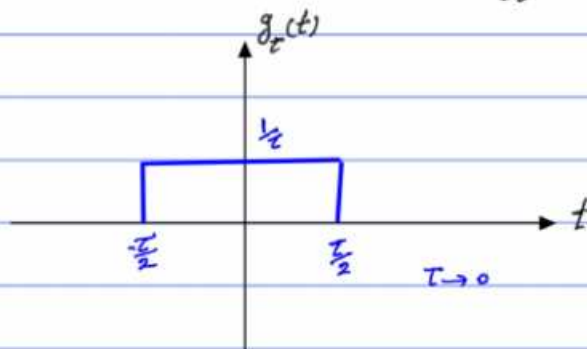
مشتق تابع پله در هر نقطه غیر از $t=0$ صفر است و این تابع در $t=0$ ناپیوسته است و مشتق ندارد.

$$\frac{du}{dt} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{u(t + \frac{\tau}{2}) - u(t - \frac{\tau}{2})}{\tau} = \lim_{\tau \rightarrow 0} g_{\tau}(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

چرا مشتق ندارد،

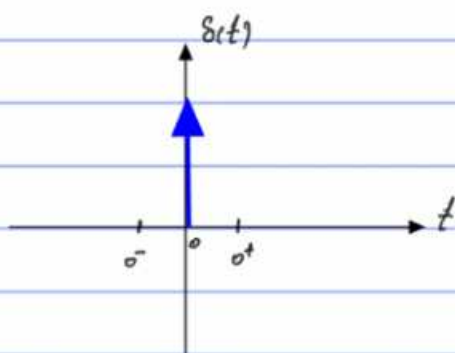
که g_{τ} دنباله ای از تابع پیوسته است که

اولاً سطح زیر هر آنها برابر یک است (دلمه پله)
دوماً حد هر آنها در $\tau \rightarrow 0$ ، مشتق پله یا $\frac{du}{dt}$ می شوند.

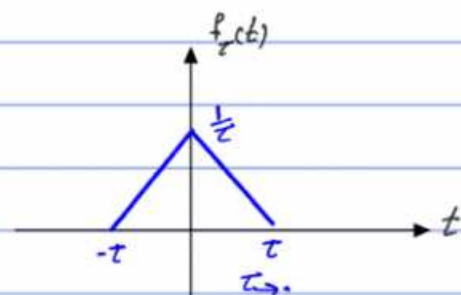


تابع ضربه :

تعریف حدی تابع ضربه را به صورت زیر می نویسیم و تابع ضربه حد هر دنباله ای از تابع است که سطح زیر آنها یک باشد.



تابع ضربه



دنباله ای از تابع که به ضربه میل می کند

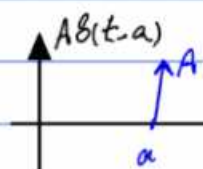
$$S(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \infty & t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = \int_0^+ \delta(t) dt = 1$$

$$\int_{+\infty}^{-\infty} \delta(t) dt = \int_0^- \delta(t) dt = -1$$

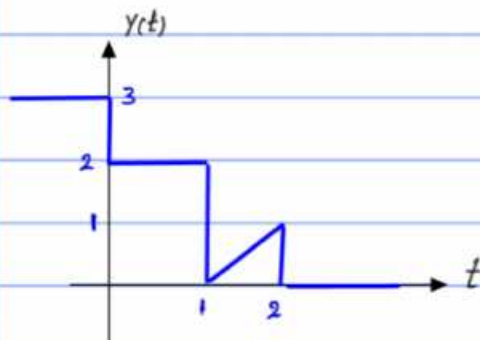
اگر سطح زیر دنباله تابع A باشد، حد به تابع $A\delta(t)$ میل می کند و $A\delta(t)$ همان تابع ضربه است که سطح زیرش برابر A است.

$$\int_{-\infty}^t A\delta(t) dt = \begin{cases} A & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} = Au(t)$$



اگر تابع ضربه با سطح A در $t=a$ وجود داشته باشد با $A\delta(t-a)$ قابل نمایش است.

مثال: تابع $y(t)$ و مشتق آن را بر حسب تابع پله و ضربه بیان کنید.



$$y(t) = 3u(-t) + 2u(t) - 2u(t-1) + 1u(t-1) - u(t-2)$$

$$y'(t) = 3\delta(-t) + 2\delta(t) - 2\delta(t-1) + u(t-1) - u(t-2) - \delta(t-2)$$

خواص مهم تابع ضرب:

$$\delta(t^+) = \delta(t^-) = 0$$

۱) از تعریف تابع ضرب واضح است:

۲) تابع $\delta(t-a)$ فقط در $t=a$ وجود دارد و ضرب آن نیز در هر تابع $f(t)$ که در $t=a$ مقدار معین $f(a)$

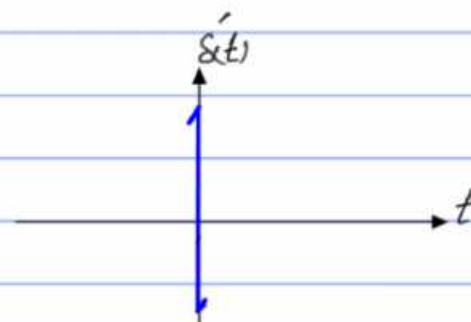
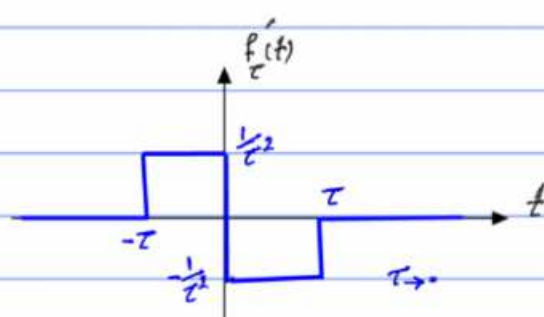
$$\underbrace{f(t)}_{\text{تابع}} \delta(t-a) = \underbrace{f(a)}_{\text{عدد}} \delta(t-a) \quad \text{رابطه عبارت از:}$$

$$\int_{a^-}^{a^+} f(t) \delta(t-a) dt = \int_{a^-}^{a^+} f(a) \delta(t-a) dt = f(a)$$

$$\frac{d}{dt} (g(t) u(t)) = g'(t) u(t) + \underbrace{g(0)}_{\text{غیرال شده}} \delta(t) \quad \text{با توجه به رابطه قبل:}$$

مشتقات $\delta(t)$

اگر $\delta(t)$ حد دنباله‌ای باشد، مشتق $\delta(t)$ یا $\delta'(t)$ را می‌توان به صورت حد مشتق آن دنباله تعریف کرد.



$$\delta'(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \\ \pm\infty & t = 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta'(t) dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta'(t) dt = \delta(t) \Big|_{0^-}^{0^+} = 0 - 0 = 0$$

$$\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt} = \frac{d^2 u(t)}{dt^2}$$

$$\delta''(t) = \frac{d^3 u}{dt^3} = \frac{d^2 \delta(t)}{dt} = \frac{d\delta'(t)}{dt}$$

$$\int_{0^-}^{0^+} \int_{0^-}^t \delta''(t) dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta'(t) dt = 0$$

$$\int_{0^-}^{0^+} \int_{0^-}^t \delta'(t) dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1$$

$$\int_{a^-}^{a^+} f(t) \delta^{(n)}(t-a) dt = (-1)^n f^{(n)}(a)$$

رابطه کو آنتگرال ضربه:

نکته مهم: برای هر تابع $g(t)$ که تابع ضربه در $t=0$ نداشته باشد خواهیم داشت:

$$\int_{0^-}^{0^+} g(t) dt = 0$$

$$\int_{0^-}^{0^+} A \delta(t) dt = A$$

معادله دیفرانسیل معمولی خطی با ضرایب ثابت مرتبه n

توصیف کلی: مدار LTI را در نظر بگیرید که در $t=0$ شروع به کار می کند منابع مستقل در این مدار در t

و هم شرایط اولیه گون یعنی ولتاژ خازن ها و جریان سلف ها در $t=0$ معلوم است.

ترجمه: خازن ها و سلف ها برخلاف مقاومت می توانند انرژی ذخیره کنند و قبل از اینکه در مدار قرار بگیرند ولتاژ یا جریان

اولیه غیر صفر داشته باشند در حالی که مقاومت قبل از قرار گیری در مدار ولتاژ و جریان صفر است.



می خواهیم متغیر دلخواه $y(t)$ و یا رابطه آن را با ورودی ها در $t=0^-$ تعیین کنیم. فرض کنید معادله دیفرانسیل

که متغیر مورد نظر را با ورودی ها مربوط می کند به صورت زیر بدست آمده است.

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = f(t), \quad t > 0$$

که $y^{(k)}(t)$ مشتق k ام $y(t)$ است ($0 \leq k \leq n$)

اگر لحظه شروع $t = t_0$ باشد از تغییر متغیر $t' = t - t_0$ استفاده می کنیم و در معادله به جای $y(t)$ و $f(t)$ به ترتیب

$y(t')$ و $f(t-t_0)$ می نازیم و با حل معادله $y(t')$ را در $t' = 0$ پیدا می کنیم.

نکات:

✓ این معادله خطی است، یعنی تمام حالات صحت جبه معادله نسبت به $y(t)$ و مشتقات آن راجع اول است.

✓ در مدار LTI ضرایب a تا a_n ثابت های حقیقی و وابسته به مقادیر n آن ها و منابع وابسته و شکل مدار است.

✓ n را برای هر $y(t)$ ، مدار تعیین می کند. n مرتبه معادله است و تعداد شرایط اولیه مستقل متغیر $y(t)$ را در $t=0$ نشان می دهد.

$$y(0^-), y'(0^-), \dots, y^{(n-1)}(0^-)$$

که شرایط اولیه مدار با **ولتاژها** و **جریان سلف ها** در $t=0^-$ قابل محاسبه است.

مجموعه شرایط اولیه مدار $\{y^{(n-1)}(0^-), y^{(n-2)}(0^-), \dots, y(0^-)\}$ را **حالت** مقاله می گویند.

✓ برای بدست آوردن $y(t)$ در $t \geq 0^+$ به شرایط اولیه $y(0^+)$ و $y^{(n-1)}(0^+)$ نیاز داریم و می توانیم شرایط مدار در $t=0^-$ معلوم داده می شود.

✓ شرایط 0^+ با شرایط 0^- الزاماً برابر نیست چرا که توابع $y(t)$ و $y^{(n-1)}(t)$ نسبت به $f(t)$ ممکن است در $t=0$ پیوسته نباشند.

✓ $f(t)$ از جنبش خود ورودی های مستقل و مشتقات آن هستند

پاسخ معادله دیفرانسیل

تابع $y(t)$ که در معادله دیفرانسیل صدق کند را **حلب** یا **پاسخ** معادله دیفرانسیل می نامیم.

مثال: ۱) $y'(t) + 2y(t) = 0$

حلب ارائه شده صدق کرد
مثلاً $y(t) = 3e^{-2t} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} -6e^{-2t} + 6e^{-2t} = 0 \rightarrow 0=0$
همه ضرایبی از e^{-2t} صدق کنند.
 $y(t) = Ae^{-2t} \rightarrow -2Ae^{-2t} + 2Ae^{-2t} = 0 \rightarrow 0=0$

۲) $y'' + 3y'(t) + 2y(t) = 0$

صدق کند.
 $y(t) = e^{-t} \rightarrow e^{-t} - 3e^{-t} + 2e^{-t} = 0 \checkmark$
 $y(t) = e^{-2t} \rightarrow 4e^{-2t} - 6e^{-2t} + 2e^{-2t} = 0 \checkmark \Rightarrow Ae^{-t} + Be^{-2t}$
جمع این دو هم صدق می کنند.
 $y(t) = Ae^{-t} + Be^{-2t}$

پاسخ همگن، پاسخ خصوصی، پاسخ کامل

معادله دیفرانسیل $a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = f(t)$ را وقتی که $f(t) = 0$ است

یک معادله **همگن** و هر جواب آن را یک **پاسخ همگن** می نامیم و با $y_h(t)$ نشان می دهیم.

✓ اگر $y_{h1}(t)$ و $y_{h2}(t)$ پاسخ های همگن معادله دیفرانسیل باشند هر ترکیب خطی از این پاسخ ها نیز یک پاسخ همگن است.
 $y_h = Ay_{h1}(t) + By_{h2}(t)$

مثال: $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = e^{-t} \xrightarrow{\text{همان}} y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 0$

$y_{h1}(t) = e^{-t} \checkmark$

$y_{h2}(t) = e^{-2t} \checkmark$

ترکیب خطی $y_h(t) = Ae^{-t} + Be^{-2t} \rightarrow Ae^{-t} + 4Be^{-2t} + 3(-Ae^{-t} - 2Be^{-2t}) + 2(Ae^{-t} + Be^{-2t}) = 0$
 $0=0 \checkmark$

هر تابع مناسب $y_p(t)$ که در معادله دیفرانسیل $f(t) \neq 0$ صدق کند پاسخ خصوصی نام دارد.

فرد مشکل و مشابه $y_p(t)$ به $f(t)$ و معادله دیفرانسیل وابسته است.

مثال: آیا $y_p = \frac{1}{2}$ جواب خصوصی معادله $y' + 2y = 1$ است؟
 $(\frac{1}{2})' + 2(\frac{1}{2}) = 1 \rightarrow 1 = 1 \checkmark$
 $y_p = \frac{1}{2}$ جواب خصوصی معادله دیفرانسیل مثال است.

جواب معادله دیفرانسیل به هر $f(t)$ ، پاسخ کامل، معادله در t نام دارد. مجموع پاسخ همگ و پاسخ خصوصی

و پاسخ کامل میگویند که در معادله با $f(t) \neq 0$ نیز صدق میکند
 $y(t) = y_p(t) + y_h(t)$

مثال:

$$y' + \frac{1}{3}y = 2$$

$$y_h(t) = Ae^{-\frac{1}{3}t}$$

$$y_p = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6 \rightarrow (6)' + \frac{1}{3}(6) = 2 \checkmark$$

$$y(t) = Ae^{-\frac{1}{3}t} + 6 \rightarrow (-\frac{A}{3}e^{-\frac{1}{3}t} + 0) + \frac{1}{3}(Ae^{-\frac{1}{3}t} + 6) = 2$$

نکته: جواب کامل در معادله دیفرانسیل با $f(t) \neq 0$ صدق میکند.

✓ پاسخ خصوصی y_p تابعی خطی از ورودی‌های $f(t)$ است یعنی اگر پاسخ خصوصی به معادله با $f(t) = g_i(t)$

برابر $y_{p_i}(t)$ باشد، آنگاه پاسخ خصوصی معادله به $f(t) = \sum_{i=1}^n c_i g_i(t)$ برابر $y_p = \sum_{i=1}^n c_i y_{p_i}(t)$ خواهد بود. با شرط اولیه صفر

در نتیجه در حالت خاص اگر تابع خطی y_p پاسخ خصوصی معادله با ضرایب حقیقی به $f(t)$ خطی باشد، $\text{Im } y_p$ ، $\text{Re } y_p$ به ترتیب پاسخ‌های خصوصی Ref ، Imf هستند.

✓ پاسخ خصوصی از جنس ورودی $f(t)$ است یعنی اگر $f(t)$ عدد ثابت باشد پاسخ خصوصی $y_p = k$

است و مثلاً اگر $f(t)$ به صورت $e^{\alpha t}$ باشد پاسخ خصوصی به فرم $y_p = k e^{\alpha t}$ است. یا $y_p = k t e^{\alpha t}$

✓ برای هر معادله خطی با شرط اولیه در $t=0$ ، یک پاسخ کامل در $t=0$ وجود دارد. این پاسخ، مجموع یک

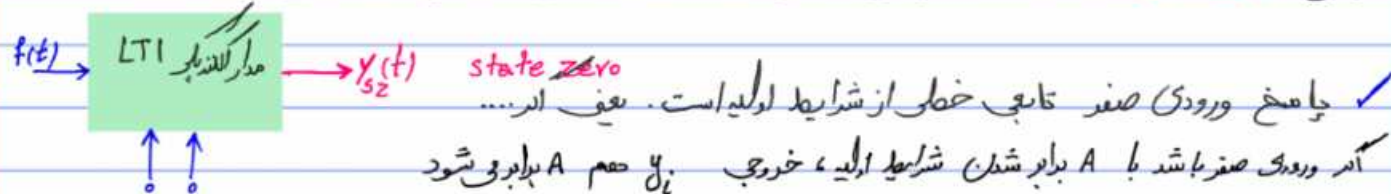
پاسخ همگن و یک جواب خصوصی است. در معادله صدق می‌کند و شرایط اولیه را برآورده می‌سازد.

پاسخ ورودی صفر و پاسخ حالت صفر معادله

پاسخ **ورودی صفر**، پاسخ کامل آن است وقتی $f(t) = 0$ باشد. پاسخ ورودی صفر یک پاسخ همگن است.



پاسخ **حالت صفر**، هر معادله، پاسخ کامل آن است وقتی که شرایط اولیه صفر باشند.



✓ پاسخ ورودی صفر تابعی خطی از شرایط اولیه است. یعنی اگر...
اگر ورودی صفر باشد با A برابر شدن شرایط اولیه، خروجی y هم A برابر می‌شود.

✓ پاسخ حالت صفر تابعی خطی از ورودیهای $f(t)$ است. یعنی اگر شرایط اولیه صفر باشد با A برابر شدن ورودی خروجی هم A برابر می‌شود.

✓ پاسخ کامل، مجموع پاسخ‌های حالت صفر و ورودی صفر است.

✓ پاسخ حالت صفر، مستقل از لحظه اعمال ورودی است یعنی اگر $y(t)$ پاسخ حالت صفر به ورودی $f(t)$

باشد، پاسخ حالت به ورودی $f(t-t_0)$ برابر $y(t-t_0)$ خواهد شد.

✓ اگر y پاسخ حالت صفر به $f(t)$ باشد آنلا $\frac{dy}{dt}$ و $\int_0^t y dt$ به ترتیب پاسخ حالت صفر

به $f'(t)$ و $\int_0^t f dt$ است.

مقایسه $u(t)$ و $\delta(t)$ و مشتقات آن درست است معادله دیفرانسیل

تابع $u(t)$ و $\delta(t)$ شرایط اولیه را نا لحظه تغییر نمی دهد چرا که این ورودی در $t=0^+$ اثر نداری آن

آغاز می شود ولی $\delta(t)$ و مشتقات آن که در $t=0$ (بین 0^- تا 0^+) ظاهر می شوند شرایط اولیه تا 0^+

را تغییر می دهند. پس اگر سمت راست معادله دیفرانسیل شامل ضربه یا مشتقات آن باشد

شرایط 0^- و 0^+ مساوی می شود.

مثال: پاسخ حالت صفر معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت به ورودی $f_1 = u(t)$ در $t > 0$ عبارت از:

$y_1 = (e^{-t} - 2e^{-2t} + 1)u(t)$ پاسخ حالت صفر این معادله را به ورودی $f_2 = 2u(t) + \frac{1}{2}\delta(t)$ را پیدا کنید.

$$f_1 = u(t) \rightarrow \text{LTI} \rightarrow y_1(t) = (e^{-t} - 2e^{-2t} + 1)u(t)$$

↑ ↑
0 1

$$f_2 = 2u(-t) + \frac{\delta(t)}{2} \rightarrow \text{LTI} \rightarrow y_2 = ?$$

↑ ↑
0 1

پاسخ حالت صفر، تابعی خطی از ورودی حالت.

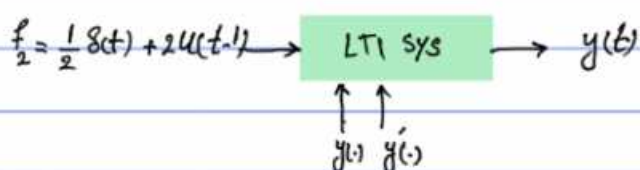
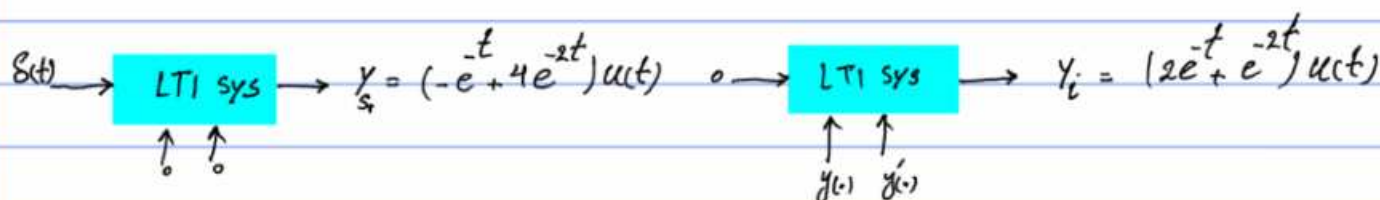
$$y_2 = 2y_1(-t) + \frac{1}{2} \frac{dy_1}{dt} = 2(e^{-t} - 2e^{-2t} + 1)u(-t) + \frac{1}{2}(-e^{-t} + 4e^{-2t})u(t)$$

$$y_2 = 2(e^{-t} - 2e^{-2t} + 1)u(-t) + \frac{1}{2}(-e^{-t} + 4e^{-2t})u(t) + \frac{1}{2}\delta(t)(\underbrace{e^{-0} - 2e^{-2 \times 0}}_{\text{غلط}} + 1)$$

مثال: پاسخ حالت صفر معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت به ورودی $f_1 = \delta(t)$ برابر $y_{s1} = (-e^{-t} + 4e^{-2t})u(t)$

اگر پاسخ ورودی صفر آن $y_i = (2e^{-t} + e^{-2t})u(t)$ باشد پاسخ کامل معادله را به ورودی $f_2 = \frac{1}{2}\delta(t) + 2u(t-1)$

را بیابید.



چون شرایط اولیه تغییر نکرده پاسخ y_i همان $y_i = (2e^{-t} + e^{-2t})u(t)$ و ورودی تغییر کرده پس y_{s2} تغییر خواهد کرد.

$$y_{s2} = \frac{1}{2} y_{s1} + 2 y_{su(t-1)} = \frac{1}{2} (-e^{-t} + 4e^{-2t}) u(t) + 2 y_{su(t-1)}$$

لذا از y_{s1} انتگرال بگیرد و بعد $t \rightarrow t-1$

$$2 y_{su(t-1)} = 2 \int_{t-1}^t y_{s1} dt = 2 \int_{t-1}^t (-e^{-t} + 4e^{-2t}) dt = 2 (e^{-t} - 2e^{-2t}) \Big|_{t-1}^t = 2 (e^{-t} - 2e^{-2t} + 1) \Big|_{t-1}^t$$

$$y_{s2} = \frac{1}{2} (-e^{-t} + 4e^{-2t}) u(t) + 2 (e^{-(t-1)} - 2e^{-2(t-1)} + 1) u(t-1)$$

$$y(t) = y_i + y_s = \underbrace{(2e^{-t} + e^{-2t})u(t)}_{y_i} + \underbrace{\frac{1}{2}(-e^{-t} + 4e^{-2t})u(t)}_{\frac{1}{2}y_{s1}} + \underbrace{2(e^{-(t-1)} - 2e^{-2(t-1)} + 1)u(t-1)}_{2y_{s1}u(t-1)}$$

مثال: پاسخ های همگن و خصوصی یک معادله دیفرانسیل خطی به ترتیب برابر $x_h = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-2t}$ و $x_p = \frac{1}{2}$

در $t \geq 0^+$ است. اگر $y(t)$ پاسخ کامل معادله با شرایط اولیه $y(0^+) = 0$ و $y'(0^+) = -1$ را داشته باشد،

$y(t)$ را بیابید.

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t) = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-2t} + \frac{1}{2}$$

با اعمال شرایط اولیه روی پاسخ کامل ضرایب ثابت A_1 و A_2 جست می گیریم و یک پاسخ کامل یکتا خواهد داشت.

$$y(0) = 0 \rightarrow 0 = A_1 + A_2 + \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow A_2 = \frac{3}{2} \text{ و } A_1 = -2$$

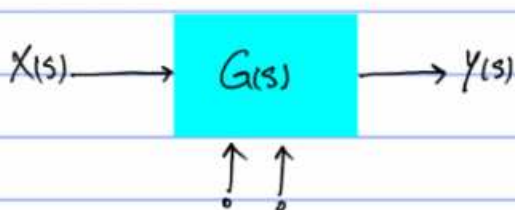
$$y'(0) = -1 \rightarrow -1 = -A_1 - 2A_2 + 0$$

$$\rightarrow y(t) = -2e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-2t} + \frac{1}{2}$$

تابع تبدیل برای محاسبه پاسخ حالت صفر

اگر یک سیستم یا مدار LTI دارای حالت صفر باشد با کمک لاپلاس و تابع تبدیل می توان پاسخ حالت صفر را

می بسنجیم.



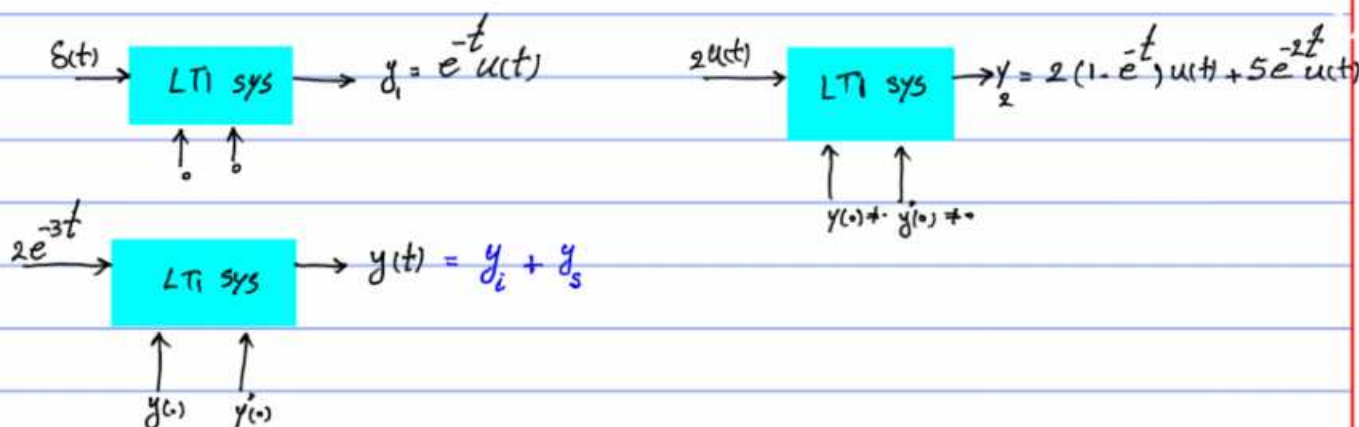
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$Y(s) \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y(t) \text{ پاسخ حالت صفر به } x(t)$$

(برق ۹۷) پاسخ حالت صفر (Zero State Response) یک شبکه خطی و تغییرناپذیر با زمان به ورودی $\delta(t)$ برابر $e^{-t}u(t)$ می باشد. در صورتیکه در یک شرایط اولیه معین، پاسخ کامل شبکه مزبور به ورودی $2u(t)$ برابر $2(1-e^{-t})u(t) + 5e^{-2t}u(t)$ باشد، پاسخ کامل شبکه تحت همان شرایط اولیه و ورودی $2e^{-3t}u(t)$ برابر خواهد بود با:

جواب :

$$\begin{aligned} (e^{-t} + 5e^{-2t} - e^{-3t})u(t) & - 2 \\ (1e^{-t} - 5e^{-2t})u(t) & - 3 \end{aligned}$$



$$y_2 = 2 \int_0^t y_i dt + y_i = 2(-e^{-t}u(t)) \Big|_0^t = 2(-e^{-t} + 1) + y_i = y_2$$

$$2(-e^{-t} + 1)u(t) + y_i = 2(1 - e^{-t})u(t) + 5e^{-2t}u(t) \rightarrow y_i = 5e^{-2t}u(t)$$

ورودی آزمایش سوم $2e^{-3t}$ صحیح باشد خطی با $\delta(t)$ و $u(t)$ ندارد پس با کمک تابع تبدیل و بلاس y_s را بدست می آوریم.

$$\text{گرفتن تبدیل: } G(s) = \frac{\mathcal{L}\{e^{-t}u(t)\}}{\mathcal{L}\{\delta(t)\}} = \frac{\frac{1}{s+1}}{1} = \frac{1}{s+1}$$

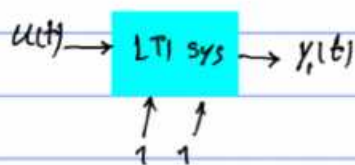
$$y_s = \mathcal{L}\{2e^{-3t}\} \times G(s) = \frac{2}{s+3} \cdot \frac{1}{s+1} = \frac{-1}{s+3} + \frac{1}{s+1} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} y_s(t) = (e^{-t} - e^{-3t})u(t)$$

$$y(t) = y_i + y_s = (5e^{-2t} + e^{-t} - e^{-3t})u(t)$$

گزینه ۲ جواب است.

پاسخ کامل یک مدار الکتریکی خطی و نامتغیر با زمان به ورودی پله واحد به ازای (ارشد برق ۹۳)

دو دسته شرایط اولیه مختلف x_1 و x_2 به قرار زیر است:



$$x_1(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow y_1(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-t} + 2e^{-2t})u(t)$$

$$x_2(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow y_2(t) = \frac{1}{2}(1 - 2e^{-t} + 2e^{-2t})u(t)$$

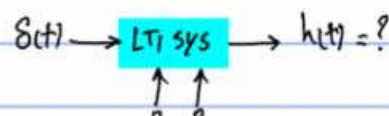
پاسخ ضربه کدام است؟

$$-e^{-2t}u(t) + \delta(t) \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2}e^{-2t}u(t) \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2}e^{-2t}u(t) + \delta(t) \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}(1 + e^{-2t})u(t) \quad (3)$$



۱) که با عبارت پاسخ ضربه یا پاسخ پله شرایط اولیه را صفر در نظر می گیریم.

$$y_1(t) = y_3 + y_i \quad (1)$$

۲) درگزایش ۲ ورودی تغییر کرده پس y_i تغییری ندارند ولی

$$y_2(t) = y_3 + y_{i2} = y_3 + 2y_i \quad (2)$$

شرایط اولیه ۲ برابر شده است لذا y_i هم ۲ برابر آزمایش اول

خواهش

$$y_i = y_2 - y_1 = \frac{1}{2}(-e^{-t} + e^{-2t})u(t) \xrightarrow{(1)}$$

$$\frac{1}{2}(1 - e^{-t} + 2e^{-2t})u(t) = y_3 + \frac{1}{2}(-e^{-t} + e^{-2t})u(t) \rightarrow y_3 = \frac{1}{2}(1 + e^{-2t})u(t)$$

$\delta(t) \rightarrow \text{LTI sys} \rightarrow h(t) = ? = \frac{dy_3}{dt} = -e^{-2t}u(t) + \frac{1}{2}(1 + e^{-2t})\delta(t)$ فصل

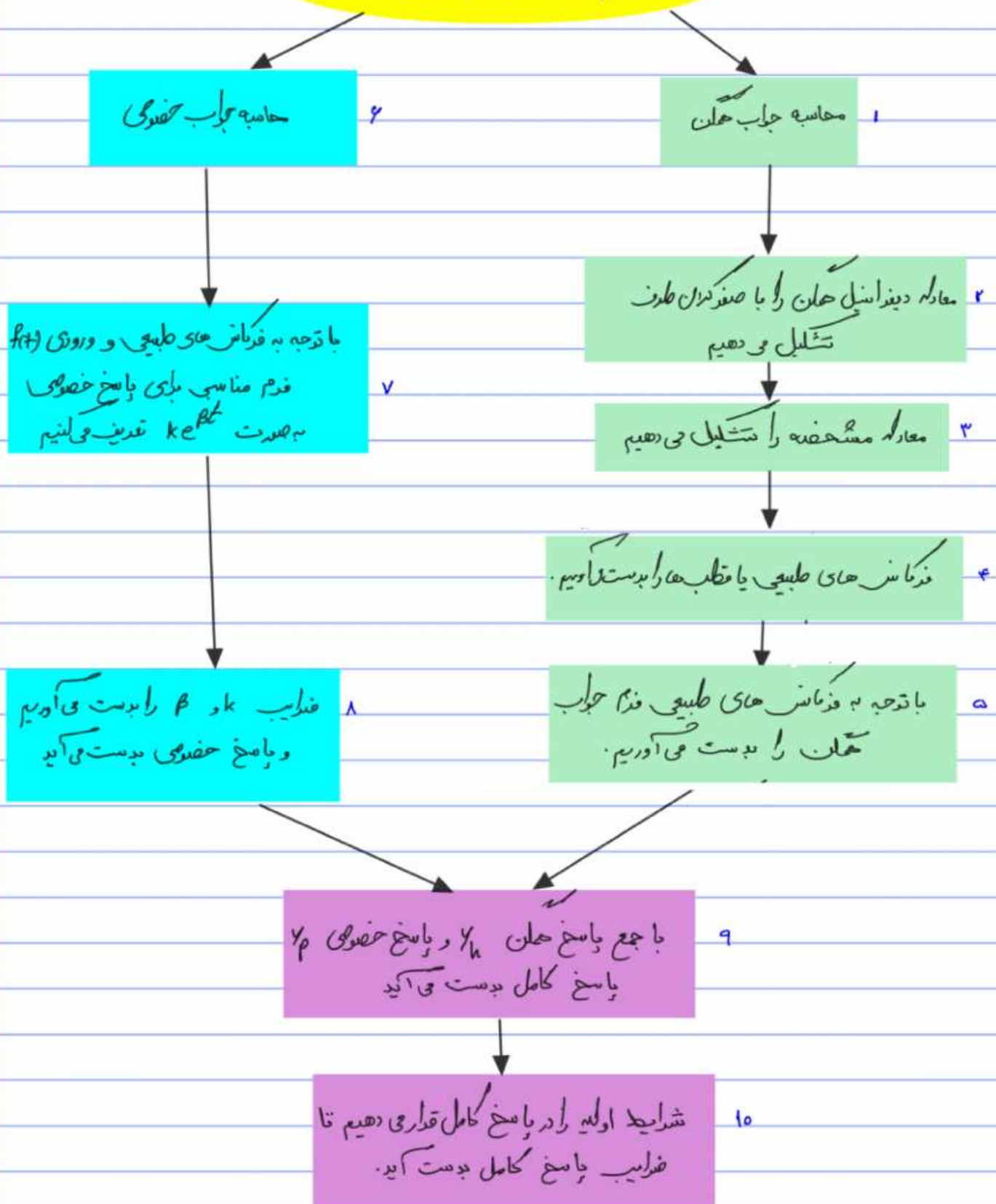
↑ ↑
0 0

↓
صفت پله

$$h(t) = \frac{dy_3}{dt} = -e^{-2t}u(t) + \frac{1}{2}(1 + 1)\delta(t)$$

سؤالی ۲ جواب صحیح است.

آلگوریتم حل معادله دیفرانسیل خطی با ضرایب ثابت



۱) محاسبه جواب هملین:

اولین قدم برای حل معادله دینامیک خطی ضرایب ثابت تشکیل معادله دینامیک هملین است

۲) تشکیل معادله هملین:

با جمع کردن ترم ورودی که در طرف دوم معادله دینامیک ظاهر می شود معادله دینامیک هملین بدست می آید.

$$\text{معادله دینامیک هملین: } a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = 0$$

۳) معادله مسخفه معادله دینامیک:

بازای هر درجه مشتق y از درجه n ، s^n قدری دهیم:

$$\text{معادله مسخفه: } \Delta(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

این معادله مسخفه جبری است و ریشه های آن را **فرکانس طبیعی** یا **قطب** معادله مسخفه می گویند.

۴) چهار حالت برای ریشه های معادله مسخفه خواهیم داشت:

برای راحتی کار فرض می کنیم معادله دینامیک مرتبه ۲ است و حالت های مختلف فرکانس های طبیعی را بیان می کنیم.

- ۱- فرکانس ها حقیقی ساده $s_{1,2} = \alpha, \beta$
- ۲- فرکانس ها حقیقی مضاعف $s_{1,2} = \alpha, \alpha$
- ۳- فرکانس ها مختلط $s_{1,2} = \alpha \pm j\beta$
- ۴- فرکانس ها موهومی خالص $s_{1,2} = \pm j\beta$

۵. فرم جواب ممکن با توجه به فرکانس های طبیعی معادله مشخصه:

۱. ریشه های حقیقی ساده α و β

$$y_h(t) = A e^{\alpha t} + B e^{\beta t}$$

فرکانس های طبیعی حقیقی توان تمام های نمایی را می سازد.

مثال) $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = 0$

$$\Delta(s) = s^2 + 3s + 2 = 0 \rightarrow \Delta(s) = (s+1)(s+2) = 0 \rightarrow s_{1,2} = -1, -2$$

فرکانس های طبیعی حقیقی

$$y_h(t) = A e^{-t} + B e^{-2t}$$

۲. ریشه های حقیقی مضاعف α و α

$$y_h(t) = A e^{\alpha t} + B t e^{\alpha t}$$

مضاعف شدن فرکانس طبیعی، t ضرب می کند

اگر از ریشه ۳ تکرار ریشه جمله بعدی در t^2 ضرب می شود.

مثال) $y''(t) + 6y'(t) + 9y(t) = 0$

$$\Delta(s) = s^2 + 6s + 9 = 0 \rightarrow \Delta(s) = (s+3)^2 = 0 \rightarrow s_{1,2} = -3, -3$$

$$y_h(t) = A e^{-3t} + B t e^{-3t}$$

۳. ریشه های مختلط $\alpha \pm j\beta$
نماینده α و β

$$y_h(t) = e^{\alpha t} (A \cos \beta t + B \sin \beta t)$$

مثال: $y''(t) + 2y'(t) + 4y(t) = 0 \rightarrow \Delta(s) = s^2 + 2s + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta \times 4}$

$$s_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 4}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2} = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm j\sqrt{3}$$

کامپلکس مربع
ریشه های
مختلط

$$s^2 + as + b = 0 \xrightarrow{\Delta \times 4} s_{1,2} = \frac{-a}{2} \pm j\sqrt{b - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$s_{1,2} = -1 \pm j\sqrt{3} \rightarrow y_h(t) = e^{-t} (A \cos \sqrt{3}t + B \sin \sqrt{3}t)$$

مکانیف نوسان کم رادکان برعکس

$$s_{1,2} = 0 \pm j\beta \quad \text{۱۳ رویه مرعوی خالص}$$

$$y_h(t) = A \cos \beta t + B \sin \beta t$$

$$\text{مثال: } y''(t) + 16 = 0 \rightarrow \Delta(s) = s^2 + 16 = 0 \rightarrow s^2 = -16 \rightarrow s = \sqrt{-16} = \pm j4$$

$$s_{1,2} = \pm j4$$

$$y_h(t) = A \cos 4t + B \sin 4t \quad \text{مکانیف نوسان ۴ رادکان برعکس}$$

مثال: برای معادله مشخصه زیر جواب کلی را بدست آورید.

۱) $s(s^2 + 8s + 16) = 0$ $s_1 = 0, -4, -4$

فکانه طبعی مندر

$$y_h(t) = A e^{0t} + B e^{-4t} + C t e^{-4t} = A + B e^{-4t} + C t e^{-4t}$$

۲) $s^2 + 6s + 11 = 0$ $\Delta = 36 - 44 < 0$ $\rightarrow$ ریشه مختلط $s_{1,2} = -\frac{6}{2} \pm j \sqrt{11 - (\frac{6}{2})^2} = -3 \pm j \sqrt{\frac{8}{4}} = -3 \pm j\sqrt{2}$

$$y_h(t) = e^{-3t} (A \cos \sqrt{2} t + B \sin \sqrt{2} t)$$

۳) $s^2(s+2)(s+1)^3 = 0 \rightarrow s = 0, 0, -2, -1, -1, -1$

$$y_h(t) = A + B t + C e^{-2t} + E e^{-t} + F t e^{-t} + G t^2 e^{-t}$$

۴) $s(s^2+3)^2[(s+1)^2+1](s+2) = 0$ $s = 0, \pm j\sqrt{3}, \pm j\sqrt{3}, -1 \pm j, -2$

$$y_h(t) = k + (A \cos \sqrt{3} t + B \sin \sqrt{3} t) + t(A' \cos \sqrt{3} t + B' \sin \sqrt{3} t) + e^{-t}(C \sin t + D \cos t) + E e^{-2t}$$

توضیحات تکمیلی برای فوکنس های طبیعی

ریشه های معادله مشخصه متغیر γ را یعنی s_1 و s_2 و ... s_n را فوکنس های طبیعی متغیر γ می گوئیم.

✓ ریشه های معادله مشخصه به شکل طبیعی، مقادیر s ها و منابع وابسته و شکل هندسی مدار (وقت ورودی یا همان منابع مستقل خاصش اند) بستگی دارد.

✓ قسمت موهومی ریشه های معادله مشخصه را **فوکنس پاسخ ورودی صفر** می گوئیم. چرا؟

$$s_{1,2} = \alpha \pm j\beta \rightarrow y_h(t) = e^{\alpha t} (A \cos \beta t + B \sin \beta t) \quad \text{فوکنس نوسانات}$$

✓ حضور یا عدم حضور این فوکنس های طبیعی در پاسخ ورودی صفر (همان) بستگی به **شرایط اولیه** دارد.

ممکن است شرایط اولیه طوری باشد که بعضی از ضرایب A و B به پاسخ همان صفر شوند.

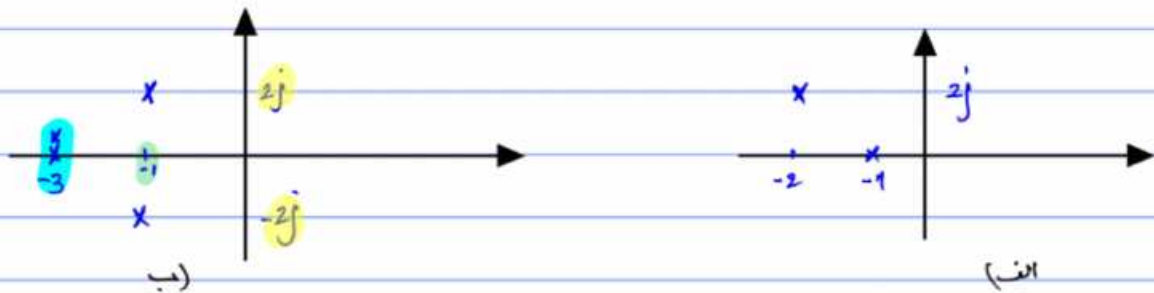
✓ اگر ضرایب A و B و ... مربوط به یک فوکنس طبیعی مثلاً s_1 غیر صفر باشد می گوئیم فوکنس طبیعی s_1 در پاسخ ظاهر شده است.

سوال: اگر در یک مدار مقادیر منابع مستقل تغییر کنند فوکنس های طبیعی چه تغییری می کنند؟ اگر به جای منبع ولتاژ منبع جریان قرار گیرد چه طور؟

اگر فقط مقادیر منابع تغییر کنند شکل هندسی مدار تغییر نمی کند فوکنس های طبیعی تغییری نمی کنند.

اما اگر نوع منبع مستقل تغییر کند شکل هندسی مدار تغییر می کند و فوکنس های طبیعی عوض می شوند.

سوال: محل ریشه های معادله مشخصه متغیر $y(t)$ در شکل های زیر نشان داده شده است. کدام یک می تواند فوکنس طبیعی مدار باشد؟ پاسخ ممکن آن را بنویسید.



الف) قطب مختلط مزدوج نداره و برای یک معادله دیفرانسیل ضرایب ثابت خطی امکان پذیر نیست.

$$y_h(t) = Ae^{-3t} + Bte^{-3t} + e^{-t}(C\sin 2t + D\cos 2t)$$

جواب خصوصی

پس از اینکه جواب همگن را در مرحله ۵ پیدا کردیم، اگر معادله دیفرانسیل ورودی $f(t) \neq 0$ داشته باشد در جواب کامل، پاسخ خصوصی نیز ظاهر می شود.

نکات:

✓ اگر تابع $f(t)$ از نوع $\delta(t)$ یا مشتقات آن باشد، پاسخ خصوصی ایجاد نمی کند ($y_p = 0$) و فقط شرایط اولیه را تعیین می دهد یعنی $y(t^+) \neq y(t^-)$ خواهد شد. و پاسخ همگن کامل است.

✓ اگر مرتبه مشتق تابع ضرب ورودی $\delta^{(m)}(t)$ از مرتبه معادله دیفرانسیل بزرگتر باشد ($m > n$) پاسخ خصوصی در $t > 0$ به صورت $\delta(t)$ یا مشتقات آن ظاهر می شود.

$$y''(t) + 3y'(t) + 4y(t) = \delta''(t) + 2\delta'(t)$$

$$\rightarrow \frac{Y}{R} = \frac{s^3 + 2s}{s^2 + 3s + 4} = \underbrace{\delta(t)}_{\delta(t)} + \frac{s}{s^2 + 3s + 4}$$

$m=n$ ← $\delta(t)$ ایجاد می شود
 $m > n$ ← $\delta^{(m-n)}(t)$ ایجاد می شود

۷) قدم پاسخ خصوصی

حالت اول: $f(t)$ یک چند جمله ای از درجه r و $s=0$ فاکتور طبیعی نباشد

در این حالت پاسخ خصوصی به قدم یک چند جمله ای $P(t)$ از درجه r خواهد بود که با گذشتن در معادله دیفرانسیل، ضرایب $P(t)$ بدست می آید.

حالت خاص، اگر $f(t)$ عدد ثابت باشد ($r=0$) پس جواب خصوصی $P(t)$ هم قدم عدد ثابت می شود (چند جمله ای از درجه ۰)

مثال: پاسخ خصوصی دهمگن معادله زیر را بدست آورید.

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 3t^2 + 1$$

$$\Delta(s) = s^2 + 2s + 1 = 0 \rightarrow s_{1,2} = -1, -1 \rightarrow y_h = Ae^{-t} + Bte^{-t}$$

$f(t) = 3t^2 + 1$: چند جمله ای از درجه ۲ $\rightarrow y_p = P(t) = at^2 + bt + c$ معادله دیفرانسیل

$$2a + 2(2at + b) + (at^2 + bt + c) = 3t^2 + 1 \rightarrow \begin{cases} a=3 \\ 4a+b=0 \rightarrow b=-12 \\ 2a+2b+c=1 \rightarrow c=19 \end{cases}$$

$$y_p = 3t^2 - 12t + 19$$

حالت دوم: اگر $f(t)$ به فرم چند جمله ای از درجه r و $s=0$ ریشه معادله مشخصه با درجه m تکرار باشد

در این حالت جواب خصوصی به فرم $t^m p(t)$ خواهد بود که $p(t)$ از درجه r است و با گذاشتن $t^m p(t)$ در معادله دیفرانسیل بدست می آید.

مثال: پاسخ کامل معادله دیفرانسیل زیر را بدست آورید.

$$y''(t) + 2y'(t) = t + 1 \quad y(0) = y'(0) = 0$$

$$\Delta(s) = s^2 + 2s = 0 \rightarrow s = \underline{0}, -2 \rightarrow y_h(t) = A + B e^{-2t}$$

$$f(t) = t + 1 \xrightarrow[\text{طبیعی از درجه تکرار}]{\text{از درجه 1 و } s=0 \text{ تکرار}} y_p(t) = p(t) = t'(at + b)$$

$$(2a + 0) + 2(2at + b) = t + 1$$

$$\begin{cases} 2(2a)t = t \rightarrow a = \frac{1}{4} \\ 2a + 2b = 1 \xrightarrow{a=\frac{1}{4}} b = \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow y_p(t) = \frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{4}t$$

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t) = (A + B e^{-2t}) + \frac{1}{4}(t^2 + t)$$

$$\begin{cases} y(0) = 0 \rightarrow A + B = 0 \\ -2B + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow B = \frac{1}{8} \rightarrow A = -\frac{1}{8} \end{cases}$$

$$y(t) = \frac{1}{8}(-1 + e^{-2t}) + \frac{1}{4}(t^2 + t) \quad \text{پاسخ کامل}$$

حالت سوم: $f(t)$ به از نوع ثابت، نمایی، سینوسی یا حاصل ضرب آن‌ها باشد.

برای نوع ذابع را می‌توان برای $t \rightarrow \infty$ به فرم $ke^{\beta t}$ بیان کرد که β در حالت کلی عدد مختلط هستند.

یادآوری

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x \rightarrow \begin{aligned} \cos x &= \operatorname{Re}\{e^{jx}\} \\ \sin x &= \operatorname{Im}\{e^{jx}\} \end{aligned}$$

$$f(t) = 5 \rightarrow f(t) = 5e^t \quad k=5, \beta=0$$

$$f(t) = 4e^{-2t} \rightarrow k=4, \beta=-2$$

$$f(t) = -2 \sin nt \rightarrow -2 \operatorname{Im}\{e^{jnt}\} = \operatorname{Im}\{-2e^{jnt}\} : k=-2, \beta=jn$$

$$f(t) = \frac{1}{2} \cos\left(t - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{e^{j(t-\frac{\pi}{2})}\} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{jt}\right\} : k=\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}}, \beta=j$$

$$f(t) = e^{-3t} \cos 2t \rightarrow e^{-3t} \operatorname{Re}\{e^{j2t}\} = \operatorname{Re}\{e^{(2j-3)t}\} : k=1, \beta=2j-3$$

اما حالت سوم: β فکانش طبیعی نیست.

در این حالت جواب خصوصی را به فرم $Ae^{\beta t}$ در نظر می‌گیریم و در معادله دیفرانسیل قرار می‌دهیم تا A بدست آید.

$$a_n y^{(n)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = ke^{\beta t} \xrightarrow{\text{جایگذاری } y_p = Ae^{\beta t}} a_n A \beta^n e^{\beta t} + \dots + a_1 A \beta e^{\beta t} + a_0 A e^{\beta t} = ke^{\beta t}$$

$$\rightarrow A = \frac{k}{a_n \beta^n + \dots + a_1 \beta + a_0} \Rightarrow y_p(t) = \frac{ke^{\beta t}}{a_n \beta^n + a_{n-1} \beta^{n-1} + \dots + a_1 \beta + a_0}$$

$$y_p = \frac{ke^{\beta t}}{\Delta(s)|_{s=\beta}}$$

مثال:

$$y''(t) + 8y'(t) + 16y(t) = u(t) + e^{-t}u(t) + e^{-t}\sin t \ u(t) \quad t > 0$$

$$\Delta(s) = s^2 + 8s + 16 = 0 \rightarrow (s+4)^2 = 0 \rightarrow s_{1,2} = -4, -4$$

$$y(t) = \underbrace{Ae^{4t} + Bte^{-4t}}_{y_h} + \underbrace{\frac{1}{s^2 + 8s + 16}}_{y_p} + \underbrace{\frac{1e^{-t}}{(-1)^2 + 8(-1) + 16}}_{y_p} + \underbrace{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{(j-1)t}}{(j-1)^2 + 8(j-1) + 16}\right\}}_{\downarrow}$$

$$1u(t) \rightarrow k=0, \beta=1$$

$$e^{-t} \rightarrow k=1, \beta=-1$$

$$\frac{e^{-t}}{10} \sin\left(t - \tan^{-1}\frac{3}{4}\right)$$

$$e^{-t}\sin t = e^{-t} \mathcal{L}_m^{-1}\{e^{jt}\} = \mathcal{L}_m^{-1}\{e^{-t}e^{jt}\} = \mathcal{L}_m^{-1}\{e^{(j-1)t}\} \Rightarrow k=1, \beta=j-1$$

$$\mathcal{L}_m^{-1}\left\{\frac{e^{(j-1)t}}{(j-1)^2 + 8(j-1) + 16}\right\} = e^{-t} \mathcal{L}_m^{-1}\left\{\frac{e^{jt}}{(-1+1-2j) + 8(j-1) + 16}\right\} = e^{-t} \mathcal{L}_m^{-1}\left\{\frac{e^{jt}}{8+6j}\right\}$$

$$\Rightarrow e^{-t} \mathcal{L}_m^{-1}\left\{\frac{e^{jt}}{\sqrt{8^2+6^2} e^{j\tan^{-1}\frac{6}{8}}}\right\} = \frac{e^{-t}}{10} \mathcal{L}_m^{-1}\left\{e^{j(t-\tan^{-1}\frac{6}{8})}\right\} = \frac{e^{-t}}{10} \sin\left(t - \tan^{-1}\frac{3}{4}\right)$$

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = \delta'(t) + \frac{1}{2}\delta(t) + e^{-3t}$$

مثال:

$$\Delta(s) = s^2 + 3s + 2 = 0 \rightarrow s = -1, -2 \xrightarrow{s=0 \text{ قرار}} y_h(t) = Ae^{-t} + Be^{-2t}$$

$$y_p(t) = 0 + 0 + \frac{e^{-3t}}{\Delta(s)|_{s=-3}} = \frac{e^{-3t}}{(-3)^2 + 3(-3) + 2} = \frac{e^{-3t}}{2} = \frac{1}{2}e^{-3t}$$

$$\text{جواب } y(t) = y_p + y_h = Ae^{-t} + Be^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-3t}$$

برای محاسبه A, B باید شرایط اولیه را در معادله کامل قرار داد.

$$y(0^-) \neq y(0^+) \quad \text{و در } \delta(t) \text{ و } \delta'(t) \text{ رخ می دهد}$$

حالت سوم: β فکانس طبیعی از صفر بزرگتر است.

در این صورت جواب خصوصی به فرم $y_p = Ate^{\beta t}$ در نظر می گیریم و در معادله دیفرانسیل جایگذاری می کنیم.

مثال: $\frac{dy}{dt^3} + 5\frac{dy}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} = u(t) + 2te^{ut} + e^{-t}u(t) + \frac{1}{2}e^{-3t}u(t) + \cos t u(t) + \delta(t)$

طرف دوم $\delta(t)$ دارد $\leftarrow$ جواب خصوصی ندارد ولی شرایط اولیه را تغییر می دهد.

$$\Delta(s) = s^3 + 5s^2 + 4s = 0 \rightarrow s=0, -1, -4 \rightarrow y_h(t) = A + Be^{-t} + Ce^{-4t}$$

$$f(t) = \underbrace{u(t) + 2te^{ut}}_{(1+2t)u(t)} + e^{-t}u(t) + \frac{1}{2}e^{-3t}u(t) + \cos t u(t) + \delta(t)$$

$$(1+2t)u(t) \xrightarrow[\text{طریقه}]{s=0 \text{ فکانس}} p(t) = t(at+b)$$

$$e^{-t}u(t) : k=1, \beta=-1 \xrightarrow[\text{فکانس طبیعی}]{s=\beta} p(t) = ct e^{-t} u(t)$$

$$\frac{1}{2}e^{-3t}u(t) \xrightarrow[\text{نیت}]{\text{فکانس طبیعی } s=\beta=-3} p(t) = \frac{\frac{1}{2}e^{-3t}}{\Delta(s)|_{s=-3}} = \frac{\frac{1}{2}e^{-3t}}{-27+45-12}$$

$$\cos t u(t) = \text{Re}\{e^{jt}\} \rightarrow k=1, \beta=j \rightarrow y_p = \text{Re}\left\{ \frac{e^{jt}}{j^3 + 5(j)^2 + 4j} \right\} = \text{Re}\left\{ \frac{e^{jt}}{-5+j4} \right\}$$

$$= \text{Re}\left\{ \frac{e^{jt}}{\sqrt{34} e^{j(\pi - \tan^{-1} \frac{4}{5})}} \right\} = \text{Re}\left\{ \frac{1}{\sqrt{34}} e^{j(t - \pi + \tan^{-1} \frac{4}{5})} \right\} = \frac{1}{\sqrt{34}} \cos(t - \pi + \tan^{-1} \frac{4}{5})$$

$$\delta(t) \rightarrow y_p = 0$$

$$y_p(t) = ct e^{-t} + \frac{1}{6}e^{-3t} + \frac{1}{\sqrt{34}} \cos(t - \pi + \tan^{-1} \frac{4}{5}) + 0$$

$$ct e^{-t} \rightarrow \text{مشتق} \rightarrow c \checkmark$$

فرکانس طبیعی صاف

اند در پاسخ همگن حدمات ثابت با DC داشته باشیم (Ae^{0t}) اثر آن در y_p به یک از ۲ صورت زیر ظاهر می شود،

حالت اول: ورودی ثابت با DC در سمت راست معادله باشد:

در این حالت چون فرکانس ورودی و فرکانس طبیعی یکی شده اند در پاسخ خصوصی جمله $k t u(t)$ خواهیم داشت که موجب بزرگ شدن پاسخ حامل در $t \rightarrow \infty$ خواهد شد در این حالت می توانیم فرکانس طبیعی صاف

در ارتباط با ورودی دیده می شود

$$y''(t) + 2y'(t) = 3u(t)$$

$$\Delta(s) = s^2 + 2s = 0 \rightarrow \underline{s=0}, -2$$

درجه افتنازل

$$f(t) = 3u(t) \rightarrow k=3, \underline{\beta=0} \rightarrow p(t) = t k u(t)$$

$$0 + 2k = 3 \rightarrow k = \frac{3}{2} \rightarrow y_p(t) = p(t) = \frac{3}{2} k t u(t)$$

$$y(t) = y_h + y_p = (A + B e^{-2t} + \frac{3}{2} t) u(t)$$

حالت دوم: مشتق یا مشتقات ورودی ثابت در سمت راست معادله ظاهر شود و خودش نباشد

در این حالت جمله ای در y_p ایجاد نمی کند و در پاسخ خصوصی در $t \rightarrow \infty$ ناپدید است

$$y''(t) + y'(t) = 2\delta(t) + 3\delta(t)$$

$$y_h = A + B e^{-2t}$$

$$y(t) = A + B e^{-2t}$$

$$y_p = 0 + 0$$

مثال: در معادله دیفرانسیل زیر نشان دهید که فرکانس های طبیعی صفر $y(t)$ در ارتباط با i_s دیده می شود ولی در ارتباط با v_s دیده نمی شود.

$$y''' + 3y'' + 2y' = v_s' + i_s$$

$$y(0^-) = y'(0^-) = y''(0^-) = 0$$

الف) $i_s = 0$ و $v_s = u(t)$

ب) $i_s = u(t)$ و $v_s = 0$

$$\Delta(s) = s^3 + 3s^2 + 2s = 0 \rightarrow s = 0, -1, -2$$

الف) $f(t) = 8t + 0$

$$y_h = A + Be^{-t} + Ce^{-2t}$$

$$y_p = 0$$

در $8t$ با سینغ ضربه ای داریم
و فقط شرایط اولیه را نسبت به $t=0$ تعیین می دهد.

ب) $f(t) = 0 + u(t)$

$$y_h = A + Be^{-t} + Ce^{-2t}$$

$s=0$ ریشه تکراری

$$y_p = t^k u(t) \xrightarrow{\text{معمول}} 0 + 0 + 2k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{2} \rightarrow y_p = \frac{1}{2} t u(t)$$

چون k از 0 بزرگ تر است.

$$y(t) = \left[(A + Be^{-t} + Ce^{-2t}) + \left(\frac{1}{2} t \right) \right] u(t)$$

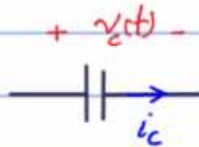
اما به کمک شکل خدای ما شود

آشنایی با خازن LTI :

خازن LTI رابطه ولتاژ و بار الکتریکی به صورت دوبرا دارد:

$$q(t) = C v_c(t)$$

C ظرفیت خازن بر حسب فاراد و $v_c(t)$ ولتاژ ۲ سر خازن و q هم بار الکتریکی ذخیره شده در خازن است بر حسب کولن.



$$i_c = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} (C v_c(t)) = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad \text{رابطه جریان خازن LTI}$$

نکات

✓ رابطه ولتاژ و جریان خازن به شکل فیزیکی و هندسی خازن بستگی ندارد. ولی ظرفیت C به شکل هندسی و مادی خازن بستگی دارد.

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad \text{✓ با توجه به رابطه}$$

$$\text{if } C = 0 \quad \Rightarrow \quad i_c = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{---} \overset{\text{O.C}}{\circ} \text{---}$$

$$\text{if } C = \infty \quad \rightarrow \quad \frac{dv_c}{dt} = 0 \quad \text{!} \quad v_c = \text{ثابت} \quad \rightarrow \quad \text{خازن بدون ولتاژ اولیه افتاد به ولتاژ صفر} \quad \Rightarrow \quad \text{---} \overset{\text{S.C}}{\circ} \text{---}$$

✓ ولتاژ خازن می تواند تغییر سریع داشته باشد ولی تغییرات آنی (بله ای) نمی تواند داشته باشد. چرا؟

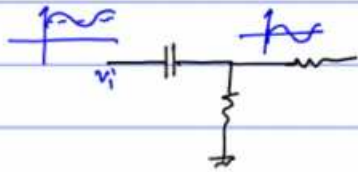
$$\text{مثلاً } v_c(t) = \text{---} \xrightarrow{\text{مستقیم}} i_c = C \frac{dv_c}{dt} = \infty ?$$

چون ∞ برای خازن به معنای تغییر آنی بار الکتریکی است و با توجه به بقای بار تغییر بار ناگهانی یا آنی نمی تواند داشته باشد.

پس خازن در مقابل تغییر آنی ولتاژ انیزمی دارد و از این خاصیت در مدارات برای جلوگیری از تغییر آنی ولتاژ استفاده می شود.

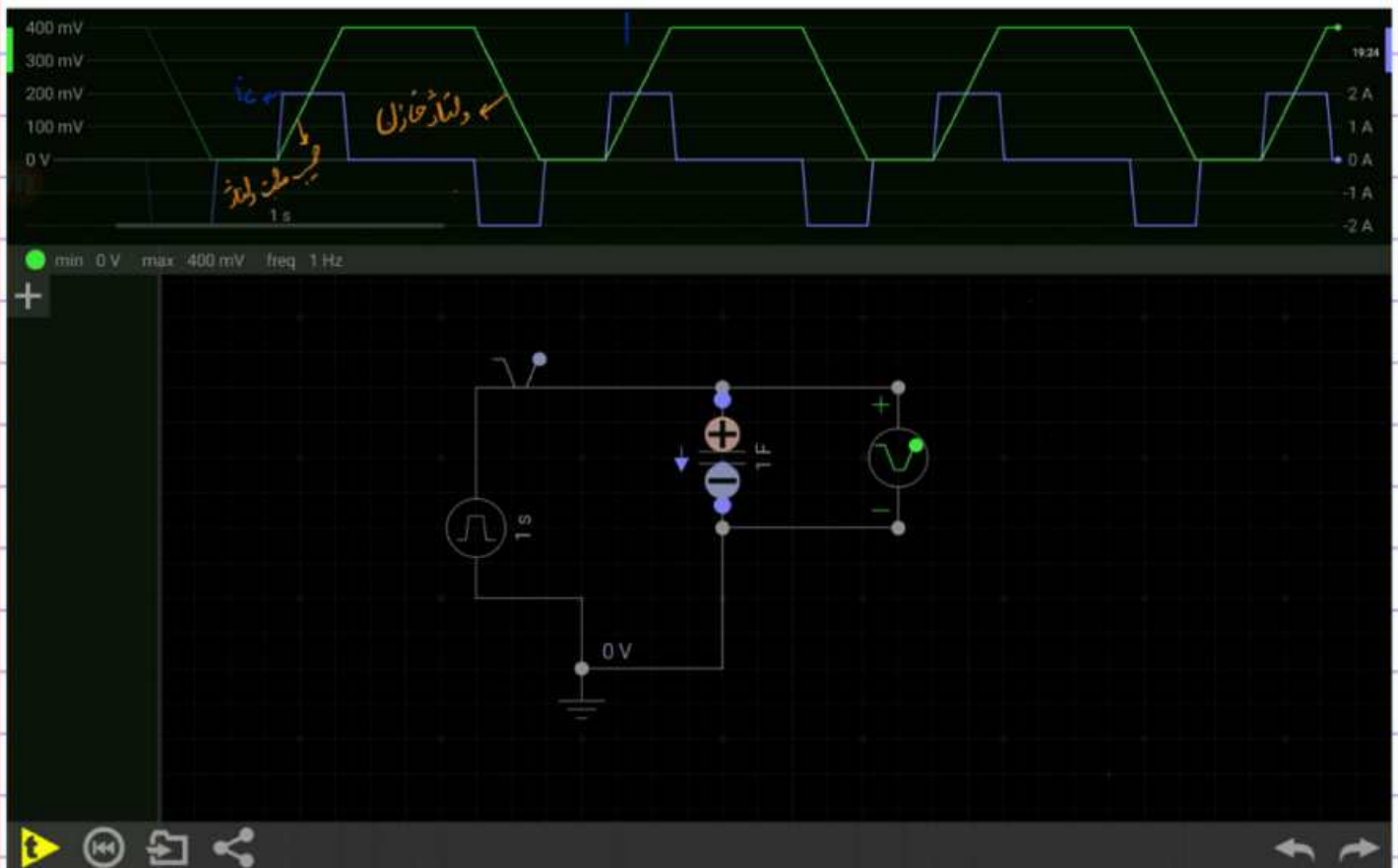
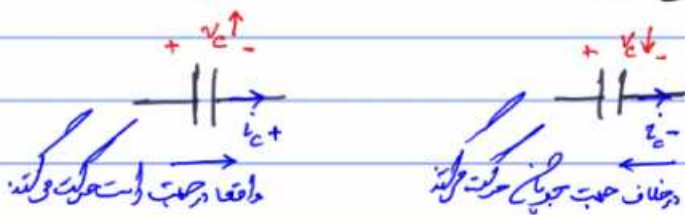
if v_c ثابت $\rightarrow i_c = C \frac{dv_c}{dt} = 0$

یعنی ولتاژی DC را فیلتر می کند ✓



✓ اگر ولتاژ خازن در حال افزایش باشد جریان سبب یا تغییرات ولتاژ است و مقداری مثبت خواهد بود. ولتاژ ولتاژ

خازن در حال کاهش باشد جریان سبب یا نرخ تغییرات ولتاژ خواهد بود و مقداری منفی خواهد داشت.



✓ برای یک جریان هم چقدر C بزرگتر باشد، تغییرات ولتاژ کوچکتر می شود. به همین دلیل در فرکانس های بالا از خازن های کوچک در حد نانو فاراد یا پیکو فاراد (خازن عددی) استفاده می شود.

$$\downarrow \frac{dv_c}{dt} = \frac{i_c}{C \uparrow}$$

✓ با استناد گیری از رابطه $i_c = C \frac{dv_c}{dt}$ از لحظه $-\infty$ (از نظر فیزیکی یعنی لحظه‌ای که خازن ساخته شده و عنصر هیچ کاری نکرده) تا لحظه مورد نظر t :

$$\int_{-\infty}^t \frac{dv_c}{dt} dt = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_c(t) dt \rightarrow v_c(t) - v_c(-\infty) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_c dt$$

و چون $v_c(-\infty) = 0$ می‌توان گفت:

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i_c dt$$

ولی همین خازن از $-\infty$ تا لحظه‌ای که داریم، چگونگی خازن در این مدت ممکن است در مدارهای مختلفی کار کرده باشد و از بار الکتریکی

بر (شارژ) یا تخلیه (دشارژ) شده باشد. این همینجای را از لحظه خاص t_0 که خازن در مدار معینی می‌خواهد کار کند

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t_0} i_c dt + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c dt$$

می‌توانیم پیدا کرد:

مقدار ثابتی دارد و جنب ولتاژ است

این قدم اول که مقدار ثابتی دارد که نتیجه کار گذاشتن خازن تا لحظه t_0 است را **ولتاژ اولیه** خازن است و با $v_c(t_0)$

نشان می‌دهیم:

$$v_c(t) = v_c(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c dt$$

پس ولتاژ خازن در هر لحظه t به **لدسته** خازن که $v_c(t_0)$ است مبتنی دارد. و می‌توانیم خازن یک المانی ذخیره کننده یا

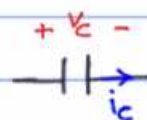
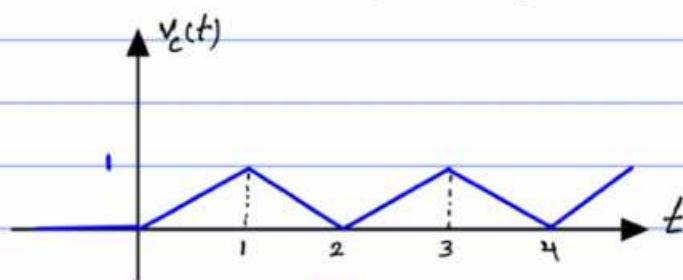
حافظه دارد است که اطلاعات گذشته را به صورت ولتاژ با بار الکتریکی در خود ذخیره می‌کند.

$$t_0 = 0 \rightarrow$$

$$v_c(t) = v_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt$$

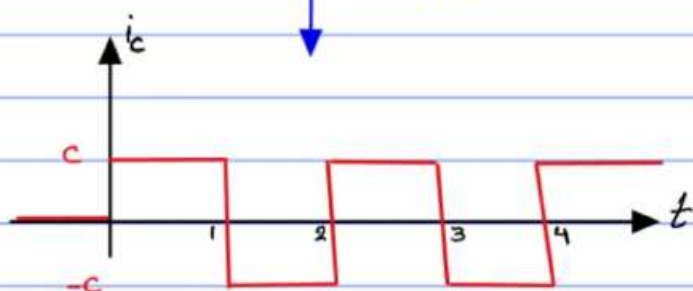
ولتاژ خازن در لحظه از زمان 0

مثال: در یک خازن 2F ، ولتاژ خازن به صورت شکل زیر است. جریان خازن را رسم کنید.

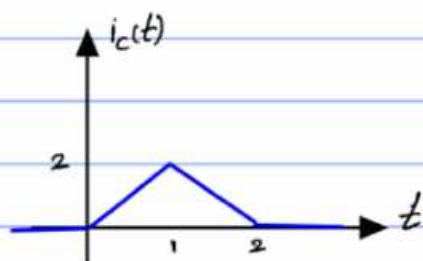


مشتق $\equiv$ سبب $C \times$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}$$



مثال: ولتاژ خازن 1F در $t=0$ صفر است. جریانی مطابق شکل زیر از خازن عبور می کند. ولتاژ خازن را در $t \geq 0$ پیدا کنید. ($C=1\text{F}$)



$$V_C(t) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C dt$$

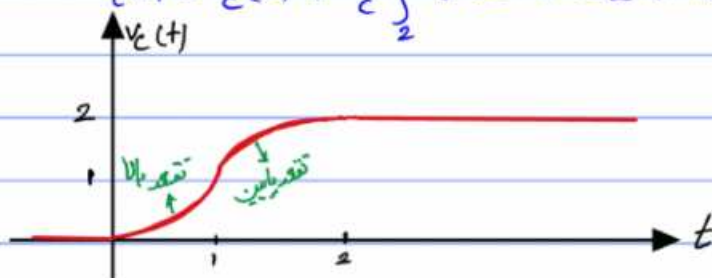
$$t < 0 \rightarrow i_C = 0 \rightarrow V_C(t) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C dt = 0$$

$$0 \leq t < 1 : i_C = 2t \rightarrow V_C(t) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t 2t dt = 0 + \left. t^2 \right|_0^t = t^2$$

$$1 \leq t < 2 : i_C = -2t + 4 \rightarrow V_C(t) = V_C(1) + \frac{1}{C} \int_1^t (-2t + 4) dt = 1 + \left. -t^2 + 4t \right|_1^t$$

$$V_C(t) = 1 - t^2 + 4t + 1 - 4 = -t^2 + 4t - 2$$

$$t \geq 2 : V_C(t) = V_C(2) + \frac{1}{C} \int_2^t 0 dt = -2^2 + 4 \times 2 - 2 = 2$$



تغییر یابنده $\rightarrow$ مشتق منفی
تغییر یابنده $\rightarrow$ مشتق مثبت

✓ اگر چگانه خازن محدود باشد یعنی شل و تابع ضربه نباشد، کنترل آن حتی اگر با پیوستگی هم داشته باشد

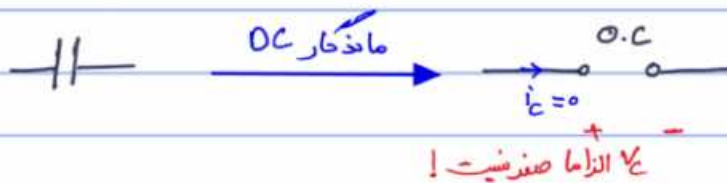
ولتاژ آن یعنی v_c پیوسته خواهد بود یعنی در هر لحظه از زمان $v_c(t^+) = v_c(t^-)$ خواهد بود.

$$v_c(t_1) = v_c(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{C} i_c dt$$

✓ اگر چگانه خازن محدود نباشد یعنی شامل تابع ضربه باشد، کنترل ضربه با پیوستگی و $v_c(t)$ را پیوسته می‌کند.

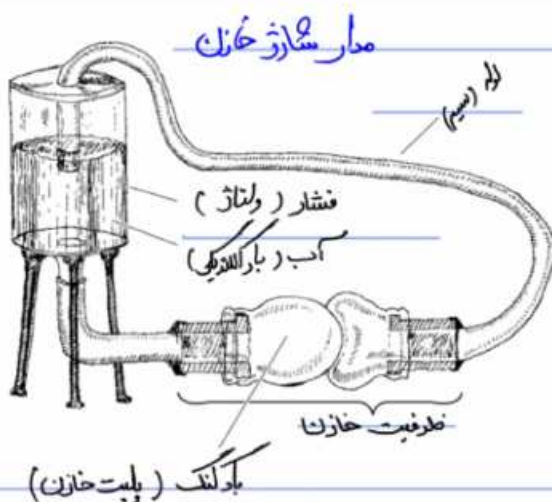
و در برخی از زمان ها ولتاژ خازن به سمت ناگهانی یا آبی تغییر می‌کند. $v_c(t^+) \neq v_c(t^-)$

✓ اگر ولتاژ خازن ثابت باشد، چگانه خازن صفر می‌شود پس خازن در حالت ماندگار DC معادل مدار باز عمل می‌کند.



✓ خازن مانند یک بانک عمل می‌کند که انرژی را مصرف نمی‌کند بلکه با بار الکتریکی به وسیله ولتاژ ذخیره می‌کند (سازداری).

و در موقع نیاز انرژی را پس می‌دهد (دسازداری). فقط برای خازن ایده آل به قدر است.



$$\Rightarrow \frac{w_{C1}}{w_{C2}} = \frac{64}{8} = 8 \text{ g/g}$$

آشنایی با سلف LTI

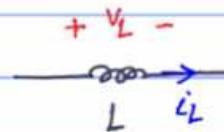
رابطه جریان و شار سلف به صورت زیر است:

$$\varphi(t) = L i_L(t)$$

که L ظرفیت سلف و قطری ثابت و بر حسب هانری بیان می شود و φ واحد وبر و $i_L(t)$ جریان الکتریکی است.

$$V_L = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d}{dt} (L i_L(t)) = L \frac{di_L}{dt}$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}$$



✓ در این رابطه شکل هندسی سلف نقش ندارد ولی خود L به شکل هندسی و هسته سیم بستگی دارد.

$$\text{if } L=0 \rightarrow V_L=0 \equiv \text{s.c}$$

$$\text{if } L=\infty \rightarrow \frac{di_L}{dt}=\infty \rightarrow i_L=\infty \text{ یا } i_L=0 \equiv \text{o.c}$$

✓ جریان سلف تغییر سریع می تواند داشته باشد ولی تغییر آنی ($\frac{\text{SA}}{\text{OA}}$) نمی تواند داشته باشد. سلف نسبت به

تغییرات آنی جریان اندیسی دارد. ولی ولتاژ سلف می تواند تغییر آنی داشته باشد. (تغییر سبب یا باعث تغییر آنی)

✓ وقتی V_L مثبت (منفی) است i_L در حال افزایش (کاهش) و وقتی که $i_L=0$ ، جریان ثابت است.

✓ اگر i_L ثابت باشد، V_L صفر یا سلف اتصال کوتاه می شود.

✓ برای یک ولتاژ، هر چه L بزرگتر باشد تغییرات جریان کندتر خواهد بود به همین دلیل در فکانش می بایا از سلف

های کوچک در محدوده سیلی هانری واکند استفاده می شود.

✓ با استعداتی مشابه به خازن

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \xrightarrow{\int_{-\infty}^t} i_L = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v_L(t) dt$$

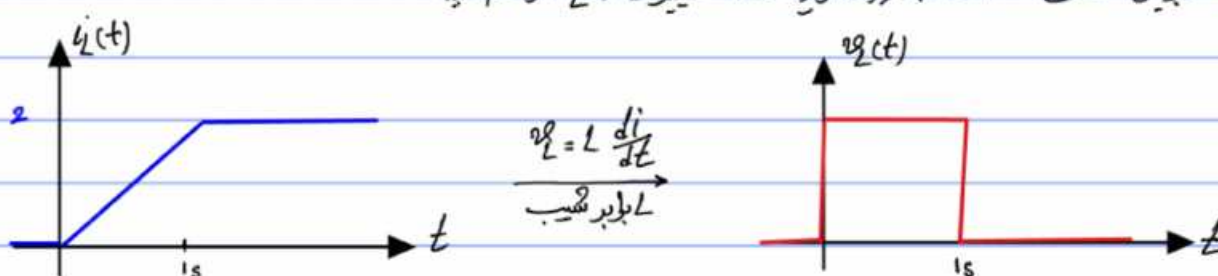
$$i_L(t) = i_L(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L(t) dt$$

که $i_L(t_0)$ را جریان اولیه خازن می‌نامیم

$$t_0 = 0 : i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v_L(t) dt$$

✓ آدر ولتاژ سلف شامل تابع ضرب نباشد، جریان سلف $i_L(t)$ در هر لحظه پیوسته خواهد بود. $i_L(t^-) = i_L(t^+)$

مثال: جریان سلف LTI به صورت زیر است. تغییرات $v_L(t)$ رسم کنید.



✓ با توجه به رابطه $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ آدر جریان سلف ثابت باشد ولتاژ آن صفر می‌شود پس سلف در حالت ماندگار

با منابع AC معادل اتصال کوتاه است و کاملاً شارژ شده است.

✓ سلف انرژی را به یک سلف می‌توان مغناطیسی و جریان ذخیره می‌کند. سلف هم مانند خازن انرژی مصرف

نمی‌کند بلکه آن ذخیره می‌کند.

انرژی ذخیره شده سلف

$$w(t, t) = \int_t^t p(t) dt$$

$$p(t) = v \cdot i = i \cdot L \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow w(t, t) = \int_t^t i \cdot L \frac{di}{dt} dt$$

$$\rightarrow w(t, t) = \frac{1}{2} L i^2 \Big|_t^t = \frac{1}{2} L (i^2(t) - i^2(t))$$

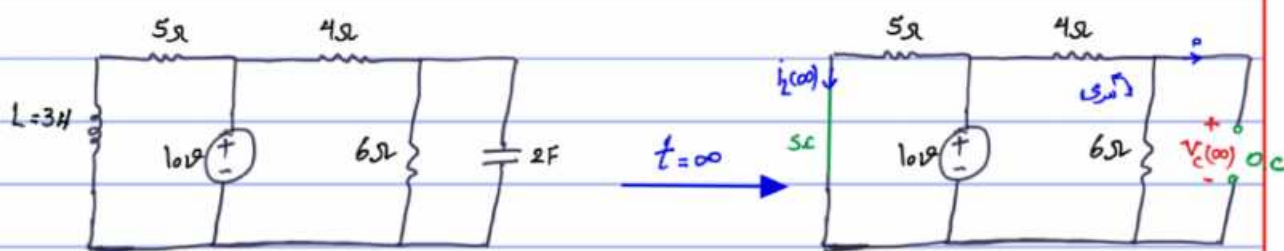
اگر $t=0$ تعریف کنیم معنی سلف در لحظه $t=0$ انرژی اولیه داشته باشد:

$$w(t) = \frac{1}{2} L (i^2(t) - i^2(0))$$

اگر انرژی اولیه سلف خطایم را انرژی کل ذخیره شده در سلف را در لحظه t میخوانیم:

$$w(\infty, t) = \frac{1}{2} L (i^2(t) - i^2(0)) = \frac{1}{2} L i^2(t)$$

مثال: با فرض اینکه مدار زیر به حالت ماندگار رسیده باشد، انرژی ذخیره شده در کل سیستم چقدر است؟ (شرایط اولیه صفر است)



$$i_L(\infty) = \frac{10}{5\Omega} = 2A \rightarrow w_L(0, \infty) = \frac{1}{2} L (i_L^2(\infty) - i_L^2(0)) = 6J$$

$$V_C(\infty) = 10 \cdot \frac{6}{4+6} = 6V \rightarrow w_C(0, \infty) = \frac{1}{2} C (V_C^2(\infty) - V_C^2(0)) = 36J$$

$$w = w_L + w_C = 6 + 36 = 42J$$

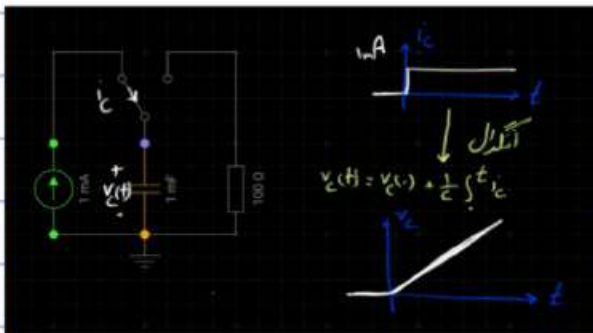
شارژ خازن با منبع جریان ثابت

اگر منبع جریان ثابت به خازن اعمال کنیم معنی $i(t) = 1mA$ باشد

با توجه به رابطه $i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$ تابع ولتاژ درجه اول و

شیب در خواهد شد. مقدار تابع ولتاژ، مقدار ولتاژ ذخیره شده یا

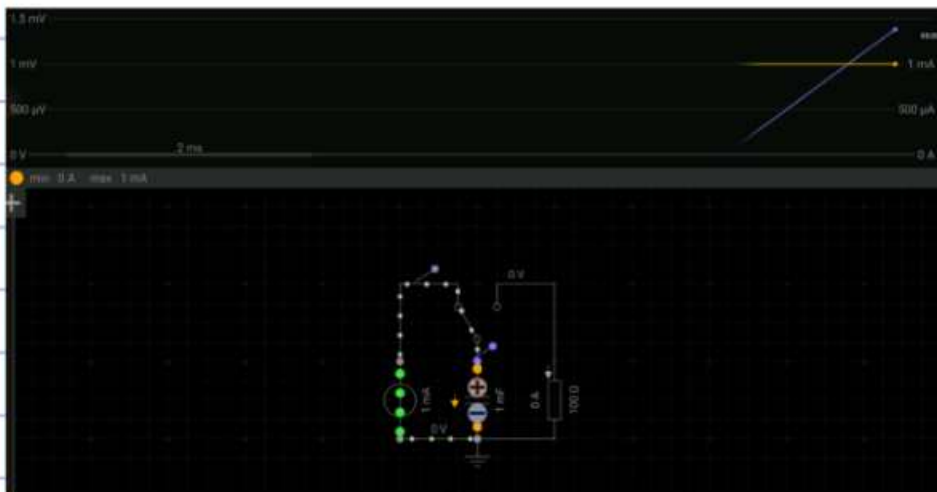
شارژ شده در خازن را بیان می کند و وقتی که ولید را قطع کنیم



جریان خازن صفر می شود و

ولتاژ خازن مقدار شارژ شده باقی

می ماند.



مدار شارژ



مدار شارژ - ولتاژ خازن اشباع می شود.



با قطع شدن ولید، عبور خازن

$$V_C(t) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C dt$$

ولتاژ ولتاژ خازن $V_C(t) = V_C(0)$

و مقدار شارژ شده را در خروجی

نگاه می داریم. و می توانیم این خازن را از این مدار جدا و در مدار دیگری با همین شرایط اولیه $V_C(0) = 5mV$ استفاده کرد.

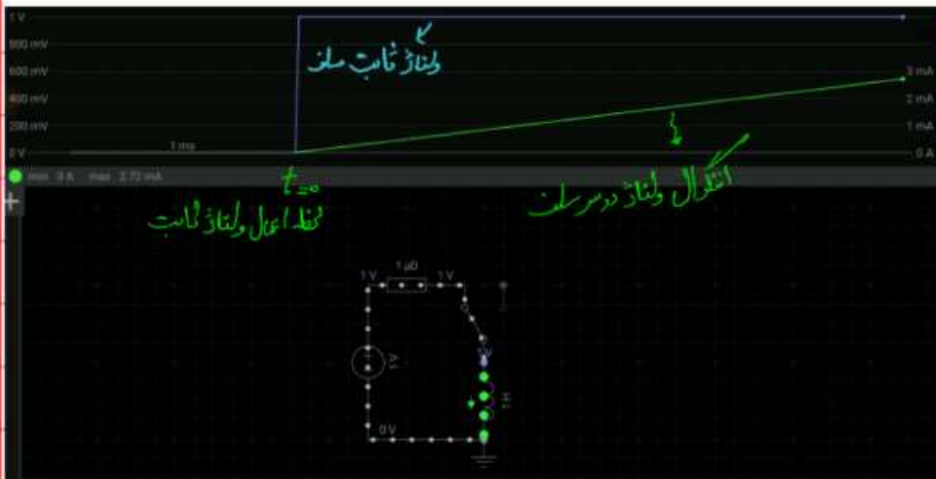
مدار شارژ سلف

ما قهقه به رابطه $i_L(t) = I_L + (i_L(0) - I_L)e^{-t/\tau}$ ، با اعل ولتاژ ثابت به دوسر سلف ، انرژی به صورت جبهه در سلف ذخیره

می شود و با گذشت زمان جبهه ذخیره

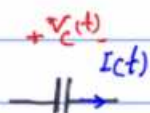
سده در سلف به صورت تابعی انتقالی از

ولتاژ دو سر رکن زیاد می شود.



با قطع منبع ولتاژ ، جبهه ذخیره سده در سلف باقی خواهد ماند.

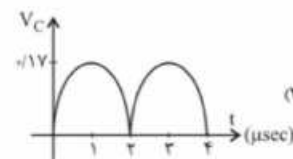
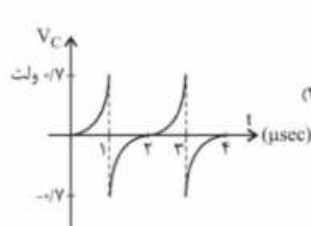
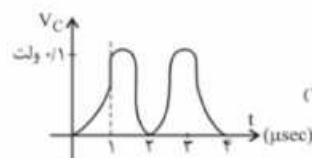
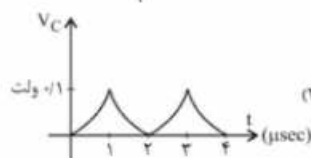
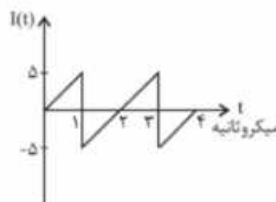
- شکل موج جریان $I(t)$ داده شده از خازنی با ظرفیت ۲۵ میکرو فاراد می گذرد. شکل موج ولتاژ دو سر خازن کدام است؟
(۵مپیوئر - سراسری ۸۵)



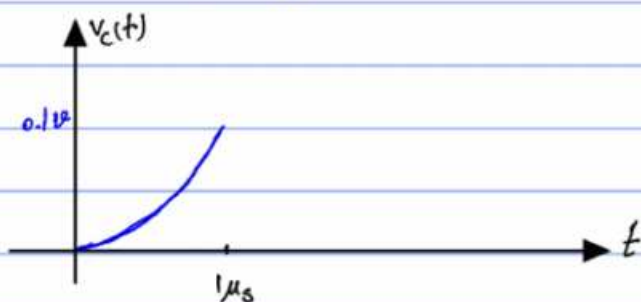
$$C = 25 \mu F = 25 \times 10^{-6} F$$

$$V_C(t) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt$$

$$t < 1, i_C(t) = \frac{5t}{1 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^6 t$$



$$V_C(t) = 0 + \frac{1}{25 \times 10^{-6}} \int_0^t 5 \times 10^6 t dt = \frac{1}{5} \times 10^{12} \frac{t^2}{2} \Big|_0^t = 10^{11} t^2$$



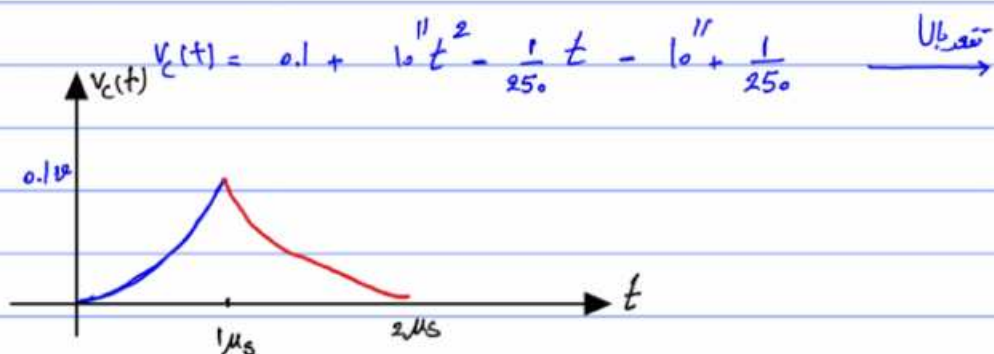
سب گزینه ۱ یا ۲ جواب است.

چون جریان خازن تابع ضرب نبوده و مستقیم است پس آن **پروژه** خواهد بود یعنی گزینه ۱ رد می شود و جواب

گزینه ۲ است.

$$t < 1 \mu s, i_C(t) = \frac{5t}{1 \mu s} = 5 \times 10^6 t \quad V_C(1 \mu s) = 0.1V \quad V_C(t) = V_C(1 \mu s) + \frac{1}{C} \int_1^t i_C(t) dt$$

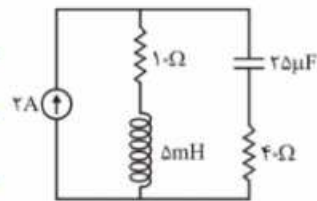
$$V_C(t) = 0.1 + \frac{1}{25 \times 10^{-6}} \int_1^t 5 \times 10^6 t - 10^{-5} dt = 0.1 + \left(10^{11} t^2 - \frac{10^{-1}}{25} t \right) \Big|_1^t$$



فقط گزینه ۲

در مدار شکل مقابل کل انرژی ذخیره شده در مدار چند میلی ژول است؟

(مهندس کامپیوتر - هوش مصنوعی ۸۹)



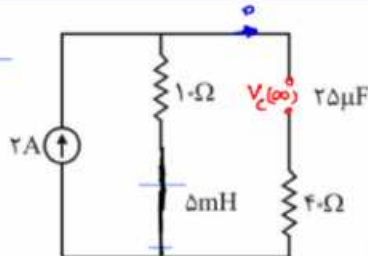
۱۰ (۱)

۵ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

در حالت ماندگار منابع DC :



$$i_L(\infty) = 2A$$

$$V_C(\infty) = 2 \times 10 = 20V$$

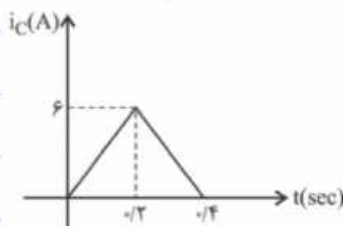
$$W_L = \frac{1}{2} L (i_L^2(\infty) - i_L^2(0)) = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \times 2^2 = 10^{-2} J = 10 mJ$$

$$W_C = \frac{1}{2} C (V_C^2(\infty) - V_C^2(0)) = \frac{1}{2} \times 25 \times 10^{-6} \times (20)^2 = 50 \times 10^{-4} = 5 mJ$$

$$W = 10 + 5 = 15 mJ$$

نارنجی پوران پژوهش

جریان زیر از یک خازن $200 \mu F$ عبور می کند انرژی ذخیره شده در خازن چقدر است؟



(1) 3600 J

(2) 60 J

(3) 600 J

(4) 36 J

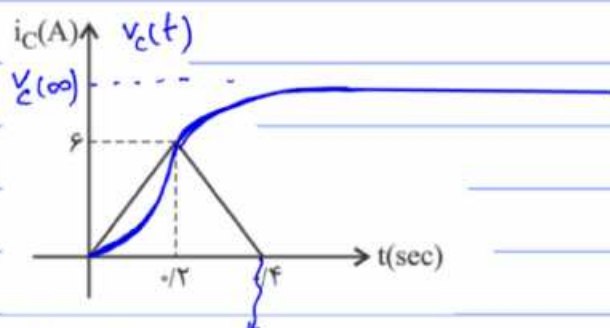
اگر نمی‌توانید جواب دهید، لطفاً بعد از 0.4 ثانیه قطع می‌شود، ولتاژ خازن از 0.4 به بعد ثابت و برابر مقدار ذخیره شده تا 0.4

حداکثر انرژی. لذا $w(0, \infty) = w(0, 0.4) = \frac{1}{2} C (V_C(0.4)^2 - V_C(0)^2)$

$$V_C(0.4) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^{0.4} i_C(t) dt = 0 + \frac{1}{200 \times 10^{-6}} \times \left(\frac{6 \times 0.4}{2} \right) = 6 \times 10^3$$

انتگرال معین برابر مساحت زیر تابع i_C است.

$$w = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-6} \times (6 \times 10^3)^2 = 3600 \text{ J}$$



وقتی جریان قطع می‌شود ولتاژ ثابت می‌ماند.

تحلیل مدارات غیر مقاومتی

منظور از تحلیل مدارات غیر مقاومتی، حل معادله یک متغیر از مدار که شامل سلف یا خازن یا هر دو هستند.

روش های تحلیل مدارات غیر مقاومتی :

۱) حوزه زمان: با شرایط اولیه مدار را حاسته داریم $(t=0^+)$ و سپس از تشکیل معادله دیفرانسیل مدار گان معادله دیفرانسیل واحد کنیم.

۲) حوزه لاپلاس: با استفاده از عملگر لاپلاس از مدار خطی و تغییر فایزور بازنمان باشد می توان به جای نوشتن معادله دیفرانسیل معادله جبری در حوزه لاپلاس نوشت و مدار را حل کرد.

۳) فیزور یا فازور: با استفاده از خاصیت فزوری می توانیم مدار گانی که شکل منبع OC یا سینوسی هستند را تحلیل کنیم.

روش فازور



منطقه پاسخ حالت دائمی به OC و سینوسی

روش حوزه زمان و حوزه لاپلاس



پاسخ گذرا + پاسخ دائمی

روش تحلیل در حنفه زمانی

بدست آوردن شرایط اولیه متغیر های حالت در $t = t_0^-$
متغیر حالت: v_C و i_L
مثلاً $i_L(0^-)$ و $v_C(0^-)$

بدست آوردن شرایط اولیه متغیر مجهول مدار در $t = t_0^+$ به کمک $t = t_0^-$

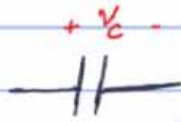
نوشتن معادله دیفرانسیل متغیر مجهول مدار برای $t > t_0$ با توجه به منابع ولتاژها

حل معادله دیفرانسیل مدار و اعمال شرایط اولیه t_0^+ در پاسخ کامل



تشکیل معادله دیفرانسیل مدار

۱- برای هر خازن متغیرهای زیر را تعریف کنید.

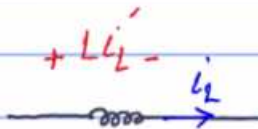


$$i_C = C v_C'$$

$$v_C' = \frac{dv_C}{dt}$$

ولتاژ را v_C تعریف کرده و جریان خازن را از پلاریته مثبت به منفی برابر i_C

۲- برای هر سلف متغیرهای زیر را تعریف می کنیم.



$$i_L' = L \frac{di_L}{dt}$$

جریان سلف را i_L تعریف کرده و ولتاژ را با پلاریته نوشته شده برابر v_L

۳- مانند مدارات مقاومتی جریان ها را پخش کرده و KVL می زنیم.

نکته: می توانیم از یک معادله مشتق بگیریم و معادله جدیدی تشکیل دهیم.

شرایط اولیه t^-

معمولاً در مدارات شرایط اولیه t^- را می دهند (یعنی مقدار شارژ سگمه خازن و سلف را می دهند) یا می نویسند مدار به حالت ماندگار خودش رسیده است.

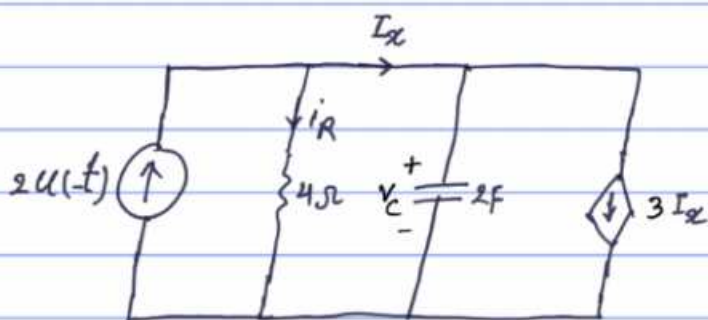
شرایط اولیه t^- در حالت ماندگار برای متغیرهای حالت

اگر مدار در t^- به حالت ماندگار خودش رسیده باشد با تحلیل مدار در حالت ماندگار می توان مقدار متغیرهای حالت را t^- بدست آورد.



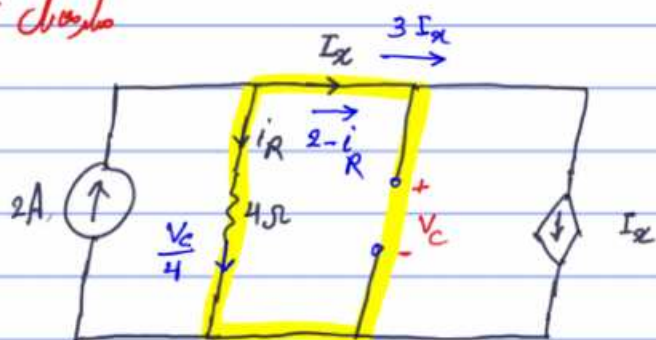
شرایط اولیه متغیرهای غیر حالت در مدار معادل حالت ماندگار محاسبه می کنیم (بدون مدار مقاومتی است)

مثال: با فرض آنکه مدار زیر در $t=0^-$ به حالت ماندگار خود رسیده باشد. $i_R(0^-)$ و $V_C(0^-)$ را بدست آورید.



$2u(t) \equiv$ قبل از $t=0$ و بعد از $t=0$ $\Rightarrow$ $2A$ $\Rightarrow$ $t=0^-$

مقاومت ∞



$$\Rightarrow I_x = 3I_x \rightarrow I_x = 0$$

$$\Rightarrow I_x = 2 - i_R \rightarrow i_R(0^-) = 2A$$

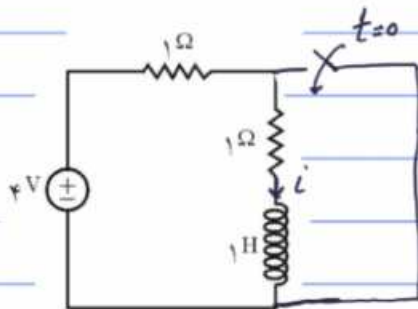
$$\Downarrow \frac{V_C}{4} = i_R \xrightarrow{t=0^-} \frac{V_C(0^-)}{4} = i_R(0^-)$$

$$\rightarrow V_C(0^-) = 4 \times 2 = 8 \text{ ولت}$$

محاسبه شرایط اولیه $i(0^+)$ متغیرهای حالت

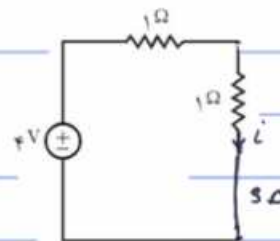
اگر مدار خاص نباشد (فاقد منبع فدریه، حلقه خازنی و کانت سلونی) مقدار شرایط اولیه متغیرهای حالت از $t=0^+$ تغییر نمی کنند.

مثال: مدار زیر در $t=0$ به حالت ماندگار خود رسیده است. $i(0^-)$ و $i(0^+)$ را بدست آورید.



تقلیل $t=0^-$:

لایه باز



$$i(0^-) = \frac{4}{1+1} = 2A$$

چون $i_L = i$ است و متغیر حالت است و مدار هم مدار خاص نیست در لحظه $t=0^+$ مقدار آن

گونی تغییر نمی کند یعنی $i(0^+) = i(0^-)$

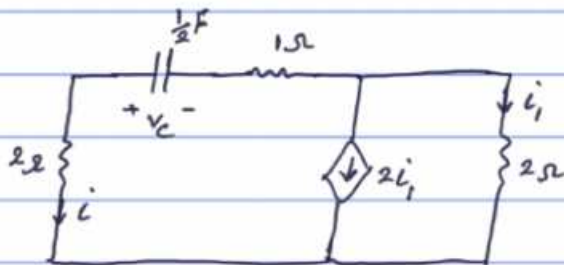
$$i(0^+) = i(0^-) = 2A$$

متغیر i در لحظه $t=0$ پیوسته است

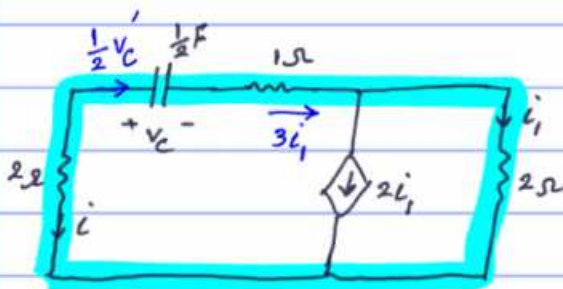
محاسبه $\frac{df(t)}{dt}$ و $\frac{d^2f(t)}{dt^2}$ و ... متغیر حالت و غیر حالت

در لحظه مورد نظر $(t = t_0)$ مقدار متغیرهای حالت را بدست آوریم و با نوشتن معادله دیفرانسیل مدار و در صورت لزوم مشتق فرقی از آن $f(t_0)$ و $f'(t_0)$ بدست آوریم.

مثال: در مدار شکل زیر اگر $v_C(t=0) = 1$ باشد مطلوب است $i(t=0)$ و $i'(t=0)$ و $v_C'(t=0)$ بدست آوریم.



سوال مقدار متغیر حالت را در لحظه $t=0$ داده است. مقدار متغیرهای دیگر را با در این لحظه $t=0$ با نوشتن معادلات مدار در آن لحظه $(t=0)$ بدست می آوریم.



$$i = -3i_1 \quad (1)$$

$$i = -\frac{1}{2}v_C' \quad (2)$$

$$-2i + v_C + 3i_1 + 2i_1 = 0 \quad (3) \quad \text{KVL} \quad \text{in } (3)$$

$$-2i + v_C + 5(-\frac{1}{3}i) = 0 \quad (3)$$

نکته مهم: در معادله ای خواص جبری و خواص دیفرانسیلی برای بدست آوردن معادله در لحظه $t=0$ استفاده می کنیم.

$$t=0 \rightarrow -2i(0) + v_C(0) - \frac{5}{3}i(0) = 0 \quad v_C(0)=1$$

$$\frac{11}{3}i(0) = -1 \rightarrow i(0) = -\frac{3}{11}$$

در معادلات مدار ۳، ۲، ۱ متغیر i' ظاهر نشده است پس باید از یکی از معادلات مشتق بگیریم.

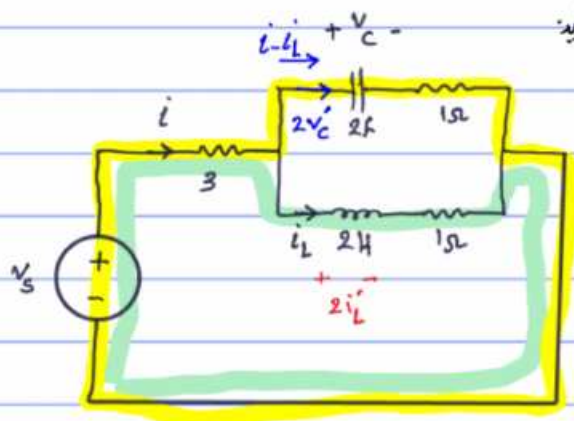
$$\text{مشتق معادله ۳: } -\frac{11}{3} i' + v'_c = 0 \quad (4)$$

ولی در $t=0^-$ $v'_c(t)$ نامشخص است.

$$i = -\frac{1}{2} v'_c \quad (5) \xrightarrow{t=0^-} v'_c(0^-) = -2 i(0^-) = -\frac{6}{11} \xrightarrow{\text{in (4)}} -\frac{11}{3} i(0^-) + \frac{-6}{11} = 0$$

$$\rightarrow i(0^-) = -\frac{18}{11^2} = -\frac{18}{121}$$

مثال: در مدار زیر اگر شرایط اولیه $v_c(0) = V_0$ و $i_L(0) = I_0$ باشد شرایط اولیه $i(0)$ را بر حسب I_0 و V_0 بیان کنید. (ب) $v'_c(0)$ را بدست آورید. (ج) $i'_L(0)$ را محاسبه کنید.



$$\text{KVL } -v_s + 3i + v_c + i - i_L = 0 \xrightarrow{t=0^-}$$

$$-v_s + 4i(0^-) + V_0 - I_0 = 0$$

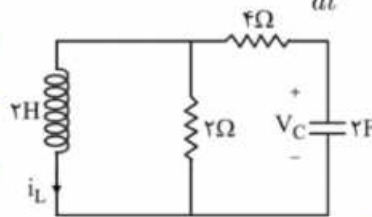
$$\rightarrow i(0^-) = \frac{v_s + I_0 - V_0}{4}$$

$$\Rightarrow i - i_L = 2v'_c \xrightarrow{t=0^-} \frac{v_s + I_0 - V_0}{4} - I_0 = 2v'_c(0^-)$$

$$\rightarrow v'_c(0^-) = \frac{v_s + I_0 - V_0}{8} - \frac{I_0}{2}$$

$$\text{KVL } -v_s + 3i + 2i'_L + i_L = 0 \xrightarrow{t=0^-} i'_L(0^-) = \frac{v_s - 4I_0}{2}$$

در مدار زیر اگر $V_C(0^-) = i_L(0^-) = 2$ باشد مقدار $\frac{di_L(0^+)}{dt}$ کدام است؟ *بابت تست پوران پژوهش*



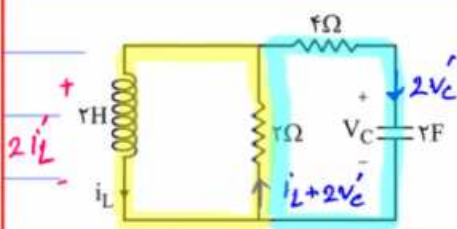
$\frac{4}{3}$ (2)	$\frac{2}{4}$ (1)
$\frac{16}{11}$ (4)	$\frac{11}{16}$ (3)

نکته: مدار خاص نیست یعنی مقدار متغیرهای حالت پیوسته هستند (البته مشتقات متغیرهای حالت حل می‌آید)

فایده پیوسته

$$V_C(0^+) = V_C(0^-) = 2$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2$$



$$\text{KVL} \quad 2i_L + 4V_C + 2i_L' = 0 \quad (1)$$

$$\text{KVL} \quad 2i_L + 4V_C + 8V_C' + V_C = 0 \quad (2)$$

$$\text{در } t=0^+ \quad 12V_C'(0^+) + 4 + 2 = 0 \rightarrow V_C'(0^+) = -\frac{1}{2} \quad \text{و یا} \quad \frac{dV_C}{dt} \bigg|_{t=0^+}$$

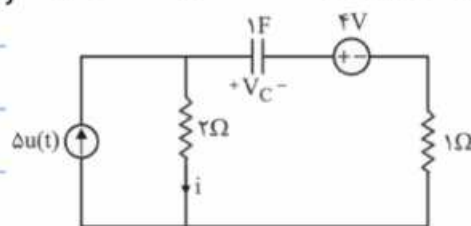
$$2(2) + 4(-\frac{1}{2}) + 2i_L'(0^+) = 0 \rightarrow i_L'(0^+) = -\frac{2}{2} = -1$$

$$\text{و یا:} \quad 3(-2i_L - 2i_L') + 2i_L + V_C = 0 \xrightarrow{t=0^+, \text{ مشتق}} -4i_L(0^+) - 6i_L'(0^+) + V_C'(0^+) = 0$$

$$\rightarrow +4 - 6i_L'(0^+) + \frac{-1}{2} = 0 \rightarrow i_L'(0^+) = \frac{7}{12}$$

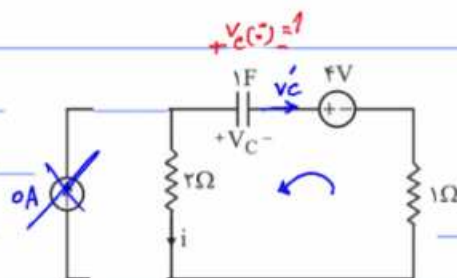
بانک تست پوران پژوهش

اگر $V_C(0^-) = 1V$ باشد مقدار $i(0^+) - i(0^-)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{3}$
(۲) ۰
(۳) $-\frac{5}{3}$
(۴) ۵

تحلیل $t=0^-$



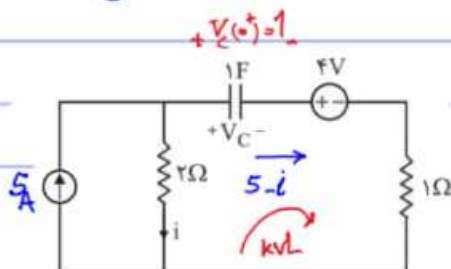
$$V_C' = -i$$

$$KVL: i - 4 - 1 + 2i = 0 \quad t=0^-$$

$$t=0^-: i(0^-) = \frac{5}{3} (A)$$

مدار خاص نیست پرسش ندارد: $V_C(0^+) = V_C(0^-) = 1$

تحلیل $t=0^+$

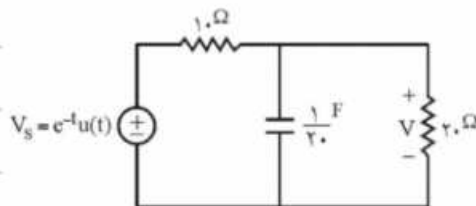


$$KVL: -2i + 1 + 4 + 5 - i = 0 \quad t=0^+ \rightarrow i(0^+) = \frac{10}{3}$$

$$i(0^+) - i(0^-) = \frac{10}{3} - \frac{5}{3} = \frac{5}{3} (A)$$

حیاتی مقاومت چرخش متغیر حالت نیست در محله $t=0$ فایموسه است و پرسش دارد (تغییر آنی به اندازه $\frac{5}{3}$ ولت)

در مدار زیر $\frac{dv}{dt}(0^+)$ و $\frac{d^2v}{dt^2}(0^+)$ را بیابید؟ بانک تست پوران پژوهش



$$-8 \frac{V}{s^2} \text{ و } 2 \frac{V}{s} \quad (1)$$

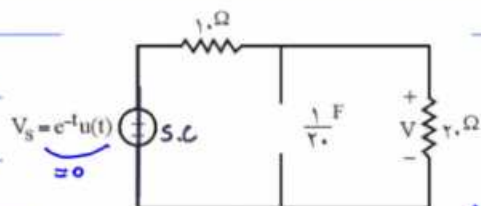
$$2 \frac{V}{s^2} \text{ و } 26 \frac{V}{s} \quad (2)$$

$$2/6 \frac{V}{s^2} \text{ و } 26 \frac{V}{s} \quad (3)$$

$$4 \frac{V}{s^2} \text{ و } 2 \frac{V}{s} \quad (4)$$

$$V = V_C$$

تحلیل $t=0^-$

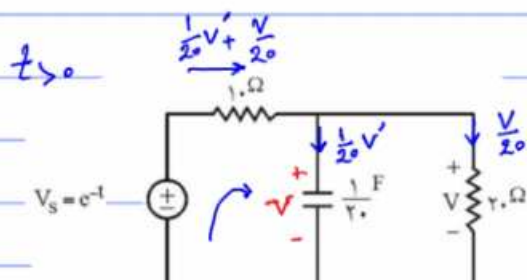


چون منبع متغیر در مدار در $t=0^-$ نداریم

بنابراین متغیرها صفر هستند. یعنی: $V_C(0^-) = 0$

$$V_C(0^+) = V_C(0^-) = 0$$

چون مدار خاص نیست متغیر حالت پیوسته خواهد بود



$$-e^{-t} + 1 \cdot \left(\frac{1}{2} V' + \frac{V}{2} \right) + v = 0 \quad t=0^+ \quad (1)$$

$$: -1 + \frac{1}{2} V'(0^+) + \frac{1}{2} V(0^+) + V(0^+) = 0$$

$$V'(0^+) = 2 \left(1 - \frac{3}{2} \times 0 \right) = 2$$

$$\text{مشتق معادله 1: } e^{-t} + \frac{1}{2} V'' + \frac{1}{2} V' + V' = 0 \xrightarrow{t=0^+} 1 + \frac{1}{2} V''(0^+) + \frac{3}{2} \underbrace{V'(0^+)}_2 = 0$$

$$\Rightarrow V''(0^+) = -8 \frac{V}{s^2}$$

در نتیجه جواب است.

در مدار نشان داده شده کلید را در $t = 0$ باز می کنیم. α عددی ثابت است. مقدار

(مهندس کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۸۳)

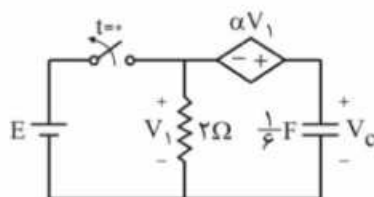
$\frac{dv_C}{dt} \Big|_{t=0^+}$ برابر است با:

(۱) صفر

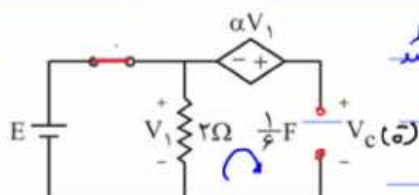
(۲) $-3E$

(۳) $-6E$

(۴) $-3\alpha E$



تحلیل $t=0^-$



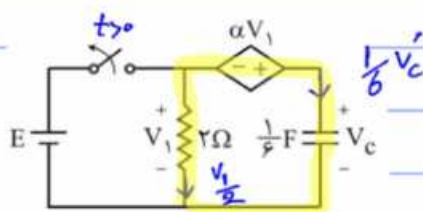
با فرض اینکه مدار در $t=0^-$ به حالت ماندگار رسیده باشد

$$V_1 = E$$

پیش فیلتر

$$\text{KVL: } V_1 + \alpha V_1 = V_C(0^-) \rightarrow V_C(0^-) = (1+\alpha)E \stackrel{!}{=} V_C(0^+)$$

تحلیل $t > 0$



$$\downarrow \frac{V_1}{2} = -\frac{1}{6} V_C' \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -V_C + \alpha V_1 + V_1 = 0 \quad (2)$$

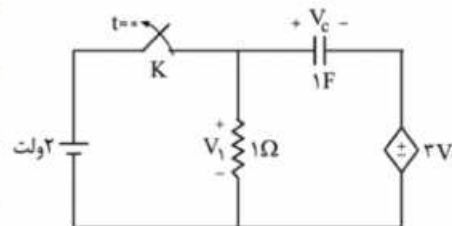
$$(1,2) \quad -V_C + (1+\alpha) \left(\frac{1}{3} V_C' \right) = 0 \xrightarrow{t=0^+} -V_C(0^+) + (1+\alpha) \frac{1}{3} V_C'(0^+) = 0$$

$$V_C'(0^+) = -\frac{3}{1+\alpha} (1+\alpha) E = -3E \quad \text{نیزه ۲ جواب صحیح است.}$$

در مدار نشان داده شده زیر کلید K در $t = 0$ باز می شود. مقدار $\left. \frac{dV_c}{dt} \right|_{t=0^+}$ برابر کدام

(مهندسی کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۹۴)

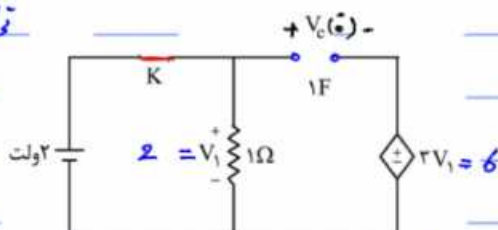
یک از مقادیر زیر است؟



- (۱) -۱
- (۲) -۲
- (۳) +۱
- (۴) +۲

سریع‌الیه به راننده ولی با توجه به وضعیت مدار در $t=0^-$ کلید بسته است و با فرض اینکه تا $t=0$ به حالت ماندگار رسیده است تحلیل می‌کنیم.

تحلیل $t=0^-$

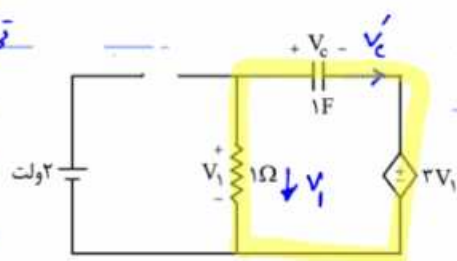


$$V_c(0^-) = 2 - 6 = -4$$

با توجه اینکه حلقه خازنی و منبع فدر به نداریم (مدار خاص نیست) مدار برای متغیرهای حالت پیوسته است

$$V_c(0^+) = V_c(0^-) = -4$$

تحلیل $t=0^+$



$$\Leftrightarrow V_c' = -V_1 \quad (1)$$

$$\text{KVL} \quad -V_1 + V_c + 3V_1 = 0 \rightarrow 2V_1 + V_c = 0 \quad (2)$$

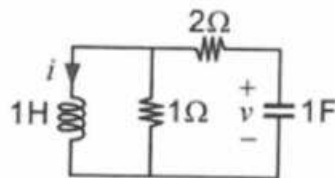
$$\text{و اما: } -2V_c' + V_c = 0 \xrightarrow{t=0^+} -2V_c'(0^+) + V_c(0^+) = 0 \xrightarrow{V_c(0^+) = -4}$$

$$\rightarrow V_c'(0^+) = -2 \frac{V}{\text{sec}} \text{ نزینده ۴ جابج می‌گردد}$$

$$-2V_c' + V_c = 0 \xrightarrow{\text{مشتق}} -2V_c'' + V_c' = 0 \xrightarrow{V_c' = -2}$$

$$\frac{d^2 V_c}{dt^2} = ? \quad \text{تعیین}$$

$$\Rightarrow V_c'' = -1 \frac{V}{\text{sec}^2}$$



۹۱) در مدار زیر اگر $v(0^-) = i(0^-) = 1$ باشد، مقدار $i''(0^-)$ برابر است با:

۱) صفر

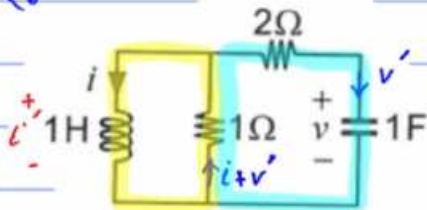
۲) ۱

۳) $-\frac{1}{3}$

۴) $-\frac{2}{3}$

فاز مسئله در لحظه ۰ است پس تا تحلیل ها با درجه انباشته می دهیم.

$t < 0$



$$\text{KVL} \quad i' + v' + i' = 0 \quad (1)$$

$$\text{KVL} \quad i' + v' + 2v' + v = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow[t=0^-]{(2)} \quad i(0^-) + 3v(0^-) + v(0^-) = 0 \rightarrow v(0^-) = \underline{\underline{-\frac{2}{3}}} *$$

$$\xrightarrow[t=0^-]{* \text{ in } (1)} \quad i(0^-) + v(0^-) + i(0^-) = 0 \rightarrow i(0^-) = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$$

$$\xrightarrow[t=0^-]{\text{مشتق } (2)} \quad i'(0^-) + 3v'(0^-) + v'(0^-) = 0 \rightarrow v'(0^-) = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) / 3 = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

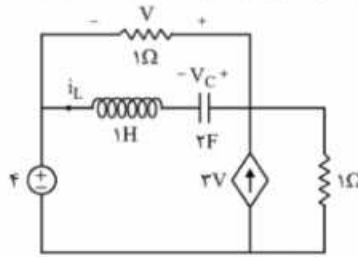
$$\xrightarrow[t=0^-]{\text{مشتق } (1)} \quad i'(0^-) + v'(0^-) + i'(0^-) = 0 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + i'(0^-) = 0 \rightarrow \underline{\underline{i'(0^-) = 0}}$$

نیزه ۴ جواب صحیح است.

در مدار نشان داده شده در شکل زیر مقدار $\frac{d^2 V_C(t^+)}{dt^2}$ چقدر است؟

(مهندسی کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۹۰)

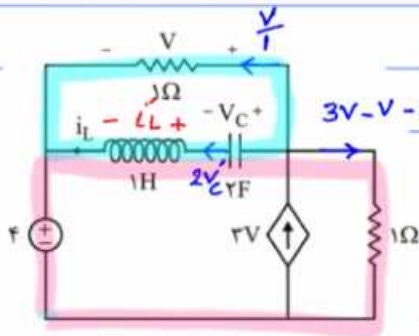
$$(V_C(0) = 1V, i_L(0) = 0)$$



- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{3}{2}$
(۴) ۲

از ترکیب مدار خاص نیست شرایط اولیه صفر شده بوده و $V_C(t^+) = 1$ و $i_L(t^+) = 0$

$t > 0$



$$i_L = 2V_C' \xrightarrow{t=0^+} V_C'(0^+) = \frac{0}{2} = 0$$

$$V = V_C + i_L' \quad (2)$$

$$-4 - i_L' - V_C + 3V - V - i_L = 0 \quad (3)$$

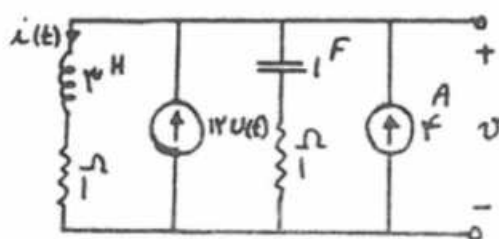
$$\text{2 in 3: } -4 - i_L' - V_C + 2V_C + 2i_L' - i_L = 0 \rightarrow i_L' + V_C + i_L - 4 = 0 \xrightarrow{t=0^+} (4)$$

$$i_L'(0^+) + 1 + 0 - 4 = 0 \rightarrow i_L'(0^+) = 3$$

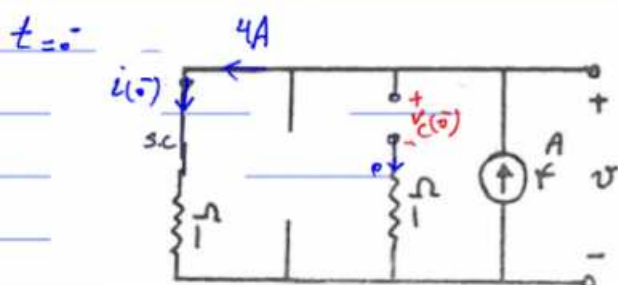
$$\text{① مشتق: } i_L' = 2V_C'' \xrightarrow{t=0^+} V_C''(0^+) = \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2} \frac{V}{\text{sec}^2}$$

نیز ۳

(برق ۷۵) - مدار در $t < 0$ در حالت دائمی است. $v(0^+)$ و $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0^+}$ کدام است؟

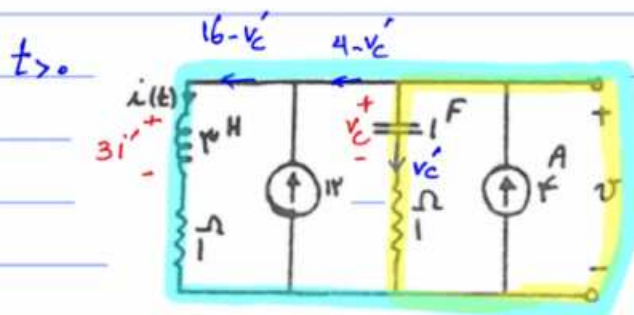


- ۱- 4^V و $\frac{A}{sec}$
- ۲- 4^V و $\frac{A}{sec}$
- ۳- 16^V و $\frac{A}{sec}$
- ۴- 16^V و $\frac{A}{sec}$



$$\begin{aligned} i(0^-) &= 4A & i(0^+) &= 4 \\ v_c(0^-) &= 4 \times 1 = 4 & v_c(0^+) &= 4 \end{aligned}$$

مطابق است



$$\begin{aligned} i &= 16 - v_c' \quad (1) \quad t=0^+ \quad v_c'(0^+) = 12V \\ v &= v_c + v_c' \quad (2) \end{aligned}$$

(KVL)

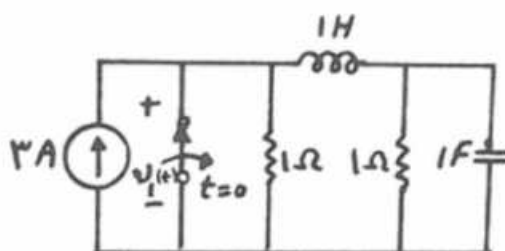
* in 2 $\rightarrow$ $t=0^+$ $v(0^+) = v_c(0^+) + v_c'(0^+) = 4 + 12 = 16$

(KVL) $v = 3i' + i \quad t=0^+ \rightarrow 16 = 3i'(0^+) + 4 \rightarrow i'(0^+) = 4$

در نتیجه ۳ جواب صحیح است.

(مبق ۷۹) مدار شکل زیر قبل از اینکه کلید در $t = 0$ باز شود، در حالت دایمی است.

$v_1(0^+)$ و $\frac{dv_1(0^+)}{dt}$ برابر کدام گزینه اند؟



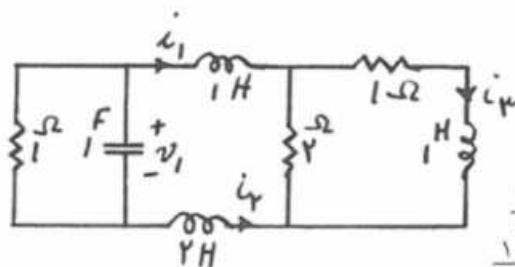
(۱) $v_1(0^+) = 0, v'_1(0^+) = 3$

(۲) $v_1(0^+) = 0, v'_1(0^+) = -3$

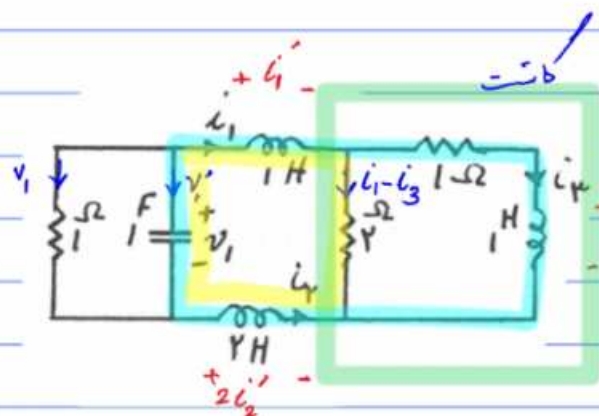
(۳) $v_1(0^+) = 3, v'_1(0^+) = 3$

(۴) $v_1(0^+) = 3, v'_1(0^+) = -3$

(بقی ۸۰) در مدار شکل زیر مقدار $\frac{di_1}{dt}(0)$ بر حسب جریان اولیه سلفها و ولتاژ اولیه خازن کدام است؟



$$\begin{aligned} v(0) - 2i_1(0) + 2i_2(0) &= (1) \\ -\frac{1}{2}v(0) + i_1(0) - i_2(0) &= (2) \\ \frac{1}{3}v(0) - \frac{2}{3}i_1(0) + \frac{2}{3}i_2(0) &= (3) \\ \frac{1}{3}v(0) - i_1(0) + i_2(0) - i_3(0) &= (4) \end{aligned}$$



کنت

$$kvl: -v_1 + i_1' + i_3 + i_3' - 2i_2' = 0$$

$$kvl: -v_1 + i_1' + 2(i_1 - i_3) - 2i_2' = 0 \quad (2)$$

کنت

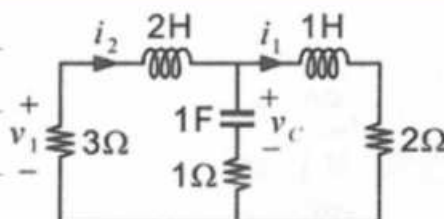
$$i_1 + i_2 = 0 \xrightarrow{\text{مقارن}} i_2' = -i_1' \quad (3)$$

③ in ② $\rightarrow$: $-v_1(0) + 3i_1'(0) + 2i_1(0) - 2i_3(0) = 0$

$$\Rightarrow i_1'(0) = \frac{1}{3}v_1(0) - \frac{2}{3}i_1(0) + \frac{2}{3}i_3(0)$$

دزنی ۳ جواب ✓

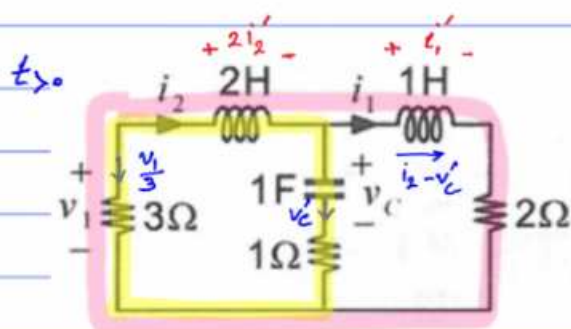
(برق ۹۲) در مدار زیر اگر $i_1(0^-) = i_2(0^-) = 1$ آمپر و $v_C(0^-) = 1$ ولت باشد، مقدار $v_1'(0^+)$ برابر کدام است؟



- | | |
|--------|-------|
| ۶ (۲) | ۳ (۱) |
| ۱۲ (۴) | ۹ (۳) |

$$\begin{cases} i_2(0^+) = i_1(0^+) = 1 \\ v_C(0^+) = 1 \end{cases}$$

با توجه به اینکه مدار شش نیست



$$\Leftrightarrow i_2' = -\frac{v_1'}{3} \quad (1)$$

$$\Rightarrow i_1' = i_2' - v_C' \quad (2)$$

$$\text{KVL: } -v_1 + 2i_2' + v_C + v_C' = 0 \quad (3)$$

$$\text{KVL: } -v_1 + 2i_2' + i_1' + 2i_1 = 0 \quad (4)$$

$$\xrightarrow[\text{مستقیم}]{(2)} \quad v_C'(0^+) = 1 - 1 = 0$$

$$\xrightarrow[\text{مستقیم}]{(1)} \quad v_1'(0^+) = -3(1) = -3$$

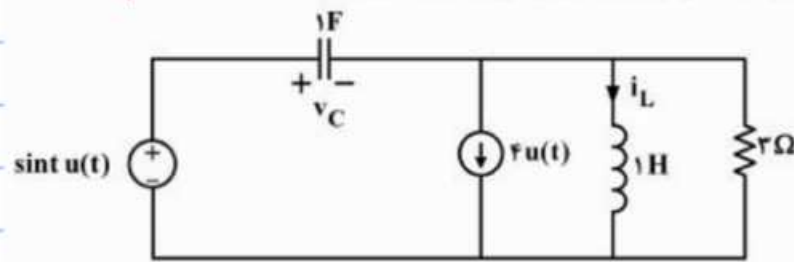
$$\xrightarrow[\text{مستقیم}]{(2) \text{ in } (3)} \quad -v_1(0^+) + 2i_2'(0^+) + 1 + 0 = 0 \quad \xrightarrow{v_1(0^+) = -3} \quad i_2'(0^+) = -2$$

$$\xrightarrow[\text{مستقیم}]{(1)} \quad i_2'(0^+) = -\frac{v_1'(0^+)}{3} \quad \xrightarrow{i_2'(0^+) = -2} \quad v_1'(0^+) = 6$$

نیز به جواب صحیح می‌رسیم.

سراسری برق ۹۵

در مدار زیر با $i_L(0^-) = 3A$ و $v_C(0^-) = 2V$ مقدار $i_L(0^+)$ چند آمپر است؟



$$-\frac{16}{3} \quad (1)$$

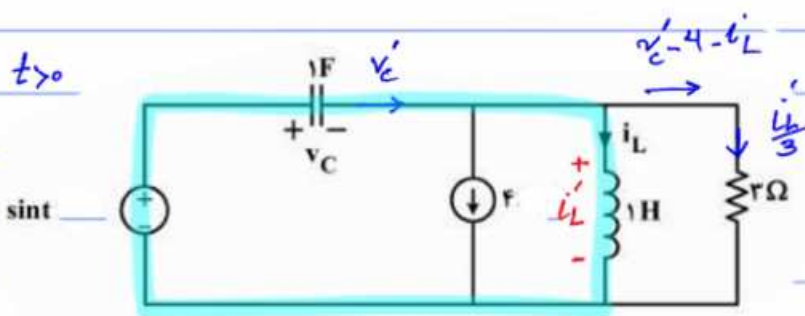
$$-\frac{7}{5} \quad (2)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$-\frac{19}{3} \quad (4)$$

$$\begin{cases} i_L(0^+) = i_L(0^-) = 3A \\ v_C(0^-) = v_C(0^+) = 2V \end{cases}$$

مدار خاص نیست ←

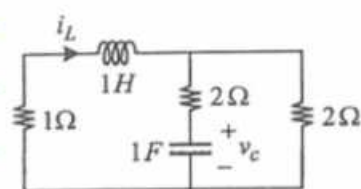


$$\rightarrow v'_C - 4 - i'_L = i'_R/3 \quad (1)$$

$$\text{KVL} \quad -\sin t + v_C + i'_L = 0 \quad (2) \xrightarrow{t=0^+} i'_L(0^+) = \sin(0) - v_C(0^+) = -2 \quad \text{✗}$$

$$\text{✗ in (1)} \quad \xrightarrow{t=0^+} v'_C(0^+) = 4 + 3 + \frac{-2}{3} = \frac{-19}{3} \quad \text{✗}$$

$$\text{مسئله (2)} \quad \xrightarrow{t=0^+} -\cos(0) + v'_C(0^+) + i''_L(0^+) = 0 \rightarrow i''_L(0^+) = 1 - \frac{19}{3} = -\frac{16}{3} \quad \text{✗}$$



(بقی ۸۶) اگر در مدار زیر $i_L(0^-) = \frac{4}{15} \text{ A}$ و $i_L^*(0^+) = 2$ باشد، $v_c(0^-)$ برابر چند ولت است؟

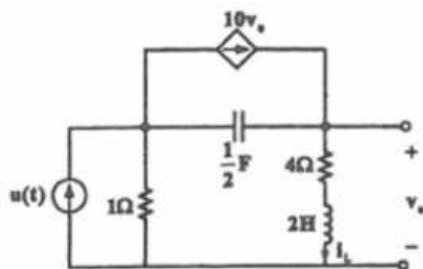
۸ (۱)

۴ (۳)

$\frac{8}{9}$ (۲)

-۴ (۱)

۸۵ بق) در مدار شکل زیر $v_o(t)$ و $\frac{d^2 i_L}{dt^2}(0^+)$ چقدر است. جریان اولیه سلف و ولتاژ اولیه خازن را صفر فرض کنید.



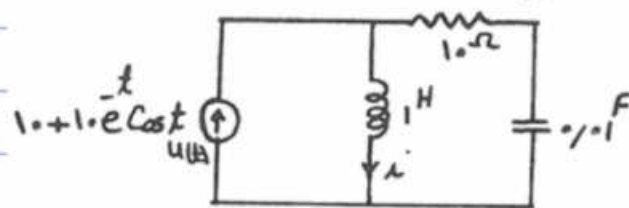
۱) $8 \frac{A^2}{sec^2}, 1 V$

۲) $8.75 \frac{A^2}{sec^2}, 1 V$

۳) $-8 \frac{A^2}{sec^2}, -1 V$

۴) $-9 \frac{A^2}{sec^2}, -1 V$

(برق ۲۹) در مدار شکل مقابل $\left. \frac{di}{dt} \right|_{0^+}$ برابر است با:



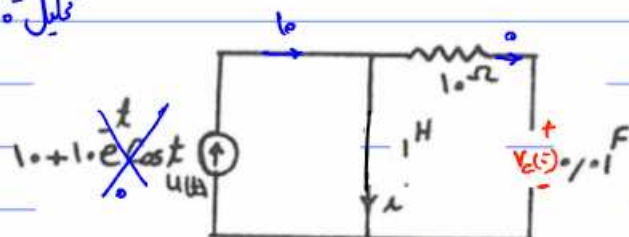
-۱۰-۲

۱۰-۱

-۱۰۰-۳

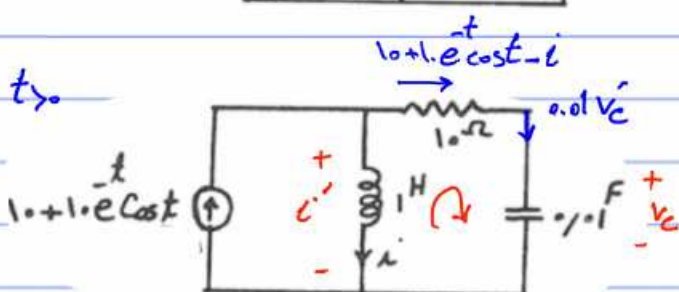
۱۰۰-۳

تخلیل



$i(-) = 10 \xrightarrow{\text{مدار خالی}} i(t^+) = i(-) = 10$

$V_C(-) = V_C(t^+) = 0$



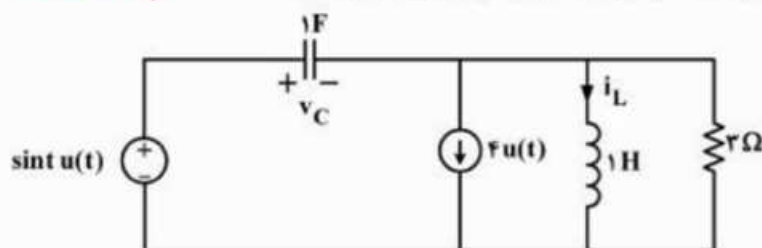
$10 + 10e^{-t} \cos t - i = 0.01 V_C \quad (1)$

$i' = 10(10 + 10e^{-t} \cos t - i) + V_C \quad (2) \xrightarrow{t=0^+}$

$i'(t^+) = 10(10 + 10 - 10) + 0 = 100$

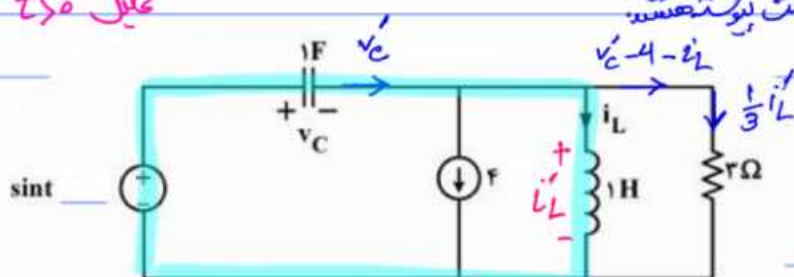
بق سراسری ۹۵

در مدار زیر با $v_C(\bar{0}) = 2V$ و $i_L(\bar{0}) = 3A$ مقدار $i_L'(0^+)$ چند آمپر است؟



- (۱) $-\frac{16}{3}$
(۲) $-\frac{7}{5}$
(۳) -2
(۴) $-\frac{19}{3}$

تحلیل $t > 0$



منبع ضرب و حالات خاص را نداریم ← متغیرهای حالت پیوسته هستند

$$v_C(0^+) = 2V$$

$$i_L(0^+) = 3A$$

$$\Rightarrow v_C' - 4 - i_L' = \frac{1}{3} i_L' \quad (1)$$

$$KVL: -\sin t + v_C + i_L' = 0 \quad (2) \quad t=0^+ \rightarrow i_L'(0^+) = 0 - 2 = -2$$

$$\xrightarrow{t=0^+} v_C'(0^+) - 4 - 3 = \frac{1}{3}(-2) \rightarrow v_C'(0^+) = 7 - \frac{2}{3} = \frac{19}{3}$$

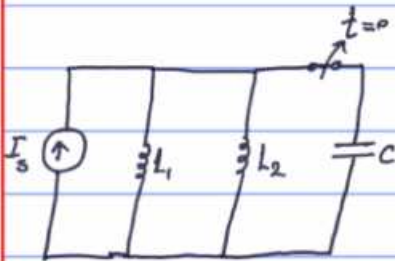
$$\text{مشتق ۲: } -(\cos t) + v_C' + i_L'' = 0 \quad t=0^+ \rightarrow -1 + \frac{19}{3} + i_L''(0^+) = 0 \rightarrow$$

$$i_L''(0^+) = 1 - \frac{19}{3} = -\frac{16}{3} \quad \text{نزینه ۱ جواب}$$

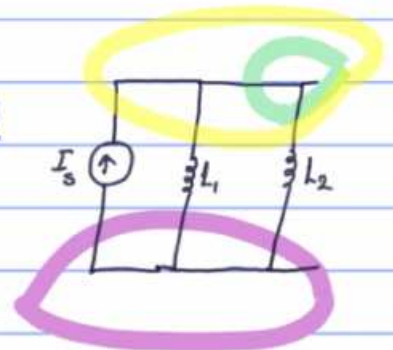
شرایط اولیه مدارات **فصل** (متغیرهای حالت نامیوست)

گره یا گانست سلونی: گره یا گانست سلونی، گره یا گانستی است که فقط از **سلف** و **منبع جریان مستقل** یا

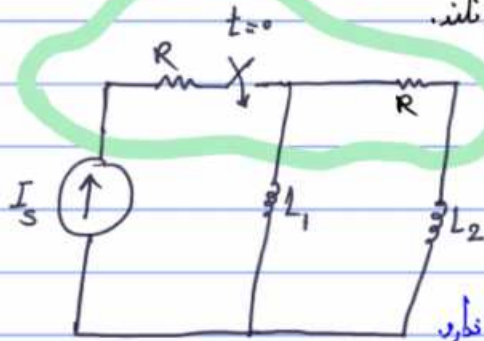
منبع جریان وابسته به جریان سلف تشکیل شده باشد.



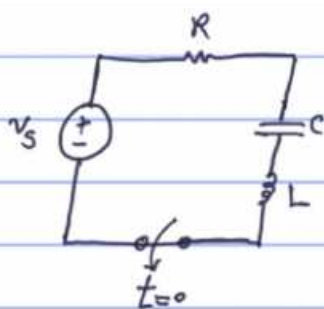
بای مدتی که لید بازی بود یک گانست سلونی ایجاد می کنند.



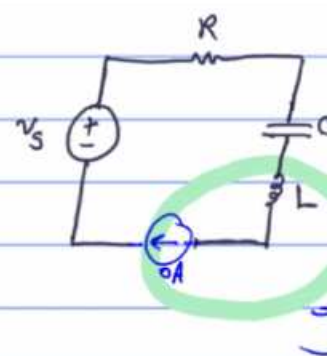
تنگر: گانست را طوری در نظر بگیرید که مدار را به دو قسمت از یک بار قطع کنند.



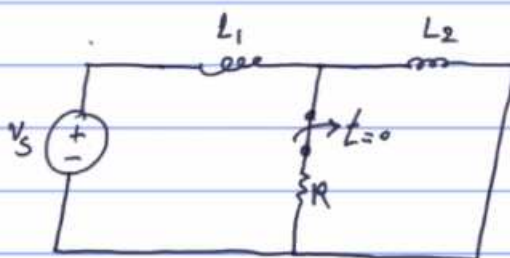
در $t=0$ گانست سلونی ایجاد می شود.
مقاومت سری با سلف تأثیری ندارد.



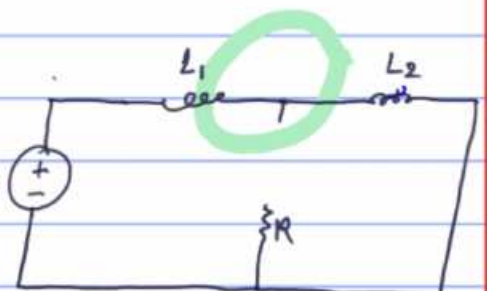
با باز شدن لید جریان سلف صفر می شود یا به عبارتی دیگر سلف با منبع جریان $0A$ سری و تشکیل گانست سلونی می دهد.



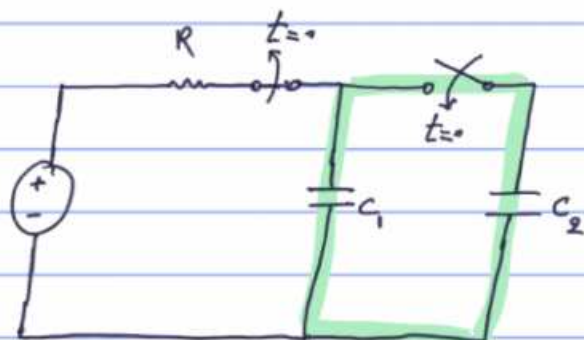
گانست سلونی



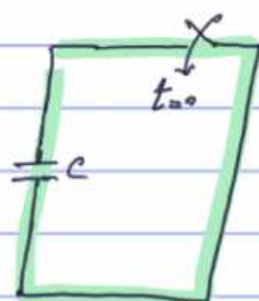
بای $t=0$ به واسطه وجود مقاومت R گانست سلونی ندارد و بای مدتی که R بازی بود گانست سلونی با سری شدن $L1$ و $L2$ تشکیل می شود.



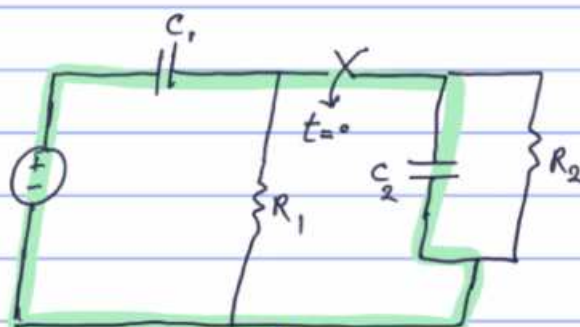
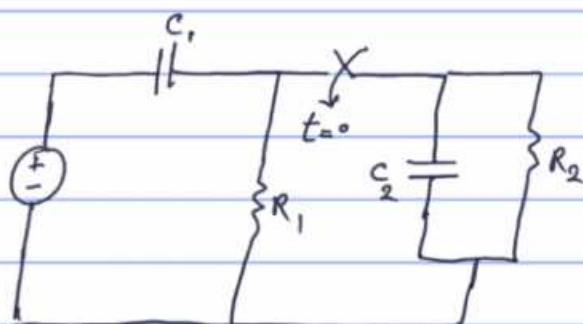
حلقه خازنی: هر حلقه یا مسیر بسته‌ای که فقط از **خازن** و **منبع ولتاژ مستقل** یا **منبع ولتاژ وابسته** و **ولتاژ** تشکیل شده باشد را حلقه خازنی می‌نامند.



مدار در $t > 0$ شامل یک حلقه فقط از خازنی می‌باشد.

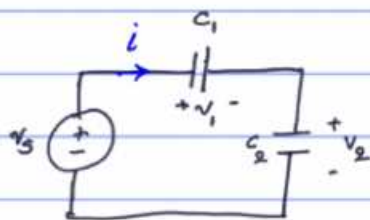


اتصال کوتاه شدن معادل با منبع ولتاژ **علاوه** است و این مدار در $t > 0$ تشکیل حلقه خازنی می‌دهد.



حلقه خازنی در $t > 0$ تشکیل می‌گردد.

تقسیم ولتاژ بین ۲ خازن سری بدون ولتاژ اولیه:



$$kvl: -v_s + \frac{1}{C_1} \int_{-\infty}^t i dt + \frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^t i dt = 0$$

حل از این معادله مشتق می‌گیریم:

$$-v_s' + i \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = 0 \rightarrow i = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} v_s'$$

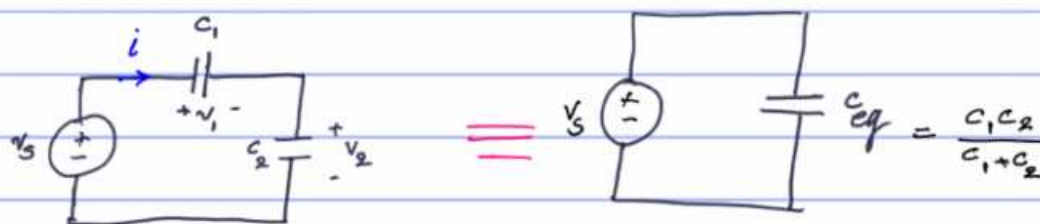
$$v_1 = \frac{1}{C_1} \int i dt = \frac{1}{C_1} \int \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} v_s' dt = \frac{C_2}{C_1 + C_2} v_s$$

$$v_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} v_s$$

نتیجه می‌گیریم که بین ۲ خازن سری، ولتاژ با رابطه‌ای همانند تقسیم ولتاژ برای مقاومت های سری به نسبت

مقاومت ها تقسیم می‌شود.

اگر ولتاژ ثابت باشد، ه‌ذا و ولتاژ ثابتی بین ۲ خازن طبق رابطه‌ها تقسیم می‌شوند.



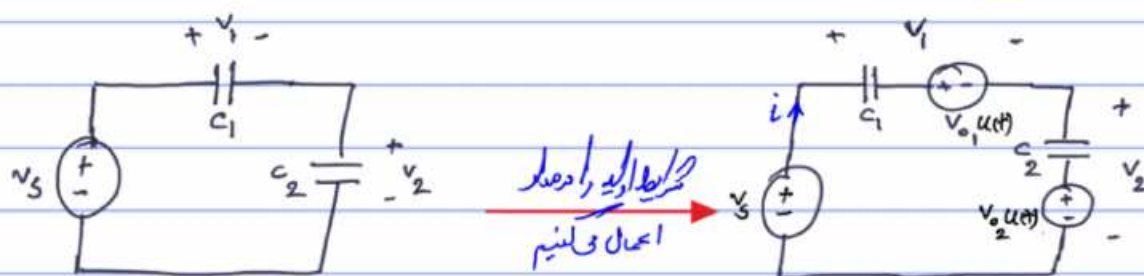
اگر $v_s = g(t) u(t)$ و $g(0) \neq 0$ ، جریان i تابع ضرب خواهد شد

$$i = C_{eq} v_s' = C_{eq} (g(t) u(t))' = C_{eq} [g(0) \delta(t)]$$

که این جریان ضرب نامی از تقسیم کرنی ولتاژ بین خازن هاست و دهمد جریان ضرب با عددی حالات خالی در

مدار می‌گردد. شرایط اولیه 0^+ را تغییر می‌دهد یعنی $v_1(0^+) \neq v_1(0^-)$ و $v_2(0^+) \neq v_2(0^-)$

تقسیم ولتاژ بین ۲ خازن با شرایط اولیه غیر صفر



$$KVL: -v_s + \frac{1}{C_1} \int_0^t i dt + v_{01} u(t) + \frac{1}{C_2} \int_0^t i dt + v_{02} u(t) = 0 \quad \xrightarrow{\text{مشتق}}$$

$$-v'_s + \frac{i}{C_1} + v_{01} \delta(t) + \frac{i}{C_2} + v_{02} \delta(t) = 0 \rightarrow i = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} [v'_s - v_{01} \delta(t) - v_{02} \delta(t)]$$

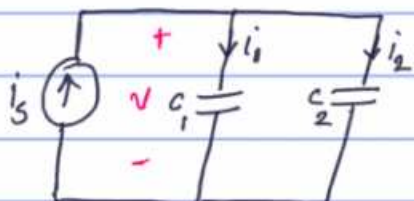
به روش مشابه صفر قبل خواصیم داشت: (برای $t > 0$)

$$v_1 = v_{01} + \frac{1}{C_1} \int_0^t i dt = v_{01} + \frac{C_2}{C_1 + C_2} (v_s - v_{01} - v_{02})$$

$$v_2 = v_{02} + \frac{1}{C_2} \int_0^t i dt = v_{02} + \frac{C_1}{C_1 + C_2} (v_s - v_{01} - v_{02})$$

یعنی در این حالت، بین خازن ها ولتاژ کل مسیر بسته یعنی $v_s - v_{01} - v_{02}$ تقسیم شده است.

تقسیم جریان بین ۲ خازن صفری بدون ولتاژ اولیه



$$KCL: i_s = i_1 + i_2 = i'_s = C_1 v' + C_2 v'$$

$$v' = \frac{i_s}{C_1 + C_2} \quad (*)$$

$$i_1 = C_1 v' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} i_s$$

$$i_2 = C_2 v' = \frac{C_2}{C_1 + C_2} i_s$$

جریان ها به نسبت مستقیم ظرفیت ها تقسیم می شود

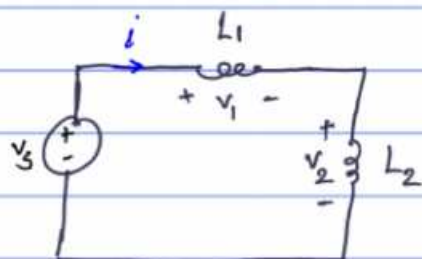
با توجه به رابطه (*) می توان گفت خازن معادل $C_{eq} = C_1 + C_2$

با توجه به معادله دیفرانسیل $i_s = C_1 v'_1 + C_2 v'_2$ دیده می شود که ولتاژ خازن های موازی **فراکانس طبیعی صفر**

دارد. و با ثابت جودن v_s به صورت $A + Bt$ خواهد بود و در $t=0$ ولتاژ خازن صفر می شود.

نتیجه مهم: اگر گره خازنی یا کاست خازنی داشته باشیم ولتاژ خازن فرکانس طبیعی صفر خواهد داشت.

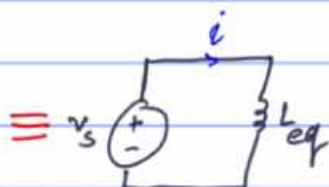
تقسیم ولتاژ بین ۲ سلف سری بدون جبران انرژی



$$kvl: -v_s + L_1 i' + L_2 i' = 0 \rightarrow i' = \frac{v_s}{L_1 + L_2}$$

نتیجه ای که می توان گرفت:

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$



$$v_s = L_{eq} i' = (L_1 + L_2) i'$$

$$v_1 = L_1 i' = \frac{L_1}{L_1 + L_2} v_s$$

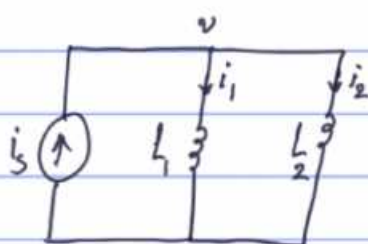
$$v_2 = L_2 i' = \frac{L_2}{L_1 + L_2} v_s$$

ولتاژ به نسبت مستقیم ظرفیت سلف ها تقسیم می شود. (مثل مقاومت)

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_1}{L_2}$$

با توجه به رابطه $v_s = L_1 i' + L_2 i' = (L_1 + L_2) i'$ جریان سلف در حلقه سلف شامل فرکانس طبیعی صفر خواهد بود.

تقسیم جریان بین ۲ سلف بدون جریان اولیه



$$\text{kel: } i_s = i_1 + i_2 = \frac{1}{L_1} \int_{-\infty}^t v dt + \frac{1}{L_2} \int_{-\infty}^t v dt$$

$$\xrightarrow{\text{ضرب}} i_s' = \frac{v}{L_1} + \frac{v}{L_2} \rightarrow v = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} i_s'$$

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad \text{یعنی}$$

$$i_1' = \frac{1}{L_1} \int_{-\infty}^t v dt = \frac{L_2}{L_1 + L_2} i_s'$$

$$i_2' = \frac{1}{L_2} \int_{-\infty}^t v dt = \frac{L_1}{L_1 + L_2} i_s'$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{L_2}{L_1}$$

سلف مانند مقاومت جریان را به همی با اشکال در سلف دارد.

اگر $i_s = g(t) u(t)$ باشد، $g(0) \neq 0$ باشد، v ولتاژ دره یا گشت سلف، تابع ضربی خواهد بود.

$$i_1(0^+) \neq i_1(0^-) \text{ و } i_2(0^+) \neq i_2(0^-) \text{ می شود.}$$

حل مدار $t=0^+$ و $t=0^-$:خازن $t=0^+$: ولتاژ خازن در هر لحظه $t > 0$ با رابطه معروف:

$$v_c(t) = v_c(0^-) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt$$

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) + \frac{1}{C} \int_0^{0^+} i_c dt$$

اگر ولتاژ خازن را در $t=0^+$ محاسبه کنیم:در این رابطه اگر i_c شامل تابع ضرب نباشد ولتاژ خازن i_c تغییر نمی کند یعنی $v_c(0^+) = v_c(0^-)$ مثلاً اگر $v_c(0^-) = 0$ باشد، $v_c(0^+) = 0$ می شود یعنی خازن بدون ولتاژ اولیه در لحظه $t=0^+$ به صورت امتحانکد تاه عمل می کند. به عبارت دیگر خازن هنوز ولتاژ یا بار $(q = CV)$ ندارد و بیشترین جریان را می کشد

تا به تدریج بار طر شده (به ولتاژش اضافه شود) و از جریانش کاسته شود و اصطلاحاً می گویند جریان خازن

از ولتاژ آن جلوتر است.

سلف در $t=0^+$: جریان سلف در هر لحظه $t > 0$ از رابطه معروفکه در $t=0^+$ جریان سلف به صورت زیر محاسبه می شود:

$$i_L(t) = i_L(0^-) + \frac{1}{L} \int_0^t v_L dt$$

قبلاً گفتیم که جریان سلف تابعی دارد که تغییر نکند و با توجه به رابطه بالا وقتی i_L تغییر می کندکه ولتاژ سلف تابع ضربی باشد. نه ولتاژ سلف ضربی نباشد می ندانیم گفت $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ که اگر $i_L(0^-) = 0$ باشد، $i_L(0^+) = 0$ می شود و سلف در $t=0^+$ معادل با مدار باز است در اینصورت بیشترین ولتاژ و به تدریج جریان مار یا قلو مار $(i_L = \psi)$ و اصطلاحاً می گویند که جریان سلف عقب تر از ولتاژ آن است.

تحلیل مدارات خاص در $t=0^+$ (مدار پخش دار)

قبل از تعیین مداراتی که منابع ضربی یا گره سلفی و یا حلقه خازنی داشته باشند ممکن است متغیر حالت

مکان در $t=0^+$ پیوسته نباشد یعنی $v_C(0^+) \neq v_C(0^-)$ و $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ باشد. برای تحلیل این مدارات

مدار را در $t=0^+$ با **امکان کوتاه کردن خازن ها و مدار باز کردن سلف ها** و در نقطه درخت

جبهه ضربی یا دامنه نامعلوم به صورت $i_C = k \delta(t)$ برای خازن ها و ولتاژ ضربی یا دامنه نامعلوم به صورت $v_L = k \delta(t)$

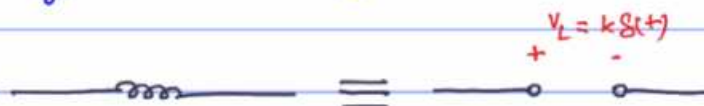
برای سلف ها و استفاده از قوانین kV و kI می توان دامنه k را پیدا کرد و از روابط زیر متغیر حالت را در $t=0^+$ معلوم کرد.

تحلیل $t=0^+$:



آنچه جبهه $i_C = k \delta(t)$ باشد:

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) + \frac{1}{C} \int_{0^-}^{0^+} i_C dt = v_C(0^-) + \frac{k}{C}$$



آنچه ولتاژ سلف $v_L = k \delta(t)$ باشد:

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \frac{1}{L} \int_{0^-}^{0^+} v_L dt = i_L(0^-) + \frac{k}{L}$$

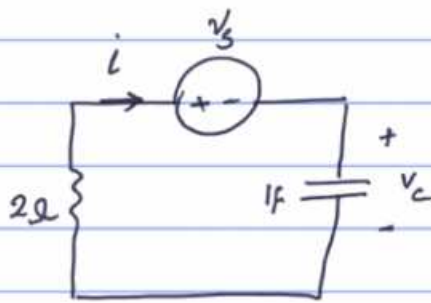
تذکره: مداراتی که حلقه خازنی یا گانت سلفی دارند ممکن است نیاز شود در لحظه $t=0^+$ هم تحلیل

انجام شود.

تذکره: در تحلیل بازه زمانی $t=0^+$ برای عوامل منابع ضربی یا حلقه خازنی و گانت سلفی جهت تحلیل

جبهه ضربی (برای خازن ها) و ولتاژ ضربی (برای سلف ها) منابع **غیر ضربی** را **خاکستری** می کنیم.

مثال: $i(0^+)$ را پیدا کنید.

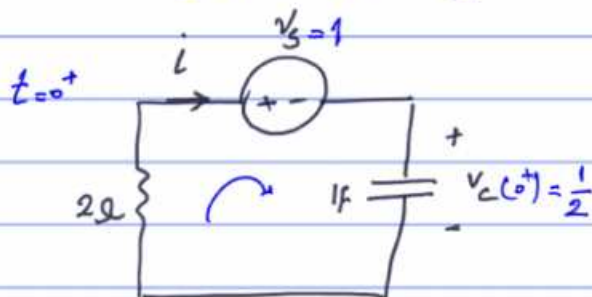


الف) $v_s = u(t)$ و $v_c(0^-) = \frac{1}{2}$

ب) $v_s = \delta(t)$ و $v_c(0^-) = \frac{1}{2}$

الف) نه حلقه شارژی و نه گره راس و فاقد منبع ضربه ای $\Leftarrow$ متغیر حالت پیوسته است.

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) = \frac{1}{2}$$

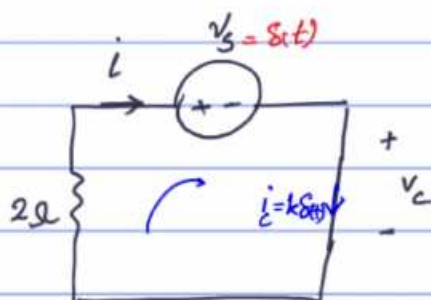


$t > 0$ kvl: $2i + u(t) + v_c(t) = 0 \xrightarrow{t=0^+}$

$$2i(0^+) + 1 + \frac{1}{2} = 0 \rightarrow i(0^+) = -\frac{3}{4} \text{ (A)}$$

ب) مدار شامل منبع ضربه ایست و ممکن است متغیر حالت ناپیوسته شود.

تحلیل $t < 0^+$



$$i = +k \delta(t)$$

kvl: $-2i + \delta(t) = 0 \xrightarrow{i=k\delta(t)} 2k\delta(t) + \delta(t) = 0$

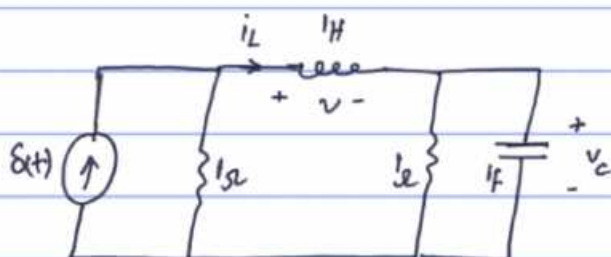
$$\rightarrow k = -\frac{1}{2}$$

یعنی جریان ضربه ای خازن برابر $i_c = -\frac{1}{2} \delta(t)$

تحلیل $t > 0^+$

$$v_c(0^+) = v_c(0^-) + \frac{k}{C} = \frac{1}{2} + \frac{-\frac{1}{2}}{1} = 0 \neq v_c(0^-)$$

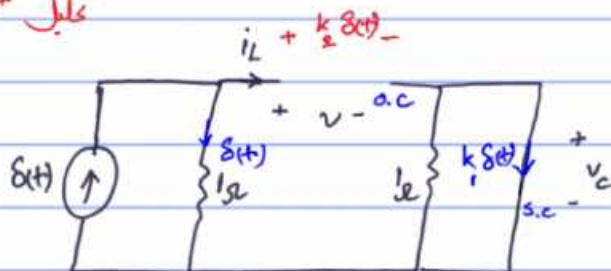
مثال: در مدار زیر $v_C(0^-) = i_L(0^-) = 1$ است. انرژی ذخیره شده در سلف و خازن را در $t = 0^+$ بدست



مسئله

تحلیل $t = 0^+$:

منبع ضربه عامل پدیده خواهد بود.



$$v_L = k_2 \delta(t) = \delta(t) - 0 = \delta(t)$$

$$i_C = k_1 \delta(t) = 0 \delta(t) = 0$$

نکته: وجود سلف و مدار باز شدن آن مانع رسیدن جریان ضربه‌ای به خازن که طرف دیگر مدار است می‌گردد.

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \frac{k}{L} = 1 + \frac{1}{1} = 2(A)$$

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) + \frac{k}{C} = 1 + 0 = 1(V)$$

ولتاژ خازن تغییر نکند.

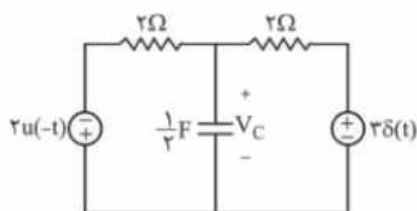
$$W_L = \frac{1}{2} L i_L^2(0^+) = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2 \text{ J}$$

$$W_C = \frac{1}{2} C v_C^2(0^+) = \frac{1}{2} \times 1 \times 1^2 = \frac{1}{2} \text{ J}$$

$$\text{مجموع انرژی} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \text{ J}$$

در مدار شکل زیر ولتاژ خازن در لحظه $t = 0^+$ چند ولت است؟

(مهندس کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۹۰)



۶ (۱)

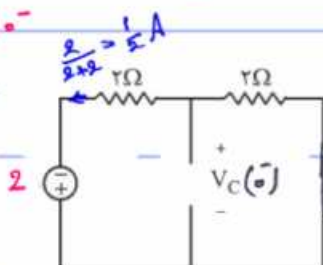
۴ (۲)

۵ (۳)

۲ (۴)

منبع ضربه در بازه $t = 0^-$ تا 0^+ می باشد و شرایط اولیه متغیرهای حالت را می توان نسبت به $t = 0^-$ تغییر دهد.

$t = 0^-$

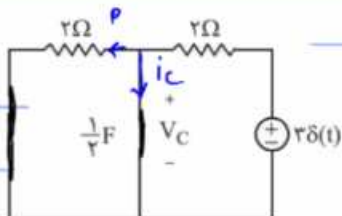


$$V_c(0^-) = -\frac{1}{2} \times 2 = -1 \text{ ولت}$$

حال ابتدا مدار در $t = 0^-$ تحلیل می کنیم.

تحلیل $t = 0^+$

حال مدار را در بازه $t = 0^-$ تا 0^+ تحلیل می کنیم. برای این کار فقط منابع ضربیه را نگه می داریم.



$$i_c = \frac{3}{2} \delta(t) \rightarrow V_c(0^+) = V_c(0^-) + \frac{1}{C} \int_{0^-}^{0^+} i_c dt$$

$$V_c(0^+) = -1 + \frac{1}{\frac{1}{4}} \int_{0^-}^{0^+} \frac{3}{2} \delta(t) dt = 2$$

در نتیجه ۴ جواب است.

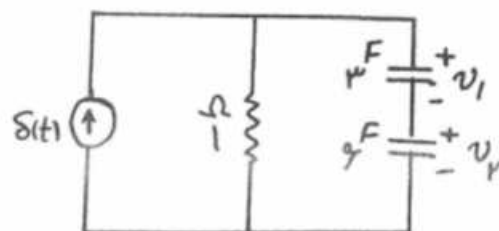
در مدار شکل زیر با فرض $v_1(0^-) = v_2(0^-) = 0$ را تعیین کنید. **بقر ۶۹**

$$\frac{1}{3} V - 2$$

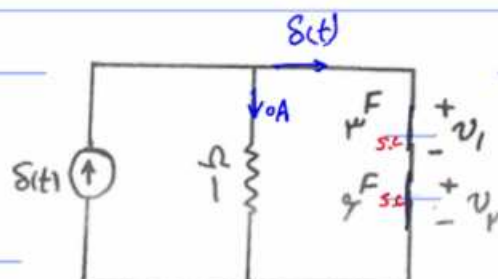
$$1 V - 2$$

$$\frac{1}{6} V - 1$$

$$\frac{1}{2} V - 3$$



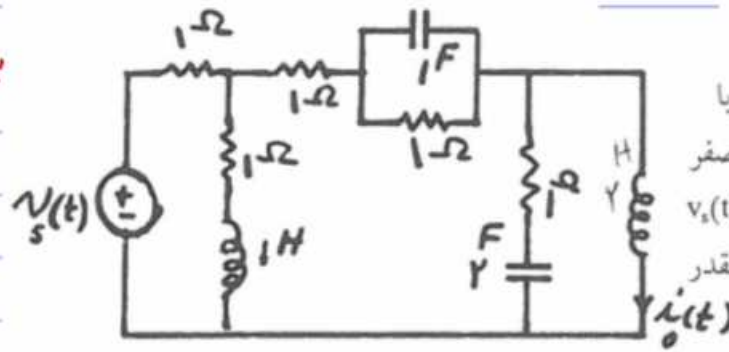
تحلیل $t < 0^+$ →



$$i_{c1}(t) = i_{c2}(t) = i_s(t) \quad t < 0^+$$

$$v_{c1}(0^+) = v_{c1}(0^-) + \frac{1}{C_1} \int_{0^-}^{0^+} i_c(t) dt = 0 + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \text{ ولت}$$

برق ۷۸



شبکه خطی تغییرناپذیر با
زمان شکل مقابل در حالت صفر
قرار دارد. اگر $v_s(t) = \delta(t)$
باشد، مقدار $i_o(0^+)$ چقدر
است؟

$\frac{1}{8} A$ (۴)

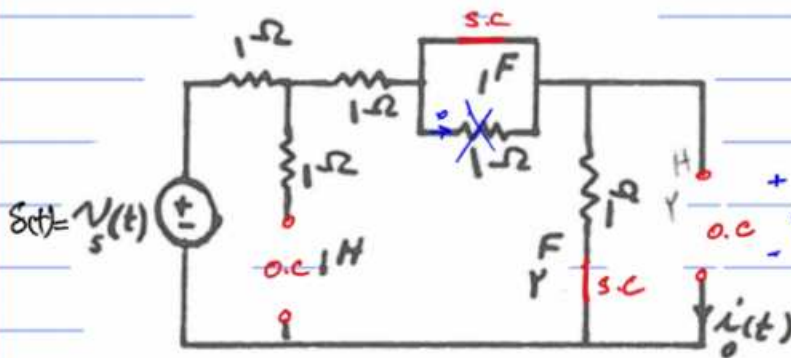
$\frac{1}{6} A$ (۳)

$\frac{1}{4} A$ (۲)

$\frac{1}{3} A$ (۱)

تحلیل $t=0^+$

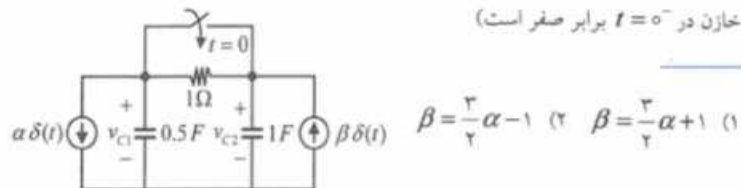
حالت صفر $v_L(0) = 0V$ و $i_L(0^-) = 0A$



$$v_L(t) = \delta(t) \frac{2}{(1+1)+2} = \frac{1}{2} \delta(t)$$

$$i_L(0^+) = 0 + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{0^+} \frac{1}{2} \delta(t) dt = \frac{1}{4}$$

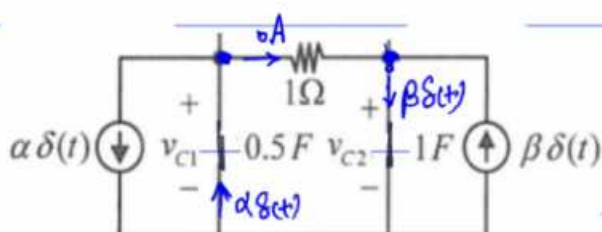
بق ۱۸۹ در مدار شکل مقابل کلید در $t = 0^+$ وصل می شود. بین α و β چه رابطه ای برقرار باشد تا بلافاصله بعد از وصل کلید ولتاژ خازن $1F$ برابر یک ولت شود (ولتاژ هر دو خازن در $t = 0^-$ برابر صفر است)



$$\beta = \frac{3}{4}\alpha - 1 \quad (2) \quad \beta = \frac{3}{4}\alpha + 1 \quad (1)$$

$$\beta = \alpha + \frac{3}{4} \quad (1') \quad \beta = \alpha - \frac{3}{4} \quad (1'')$$

(کلید هنوز باز است) تحلیل $t < 0^-$



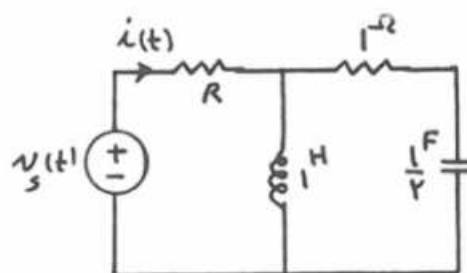
$$V_{C1}(0^+) = 0 + \frac{1}{C1} \int_0^+ -\alpha \delta(t) dt = -2\alpha$$

$$V_{C2}(0^+) = 0 + \frac{1}{C2} \int_0^+ \beta \delta(t) dt = \beta$$

$$V_{C1}(0^+) = V_{C2}(0^+) = -2\alpha = \beta = 1$$

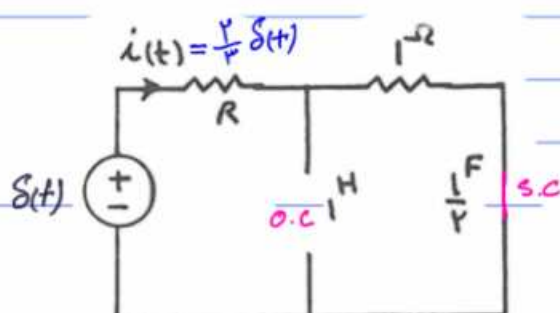
فقط رابطه ۴ صحت می کند. $\beta = 1$ و $\alpha = -\frac{1}{2}$

باقی (۸۴) در مدار شکل زیر مقدار R چقدر باشد تا برای ورودی ضربه $v_s(t) = \delta(t)$ جریان $i(t)$ گذرنده از R جمله ای به صورت $\frac{2}{3} \delta(t)$ داشته باشد.



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- $\frac{1}{3}$ (۳)
- $\frac{1}{3}$ (۴)

تحلیل $t < 0^+$



$$t < 0^+ : i(t) = \frac{S(t)}{R+1} = \frac{2}{3} S(t)$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{R+1} \rightarrow 2R+2=3$$

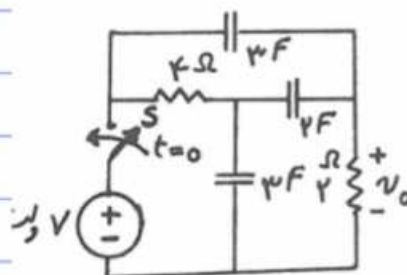
$$R = \frac{1}{2} \Omega$$

باقی ۸۲ در مدار شکل مقابل کلید S در $t=0$

بسته می شود، مقدار $v_o(0^+)$ کدام است؟ خازنها بدون بار اولیه هستند.

جواب:

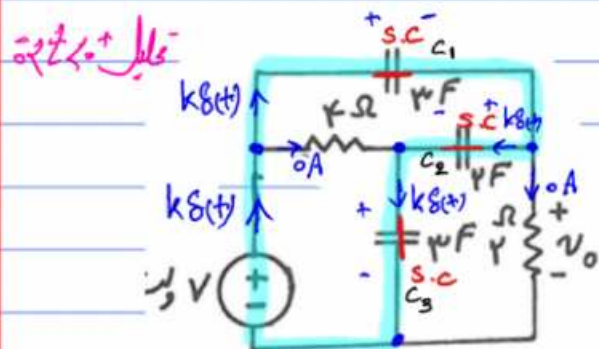
- ۱) ۳
۲) ۴/۲
۳) ۵
۴) ۶



ولت $v_1(0^-) = v_2(0^-) = v_3(0^-) = 0$: خازن ها بدون بار اولیه

مدار خازنه ضعیف تر است و طی در لحظه $t=0$ که کلید بسته می شود مدار تشکیل یک حلقه خازنی می دهد.

بدلیل ایجاد حلقه خازنی، جریان ضریبی در حلقه خازنی ایجاد می شود.



$$i_1(t) = i_2(t) = i_3(t) = k8(t) \quad t > 0$$

با توجه به قانون ولت، در $t=0^+$ باید kV صاف باشد یعنی:

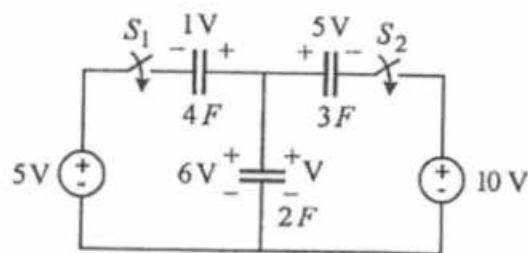
$$t=0^+ \text{ تحلیل حلقه: } 7 = v_{C1}(0^+) + v_{C2}(0^+) + v_{C3}(0^+) \rightarrow 7 = (0 + \frac{k}{3}) + (0 + \frac{k}{2}) + (0 + \frac{k}{3})$$

$$\frac{2k+3k+2k}{6} = 7 \rightarrow 7k = 42 \rightarrow k = 6$$

$$v_o(0^+) = v_{C2}(0^+) + v_{C3}(0^+) = \frac{6}{2} + \frac{6}{3} = 5 \text{ ولت}$$

سوال ۸۷) کلیدهای S_1 و S_2 در مدار شکل زیر به طور همزمان بسته می شوند. ولتاژ V

دو سر خازن ۲ فارادی بعد از بسته شدن کلیدها کدام است؟



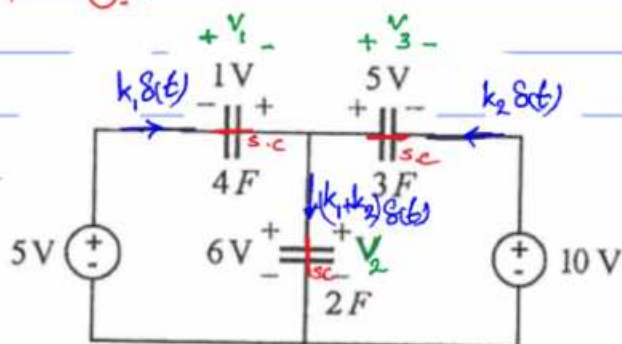
۹ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

تحلیل $t=0^+$



$$\left. \begin{aligned} V_1 &= -1 + \frac{k_1}{4} \\ V_2 &= 6 + \frac{k_1 + k_2}{2} \\ V_3 &= +5 - \frac{k_2}{3} \end{aligned} \right\} t=0^+$$

تحلیل $t=0^+$ KVL 1: $5 = +V_1 + V_2 \rightarrow 5 = -1 + \frac{k_1}{4} + 6 + \frac{k_1 + k_2}{2}$

KVL 2: $10 = -V_3 + V_2 \rightarrow 10 = -5 + \frac{k_2}{3} + 6 + \frac{k_1 + k_2}{2}$

$$3k_1 + 2k_2 = 0$$

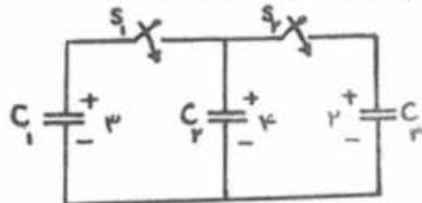
$$3k_1 + 5k_2 = 54$$

$$3k_2 = 54 \rightarrow k_2 = 18 \rightarrow k_1 = -12$$

ولت $V_2(t^+) = 6 + \frac{18 - 12}{2} = 9$

(برق ۴)

در مدار شکل زیر $C_1 = 2F$ و $C_2 = 1F$ و $C_3 = 3F$ و ولتاژ اولیه آنها در $t = 0$ به ترتیب ۲، ۴، ۳ ولت است و کلیدهای S_1 ، S_2 در $t = 0$ باز هستند. در $t = 0$ کلیدها را بطور همزمان می‌بندیم، انرژی ذخیره شده در مدار در فاصله $t = 0^-$ تا $t = 0^+$ چه تغییری می‌کند.



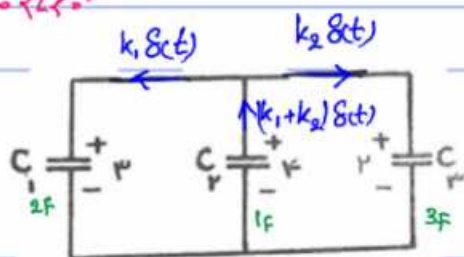
۱- هیچ تغییری نمی‌کند ۲- $\frac{5}{3}$ ژول کم می‌شود

۳- $\frac{3}{8}$ ژول کم می‌شود ۴- $\frac{1}{8}$ ژول کم می‌شود

انرژی خازن $w = \frac{1}{2} C V^2 \leftarrow V_C ?$
انرژی سلف $w = \frac{1}{2} L i^2 \leftarrow i_L ?$

$$W(0^-) = W_{C_1} + W_{C_2} + W_{C_3} \Big|_{t=0^-} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 4^2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2^2 =$$

$t = 0^+$



در بازه زمانی $t = 0^+$ تا $t = 0^-$ که نسبت می‌دهیم دو حلقه خازنی شکل می‌گیرد

لذا تحلیل $t = 0^+$ انجام می‌دهیم تا ولتاژ خازن‌ها در $t = 0^+$

را بیابیم.

$t = 0^+ : V_{C_1}(0^+) = V_{C_2}(0^+) = V_{C_3}(0^+)$

① $3 + \frac{k_1}{2} = 4 - \frac{k_1 + k_2}{1}$

$\frac{3}{2} k_1 + k_2 = 1$

② $3 + \frac{k_1}{1} = 2 + \frac{k_2}{3}$

$k_1 - \frac{1}{3} k_2 = -1$

$k_2 = \frac{-\frac{3}{2} - 1}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{-\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{5}{3} \rightarrow k_1 = -1 + \frac{1}{3} \times \frac{5}{3} = -\frac{4}{9}$

$V_{C_1}(0^+) = 3 + \frac{-4/9}{2}$

$V_{C_2}(0^+) = 4 - (\frac{5}{3} - \frac{4}{9})$

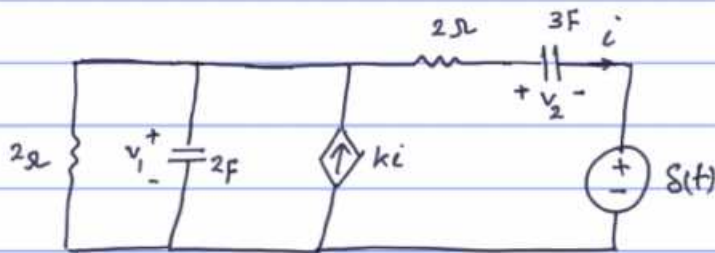
$V_{C_3}(0^+) = 2 + \frac{5}{3}$

$\rightarrow W(0^+) = \frac{1}{2} V_{C_1}(0^+)^2 + \frac{1}{2} V_{C_2}(0^+)^2 + \frac{1}{2} V_{C_3}(0^+)^2 = \checkmark$

$W(0^-) = \checkmark$

تغییر انرژی $= W(0^+) - W(0^-)$

تمرین: در شکل زیر که یک اولیه صفر است. مقدار k چقدر باشد تا در $t=0^+$ ولتاژ دو سر خازن با هم برابر شود؟

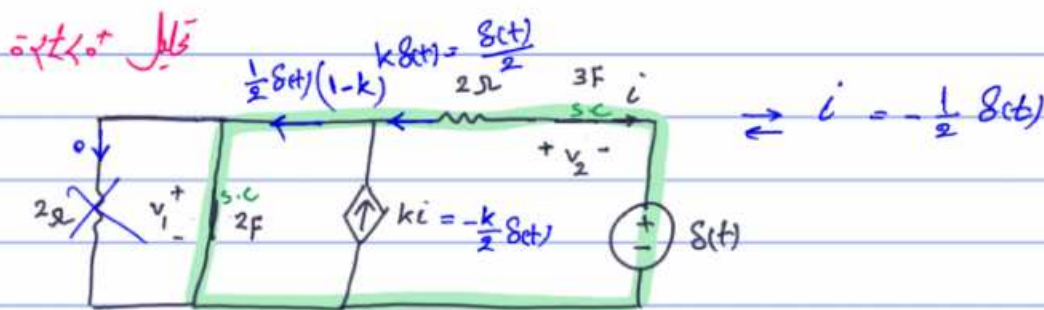


$$\frac{4}{3} \quad (2) \quad \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\frac{7}{3} \quad (4) \quad \frac{2}{3} \quad (3)$$

$$v_{c1}(0^-) = v_{c2}(0^-) = 0$$

بدلیل ولتاژ منبع صفر، صفر بودن حالت در بازه زمانی $t < 0^+$ تغییر مقادیر می دهند.



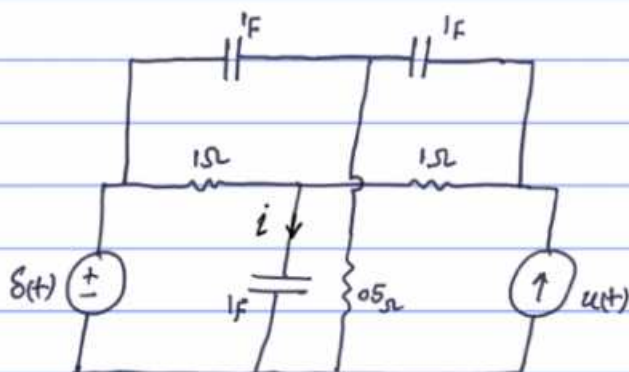
$$v_{c1}(0^+) = v_{c1}(0^-) + \frac{1}{c_1} \int_0^+ i_c(t) dt = 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} (1-k) \right)$$

$$v_{c2}(0^+) = v_{c2}(0^-) + \frac{1}{c_2} \int_0^+ i_c(t) dt = 0 + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{6}$$

$$v_{c1}(0^+) = v_{c2}(0^+) \rightarrow \frac{1}{4} (1-k) = -\frac{1}{6} \rightarrow 1-k = -\frac{2}{3} \rightarrow k = \frac{5}{3}$$

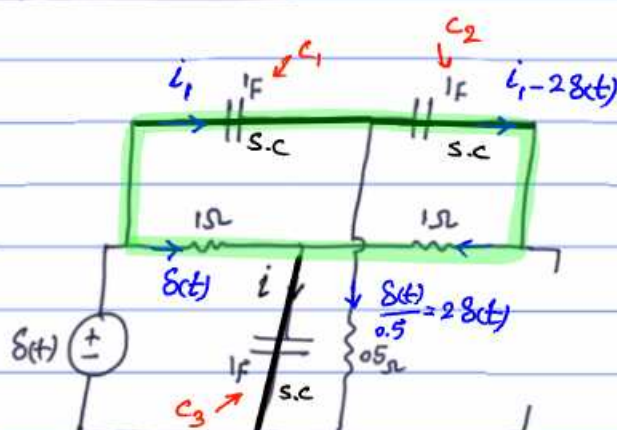
نرسیده!

تقریباً در شکل زیر حالت اولیه صفایست. جریان i را در $t=0^+$ چند است؟



$$0 \quad 1^4 \quad -4 \quad 1^3 \quad -8 \quad 1^2 \quad -6 \quad 1$$

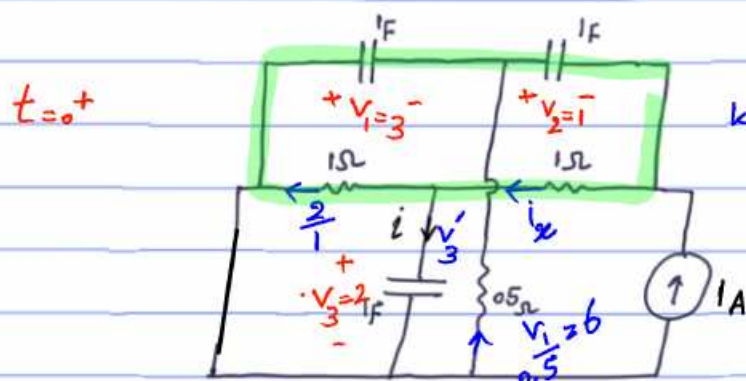
تقلیل $t=0^+$



kvl $\delta(t) - (i - 2\delta(t)) = 0 \rightarrow i = 3\delta(t)$

$$i = \delta(t) + (i - 2\delta(t)) = 2\delta(t)$$

$$V_{C1} = 0 + \frac{3}{1} = 3 \text{ V} \quad , \quad V_{C2} = 0 + \frac{1}{1} = 1 \text{ V} \quad , \quad V_{C3} = 0 + \frac{2}{1} = 2 \text{ V}$$

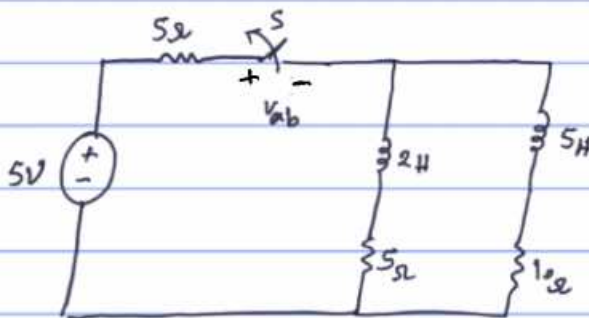


kvl $i_x + 2 + 3 + 1 = 0$
 $\rightarrow i_x = -6 \text{ A}$

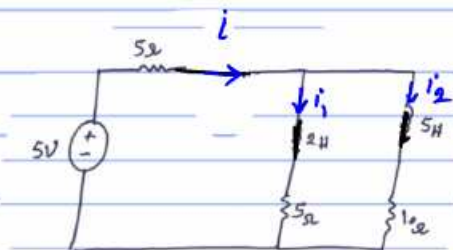
$$i = i_x - \frac{2}{1} = -6 - 2 = -8 \text{ A}$$

مقدمه: در مدار زیر، ولتاژ v_{ab} در فاصله زمانی $t=0^+$ تا $t=0^-$ قدری تغییر کرده و ولتاژ v_{ab} در فاصله

زمانی $t=0^-$ تا $t=0^+$ قدری تغییر کرده و ولتاژ v_{ab} در فاصله زمانی $t=0^+$ تا $t=0^-$ قدری تغییر کرده و ولتاژ v_{ab} در فاصله



$$\begin{aligned} 11 \quad & \frac{6}{7} \delta(t) \\ 12 \quad & -\frac{6}{7} \delta(t) \\ 13 \quad & \frac{3}{7} \delta(t) \\ 14 \quad & -\frac{3}{7} \delta(t) \end{aligned}$$



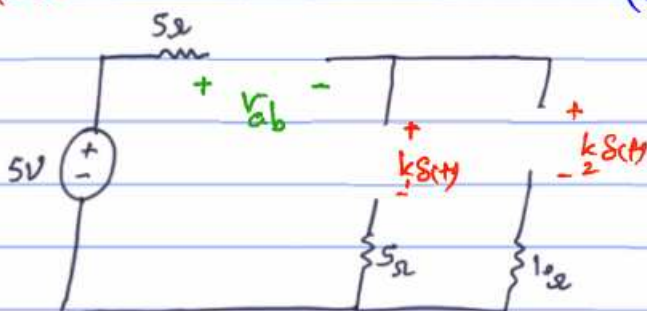
$$i = \frac{5}{5 + 10 + 5} = \frac{15}{15 + 10} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$i_1(0^-) = \frac{3}{5} \cdot \frac{10}{10 + 5} = \frac{2}{5}$$

$$i_2(0^-) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{10 + 5} = \frac{1}{5}$$

$t < 0^+$

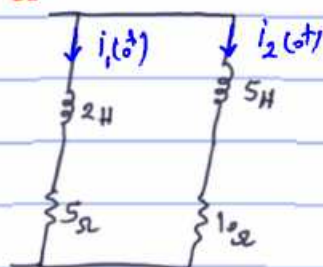
در $t < 0^+$ کمات سلفی (مدرک سلفی)



$$k_1 \delta(t) = k_2 \delta(t) = k \delta(t)$$

$$i_2(t) = i_2(0^-) + \frac{1}{L} \int_{0^-}^t v_L dt$$

تخلیل



$$i_1(t) = -i_2(t)$$

$$i_1(t) = \frac{2}{5} + \frac{k}{2}$$

$$\rightarrow i_1(t) = -i_2(t)$$

$$i_2(t) = \frac{1}{5} + \frac{k}{5}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{k}{2} = -(\frac{1}{5} + \frac{k}{5}) \rightarrow 2 + 5k = -2 - 2k$$

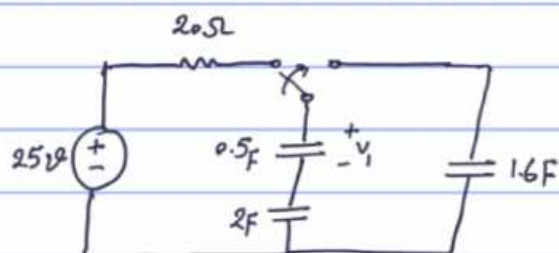
$$7k = -6 \rightarrow k = -\frac{6}{7}$$

$$-k \delta(t) - v_{ab} + 5 = 0 \rightarrow v_{ab} = 5 - k \delta(t) = 5 + \frac{6}{7} \delta(t)$$

ولتاژ v_{ab} در فاصله زمانی $t=0^+$ تا $t=0^-$ قدری تغییر کرده و ولتاژ v_{ab} در فاصله زمانی $t=0^+$ تا $t=0^-$ قدری تغییر کرده و ولتاژ v_{ab} در فاصله

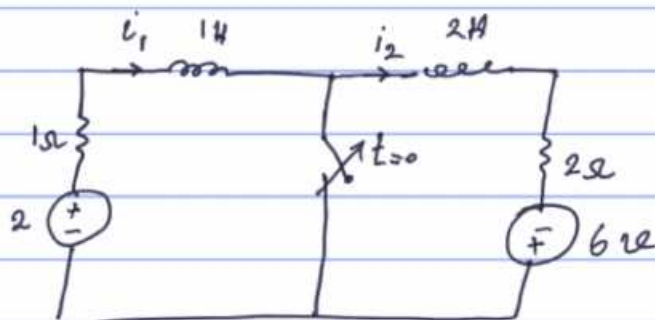
تحدین: در شکل زیر، کلید S مدت طولانی در وضعیت a بوده و در $t=0$ به وضعیت b انتقال داده می شود.

مقدار $v_1(0^+)$ چند ولت است؟



5 (4 4 (3 ✓ 36 (2 20 (1

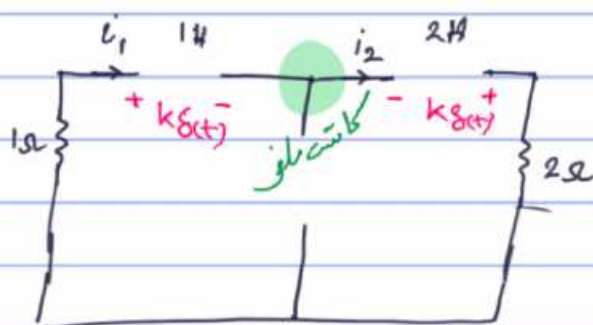
مثال: وقتی $i_1 = 2A$ و $i_2 = 3A$ است. لیدر در $t=0$ باز می شود. i_1 را در $t=0^+$ بیابید.



برای از بین بردن لیدر در $t=0$ ، درجه $t=0$ گاست سلفی ایجاد می شود و مقدماتی حالت

نایبوسه می شوند.

(منبع غیر صحت و اضمحلال می کنیم) تحلیل $t=0^+$



$$i_1(0^+) = i_1(0^-) + \frac{k}{L_1} = 2 + \frac{k}{1}$$

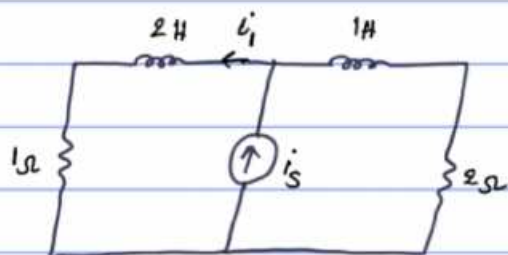
می باشد $t=0^+ : i_1' = i_2'$ و

$$i_2(0^+) = i_2(0^-) + \frac{k}{L_2} = 3 - \frac{k}{2}$$

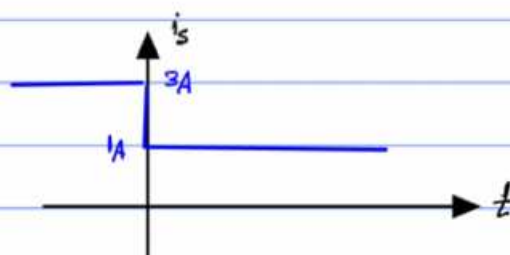
$$2 + k = 3 - \frac{k}{2} \rightarrow \frac{3}{2}k = 1 \rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$i_1(0^+) = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} (A)$$

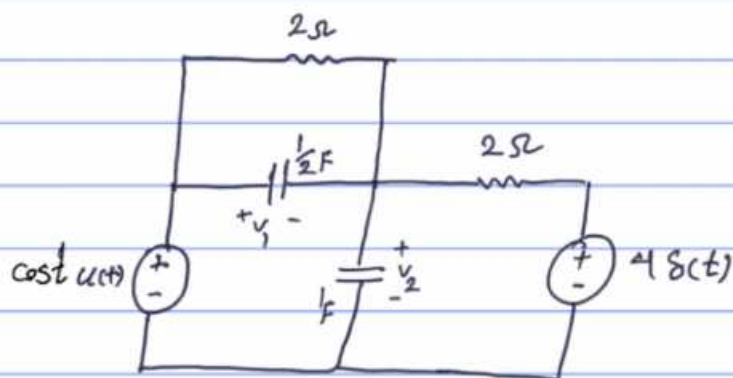
تقریب: در مدار شکل زیر جریان $i_1(t)$ چقدر است؟



$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{4}{3} \end{matrix}$$

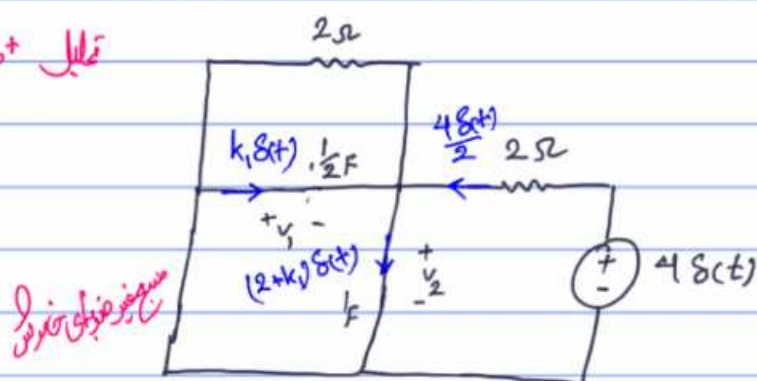


تمرین ۱: در مدار شکل زیر $v_1(0^-) = 1$ و $v_2(0^-) = 2$ است. $v_2(0^+)$ را پیدا کنید.



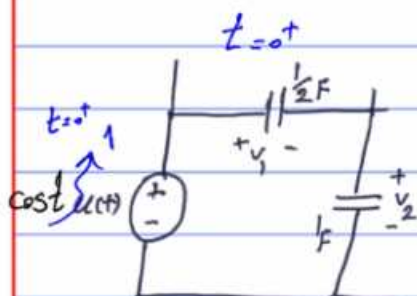
در این مدار هم عامل منبع ضربه داریم و هم عامل حلقه خازنی

تقلیل $t=0^+$



تقلیل $t=0^+$

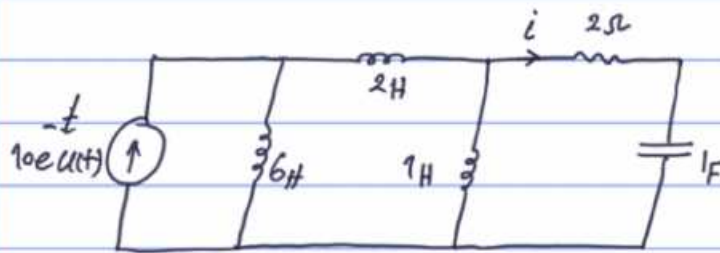
$$\begin{cases} v_{C1}(0^+) = v_{C1}(0^-) + \frac{k}{C_1} = 1 + \frac{k_1}{\frac{1}{2}} = 1 + 2k_1 \\ v_{C2} = v_{C2}(0^-) + \frac{k}{C_2} = 2 + \frac{2+k_1}{1} = 4+k_1 \end{cases}$$



$$t=0^+ : 1 = v_1(0^+) + v_2(0^+) \rightarrow 1 + 2k_1 + 4 + k_1 = 1 \rightarrow k_1 = -\frac{4}{3}$$

$$v_{C2}(0^+) = 4 + \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-8}{3} \text{ ولت}$$

تمرین: در مدار شکل زیر حالت اولیه صفر است. مقدار $i(t)$ چند امپیر است؟



۱ ۲.۵ ۱۲ ۵ ۱۳ ۷.۵ ۴

تغییراتی

$$A \int_{0^+}^{\infty} dt : \text{تغییراتی به میزان } A$$

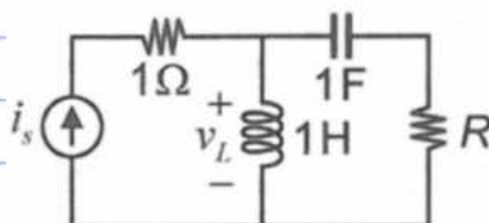
منظور از تغییراتی در مدار، تغییرات دامنه تابع می باشد.

در مواقعی که در سری یا متفرع مدار به میزان A ولت تغییراتی دارد، مدار را در بازه زمانی $0^+ \rightarrow \infty$ یا در زمانی که تغییرات اعمال شده تحلیل کنیم و میزان تغییرات متغیرها را برآیند بر حسب تابع می

تقلیل $0^+ \rightarrow \infty$



که جریان خازن و یا ولتاژ سلف در بازه $0^+ \rightarrow \infty$ ضربی نباشند متغیرهای حالت تغییراتی نخواهد کرد ولی متغیرهای غیر حالت می تواند تغییراتی داشته باشد.



۹۰) در مدار شکل مقابل با تغییر آنی

i_s به اندازه $\frac{2}{3}$ آمپر، ولتاژ v_L به اندازه ۲ ولت

تغییر آنی می کند. مقاومت R چند اهم است؟

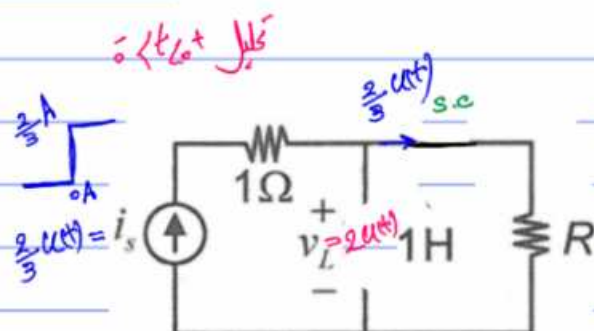
جواب:

۳ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)



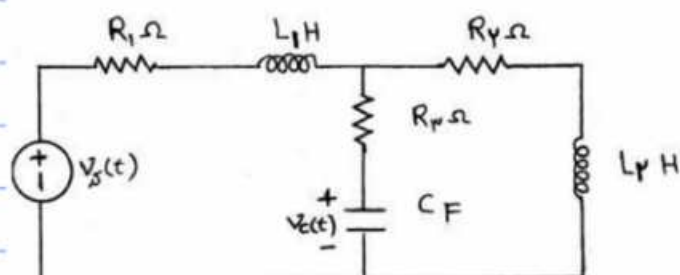
$$2u(t) = \frac{2}{3} u(t) \times R$$

$$\rightarrow R = 3 (\Omega)$$

نکته: چون مدار پویا ندارد i_L از $t=0^+$ ثابت و صفر تغییر است و یعنی جریان سلف تغییراتی ندارد.

باقی ۹۳

در مدار زیر وقتی در $t = 0$ منبع ولتاژ V_S تغییر آنی می‌کند، ولتاژ خازن V_C طبق کدام یک از توابع زیر تغییر خود را شروع می‌کند؟

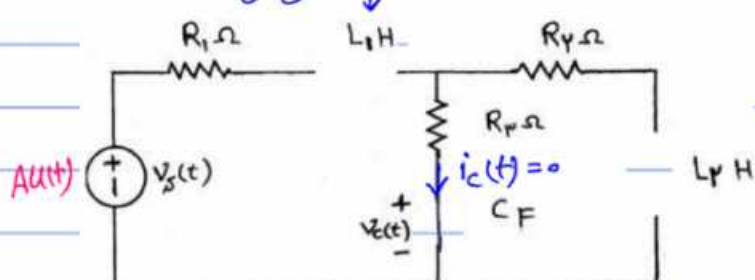


$\delta(t)$ (۲) $u(t)$ (۱)

$t^2 u(t)$ (۴) $tu(t)$ (۳)

تغییر $t < 0$ و $t > 0$

در لحظه $t = 0$ به منبع ولتاژ قطع کرده



$$t = 0^- : V_C(0^-) = 0$$

$$V_C(0^+) = 0 \leftarrow \text{مارخمس نیست}$$

$$t < 0 : i_C(t) = 0 \rightarrow \frac{dV_C}{dt}(0^+) = \frac{dV_C}{dt}(0^-) = 0$$

$V_C(t)$ و مشتق آن در بازه $t = 0^-$ تا $t = 0^+$ صفر باشد.

$$V_C(t) = u(t) : \rightarrow t = 0^+ : V_C(0^+) = 1 \quad \times$$

$$V_C(t) = \delta(t) : \delta(0^+) = \delta(0^-) = 0 \quad \checkmark \quad \delta(t) \Big|_{t=0} = \infty \quad \times$$

$$V_C(t) = t u(t) \quad t u(0^+) = t u(0^-) = 0 \quad \checkmark$$

$$V_C'(t) = u(t) \rightarrow V_C'(0^+) = 1 \neq 0 \quad \times$$

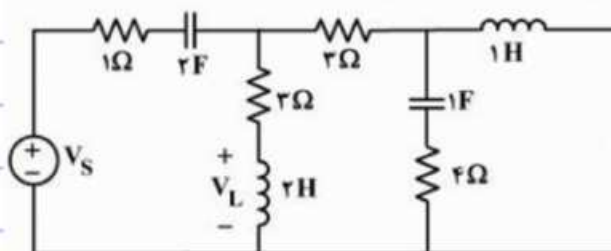
$$V_C(t) = t^2 u(t) \rightarrow V_C(0^+) = V_C(0^-) = 0 \quad \checkmark$$

$$V_C'(t) = 2t u(t) \rightarrow V_C'(0^+) = V_C'(0^-) = 0 \quad \checkmark$$

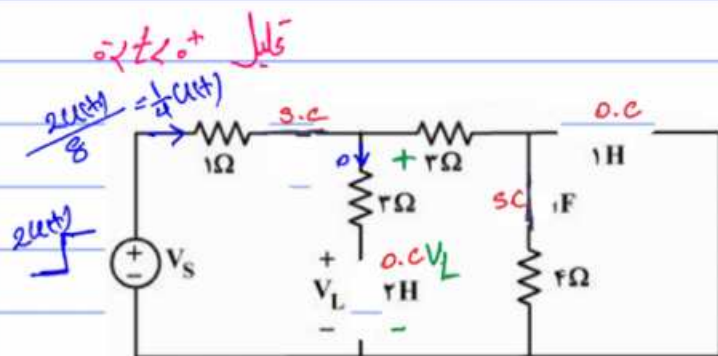
فقط گزینه ۴ می‌تواند جواب باشد

کلیدی سراسری ده

در مدار زیر، با تغییر آنی V_s به اندازه ۲ واحد، V_L چه مقدار تغییر آنی می کند؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{7}{8}$
- (۴) $\frac{7}{4}$



$$V_L(t) = (3+4) \left(\frac{1}{4} u(t) \right) = \frac{7}{4} u(t)$$

ولتاژ سلف به اندازه $\frac{7}{4}$ واحد تغییر آنی دارد.

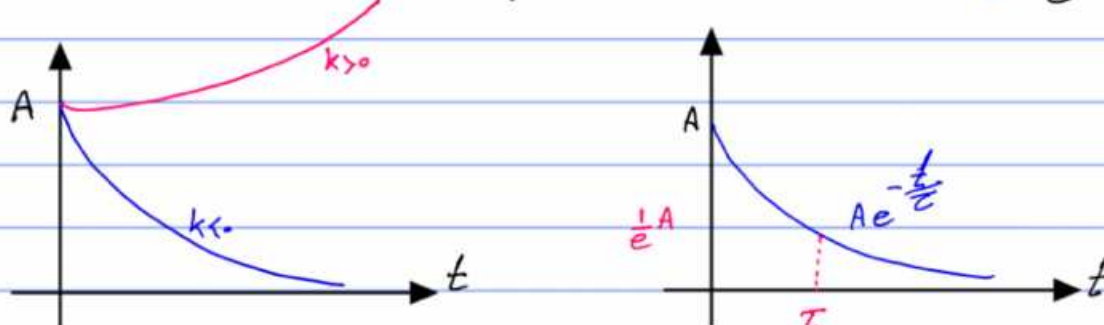
اما به دلیل اینکه حلقه حائزنی یا کانت سلف و یا منبع ضربه نداریم جریان سلف ها و ولتاژ حائز ها

که متغیر حالت هستند تغییر آنی ندارند.

تحلیل مدار در وضعیت دائمی

کمیت زمانی تابع نمایی: تابع نمایی Ae^{kt} را در نظر بگیرید. کمیت زمانی این تابع مدت زمانی در طول می‌گذرد.

تا مقدار تابع $\frac{1}{e}$ برابر مقدار اولیه ($k < 0$) یا e برابر مقدار اولیه ($k > 0$) تغییر می‌کند.



$$Ae^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{e} A \rightarrow -\frac{t}{\tau} = -1 \rightarrow t = \tau$$

$\frac{1}{e} = 0.63$

مثال: $e^{-\frac{1}{3}t}$: $\tau = 3$ ثانیه

e^{-2t} : $\tau = \frac{1}{2} s$

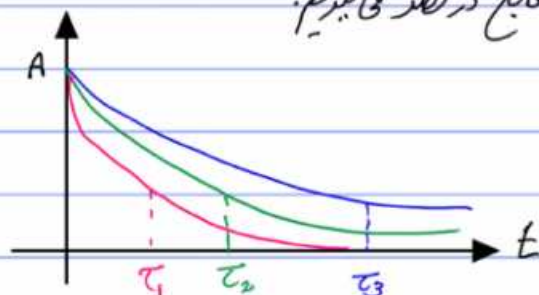
1 : $\tau = \infty$

تعریف مدت زمانی طولانی مدار:

تابع نمایی $Ae^{\frac{t}{\tau}}$ از نظر ریاضی در $t = \infty$ صفر می‌گردد. ولی در عمل می‌توانیم چند برابر کمیت زمانی را برای

آن مدت زمانی طولانی یا $t = \infty$ در نظر بگیریم. هر چه کمیت زمانی کمتر باشد تابع سریعتر صفر می‌گردد.

$t = \infty$ را تقریباً 4 برابر بزرگترین کمیت زمانی تابع در نظر می‌گیریم.



$$t = \infty \approx 4\tau_3$$

تابع نمایی $y = (Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B) u(t)$ را در نظر بگیرید.

الف) این تابع را با $y(t^+)$ و $y(\infty)$ بیان کنید.

$$y(t) = (Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B) u(t)$$

$$y(t^+) = A + B$$

$$\rightarrow B = y(\infty)$$

$$y(\infty) = B$$

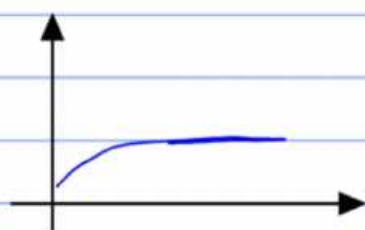
$$A = y(t^+) - y(\infty)$$

$$\Rightarrow y(t) = (y(t^+) - y(\infty)) e^{-\frac{t}{\tau}} + y(\infty)$$

بعداً به این رابطه **رابطه طلایی** و **گوشه** می‌گویند.

آنالیز مدار در حالت دائمی $t \rightarrow \infty$

صدای حالت دائمی دارد که ولتاژها و جریان های آن برای $t \rightarrow \infty$ به وضعیت کراندار برسد.



وضعیت کراندار نسبت به زمان ثابت $\leftarrow$ حالت دائمی ثابت DC

وضعیت کراندار نسبت به زمان پریودیک $\leftarrow$ حالت دائمی پریودیک

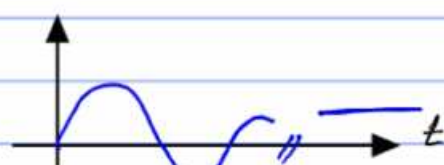
وضعیت کراندار نسبت به زمان پریودیک سینوسی $\leftarrow$ حالت دائمی سینوسی

وضعیت کراندار نسبت به زمان غیر پریودیک $\leftarrow$ حالت دائمی غیر پریودیک

$$y(t) = y_h + y_p = \underbrace{y_h}_{\text{دائمی}} + \underbrace{y_p}_{\text{متغیر ولتاژ یا جریان}}$$

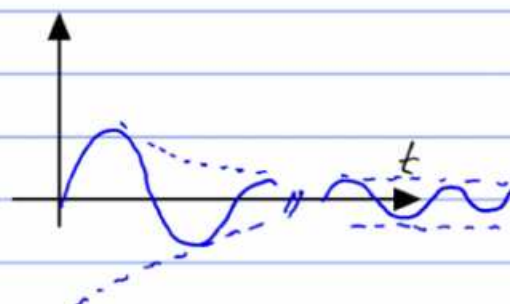
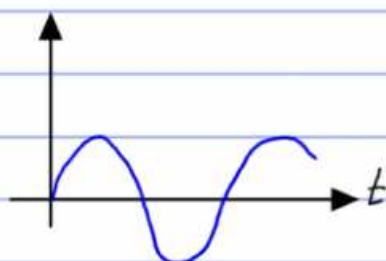


تابع $y(t)$



پاسخ حالت دائمی ثابت

پاسخ دائمی $\rightarrow$ $\leftarrow$ تدا ناتی از فرکانس طبیعی



پاسخ حالت دائمی سینوسی

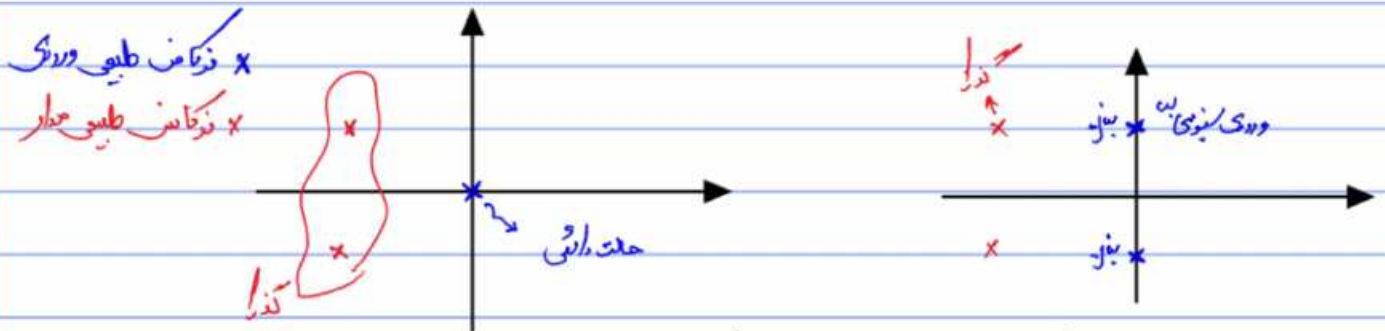
فراکان طبیعی و حالت دائمی

فرض کنید s_i فراکان های طبیعی مدار باشد:

اگر ورودی ثابت یا DC، حالت دائمی ثابت داریم.

$$\text{اگر } \operatorname{Re}\{s_i\} < 0$$

اگر ورودی سینوسی باشد حالت دائمی سینوسی داریم ← فازور



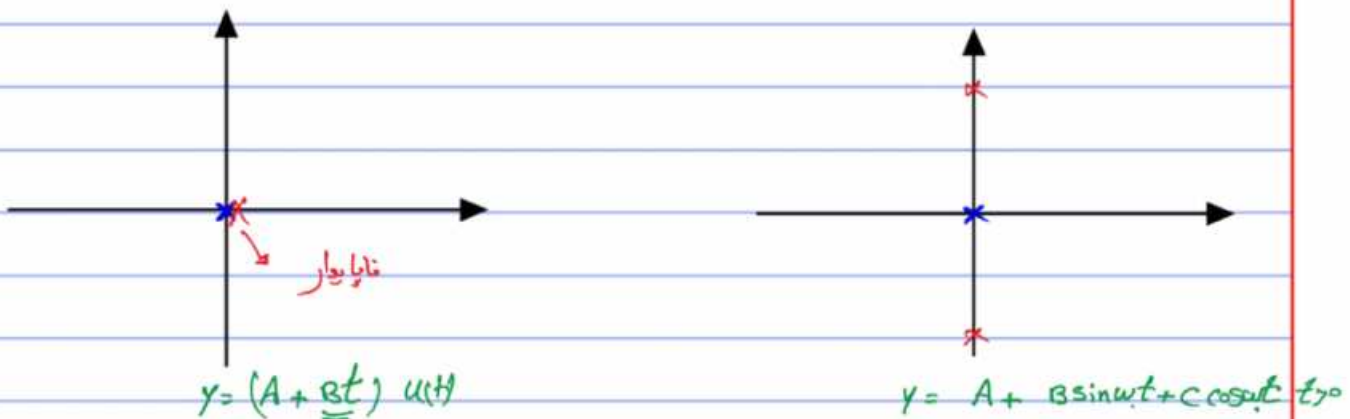
اگر $\operatorname{Re}\{s_i\} < 0$ پاسخ همان در $t \rightarrow \infty$ صند می شود و فقط پاسخ حضوری نامی از ورودی باقی می ماند

۲) حداقل یک فراکان طبیعی در RHP ($\operatorname{Re}\{s_i\} > 0$) ← پاسخ همان در $t \rightarrow \infty$ صند می شود و بی پایان می شود

و پاسخ حالت دائمی نخواهیم داشت. به این حالت مدار ناپایدار می گوئیم.
اگر ورودی ثابت باشد خروجی بی پایان می شود.

۳) یک فراکان طبیعی در مبدأ و بقیه در LHP:

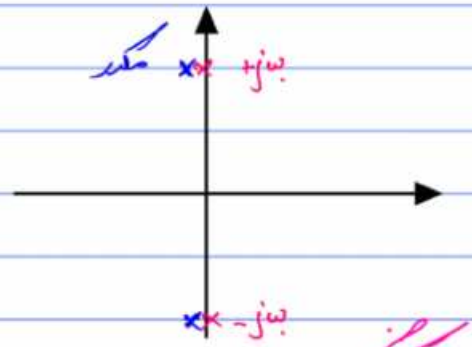
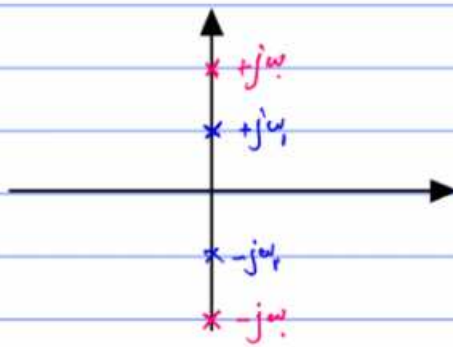
ورودی سینوسی باشد حالت دائمی شامل ترم DC و سینوسی



۴) یک حثت فکانش طبیعی با مقدار $\omega \neq \omega_0$ و دبیته سمت چپ ω :

اگر ورودی با فکانی $\omega \neq \omega_0$ اعمال شود حالت دائمی با فکانی ω و به

اگر ورودی با فکانی $\omega = \omega_0$ اعمال شود حالت دائمی سینوسی نخواهد بود.



$$y(t) = \underbrace{A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t}_{\text{پاسخ همگن}} + \underbrace{C \sin \omega t + D \cos \omega t}_{\text{پاسخ خصوصی}}$$

$$y(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t + \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2} (C \sin \omega t + D \cos \omega t)$$

پاسخ حالت دائمی

۵) فکانش طبیعی مگر روی ω ← به ازای هیچ ورودی پاسخ حالت دائمی سینوسی نداریم.

حالت دائمی ثابت در مدار LTI با جواب یکتا

اگر حالت دائمی ثابت با جواب یکتا رخ داده باشد می‌تواند ولتاژ خازن ها و جریان سلف ها ثابت بماند

پس جریان خازن صفر و ولتاژ سلف صفر می‌گردد ($i_C = C \frac{dv}{dt}$ و $v_L = L \frac{di}{dt}$) یعنی در صفر

مدار غیر مقاومتی با تبدیلات زیر به مدار مقاومتی تبدیلی می‌گردد و می‌توانیم مقادیر صغیرهای مدار را در حالت

دائمی بدست آوریم.



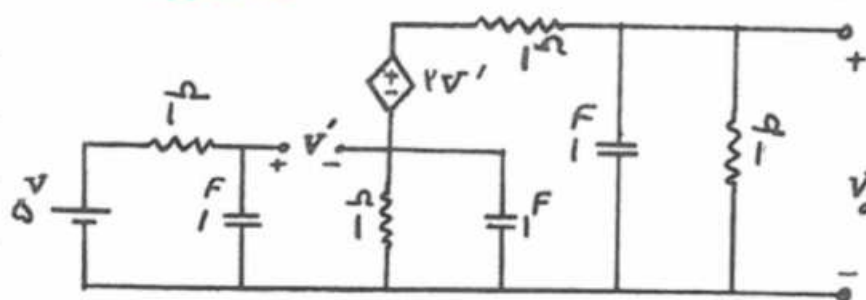
نکته: اگر مدار مقاومتی حاصل در صفر t با جواب یا دارای جواب های بی شمار باشد می‌توانیم حالت دائمی ثابت ندارد یا دارای جواب یکتا نیست.



$$\begin{cases} i_1 + i_2 = i_1 + i_2 \\ 0i_1 = 0i_2 \end{cases}$$

موفق سرمیری ۷۴

پاسخ حالت دائمی V_o در مدار زیر کدام است ؟



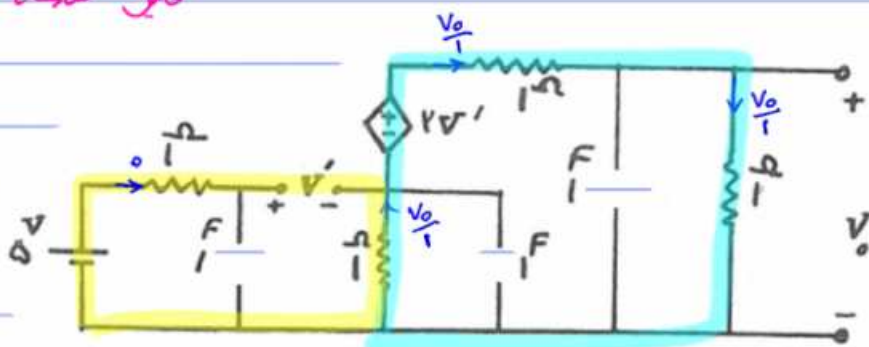
۱- ولت $V_o = 5$

۲- ولت $V_o = 0$

۳- ولت $V_o = 10$

۴- ولت $V_o = 2$

تحلیل $t \rightarrow \infty$

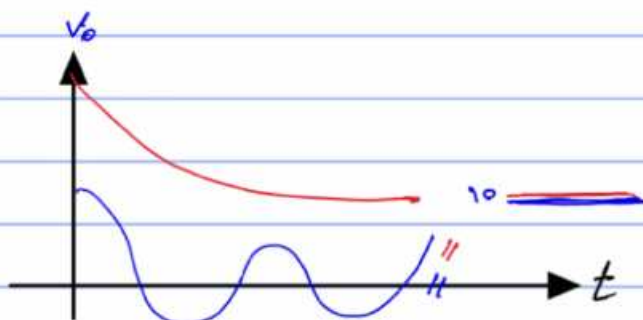


$$\text{KVL: } V_o - 2V' + V_o + V_o = 0$$

$$3V_o - 2(V_o + 5) = 0$$

$$\rightarrow \underline{V_o = 10 \text{ V}}$$

$$-5 + V' - V_o = 0 \rightarrow V' = V_o + 5$$



مرتبه یا درجه مدار الکتریکی

تعداد روابط اولیه مستقل هر مدار را درجه یا مرتبه آن مدار می گویند.

به عبارتی دیگر مجموع تعداد ولتاژها و جریان های اختیاری که به ترتیب برای خازن ها و سلف های

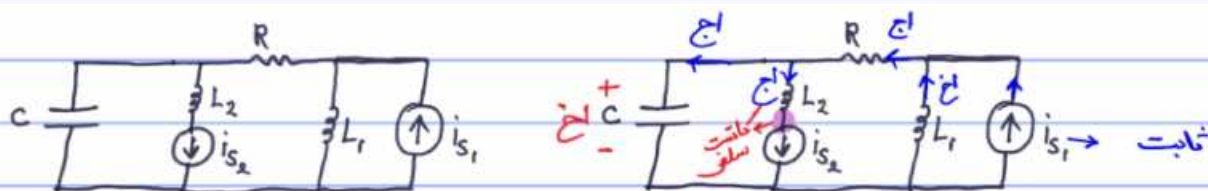
مدار در هر لحظه در نظر بگیریم را درجه مدار می گویند.

به بیان دیگر مرتبه مدار را می توان با رابطه زیر بدست آورد:

$$+ \text{تعداد حلقه خازنی} + \text{تعداد شاخه های سلفی} - \text{مجموع تعداد خازن ها و سلف ها ساده شده} = \text{مرتبه مدار}$$

تعداد وابستگی های بین متغیرهای حالت

مثال: درجه یا مرتبه مدارات زیر را تشخیص دهید.



یک حلقه اختیاری برای L_1

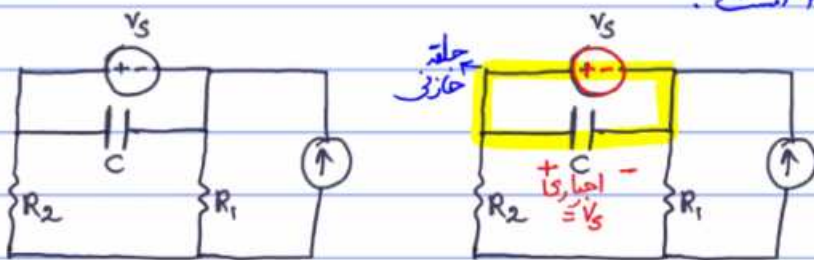
حیثین I_{S1} را می توان انتخاب گرفت (سری با I_{S2})

برای خازن C هر ولتاژ اختیاری می توان در نظر گرفت

$$\text{مرتبه} = 1 + 1 = 2$$

$$\text{مرتبه} = (1 + 1 + 1) - (1 + 0) = 3 - 1 = 2$$

معادله دیفرانسیل این مدار از درجه ۲ است.



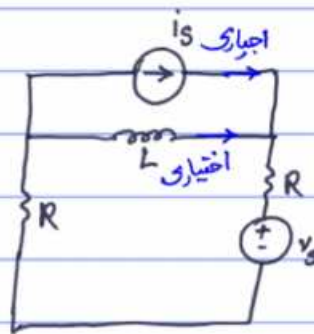
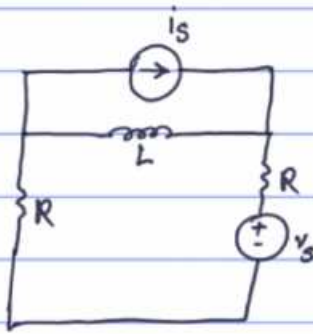
مرتبه این مدار صفر است به دلیل

آنکه خازن با منبع ولتاژ موازی

شده و ولتاژ آن اختیاری نیست.

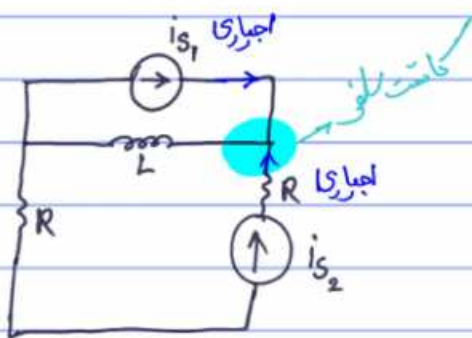
$$\text{مرتبه} = (1) - (1) = 0$$

حل این مدار معادله جبری است و دیفرانسیلی مرتبه ۰ است



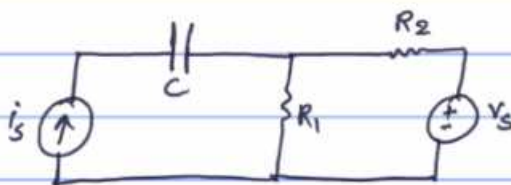
$$\text{مرتبه} = 1 - (0 + 0) = 1$$

حلقه خازنی یا تریه سلف ندارد.



اگر جای منبع v_s و یا بار و یا جریانی سلف اختیاری

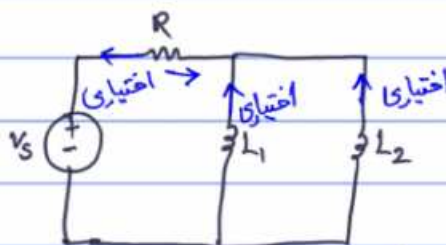
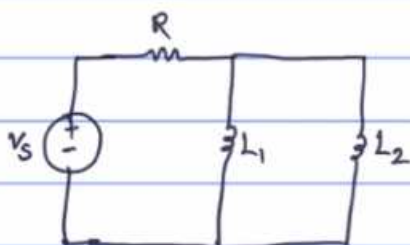
نخواهد بود ← مرتبه مدار صفر می شود.



جریان خازن اختیاری نیست و منبع نیست

منبع ولتاژ خازن است نه هیچ محدودیتی ندارد.

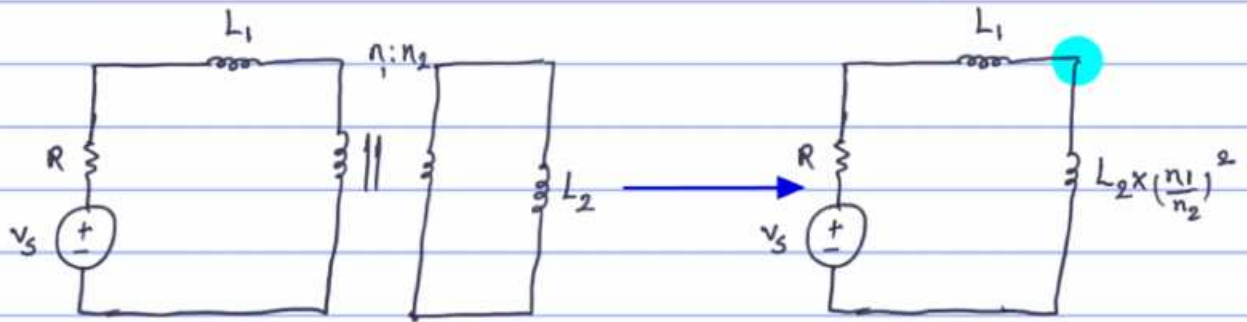
و مرتبه این مدار یک است. اما اگر به جای خازن سلف بود مرتبه صفر می شود.



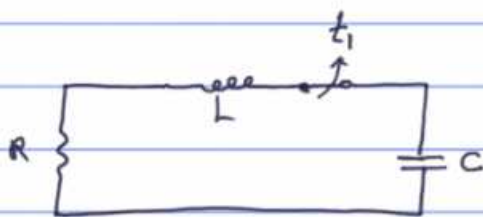
بدین هیچ محدودیتی نمی توانیم بگوییم هر ۲ سلف جریانی اختیاری در نظر بگیریم

$$\text{مرتبه} = 1 + 1 - (0 + 0)$$

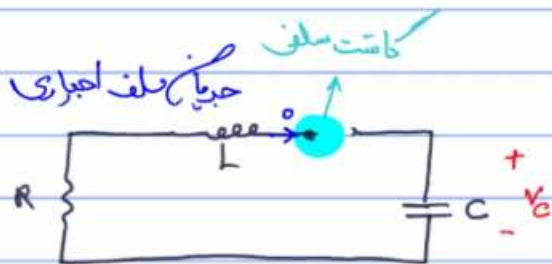
اگر به جای v_s منبع جریان قرار داشت یک گانت سلف اجباری بود و به مرتبه یک می گشت.



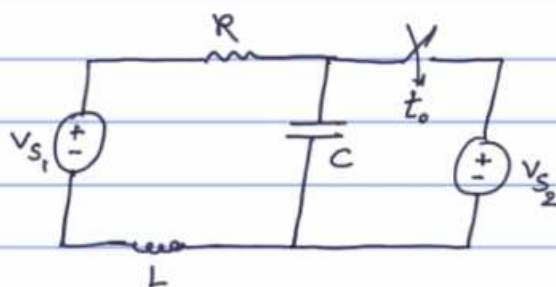
یک حلقه اختیاری می توانید فرض کنید. $\text{مرتبه} = 1 + 1 - (1) = 1$



قبل از باز شدن ولید:
 نه حلقه خازنی داریم و نه کاست سلفی
 معنی حد حلقه دلتاهای برای سلف و هر دلتا دلتاهای برای
 خازن می توان در نظر گرفت.



بعد از باز شدن ولید:
 به دلیل ایجاد کاست سلفی مرتبه مدار برابر $1 + 1 - 1 = 1$ می شود.



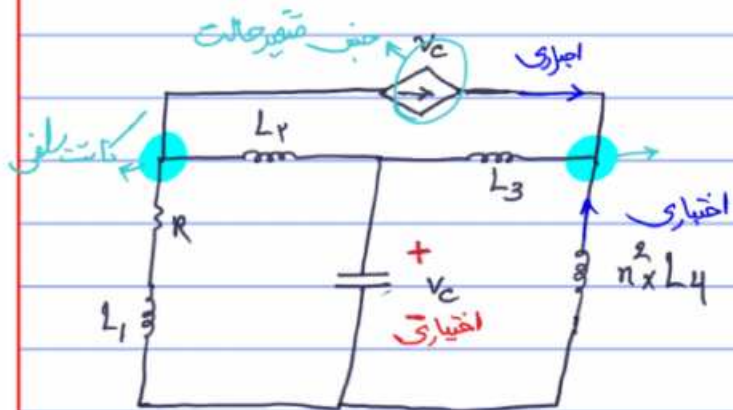
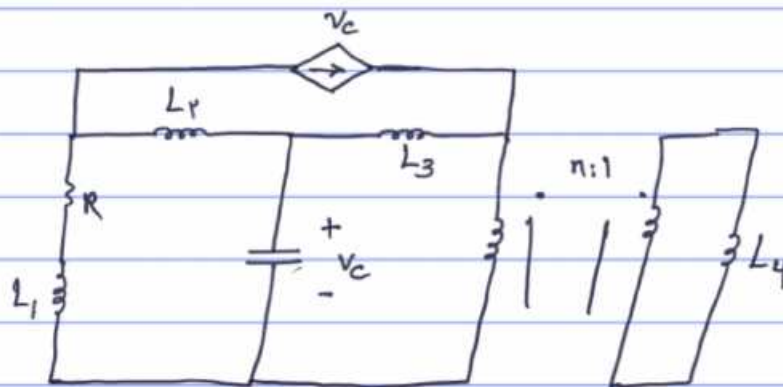
قبل از بسته شدن ولید: $\text{مرتبه} = 1 + 1 - (0) = 2$

بعد از بسته شدن ولید: $\text{مرتبه} = 1 + 1 - (1) = 1$
 حلقه خازنی



$\text{مرتبه} = 1 - (0) = 1$

آنها به جای سلف خازن بود مرتبه صفر می گاه.



منبع ولت‌جریان از جنبه تغییر حالت است و ۲ کانت تلفی ایجاد می‌کند.

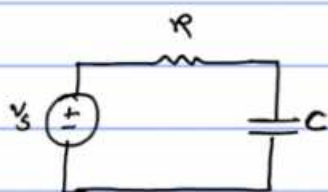
$$\text{مرتبه } 3 = (1+1) - 1+1+1+1 = 3$$

آنها به هم می‌زنند و منبع ولت‌جریان را به یک کانت تلفی می‌دهد.

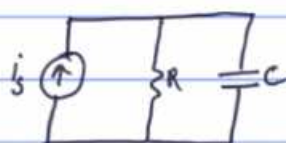
تحلیل مدارات مرتبه اول LTI

حافظه که قبلاً گفتیم مدار مرتبه اول مداری است که معادله دیفرانسیل آن از درجه 1 باشد.

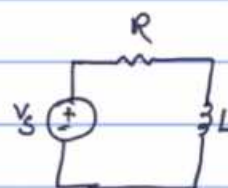
انواع مدارات مرتبه اول: (مدارات معرّف)



مدار RC سری



مدار RC موازی

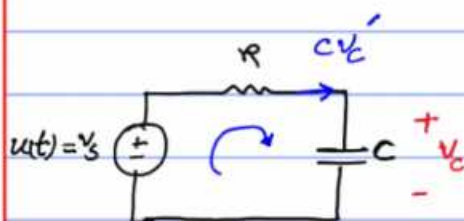


مدار RL سری



مدار RL موازی

محاسبه فرکانس های طبیعی و ثابت زمانی:



$$\text{KVL: } v_s = RCv'_c + v_c$$

$$\xrightarrow[t > 0]{\div RC} v'_c + \frac{1}{RC}v_c = \frac{1}{RC} \quad \xrightarrow{\text{معادله مشخصه}} s + \frac{1}{RC} = 0$$

$$\rightarrow \text{فرکانس طبیعی} = s = -\frac{1}{RC}$$

$$\beta = 0, k = \frac{v_s}{RC}$$

$$v_c(t) = A e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{\frac{1}{RC}}{0 + \frac{1}{RC}} = \underbrace{A e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{مختار}} + \underbrace{1}_{\text{مختار}}$$

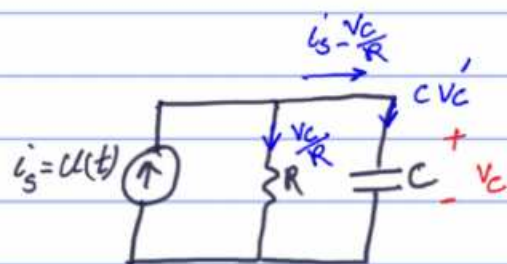
ضریب A با توجه به شرایط اولیه ولتاژ خازن بدست می آید.

$$i_c = cv'_c = C \left(-\frac{A}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + 0 \right) = -\frac{A}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

مشاهده می‌کنیم جریان خازن تدریجاً مانند یک
نوار و عبارت مدت طولانی صفر می‌گردد.

$$\tau = RC \text{ (s)}$$

ثابت زمانی مدار مرتبه اول معکوس و قدرینه فرکانس طبیعی است لذا



$$\Rightarrow : i_s - \frac{v_c}{R} = C v'_c \xrightarrow{t > 0} \quad v'_c + \frac{1}{RC} v_c = \frac{1}{C}$$

معادله تفاضلی
 $k = 1, \beta = 0$

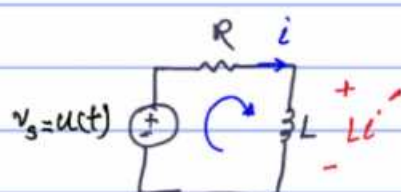
$$v_c(t) = A e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{1/C}{0 + \frac{1}{RC}} = A e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{R}{1}$$

مقیاس
خاصی

A با جایگذاری شرایط اولیه و لحاظ خازن می‌توانیم بیابیم.

جاب زمانی برای مدارات مرتبه اول معکوس و قدرتی فزاینده طبیعی است.

$$\tau = RC \text{ (s)}$$



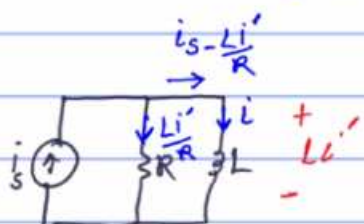
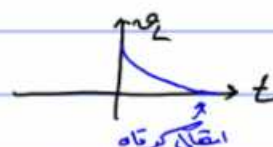
$$t > 0 \text{ KVL: } 1 = R i + L i' \rightarrow i' + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L}$$

$s = -\frac{R}{L}$
 $k = \frac{1}{L}, \beta = 0$

$$i(t) = A e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{1/L}{0 + \frac{R}{L}} = A e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{1}{R}$$

مقیاس
خاصی

$$v_L(t) = L i'_L(t) = (-A \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} + 0) \times L = -A R e^{-\frac{R}{L}t}$$



$$\Rightarrow i_s - \frac{L i'}{R} = i \xrightarrow{t > 0} i' + \frac{R}{L} i = \frac{R}{L}$$

$k = \frac{R}{L}, \beta = 0$

$$\text{معادله تفاضلی: } s + \frac{R}{L} = 0 \rightarrow s = -\frac{R}{L}$$

$$i(t) = A e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{R/L}{0 + \frac{R}{L}} = A e^{-\frac{R}{L}t} + 1 \rightarrow v_L(t) = L i' = -A R e^{-\frac{R}{L}t} + 0$$

نکات:

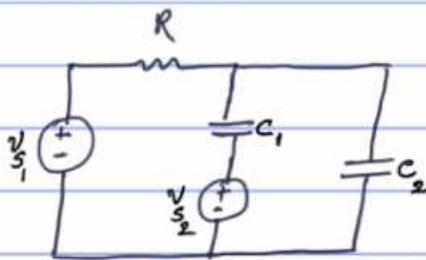
- ثابت زمانی مدار مرتبه اول RC برابر $\tau = RC$ و ثابت زمانی مدار مرتبه اول RL برابر $\tau = \frac{L}{R}$ است.
- برای محاسبه فرکانس طبیعی می توان منابع مستقل را خاموش کرد و در مدار حاصل با نوشتن معادله دیفرانسیل متغیر مورد نظر و حل معادله مشخصه آن فرکانس طبیعی را محاسبه کرد.

- اگر تمام فرکانس های طبیعی مدار صحت جیب محور ساز باشند مدار پایدار است.

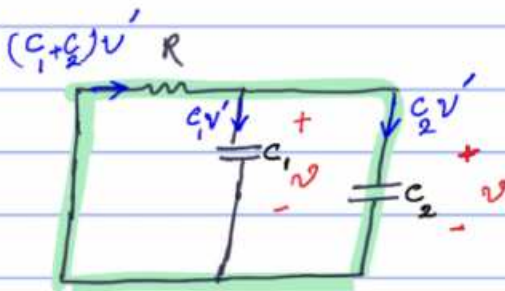
- شرط لازم برای آنکه یک مدار LTI مجابده، پایدار شود این است که مدار مقاومت منفی یا منابع وابسته ^{دالی} داشته باشد که محکوم مقاومت منفی داشته باشند.

توضیح: این محکوم نادر است نه کافی یعنی اگر مقاومت منفی یا منابع وابسته نداشته باشد حتماً پایدار است ولی عکس این قضیه برقرار نیست.

مثال: فرکانس های طبیعی مدار زیر را بدست آورید.



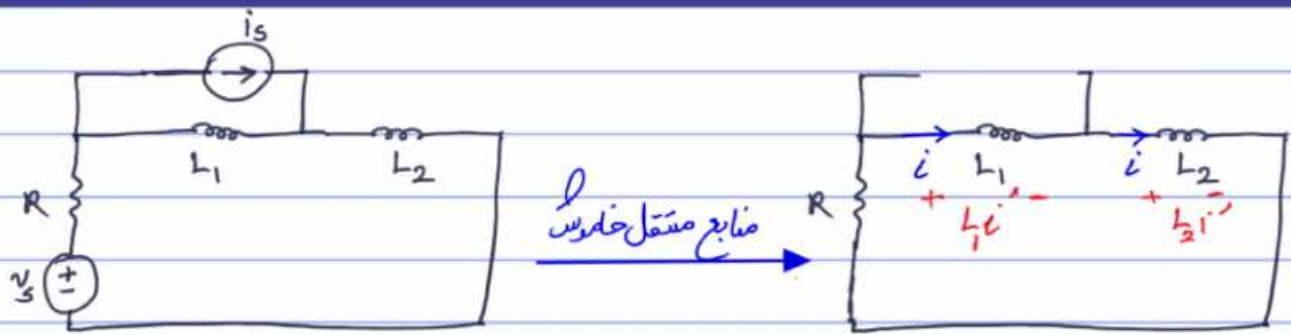
این مدار با ولتس ۲ خازن و یک حلقه خازنی مرتبه ۱ است.



$$KVL: R(C_1 + C_2)v' + v = 0$$

$$R(C_1 + C_2)s + 1 = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R(C_1 + C_2)}$$

$$\tau = R(C_1 + C_2)$$



$$kvl: iR + L_1 i' + L_2 i' = 0 \rightarrow (L_1 + L_2) i' + iR = 0$$

$$\text{معادله مسخیه: } (L_1 + L_2) s + R = 0 \rightarrow s = -\frac{R}{L_1 + L_2} \rightarrow \tau = \frac{L_1 + L_2}{R}$$

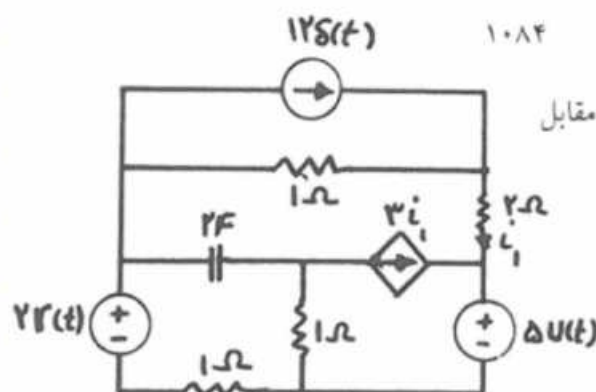
محاسبه ثابت زمانی مدارات مرتبه اول با یک المان ذخیره کننده

برای محاسبه ثابت زمانی مدارات مرتبه اول باید المان ذخیره کننده انرژی می توانست لازم المان سلف یا خازن مقاومت

معادل را می سب کرده و در روابط زیر قرار دهیم!

$$RC \text{ مدار: } \tau = R_{eq} \times C$$

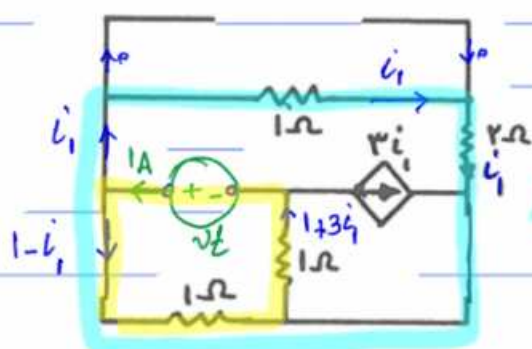
$$RL \text{ مدار: } \tau = \frac{L}{R_{eq}}$$



(بقیه ۷۹) ثابت زمانی مدار شکل مقابل چند ثانیه است؟

جواب :

- ۱/۵ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳/۵ (۳)
- ۵ (۴)



۱) $kvL: v_L = (1 - i_1) + (1 + 3i_1)$

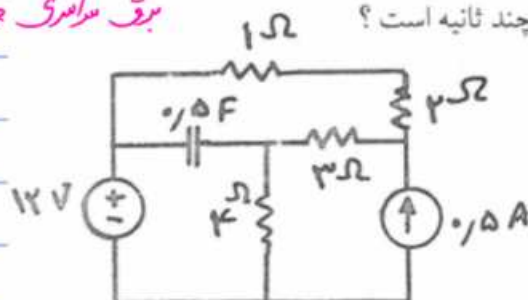
۲) $kvL: i_1 + 2i_1 - (1 - i_1) = 0 \rightarrow i_1 = \frac{1}{4} A$

۱,۲: $v_L = \frac{5}{2} = R_{eq}$

۱,۳: $\tau = R_{eq} \cdot C = \frac{5}{2} \times 2F = 5(s)$ مدار خازنی است.

بقیه سواری ۸۰

(تقدیم) : ثابت زمانی T مدار شکل زیر چند ثانیه است ؟

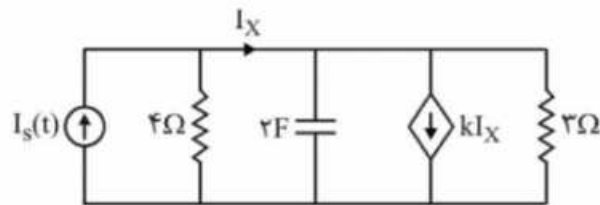


- ۱/۲ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲/۴ (۳)
- ۵ (۴)

جواب : ۱.۲ ثانیه

در مدار شکل مقابل مقدار k چقدر باشد تا ثابت زمانی مدار ۸ ثانیه شود؟

(معماری کامپیوتر - سراسری ۸۸)



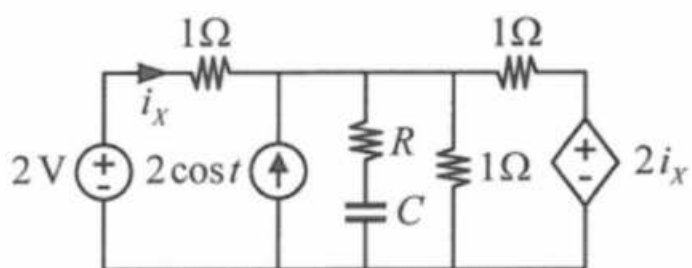
$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

برق سراسری ۸۹ - در مدار شکل مقابل مقاومت مثبت R را چنان بیابید که اگر به جای خازن C ، سلف $L = C$ قرار دهیم ثابت زمانی مدار تغییر نکند.



(۲) $0,6 \Omega$

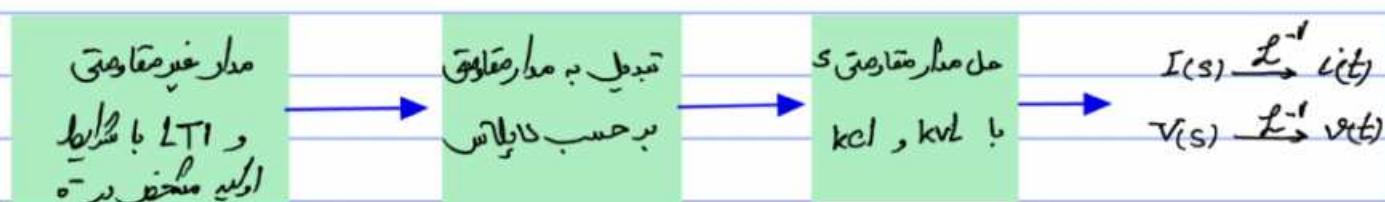
(۱) $0,8 \Omega$

(۴) $1,5 \Omega$

(۳) $1,2 \Omega$

ابزار تبدیل لاپلاس برای مدارات خطی تغییرناپذیر یا LTI

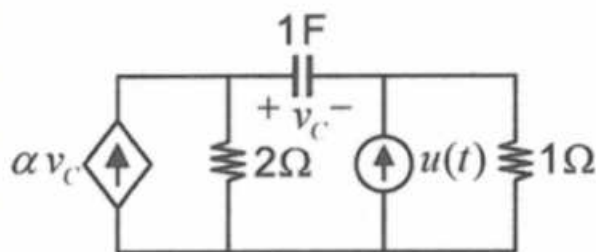
اولین قدم برای حل مدار با تبدیل لاپلاس این است که مدار غیرمقاومتی را با معادله سازی معی زیر به مدار مقاومتی به حسب متغیر لاپلاس s تبدیل می کنیم. و مدار مقاومتی به حسب لاپلاس حل کرده و در نهایت متغیر حاصله به حسب s را با لاپلاس معکوس به حوزه زمان بدی گردانیم.



تولید کسری جزئی و تبدیلات لاپلاس را از جزیره کنترل اینجاب مطالعه کنید.

المان مدار LTI	معادل توفن المان در حوزه لاپلاس	معادل نورتن المان در حوزه لاپلاس
 با شرایط اولیه $v_C(0^-)$	 شرایط اولیه با منبع ولتاژ مدل می شود.	 $C V_C(0^-)$
 با شرایط اولیه $i_L(0^-)$	 $L I_L(0^-)$	 $\frac{I_L(0^-)}{s}$

(بیشتر سؤالات)



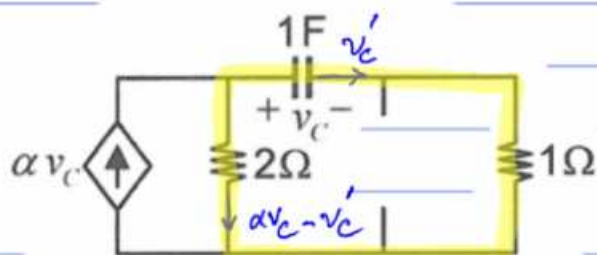
در مدار شکل مقابل ولتاژ اولیه خازن V_0 می باشد. کدامیک از پاسخ های زیر صحیح است؟

جواب:

- (۱) به ازای $\alpha = \frac{1}{8}$ مدار ناپایدار است. (۲) به ازای $\alpha = \frac{1}{4}$ مدار ناپایدار است. (۳) به ازای $\alpha = 1$ مدار ناپایدار است. (۴) به ازای تمامی مقادیر α مدار پایدار است.

مدار مدته اول ← فقط یک فرکانس طبیعی

بایستی بررسی پایداری باید فرکانس طبیعی مدار را می بینیم.



روش اول: حوزه زمان

بایستی راجعتی می باشد فرکانس طبیعی می توان منبع مستقل را خاموش کرد.

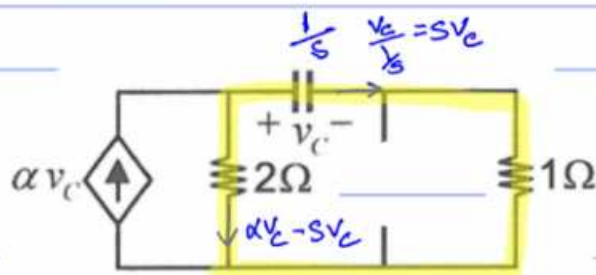
$$\text{KVL: } v_c + v_c' - 2(\alpha v_c - v_c') = 0$$

$$3v_c' + (1 - 2\alpha)v_c = 0 \rightarrow 3s + (1 - 2\alpha) = 0$$

$$s = \frac{2\alpha - 1}{3} \text{ فرکانس طبیعی}$$

بایستی پایداری مدار باید تمام فرکانس های طبیعی سمت چپ محور سبز باشند

$$s = \frac{2\alpha - 1}{3} < 0 \rightarrow \alpha < \frac{1}{2}$$



روش دوم: تبدیل لابلاس

$$\text{KVL: } v_c + s v_c - 2(\alpha v_c - s v_c) = 0$$

$$(3s - 2\alpha + 1) v_c = 0$$

$$s = \frac{2\alpha - 1}{3} < 0 \rightarrow \alpha < \frac{1}{2}$$

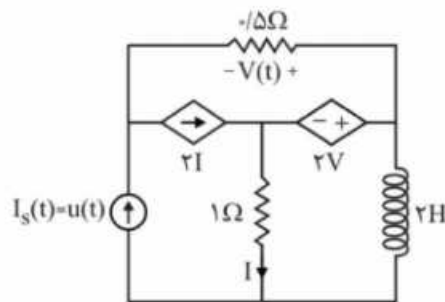
فرم ۳ جواب

پاسخ پله و پاسخ به ورودی پله

اگر در مدار پاسخ پله را خواست شرایط اولیه $t=0$ را صفر لحاظ نمی کنید ولی اگر پاسخ به ورودی پله را خواست باید با توجه به شرایط مدار، شرایط اولیه را می گویید.

(مهندس کامپیوتر - سراسری ۷۸)

در مدار شکل مقابل پاسخ پله خروجی $v(t)$ کدام است؟

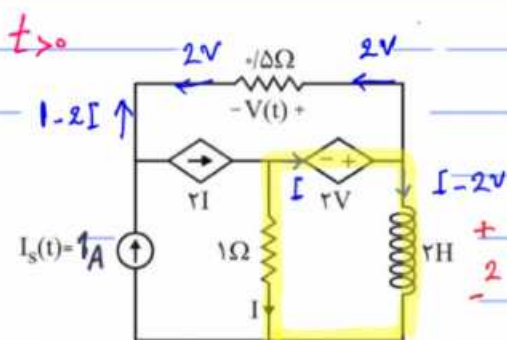


$$(1) \frac{1}{3}(4e^{-1/5t} - 1)u(t)$$

$$(2) \frac{1}{2}(1 + 2e^{-1/5t})u(t)$$

$$(3) \frac{1}{6}(1 - 4e^{-1/5t})u(t)$$

$$(4) \frac{1}{6}(4e^{-1/5t} - 1)u(t)$$



پاسخ پله به شرایط اولیه را صفر در نظر می گیریم.

حوزه زمانی

$$1 - 2I = -2V \rightarrow I = \frac{1 + 2V}{2} \quad (1)$$

$$KVL: -2V + 2I' - 4V' - I = 0 \quad (2)$$

معادله ۲ را بر حسب ۱ با کمک معادله ۱ می نویسیم

$$I_2: -2V + 2\left(\frac{0 + 2V'}{2}\right) - 4V' - \left(\frac{1 + 2V}{2}\right) = 0$$

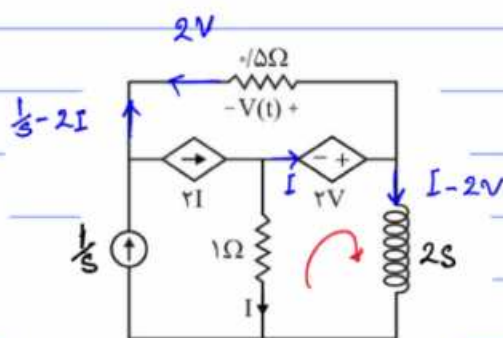
$$-2V' - 3V - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow V' + \frac{3}{2}V = -\frac{1}{4} \quad \begin{matrix} \beta = 0 \\ k = -\frac{1}{4} \end{matrix}$$

$$\text{معادله مشخصه: } s + \frac{3}{2} = 0 \rightarrow s = -\frac{3}{2}$$

$$v(t) = A e^{-\frac{3}{2}t} + \frac{-\frac{1}{4}}{s + \frac{3}{2}} = A e^{-\frac{3}{2}t} + \frac{1}{6}$$

پاسخ ماندگار

فقط گزینه ۴ جواب است.



Laplace :

کارت اولیه صفر است .

$$\frac{1}{5} - 2I = -2V \quad (1)$$

$$-I - 2V + 2S(I - 2V) = 0 \quad (2)$$

میلر مقاومتی به حسب S لاپلاس

$$(1): \quad I = \frac{1}{2S} + V \xrightarrow{(2)} (2S-1)\left(\frac{1}{2S} + V\right) - 2V - 4SV = 0$$

$$V = \frac{\frac{1}{2S} - 1}{-2S - 3} \rightarrow V = \frac{-\frac{1}{4}}{S(S + \frac{3}{2})} + \frac{\frac{1}{2}}{S + \frac{3}{2}}$$

کسر کلی کسر جزئی

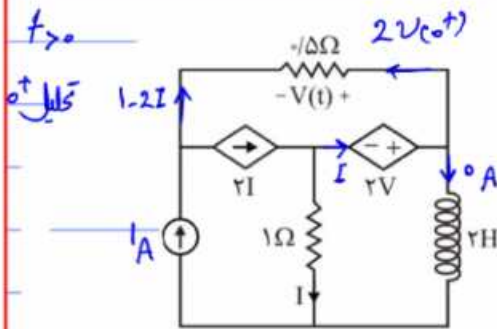
تفکیک کسر جزئی :

$$V(s) = \frac{-\frac{1}{6}}{s} + \frac{\frac{1}{6}}{s + \frac{3}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{s + \frac{3}{2}} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v(t) = \left(-\frac{1}{6} + \frac{4}{6}e^{\frac{3}{2}t}\right)u(t)$$

نکته: در مدارات LTI ای که شرایط اولیه صفر است روش لاپلاس می تواند راحت تر باشد ولی

اگر شرایط اولیه صفر نباشد معادلات لاپلاس پیچیده نمی شوند و معکوس کردن از آن منتهی نخواهد بود.

تمرین: در سمت قبل با فرض اینکه شرایط اولیه صفاست $v(t)$ را می بیند.



$$v(t) = ? \quad i_L(t=0) = 0 \rightarrow i_L(t=0^+) = 0$$

$$1 - 2I(t) = -2v(t) \quad (1)$$

$$2v(t) = I(t) \quad (2)$$

$$\text{و از: } 1 - 4v(t) = -2v(t) \rightarrow v(t) = \frac{1}{2} \quad (3)$$

حذیب A را پاسخ $v(t)$ را بدست آوریم:

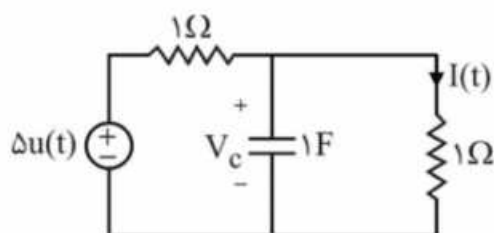
$$v(t) = A e^{-\frac{3}{2}t} + \frac{-\frac{1}{4}}{0 + \frac{3}{2}} = A e^{-\frac{3}{2}t} - \frac{1}{6}$$

اصح مانند مآر

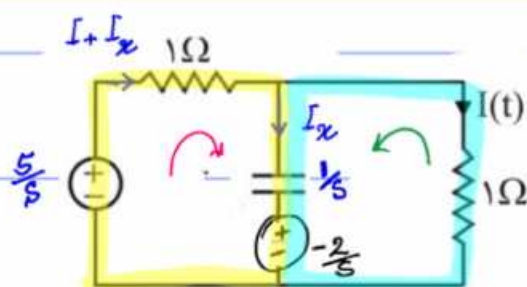
$$v(0^+) = \frac{1}{2} \rightarrow A - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow A = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

پاسخ $I(t)$ را در مدار مقابل به دست آورید. $(V_C(0^-) = -2V)$

(مهندسی کامپیوتر - سراسری ۸۷)



$$\begin{aligned} \frac{5}{2} - \frac{9}{2}e^{-2t} & \quad (2) & \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}} & \quad (1) \\ \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t} & \quad (4) & \frac{5}{2} - \frac{9}{2}e^{-\frac{t}{2}} & \quad (3) \end{aligned}$$



Laplace

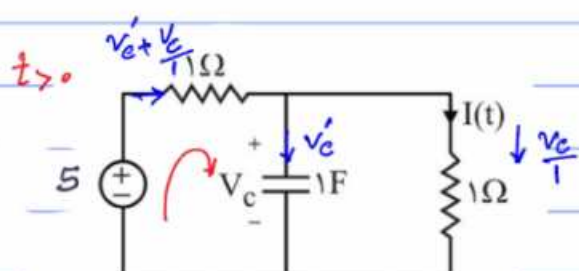
$$\text{KVL: } \frac{5}{s} = I + I_x + \frac{1}{s}(I_x) - \frac{2}{s} \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -I + \frac{1}{s}I_x - \frac{2}{s} = 0 \rightarrow I_x = 2 + sI \quad (2)$$

$$\text{in (1): } \frac{5}{s} = I + (1 + \frac{1}{s})(2 + sI) - \frac{2}{s}$$

$$I = \frac{\frac{5}{s} - 2}{s + 2} = \frac{5}{s(s+2)} - \frac{2}{s+2} = \frac{\frac{5}{2}}{s} + \frac{-\frac{5}{2}}{s+2} - \frac{2}{s+2}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} i(t) = \frac{5}{2} - \frac{5}{2}e^{-2t} - 2e^{-2t} = \left(\frac{5}{2} - \frac{9}{2}e^{-2t}\right) u(t)$$



: Time

$$5 = v_c' + v_c + v_c$$

$$v_c' + 2v_c = 5 \rightarrow s+2=0 \rightarrow s=-2$$

$$v_c(t) = Ae^{-2t} + \frac{5}{0+2} = Ae^{-2t} + \frac{5}{2}$$

$$\text{اعمال شرط اولیه } v_c(0^+) = v_c(0^-) = -2 \rightarrow A + \frac{5}{2} = -2 \rightarrow A = -\frac{9}{2}$$

$$i(t) = v_c(t) = \frac{5}{2} - \frac{9}{2}e^{-2t}$$

مانند نمونه قبلاً گفتیم حوزه زمان خیلی راحت تر و سریع تر است.

حل مدارات مرتبه اول یک امکان ذخیره کننده - فکانش طبیعی صفتی - ورودی ثابت بدون نوشتن معادله دیفرانسیل

رابطه طلایی

بلو هر مدار مرتبه اول با فکانش طبیعی صفتی و ورودی های ثابت و یک امکان ذخیره کننده انرژی می توان هر متغیر آن مدار را به صورت $y(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$ در نظر گرفت.

$$y(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

بداننی بداند

$$y(0^+) = A + B$$

$$y(\infty) = B$$

$$y(t) = (y(0^+) - y(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} + y(\infty)$$

حالت زمانی مدار مرتبه اول

نکته: در این حالت خاص یا مع حالت دائمی معنی خصوصی است و پاسخ گذرا همان است.

$$y(t) = (y(0^+) - y(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} + y(\infty)$$

خصوصی و دائمی

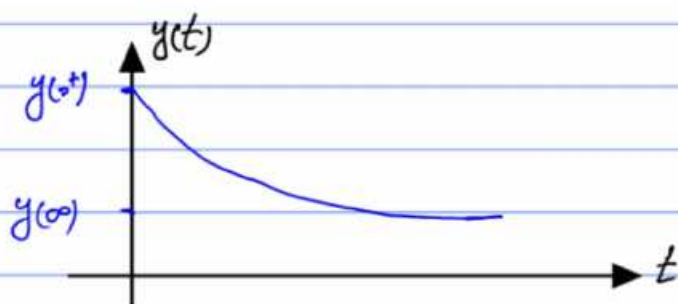
پاسخ ورودی صفر : $y(\infty) = 0 \rightarrow y(t) = y(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

پاسخ حالت صفر : $y(0^+) = 0 \rightarrow y(t) = y(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} + y(\infty)$

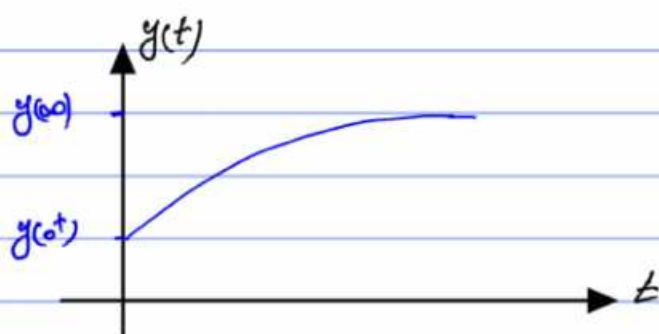
نکته: اگر لحظه گذرانی یا اعمال منبع مستقل در لحظه ای معاند $t_1 \neq 0$ باشد کافی است در رابطه بالا t را به $t - t_1$ تغییر دهیم.

$$y(t) = (y(0^+) - y(\infty))e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}} + y(\infty)$$

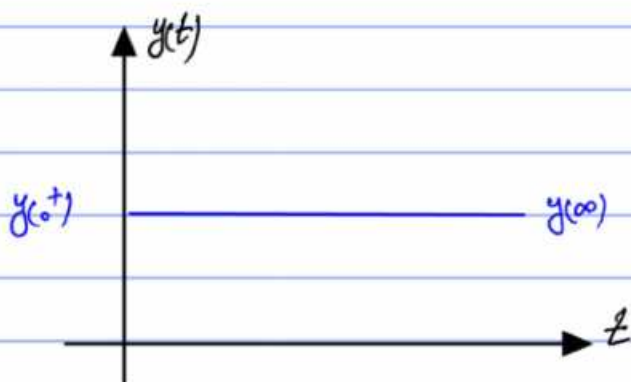
اگر $y(t^+) > y(\infty)$ باشد یعنی انرژی ذخیره شده در محل کاهش است و مدار **دشارژ** نام دارد.



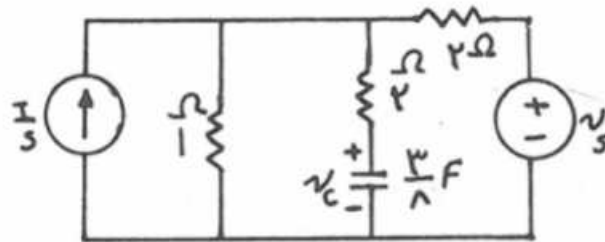
اگر $y(t^+) < y(\infty)$ یعنی انرژی متغیر در محل افزایش است و مدار **شارژ** نام دارد.



اگر $y(t^+) = y(\infty)$ در این حالت مدار پاسخ نداشت و شارژ یا دشارژ نمی شود.



(بقی ۸۴) در مدار شکل زیر اگر ولتاژ اولیه خازن چهار ولت ($v_C(0^-) = 4$) باشد به ازای چه رابطه‌ای بین منابع ثابت v_s و i_s ، خازن در $t > 0$ هرگز شارژ و دشارژ نمی‌شود؟



جواب:

$$v_s = -2i_s \quad (1)$$

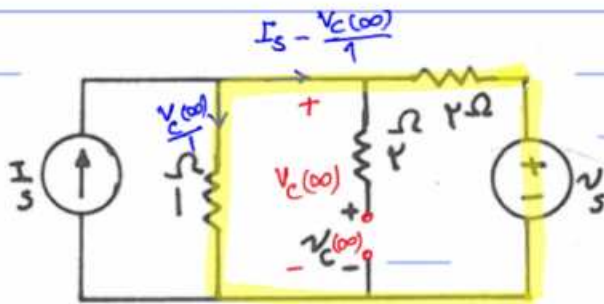
$$v_s + 2i_s > 4 \quad (2)$$

$$v_s + 2i_s > 12 \quad (3)$$

$$v_s + 2i_s = 12 \quad (4)$$

مدار بدون پیرش $v_C(0^+) = v_C(0^-)$

بسیار نکته دارد یا دشارژ نشود باید $v_C(0^+) = v_C(\infty) = 4$



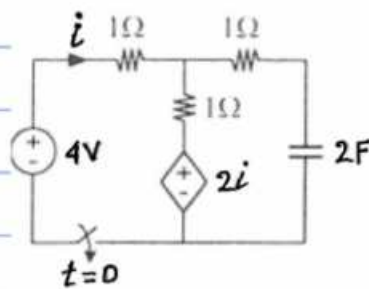
$$-v_C(\infty) + 2(I_s - v_C(\infty)) + v_s = 0 \quad (1)$$

$$v_C(\infty) = 4 \quad (2)$$

$$2: \quad -4 + 2I_s - 8 + v_s = 0 \rightarrow v_s + 2I_s = 12$$

گزینه ۴ جواب است.

بقی برادر (۸۷) در مدار شکل مقابل کلید در $t=0$ بسته می شود، $i(t)$ کدام است؟



(۱) $i(t) = 1 + 0.7e^{-\frac{4}{3}t}$

(۲) $i(t) = 0.7 + e^{-\frac{4}{3}t}$

(۳) $i(t) = 1 + 0.7e^{-\frac{4}{3}t}$

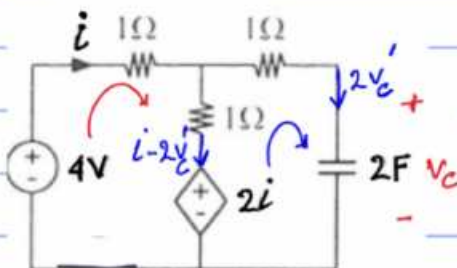
(۴) $i(t) = 0.7 + e^{-\frac{4}{3}t}$

۱. ✓ حوزه زمان این روش همیشه جواب صواب است

۲. ✓ حوزه دایلاسر قبل از صفر منبع متقل نداری به رابطه اولیه صفر

۳. ✗ رابطه طلایی به وقتی استفاده کنید که منبع وابسته دارم باید وقتی این روش استفاده کنید که مقاومت معادل از دید خازن و سلف بدون وابسته بسته بگیرد.

$t > 0$



$t=0$ منبع متقل نداریم (از مدار جداست) $v_c(0^-) = 0 = v_c(0^+)$

چون تغییر حالت نیست $i(0^-) = 0 \neq i(0^+)$

① $4 = i + i - 2v'_c + 2i \rightarrow 4i - 2v'_c = 4$

② $-2i - (i - 2v'_c) + 2v'_c + v_c = 0 \rightarrow 4v'_c - 3i + v_c = 0$

$t=0^+ \rightarrow$ ①: $v'_c(0^+) = 2i(0^+) - 2$ ② $\rightarrow 4(2i(0^+) - 2) - 3i(0^+) + 0 = 0$

$i(0^+) = \frac{8}{5} \text{ (A)}$

رابطه اولیه جریان i

معادله (۲) بر حسب مقنیه v_c و v'_c است پس بتونه راحت کنیم معادله v_c و v'_c حاصل کرد.

$t > 0$ (۲): $4v'_c - 3(1 + \frac{1}{2}v'_c) + v_c = 0 \rightarrow \frac{5}{2}v'_c + v_c = 3 \rightarrow s = -\frac{2}{5}$

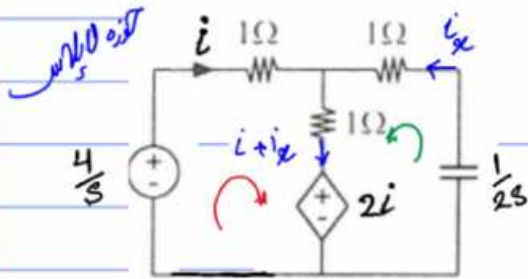
$v_c(t) = A e^{-\frac{2}{5}t} + \frac{3}{0+1} = A e^{-\frac{2}{5}t} + 3$

$v_c(0^+) = 0 \rightarrow A + 3 = 0 \rightarrow A = -3$

$v_c(t) = -3e^{-\frac{2}{5}t} + 3$

$$4i - 2v_c' = 4 \quad \textcircled{1} \rightarrow 4i - 2\left(\frac{6}{5}e^{-\frac{2}{5}t}\right) = 4$$

$$\div 4: i = \frac{3}{5}e^{-\frac{2}{5}t} + 4 \quad \text{فرضیه اجاب است.}$$



Laplace: شرایط اولیه مقدارم نیازی نیست ضعیف و لناتر $\frac{V_c(0)}{S}$ اضافه کنیم

$$\frac{4}{3} = i + i + ix + 2i \rightarrow \frac{4}{3} = 4i + ix \quad \textcircled{1}$$

$$\left(\frac{1}{2S} + 1\right)ix + i + ix + 2i = 0 \rightarrow 3i + \left(\frac{1}{2S} + 2\right)ix = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$(1): 3i + \left(\frac{1}{2S} + 2\right)\left(\frac{4}{3} - 4i\right) = 0$$

$$i = \frac{-\frac{2}{3}i - \frac{8}{3}}{3 - \frac{2}{S} - 8} = \frac{8S + 2}{-5S^2 - 2S} = \frac{8S + 2}{S(5S + 2)}$$

روش بقی: فکانه می: $s=0 \leftarrow$ نرم ثابت
 $s=-\frac{2}{5} \leftarrow$ نمی $e^{-\frac{2}{5}t}$
 فرضیه ایا ۴ جواب است.

بقیه مقدار نمی: $i(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s i(s) = \frac{8 \times 0 + 2}{5 \times 0 + 2} = 1$
 به شکل گانه فکانه می طبعی $i(s)$ منق بارند.

فقط فرضیه ای تواند پاسخ صحیح بارند.

بقیه مقدار اولی: $i(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s i(s) = \frac{8}{5} = 1.6$
 $t \rightarrow 0^+$ $s \rightarrow \infty$

$$y(t) = (y(0^+) - y(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} + y(\infty)$$

دو سر هم رابطه طلایی :

اولین قدم محاسبه $y(0^+)$:

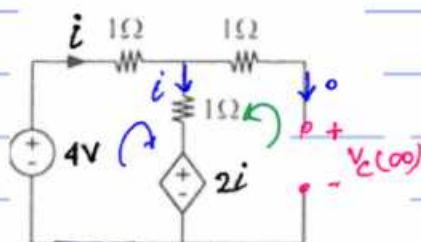
$$\textcircled{1} \quad 4 = i + i - 2v'_c + 2i \rightarrow 4i - 2v'_c = 4$$

$$\textcircled{2} \quad -2i - (i - 2v'_c) + 2v'_c + v_c = 0 \rightarrow 4v'_c - 3i + v_c = 0$$

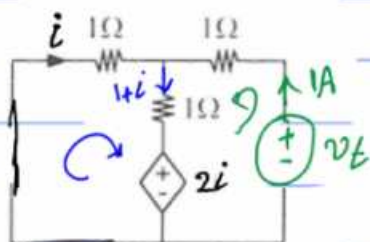
$$t=0^+ \text{ در } \textcircled{1} : \quad v'_c(0^+) = 2i(0^+) - 2 \xrightarrow{\textcircled{2}} 4(2i(0^+) - 2) - 3i(0^+) + 0 = 0$$

$$i(0^+) = \frac{8}{5} \text{ (A)}$$

شرایط اولیه همبندی i



$$\textcircled{2} \quad 4 = i + i + 2i \rightarrow i(\infty) = 1 \text{ (A)}$$

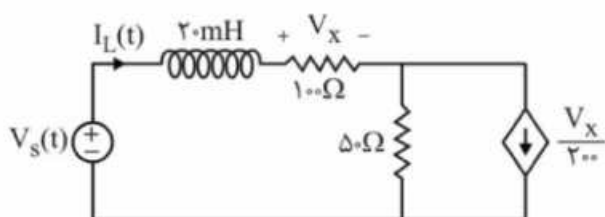


$$\textcircled{2} : i + 1 + i + 2i = 0 \rightarrow i = -\frac{1}{4}$$

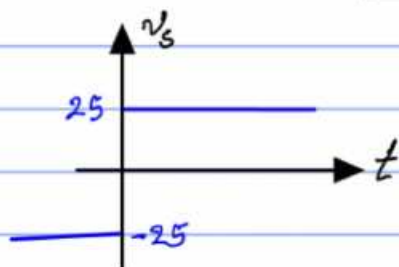
$$v_t = 1 + 1 + i + 2i = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \rightarrow \tau = RC = \frac{5}{4} \times 2 = \frac{5}{2}$$

$$i(t) = \left(\frac{8}{5} - 1\right)e^{-\frac{t}{\frac{5}{2}}} + 1 = 0.6e^{-\frac{2}{5}t} + 1 \quad t \geq 0$$

در مدار شکل مقابل $V_S(t)$ به صورت $V_S(t) = -25u(-t) + 25u(t)$ است. $I_L(t)$ برای $t > 0$ کدام است؟
(مهندس کامپیوتر «گرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۶)

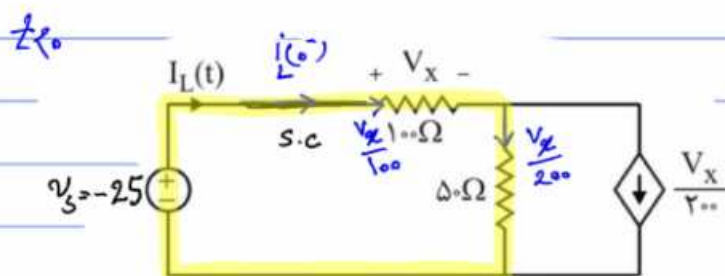


- (۱) $-0/2 + 0/4e^{-6250t}$
(۲) $-0/2 + 0/4e^{-625t}$
(۳) $0/2 - 0/4e^{-6250t}$
(۴) $0/2 - 0/4e^{-625t}$



Time ✓

Laplace : زیرا تعریف کردیم شرایط اولیه داریم
طلایی : منبع وابسته داریم طولانی می‌گردد.



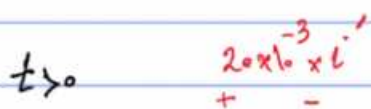
شرایط اولیه

$$\Rightarrow i_L(0^-) = \frac{V_X}{100} \quad (1)$$

$$kvl: 25 = V_X + 50 \cdot \frac{V_X}{200} \quad (2)$$

$$\text{باز: } -25 = 100 i_L(0^-) + \frac{1}{4} \times 100 i_L(0^-) \rightarrow i_L(0^-) = \frac{-25}{100 + 25} = -\frac{1}{5} \text{ (A)}$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = -\frac{1}{5}$$



با جایگذاری $t=0$ در فرم‌ها، فرم‌ها را رد می‌کند.

$$\Rightarrow i = \frac{V_X}{100} \quad (1)$$

$$\Rightarrow 25 = 20 \times 10^{-3} i' + V_X + 50 \cdot \frac{V_X}{100} \quad (2)$$

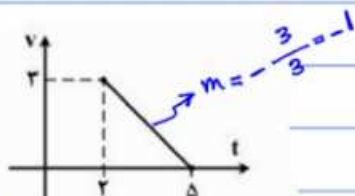
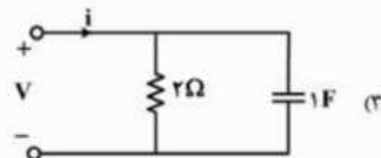
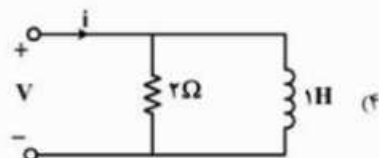
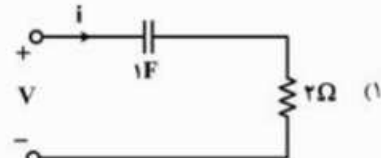
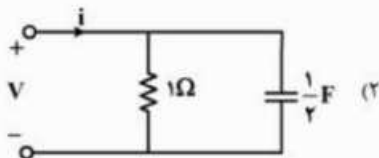
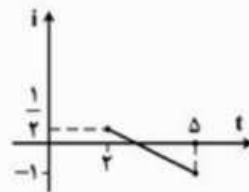
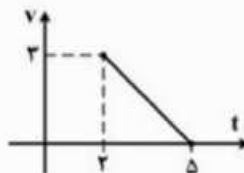
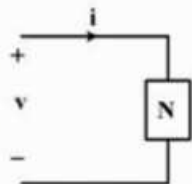
$$\text{باز: } 25 = 20 \times 10^{-3} i' + 100 i + \frac{100}{4} i$$

$$0.02s + 125 = 0 \rightarrow s = \frac{125}{0.02} = \frac{62.5}{100} = 6250$$

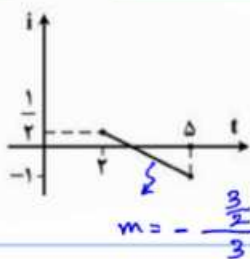
فرم پاسخ باید به فرم e^{-6250t} که بین فرم ۳ و ۴ فرم ۳ فقط این شرایط دارد می‌باشد.
پس $i = A e^{-6250t} + \frac{25}{125} = A e^{-6250t} + \frac{1}{5}$ اصل کار
 $-\frac{1}{5} = A + \frac{1}{5} \rightarrow A = -\frac{6}{5}$ پاسخ کامل

(دکتری ۹۵)

به ازای مشخصه های زمانی τ و Δ اتصال کدام دو المان معادل N است؟



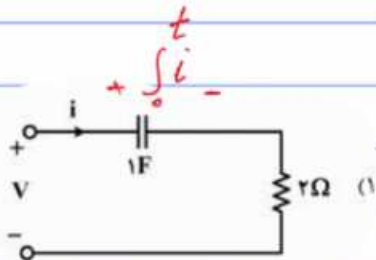
$$v = -t + 5 \quad (1)$$



$$i = -\frac{1}{2}t + \frac{3}{2} \quad (2)$$

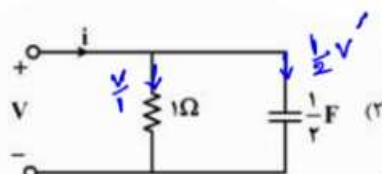
حل باید کمیندو را انتخاب کنیم

رایج در آن مدار این معادلات را استفاده تا مدار معادل انتخاب شده



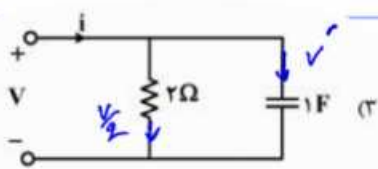
$$v = \int i + 2i \xrightarrow{\text{مشتق}} v' = i + 2i'$$

$$(-t+5)' = (-\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}) + 2(-\frac{1}{2}t+\frac{3}{2})' \quad \times$$



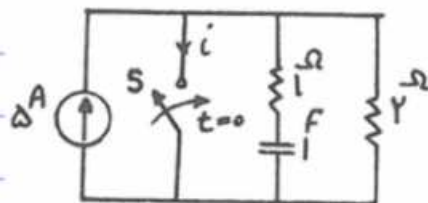
$$i = v + \frac{1}{2}v' \quad \times$$

$$(-\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}) = -t+5 + \frac{1}{2}(-t+5)' \quad \times$$



$$i = \frac{v}{2} + v'$$

$$(-\frac{1}{2}t+\frac{3}{2}) = \frac{1}{2}(-t+5) + (-t+5)' \rightarrow -\frac{1}{2}t+\frac{3}{2} = \frac{1}{2}t+\frac{3}{2} \quad \checkmark$$



(موق ۱۰) کلید S در مدار مقابل بعد از مدتی طولانی در $t=0$ بسته می شود. جریان گذرنده از این کلید در $t=1$ s چقدر است؟

(۲) $5(1 + e^{-1})$
(۴) $5(1 + 2e^{-1})$

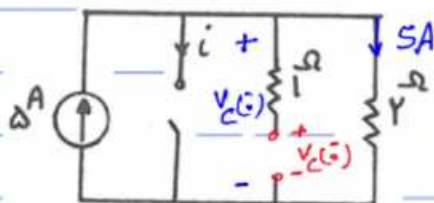
(۱) $5(1 - e^{-1})$
(۳) $5(1 - 2e^{-1})$

مقاومت یک منبع در نقطه خاص خواست: تابع منبع را به حساب بزنید و زمان مورد نظر را در منبع بزنید

$t=0^-$

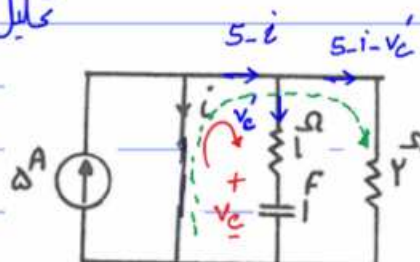
دقیق و در شرایط: Time

حاسبه می کند از $t=0^-$:



بدون برداشتن $v_c(0^-) = 2 \times 5 = 10$ ولت $\rightarrow v_c(0^+) = 10$

تحلیل $t > 0$



(۱) $v_c' + v_c = 0 \xrightarrow{t=0^+} v_c'(0^+) = -10$

(۲) $0 + 2(5 - i - v_c') = 0$

$10 - 2i(0^+) - 2(-10) = 0 \rightarrow i(0^+) = 15$

ابتدا معادله داریم که فقط از حقیقی v_c است حل می کنیم و $v_c(t)$ حاصل داریم و حاداری می کنیم

$v_c' + v_c = 0 \rightarrow s + 1 = 0 \rightarrow s = -1 \rightarrow v_c(t) = Ae^{-t} + 0$

با استفاده از $10 = A$

$v_c(t) = 10e^{-t} \xrightarrow{2 \text{ اهم}} 10 - 2i - 2(10e^{-t})' = 0$

$i(t) = 5 + 10e^{-t} \quad t > 0$

در $t=1$ s خواسته شد

$i(t) = 5 + 10e^{-1}$
 $t=1$

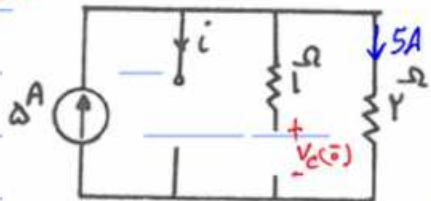
نصفه ۴

روش دوم : Laplace : مزیت دایلاپلاس این است که در این سوال مطلوب مسئله نه جریان انتقالی نوشته

دیده است و برای تحلیل حوزه زمان مجبور بودیم علاوه بر $v_c(t)$ ، جریان متغیر غیر حالت $i(t)$ را هم

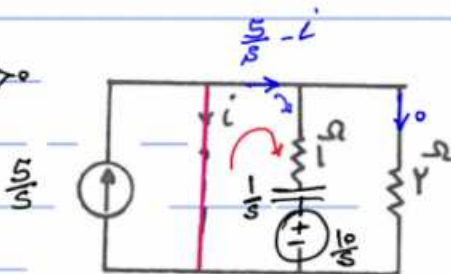
محاسبه کنیم ولی با دایلاپلاس محاسبه $v_c(t)$ کفایت می کند و نیازی به محاسبه $v_c(t)$ و $i(t)$ نیست

$t=0^-$



$$v_c(0^-) = 2 \times 5 = 10 \text{ ولت}$$

$t > 0$



$$(1) \quad \left(\frac{5}{s} - i\right)\left(1 + \frac{1}{s}\right) + \frac{10}{s} = 0$$

$$i = \frac{\frac{10}{s} + \frac{5}{s} + \frac{5}{s^2}}{\frac{1}{s} + 1} = \frac{15s + 5}{s^2 + s} = \frac{15s + 5}{s(s+1)}$$

تفکیک کسر جزئی

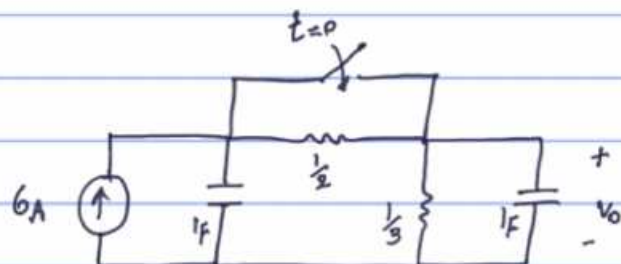
$$i = \frac{5}{s} + \frac{10}{s+1} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} i(t) = 5 + 10e^{-t} \quad t > 0$$

$$i(1) = 5 + 10e^{-1}$$

تصدیق : با کمک رابطه طلایی سوال را حل کنید.

اینبار دقیقاً در مدار شکل زیر برای مدت طولانی باز کرده و در $t=0$ بسته می‌گردد. ولتاژ خروجی $v_o(t)$ را

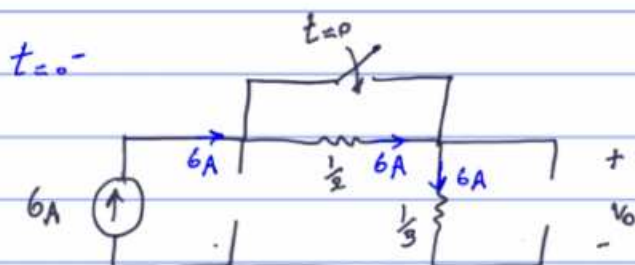
برای مدت کلام فزینداست؟



$$\begin{aligned} 1 & \quad 2 - 1.5e^{-1.5t} \\ 2 & \quad 2 + 1.5e^{-1.5t} \\ 3 & \quad 3 - 1.5e^{-1.5t} \\ 4 & \quad 3 + 1.5e^{-1.5t} \end{aligned}$$

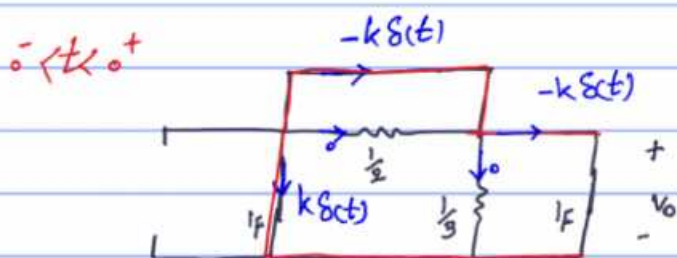
ماه اول، چون معادله v_o را در فزیندا داده و در $t=0$ و $t=\infty$ باید بدو متفاوت می‌گردد کافی است ولتاژ را برای

لب لحظات خاص می‌گیریم



$$\begin{aligned} v_o &= v_{C_2}(0^-) = 6 \times \frac{1}{3} = 2 \text{ ولت} \\ v_{C_1}(0^-) &= 6 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = 5 \end{aligned}$$

نکته در لحظه $t=0$ کلید بسته می‌گردد و شکل یک حلقه خازنی می‌دهد که $v_{C_1}(0^+) \neq v_{C_2}(0^-)$



$$\begin{aligned} \text{در } t=0^+ : \quad i_{C_1}(t) &= -k \delta(t) \\ i_{C_2}(t) &= k \delta(t) \end{aligned}$$

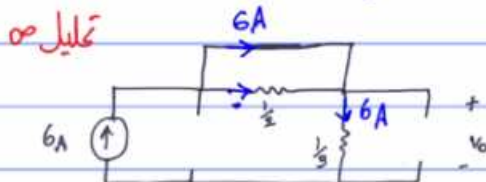
$$v_{C_1}(0^+) = v_{C_1}(0^-) + \frac{k}{1} = 5 + k$$

$$v_{C_2}(0^+) = v_{C_2}(0^-) - \frac{k}{1} = 2 - k$$

تحلیل $t=0^+$ → خازن‌ها با هم موازی می‌شوند → $v_{C_1}(0^+) = v_{C_2}(0^+) \rightarrow 5 + k = 2 - k$

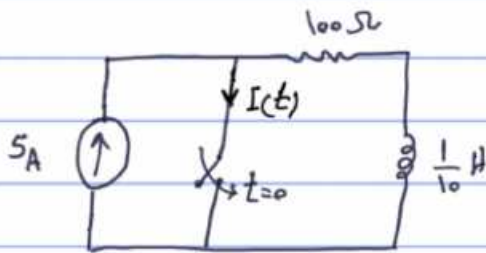
$$\rightarrow k = -\frac{3}{2}$$

→ $v_o(0^+) = v_{C_2}(0^+) = 2 - \left(-\frac{3}{2}\right) = 3.5$ فزیندا و ردی گوند



فقط فزیندا جواب → $v_o(\infty) = 6 \times \frac{1}{3} = 2$ ولت صحیح است.

انباردقیق (۱۹) در مدار شکل مقابل برای $t > 0$ در لحظه $t=0$ سبته می شود. جریان $I(t)$ بر حسب آمپر برای $t > 0$



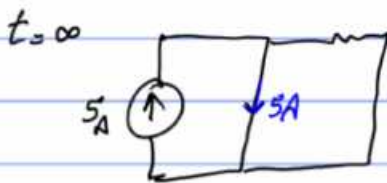
کدام است؟

- ۱) ωe^{-1000t}
۲) ωe^{-1000t}
۳) $\omega(1 - e^{-1000t})$
۴) $\omega(1 + e^{-1000t})$

استدلال: می گویند که با انتقال کوتاه شدن جریانی از شاخه سمت راست عبور می کند و $I(t) = 5A$ غلط است. سلف قبل از بسته شدن مدار شارژ نشده بود و در آنستیم بگوئیم $I(t) = 5A$ است.

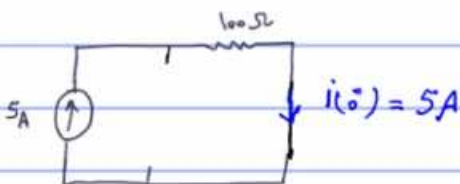
سلف شارژ $t < 0$

توجه: سلف شارژ شده + منبع جریان جریانشان را وارو انتقال کوتاه می کنند و انتقال کوتاه اجازه شارژ سلف را نمی دهد و باید که سلف کاملاً خالی می شود.

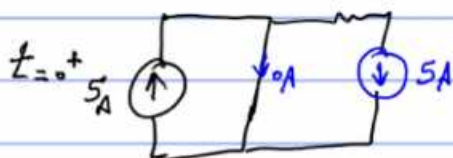


نرینه ۲ رد می شود. $I(\infty) = 5A$

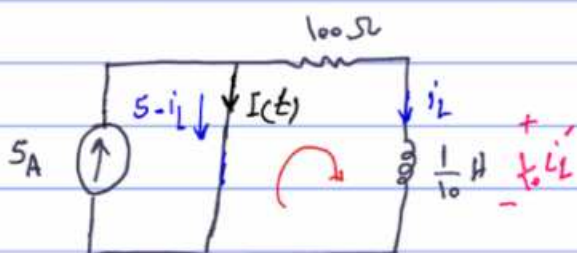
$t < 0 \quad i(-0) = i(+0) = 5A$



در لحظه ۰ به اندازه 5A در سبته $\downarrow$ شارژ شده



نرینه ۳ صحیح $I_{sc}(+) = 0A$

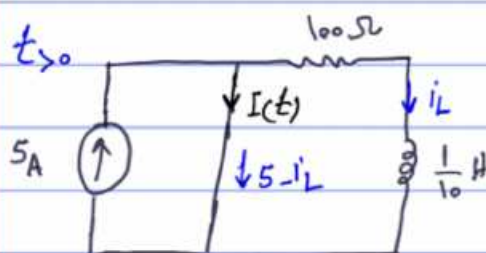


kcl: $5 - i_L = I \xrightarrow{t=0^+} I(+0) = 5 - i_L(+0) = 0$

kvl: $100i_L + \frac{1}{10}i_L' = 0 \rightarrow \frac{1}{10}5 + 100 = 0 \rightarrow 5 = -1000$
 $i_L(t) = A e^{-1000t} \xrightarrow{i_L(+0)=5} A = 5/ \rightarrow I = 5 - i_L \rightarrow I(t) = 5 - 5e^{-1000t}$

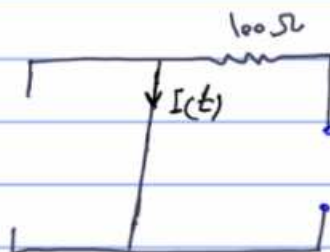
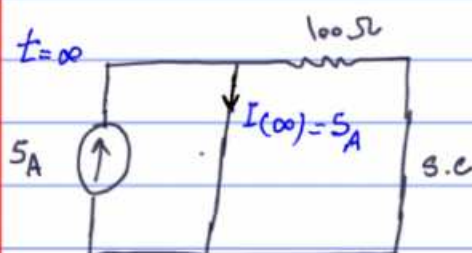
روش سوم: رابطه طلایی

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 5A$$



$$kcl: 5 - i_L = I \xrightarrow{t=0^+} I(0^+) = 5 - 5 = 0$$

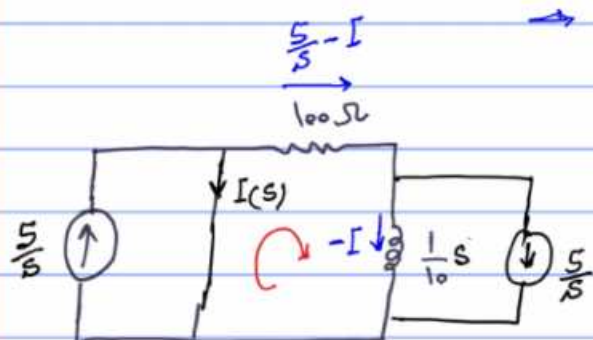
$$I(\infty) = 5A$$



$$R_{eq} = 100 \Omega, L = \frac{1}{10} \Rightarrow \tau = \frac{L}{R} = \frac{1/10}{100} = \frac{1}{10000}$$

$$I(t) = (I(0^+) - I(\infty)) e^{-\frac{t}{\tau}} + I(\infty)$$

$$\Rightarrow I(t) = (0 - 5) e^{-10000t} + 5 = 5(1 - e^{-10000t})$$



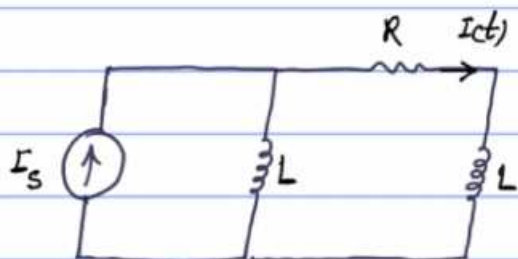
$$i_L(0^-) = 5A$$

روش چهارم: Laplace

$$100 \left(\frac{5}{s} - I \right) - \frac{1}{s} s I = 0$$

$$I = \frac{\frac{500}{s}}{100 + \frac{1}{10}s} = \frac{5000}{s^2 + 1000s} = \frac{-5}{(s+1000)} + \frac{5}{s} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} I(t) = -5e^{-10000t} + 5 \quad t \geq 0$$

تمرین: در مدار شکل زیر اگر $i(t)$ پاسخ مورد نظر باشد، پاسخ پله مدار کدام است؟ **انتخاب ۱۹**



$$s(t) = 0 \quad (1)$$

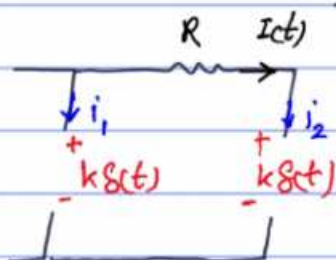
$$s(t) = \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{2L}t} u(t) \quad (2)$$

$$s(t) = \frac{1}{2R} e^{-\frac{R}{L}t} u(t) \quad (3)$$

$$s(t) = \frac{1}{2R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) u(t) \quad (4)$$

توضیحات: این مدار مرتبه یک است چرا که گانت سلف دارد.

$t < 0^+$



نکته: پاسخ پله $\Rightarrow$ شرایط اولیه متغیری حالت صفات.

$$i_1(0^-) = 0$$

$$i_2(0^-) = 0$$

گانت سلفی

$$i_1(0^+) \neq i_1(0^-)$$

$$i_2(0^+) \neq i_2(0^-)$$

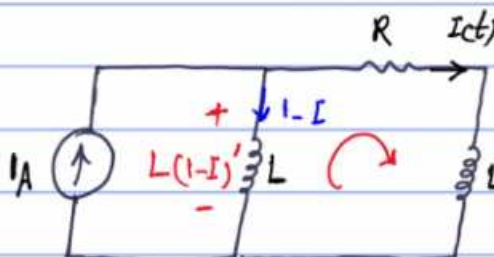
$$\begin{cases} i_2(0^+) = 0 + \frac{k}{L} \\ i_1(0^+) = 0 + \frac{k}{L} \end{cases} (*)$$

تقلیل 0^+

$$I_A - i_1(0^+) = i_2(0^+) \xrightarrow{(*)} 1 - \frac{k}{L} = \frac{k}{L} \rightarrow k = \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow i_2(0^+) = i_1(0^+) = \frac{1}{2} (A) \rightarrow \text{نقطه ترغیب ۲ صحیح است.}$$

برای تمرین ادامه می دهیم:



نکته آزمونی: مرتبه ۱ با ۲ این ذخیره کننده انرژی $\leftarrow$ رابطه کلی

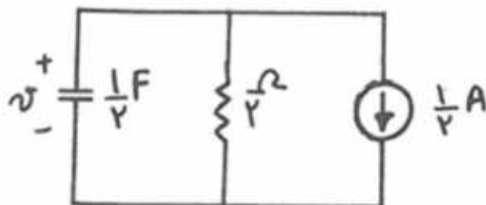
$$-L(1-i)' + Ri + Li' = 0$$

$$\Rightarrow 2Li' + Ri = 0 \rightarrow 2Ls + R = 0 \rightarrow s = -\frac{R}{2L} \Rightarrow i(t) = Ae^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$\underline{i(0) = \frac{1}{2}} \quad \frac{1}{2} = A \Rightarrow i(t) = \frac{1}{2} e^{-\frac{R}{2L}t} \quad t > 0$$

سابق (۸۳) انرژی منبع جریان مدار شکل زیر در مدتی که ولتاژ خازن از مقدار اولیه ۴ ولت به مقدار یک ولت می رسد کدام است ($\ln 2/5 \approx 0.92$) ؟

جواب:



- (۱) ۲/۷۱ ژول می دهد.
- (۲) ۱/۰۴ ژول می دهد.
- (۳) ۳/۷۵ ژول می گیرد.
- (۴) ۱/۰۴ ژول می گیرد.

برای حل این سوال باید t_1 و t_2 را بدست آوریم.

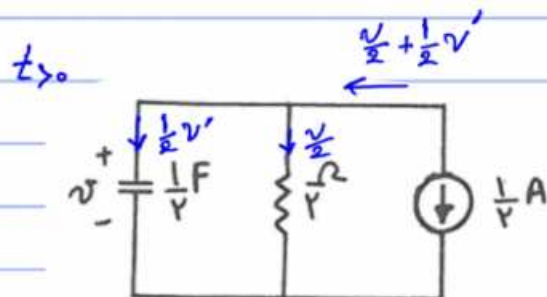
$$w(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$$

مختصات $t_1 = 0(s)$

مختصات t_2 که ولتاژ خازن یک ولت می شود

$$v_c(t) \Big|_{t=t_2} = 1 \text{ ولت}$$

بسیار باید معادله ولتاژ خازن را بدست آوریم.



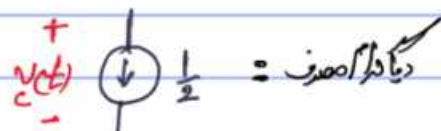
$$v_c(0^-) = v_c(0^+) = 4 (V)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} v' + \frac{1}{2} v = -\frac{1}{2} \rightarrow s = -1/2$$

$$v_c(t) = A e^{-t} + \frac{-1/2}{0 + 1/2} = A e^{-t} - 1 \xrightarrow{v_c(0)=4} A - 1 = 4 \rightarrow A = 5$$

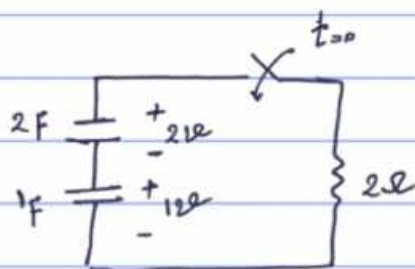
$$v_c(t) = 5e^{-t} - 1 \quad , \quad v_c(t_2) = 1 \rightarrow 5e^{-t_2} - 1 = 1 \rightarrow e^{-t_2} = \frac{2}{5} \rightarrow$$

$$-t_2 = \ln \frac{2}{5} \rightarrow t_2 = \ln \frac{5}{2}$$



$$\begin{aligned} w(t_1, t_2) &= \int_0^{\ln \frac{5}{2}} \frac{1}{2} \times v_c(t) dt = \int_0^{\ln \frac{5}{2}} \frac{1}{2} (5e^{-t} - 1) dt \\ &= -\frac{5}{2} e^{-t} - \frac{1}{2} t \Big|_0^{\ln \frac{5}{2}} = -\frac{5}{2} e^{-\ln \frac{5}{2}} - \frac{1}{2} (\ln \frac{5}{2}) - (-\frac{5}{2} - 0) = \\ &= -\frac{5}{2} \times \frac{2}{5} - \frac{1}{2} (0.92) + \frac{5}{2} = 1.04 J \end{aligned}$$

تعیین: در مدار زیر مقاومت ۲ اهم چند انرژی از برای مصروف می‌کند. (ولتاژ اولیه خازن ها روی مدار مشخص شده اند)

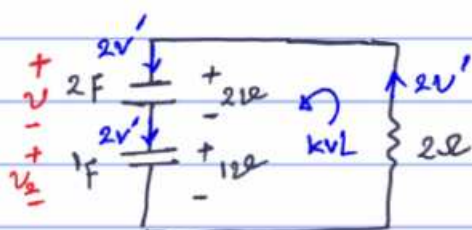


باجهت مشکل کلامی، انرژی اولیه خازن ها به صورت زیر در مقاومت دشارژی می‌شود. دشارژی شدن از

نقطه $t=0$ تا $t=\infty$ را ملاحظه کنید.

$$w(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} 2 \times i(t)^2 dt$$

$t > 0$



$$KVL: 2 \times 2v' + v + v_2 = 0$$

$$\rightarrow 4v' + v + \left(1 + \frac{1}{1} \int_0^t 2v' dt\right) = 0$$

$$\rightarrow 4v' + v + 1 + 2(v(t) - v(0^+)) = 0$$

$$\rightarrow 4v' + 3v = 3 \quad \begin{matrix} \text{red } k=3 \\ \text{red } \beta=0 \end{matrix} \rightarrow s = -\frac{3}{4}$$

$$v(t) = Ae^{-\frac{3}{4}t} + \frac{3}{0+3} = Ae^{-\frac{3}{4}t} + 1, \quad v(0) = 2$$

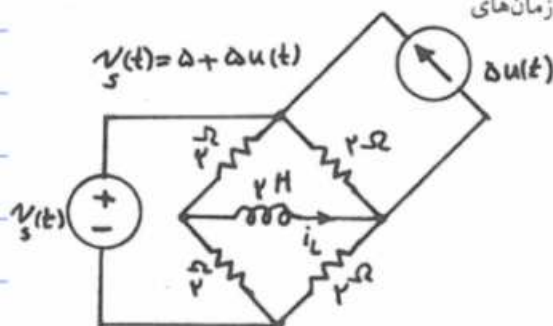
$$A+1=2 \rightarrow A=1 \Rightarrow v(t) = e^{-\frac{3}{4}t} + 1 \rightarrow i_R = 2v' = -\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{4}t}$$

$$w(0, \infty) = \int_0^{\infty} p(t) dt = \int_0^{\infty} 2 \times \left(-\frac{3}{2}e^{-\frac{3}{4}t}\right)^2 dt = \int_0^{\infty} \frac{9}{2} e^{-\frac{3}{2}t} dt$$

$$= \frac{9}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) e^{-\frac{3}{2}t} \Big|_0^{\infty} = 0 - \left(\frac{9}{2} \times -\frac{2}{3}\right) = 3J$$

مصروف می‌کند. (مقاومت مثبت)

(بقی ۸۴) در مدار مقابل $i_L(t)$ برای زمان های $t \geq 0$ از کدام گزینه به دست می آید؟



$$i_L(t) = 7.5e^{-t}u(t) \quad (1)$$

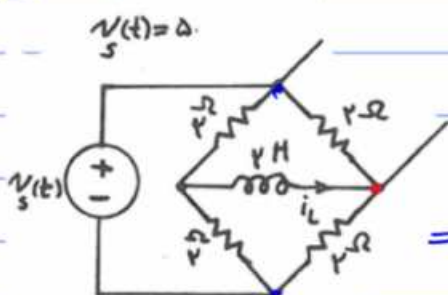
$$i_L(t) = 2.5(1 - e^{-t})u(t) \quad (2)$$

$$i_L(t) = (7.5 - 5e^{-t})u(t) \quad (3)$$

$$i_L(t) = (7.5 - 2.5e^{-t})u(t) \quad (4)$$

$t = 0^-$

حبابی را تحت اند فقط ولتاژ چون شاخه وسط پل
و تستون در حال تعادل است حبابش صفر است.

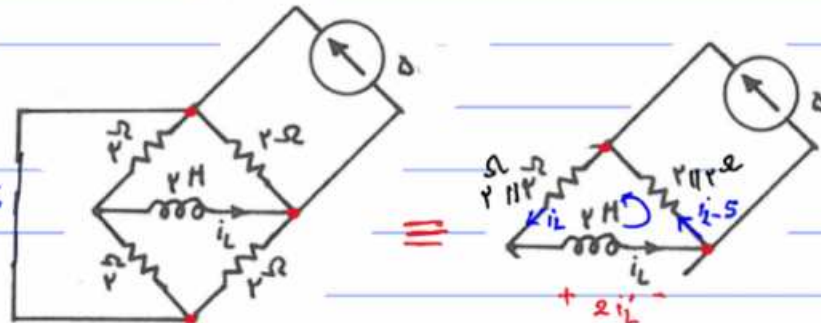


اند با جمع انبار تحلیل کنیم صفر است.
 $\Rightarrow i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0(A)$

$t > 0$: اند v_s : $i_L(t) = 0$ تا زمانی که v_s اند v_s

$t > 0$: اند i_s

ضریب ولتاژ

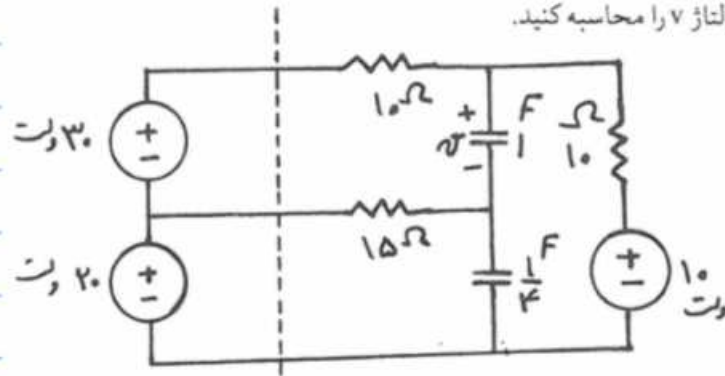


$$\text{kvl: } 2i_L' + (i_L - 5) + i_L = 0 \rightarrow 2i_L' + 2i_L = 5 \rightarrow s = -1$$

$$i_L(t) = Ae^{-t} + \frac{5}{s+1} = Ae^{-t} + \frac{5}{2}, \quad i_L'(0) = 0 \rightarrow A + \frac{5}{2} = 0 \rightarrow A = -\frac{5}{2}$$

$$i_L(t) = \left(-\frac{5}{2}e^{-t} + \frac{5}{2}\right) u(t) \quad \text{نفره ۲ جواب}$$

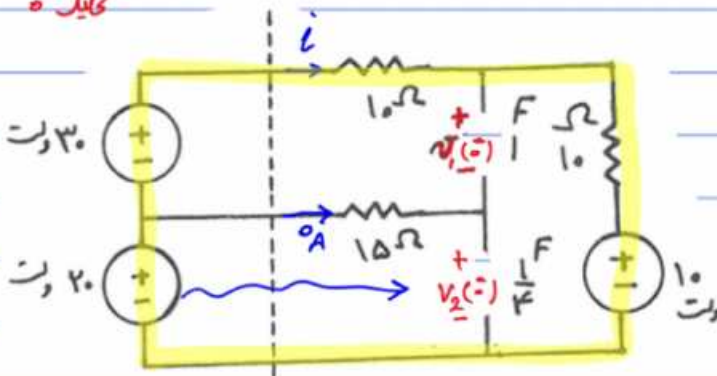
برق ۸۳ مدار شکل زیر به مدت زیادی در این حالت بوده است. در لحظه $t=0$ از محل خط چین قطع می شود. ولتاژ V را محاسبه کنید.



$$\begin{aligned} & -\frac{1}{s} + 6 \quad (1) \\ & 4e^{-t} + 6 \quad (2) \\ & 8e^{-t} + 2 \quad (3) \\ & -\frac{1}{s} + 2 \quad (4) \end{aligned}$$

مدار صدمه ۲ ← ۲ فرکانس طبیعی ← یک فرکانس طبیعی غیر صفر نمی
یک فرکانس طبیعی صفر ← عدد ثابت
با رابطه پلائی می توانید حل کنید!

تفلیس



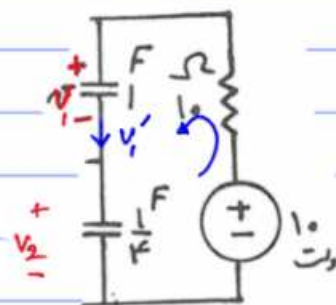
$$V_2(t) = 20 \text{ (ولت)}$$

$$\text{KVL: } -20 - 30 + 10i + 10i + 10 = 0$$

$$i = \frac{40}{20} = 2(A)$$

$$V_1(t) = 30 - 10 \times i(t) = 10 = V_1(t)$$

روش اول Time :



$$\text{KVL: } -10 + 10V_1' + V_1 + V_2 = 0 \quad V_2 = V_2(t) + \int_0^t V_1' dt \quad -10 + 10V_1' + V_1 + 20 + \int_0^t V_1' dt = 0$$

$$10V_1' + V_1 + 4(V_1(t) - V_1(0)) + 10 = 0 \rightarrow 10V_1' + 5V_1 = 30 \rightarrow s = -\frac{1}{2}$$

حاجب انتقال

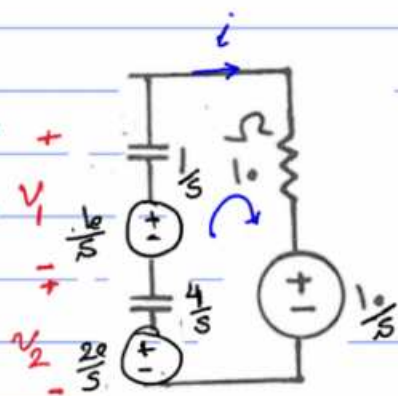
$$V_1(t) = Ae^{-\frac{1}{2}t} + \frac{30}{0+5} = Ae^{-\frac{1}{2}t} + 6 \quad V_1(0^+) = 10 \quad A+6=10 \rightarrow A=4$$

$$V_1(t) = V_1(t) = 4e^{-\frac{1}{2}t} + 6 \quad t \geq 0$$

نرسه

درس دوم : Laplace

نکته: V_1 جمع خازن و سرباره ولتاژ است.



$$KVL: -\frac{10}{s} + \frac{4}{s}i - \frac{20}{s} + \frac{1}{s}i + 10i + \frac{10}{s} = 0$$

$$i(s) = \frac{\frac{20}{s}}{10 + \frac{5}{s}} = \frac{2}{s + \frac{1}{2}}$$

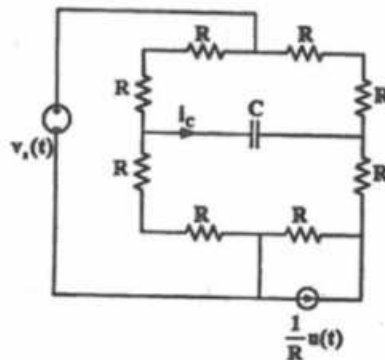
$$V_1(s) = \frac{10}{s} - i \frac{1}{s} = \frac{10}{s} - \frac{2}{s + \frac{1}{2}} \times \frac{1}{s} = \frac{10}{s} - \left(\frac{-4}{s + \frac{1}{2}} + \frac{4}{s} \right)$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} V_1(t) = 10 + 4e^{-\frac{1}{2}t} - 4 = 6 + 4e^{-\frac{1}{2}t} \quad t \geq 0$$

باقی (۱۸۵)

مدار شکل زیر در $t = 0$ در حالت صفر فرض می شود، جریانی $i_C(t)$ گذرنده از

خازن در این مدار عبارتست از:

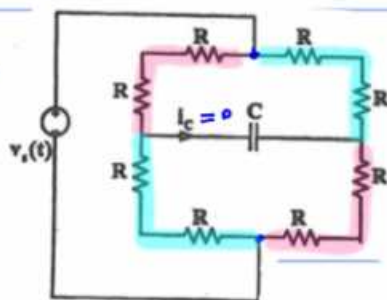


$$-\frac{1}{4R} e^{-\frac{t}{RC}} u(t) \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2R} e^{-\frac{t}{2RC}} u(t) \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4R} e^{-\frac{t}{2RC}} u(t) \quad (3)$$

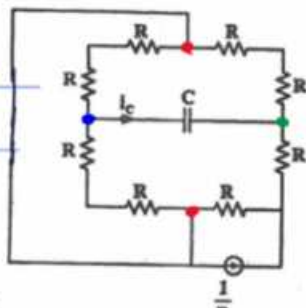
(۴) بدون داشتن ورودی $v_s(t)$ این جریانی قابل محاسبه نیست.



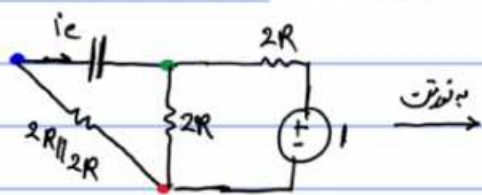
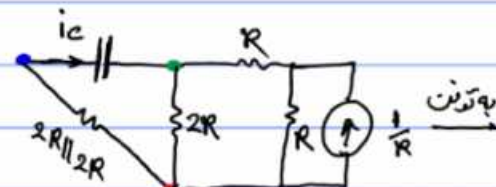
بر داشتن مقدار داریم معنی جریانی i_C ناشی از v_s صاف است.

$i_C(t) = 0$: $t < 0$

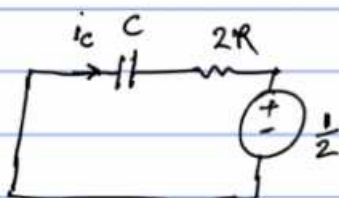
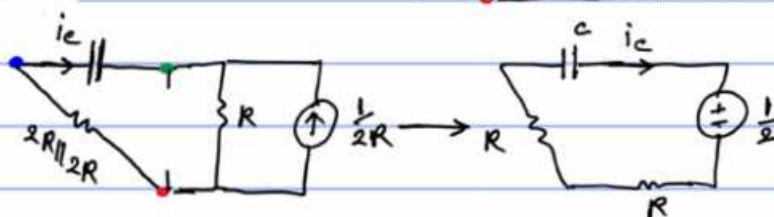
$t > 0$: i_C



ساده



بهتر



$$+ \frac{1}{2} + \frac{V_C(0^+)}{R} + i_C(0^+) \times 2R = 0$$

$$i_C(0^+) = -\frac{1}{4R} \rightarrow \text{با ۳ صبیح}$$

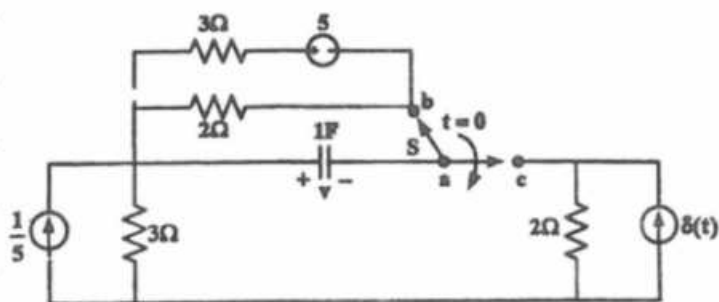
$$\tau = R \cdot C = 2RC \rightarrow s = -\frac{1}{2RC}$$

$$e^{-\frac{t}{2RC}}$$

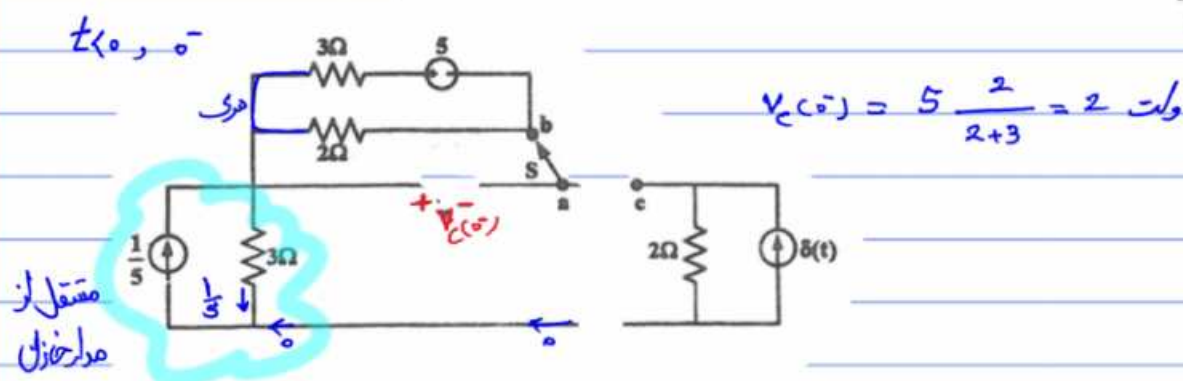
این فرم را باید داشته باشیم نه نه ۳

برق ۸۵- در مدار شکل زیر کلید S برای مدت طولانی در وضعیت ab قرار داشت در لحظه $t = 0$ کلید را به وضعیت ac می چرخانیم. ولتاژ $V(t)$ برای $t > 0$ برابر است با:

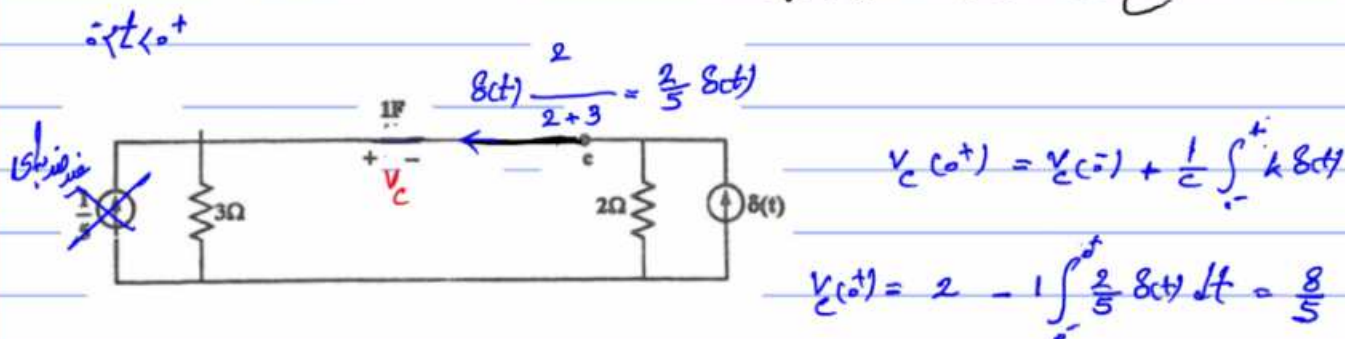
جواب:



$$\begin{aligned} (1) & e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \\ (2) & \frac{12}{5} e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \\ (3) & 3e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \\ (4) & \frac{V}{5} e^{-\frac{t}{5}} + \frac{3}{5} \end{aligned}$$

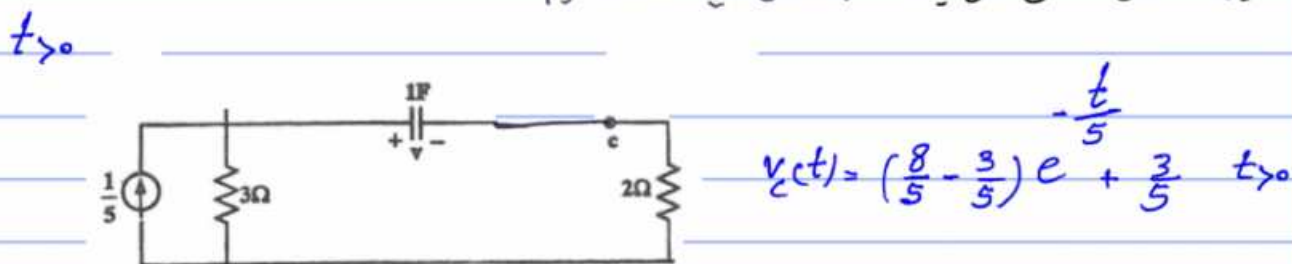


برای $t > 0^+$ منبع ضربه اعمال کرد و $V_c(t)$ را تغییر دهد.



گزینه ۱ صحیح است

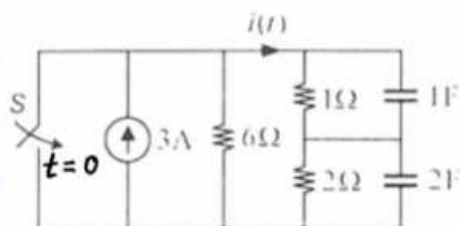
نیازی به حل کامل مدار نیست. به عنوان مثال مدار می دهیم.



$$V_c(\infty) = \frac{1}{5} \times 3 = \frac{3}{5}$$

$$\tau = (3+2) \times 1 = 5$$

برق ۸۷ در مدار شکل زیر کلید S برای مدت زمان طولانی باز بوده و در $t=0$ بسته می شود. $i(t)$ برای زمان های $t \geq 0$ کدام یک از گزینه ها است ؟



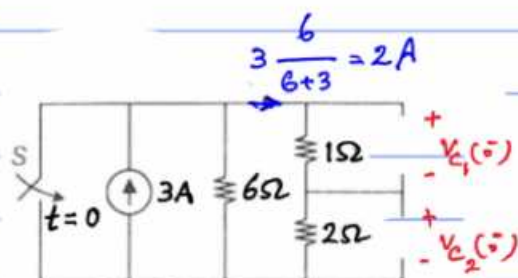
(۱) $-4\delta(t) - e^{-t}$

(۲) $-2\delta(t) - e^{-\frac{t}{2}}$

(۳) $-2\delta(t) - e^{-t}$

(۴) $-4\delta(t) - e^{-\frac{t}{2}}$

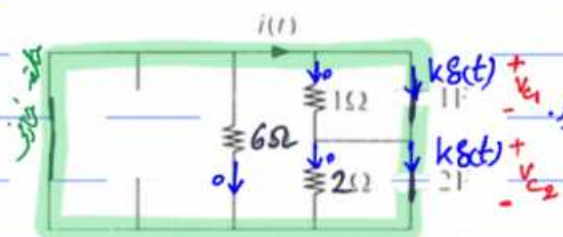
$t=0^-$



قبل از بسته شدن کلید مدار مرتبه ۲ است.

$$\begin{cases} V_{c1}(0^-) = 2 \times 1 = 2 \\ V_{c2}(0^-) = 2 \times 2 = 4 \end{cases}$$

$t=0^+$



در $t=0^+$: حالت خازنی ایجاد شده. باعث برعکس شدن ولتاژ می شود.

خازن ها معادلاتی را می سازد $V_{c1}(0^+) = -V_{c2}(0^+)$ *
خلاف پلاریته

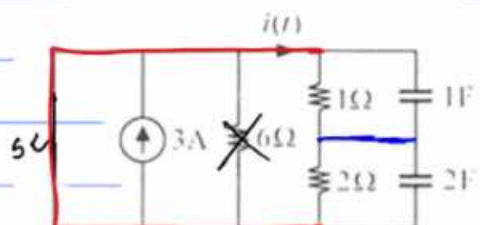
$$\begin{cases} V_{c1}(0^+) = 2 + \frac{k}{1} \\ V_{c2}(0^+) = 4 + \frac{k}{2} \end{cases} \xrightarrow{(*)} \begin{cases} V_{c1}(0^+) = -2 \\ V_{c2}(0^+) = 2 \end{cases}$$

$$2 + k = -(4 + \frac{k}{2}) \rightarrow \frac{3}{2}k = -6 \rightarrow k = -4 \Rightarrow \begin{cases} V_{c1}(0^+) = -2 \\ V_{c2}(0^+) = 2 \end{cases}$$

برای بازه $t > 0$: $i(t) = k \delta(t) = -4 \delta(t)$

با توجه به جریان ضد برای $4\delta(t)$ فرقیه ۱ یا ۴ جواب است و تقادوت فرقیه ۴ در فرکانس طبیعی

یا جواب فرقیه است و برای $t > 0$ مدار مرتبه اول می شود.

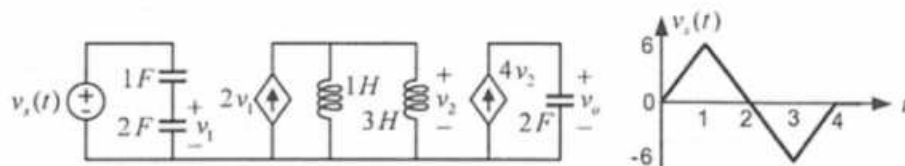


$$T = R_{eq} \cdot C = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2 \text{ (ثانیه)} \rightarrow s = -\frac{1}{2}$$

نیم $Ae^{-\frac{t}{2}}$ با دالتهای نیم به فرقیه فرقیه ۴

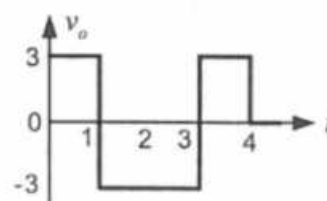
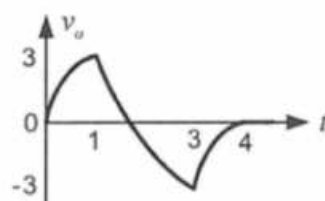
برق ۱۸۸ شکل موج $v_s(t)$ مدار شکل زیر به صورت زیر داده شده است. شکل موج

ولتاژ خروجی v_o کدام است؟ (شرایط اولیه صفر)



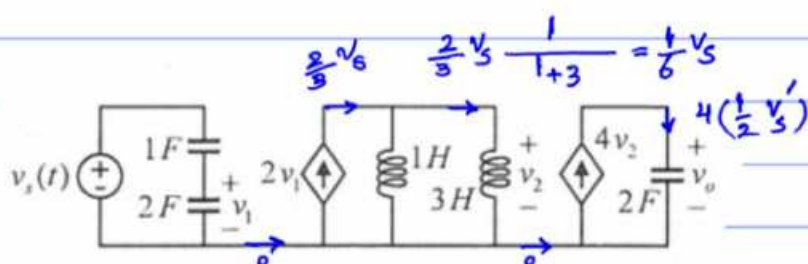
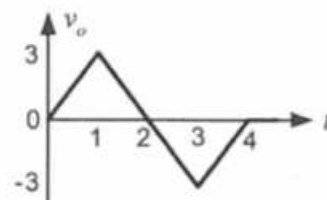
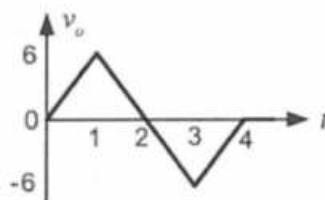
(۲)

(۱)



(۴)

(۳)



روش اول: حوزۀ زمانی

$$v_1 = v_s \frac{1F}{2+1} = \frac{1}{3} v_s$$

$$v_2 = L \frac{di_2'}{dt} = 3 \times \left(\frac{1}{6} v_s' \right) = \frac{1}{2} v_s'$$

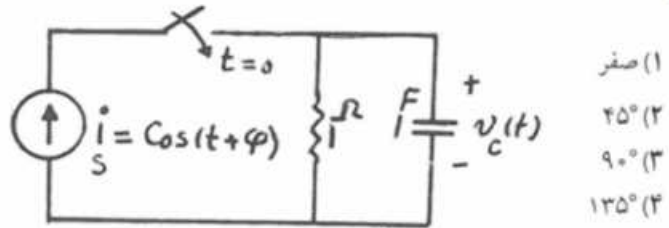
$$v_c(t) = v_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c(t) dt = 0 + \frac{1}{2} \int_0^t 2 v_s'(t) dt$$

$$= v_s \Big|_0^t = v_s(t) - v_s(0) = v_s(t)$$

شکل موج خروجی همان ورودی است
لذا گزینه ۴ جواب است.

روش دوم: Laplace

باقی ۸۱) اگر بخواهیم در مدار شکل زیر حالت گذرا در پاسخ $v_c(t)$ برای $t \geq 0$ حذف گردد، مقدار ϕ چند درجه باید باشد؟ (شرایط اولیه و لثاژ دو سر خازن صفر است)



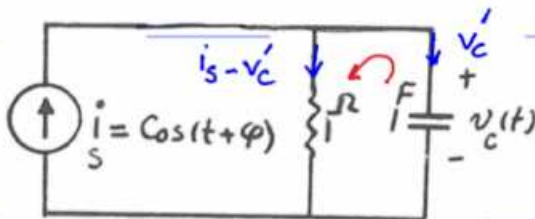
حالت گذرا حذف شود: $v_c(0^+) = v_c(\infty) \rightarrow$ یادآوری:

$$0 = \cos(t + \phi) \times 1 \Rightarrow \cos(\infty + \phi) = 0$$

$t \rightarrow \infty$ غیر قابل حل است $\cos x = 0$ ؟

$$v_c(t) = \underbrace{v_c}_{\text{تدریجی}} + \underbrace{v_c}_{\text{مادگار}}$$

$t > 0$



KVL: $v_c = i_s - v_c'$

$$\rightarrow v_c' + v_c = \cos(t + \phi) \quad t > 0$$

$$\cos t \cos \phi - \sin t \sin \phi$$

عدد عدد

می توانیم معادله دیفرانسیل را در حوزه لابلاس حل کنیم.

$$\xrightarrow{L} s v_c + v_c = \cos \phi \frac{s}{s^2 + 1} - \sin \phi \frac{1}{s^2 + 1}$$

$$v_c = \frac{s \cos \phi - \sin \phi}{(s+1)(s^2+1)} = \frac{A}{s+1} + \frac{s^2+1}{s^2+1}$$

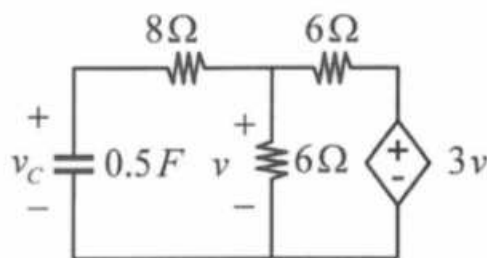
لثاژ مادگار

$$A = -\frac{1}{2}(\cos \phi + \sin \phi)$$

$$v_c(t) \text{ لثاژ} = -\frac{1}{2}(\cos \phi + \sin \phi)e^{-t} = 0 \rightarrow \cos \phi = -\sin \phi$$

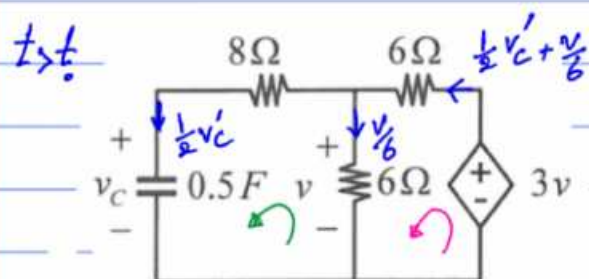
$$\rightarrow \tan \phi = -1 \rightarrow \phi = -45^\circ$$

برق ۸۹ در مدار شکل مقابل در لحظه $t = t_0$ ولتاژ خازن ۲ ولت است. چند ثانیه بعد از $t = t_0$ ولتاژ ۷ نصف می شود؟



$$\begin{aligned} \ln 2 & \quad (2) & 2 \ln 2 & \quad (1) \\ v \ln 2 & \quad (4) & t_0 + 2 \ln 2 & \quad (3) \end{aligned}$$

برای $t > t_0$ ولتاژ خازن $v_c(t) = 2$ و $v(t) = \frac{1}{2} v_c(t)$



$$\begin{aligned} -v + 4v'_c + v_c &= 0 \rightarrow v'_c + v_c = 0 \\ -3v + 6(\frac{1}{2}v'_c + \frac{v}{6}) + v &= 0 \rightarrow v = 3v'_c \end{aligned}$$

$$v'_c + v_c = 0 \rightarrow s = -1$$

$$v_c(t - t_0) = A e^{-(t - t_0)} \quad t > t_0 \quad \frac{v_c(t_0)}{A e^0} = 2 \rightarrow A = 2$$

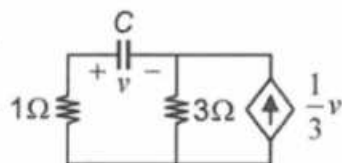
$$v_c(t) = 2 e^{-(t - t_0)} \quad t > t_0 \quad v = 3v'_c \rightarrow v = 3(-2 e^{-(t - t_0)}) = -6 e^{-(t - t_0)}$$

$$v(t) = -6 e^{-(t - t_0)} \xrightarrow{\text{نصف شود}} -6 e^{-(t - t_0)} = -\frac{6}{2} \xrightarrow{\ln}$$

$$t - t_0 = \ln 2 \rightarrow t_1 = t_0 + \ln 2$$

یعنی $\ln 2$ ثانیه بعد از زمان t_0 ولتاژ ۷ نصف می شود.

البته می توانیم t_1 را صفر فرض کرده و محاسبات را بر حسب $t - t_0$ بنویسیم.



سراسری ۹۱. در مدار مقابل انرژی اولیه خازن در مدت

$t = \ln \sqrt{2}$ ثانیه نصف می شود. مقدار C چند فاراد است؟

جواب:

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

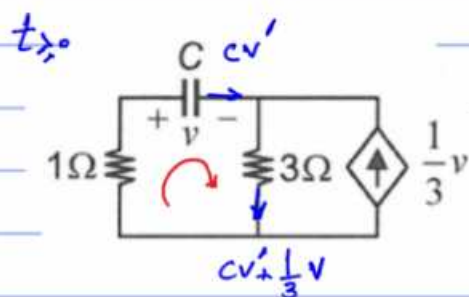
نکته: همیشه سعی کنید اطلاعات مربوط به انرژی خازن و سلف را به v و i تبدیل کنید.

$$w(t_1) = \frac{1}{2} C v_1^2$$

$$w(t_2) = \frac{1}{2} C v_2^2$$

$$w_2 = \frac{1}{2} w_1 \Rightarrow \frac{1}{2} C v_2^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{1}{2} C v_1^2 \right)$$

$$\boxed{v_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} v_1}$$



$$v(0^-) = v(0^+) = k \quad \text{ولتاژ اولیه}$$

$$cv' + v + 3(cv' + \frac{1}{3}v) = 0 \rightarrow 4cv' + 2v = 0 \rightarrow 4Cs + 2 = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{2c}$$

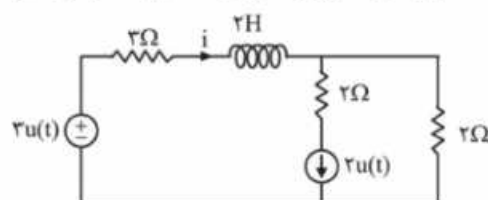
$$\Rightarrow v(t) = A e^{-\frac{1}{2c}t} \quad v(0) = k \rightarrow v(t) = k e^{-\frac{1}{2c}t}$$

$$v(\ln \sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} v(0) \rightarrow k e^{-\frac{1}{2c} \ln \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} k \rightarrow$$

$$-\frac{1}{2c} \ln \sqrt{2} = \ln \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \ln \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{2c} \ln \sqrt{2}$$

$$2c = 1 \rightarrow c = \frac{1}{2} \text{ F}$$

در مدار زیر جریان اولیه سلف برابر $i(0^-) = 1A$ است. بعد از چه مدتی انرژی سلف برابر $\frac{1}{44}$ ژول است؟
(مهندس کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۹۳)

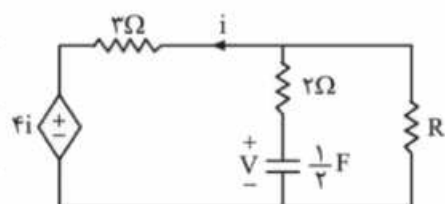


$$\begin{aligned} (1) & \quad \frac{2}{5} \\ (2) & \quad \ln 2 \\ (3) & \quad \frac{2}{5} \ln 2 \\ (4) & \quad \frac{5}{2} \end{aligned}$$

در مدار زیر ولتاژ خازن در مدت $t = \frac{5}{3} \ln 2$ ثانیه به نصف مقدار اولیه اش می رسد. مقدار

(مهندس کامپیوتر «هوش مصنوعی» - سراسری ۹۳)

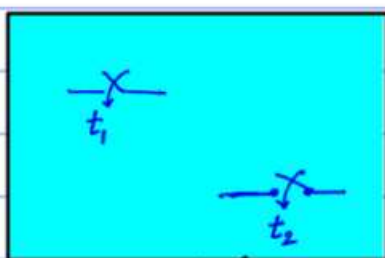
R چند اهم است؟



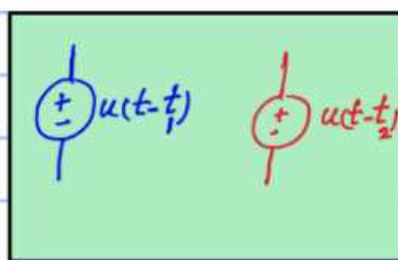
- | | |
|-------------------|--------------------|
| $\frac{6}{5}$ (۲) | $\frac{6}{11}$ (۱) |
| ۶ (۴) | ۵ (۳) |

مدارات غیر صفاومیتی با ۲ ثابت زمانی

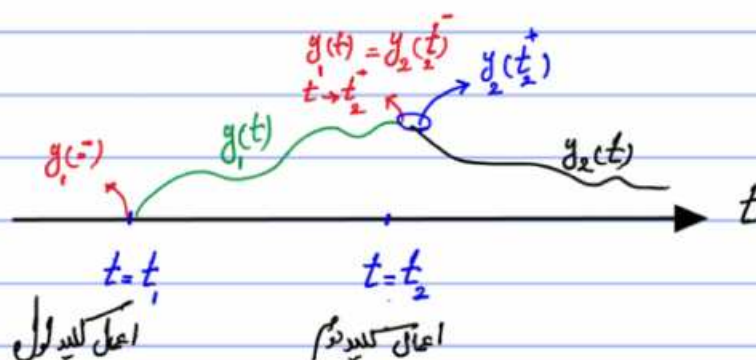
در بعضی از مدارات به دلیل اعمال ۲ کلید در ۲ زمان متفاوت یا قطع و وصل شدن منابع مستقل در ۲ زمان متفاوت مدار در هر بازه زمانی ثابت زمانی یا فرکانس طبیعی متفاوتی پیدا می کند.



مدار الکتریکی با ۲ ثابت زمانی



مدار الکتریکی با ۲ ثابت زمانی



۱- پاسخ مدار را برای متغیر مورد نظر در بازه $t_1 < t < t_2$ با این فرض که کلید یا منبع زمانی t_2 اثر نکرده باشد بدست می آوریم

$$y_1(t) \quad t_1 < t < t_2$$

ترجمه: محاسبه $y(t)$ در بازه $t_1 < t < t_2$ دقیقاً مشابه تحلیل های انجام شده در مسائل قبلی است با این تفاوت که کلید یا منبع t_2 هنوز اثر نکرده است.

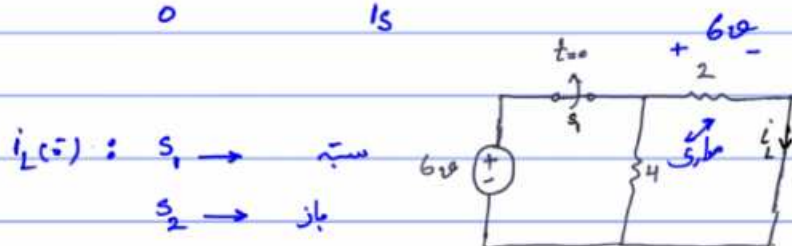
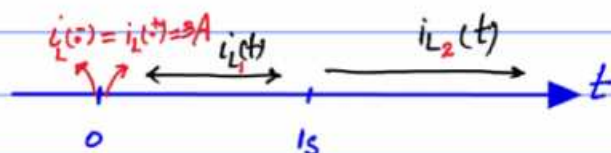
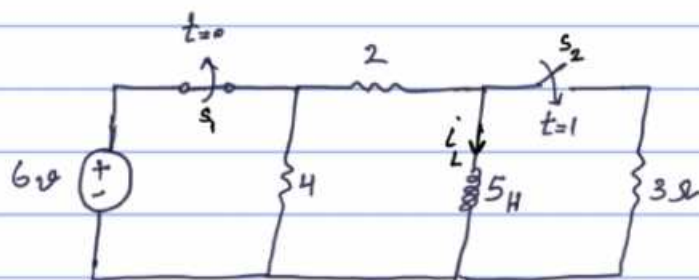
۲- سیر از اعمال کلید یا منبع در لحظه $t = t_2$ مدار که عوض می شود لذا از $y_1(t)$ بازه قبلی برای محاسبه شرایط اولیه پاسخ مدار برای $t > t_2$ استفاده می کنیم.

$$\text{شرایط اولیه: } y_1(t) \xrightarrow{t \rightarrow t_2^-} y_2(t_2^-) \text{ و } y_2(t_2^+) ?$$

$$\text{سیر از محاسبه شرایط اولیه در } y_2(t_2^+) \text{ معادله } y_2(t) \text{ را برای } t > t_2 \text{ بدست می آوریم.}$$

$$y_2(t) \rightarrow y_2(t - t_2)$$

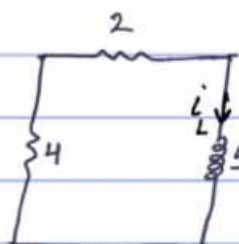
مثال: در مدار زیر جریان عبوری از سلف را برای تمام زمان‌ها محاسبه کنید.



$$i_L(t^-) = \frac{6}{2} = 3A$$

$$i_L(t^+) = 3A \leftarrow \text{پرسش نداشت}$$

تقلیل $0 < t < t_s$



$$\text{KVL: } 6i_L + 5i_L' = 0 \rightarrow s = -\frac{6}{5}$$

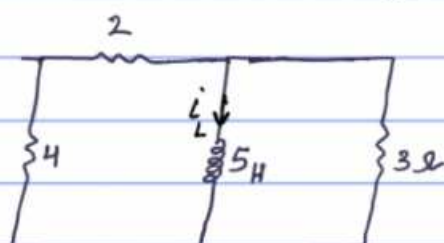
$$i_L(t) = A e^{-\frac{6}{5}t} \xrightarrow{i_L(0)=3} A=3$$

$$i_L(t) = 3 e^{-\frac{6}{5}t}$$

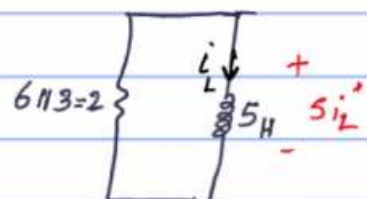
محاسبه شرایط اولیه بازه زمانی بعدی ($t > 1$)

$$i_L(t^-) = 3 e^{-\frac{6}{5}} \xrightarrow{\text{چون متغیر حالت است و حالت خاصی هم در } t=1 \text{ رخ نمی‌دهد}} i_L(t^+) = i_L(t^-) = 3 e^{-\frac{6}{5}} \approx 0.9A$$

تقلیل $t > 1$



ساده

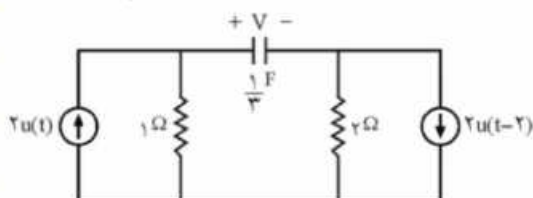


$$\text{KVL: } 5i_L' + 2i_L = 0 \rightarrow s = -\frac{2}{5} \quad i_L(t) = A e^{-\frac{2}{5}(t-1)} \xrightarrow{i_L(1)=0.9} A=0.9$$

$$i_L(t) = 0.9 e^{-\frac{2}{5}(t-1)}$$

$$(e^{-2} = 0.13)$$

در مدار زیر معادله ولتاژ $v(t)$ برای $t > 2$ کدام است؟

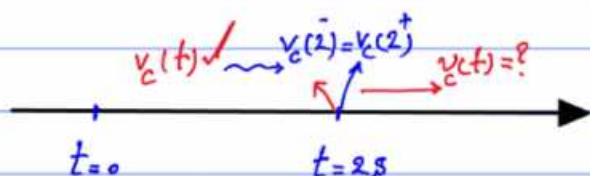


$$2 + 2e^{-(t-2)} \quad (1)$$

$$2 - 2e^{-(t-2)} \quad (2)$$

$$6 - 4/27e^{-(t-2)} \quad (3)$$

$$6 + 4/27e^{-(t-2)} \quad (4)$$



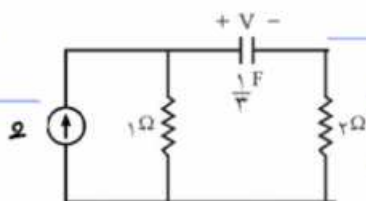
۱- $v_c(t)$ برای $0 < t < 2$

۲- $v_c(2^+) \leftarrow v_c(2^-)$

۳- $v_c(t-2)$ برای $t > 2$

منبع متناوب قبل از $t=0$ نداریم، برای $t=0$ هم نداریم $(t=0)$ $v_c(0^-) = 0$ $v_c(0^+) = 0$ (چون منبع متناوب)

تحلیل $0 < t < 2$



$$v_c(0^+) = 0$$

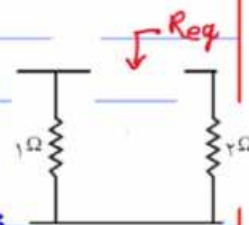
$$v_c(\infty) = 2 \text{ ولت}$$

$$-t$$

$$R_{eq} = 2+1$$

$$C = \frac{1}{3} F$$

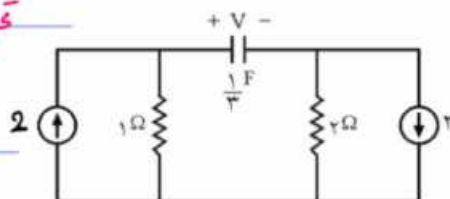
$$\tau = 3 \times \frac{1}{3} = 1s$$



$$v_c(t) = (0-2)e^{-t} + 2 = 2 - 2e^{-t} \quad 0 < t < 2$$

$$v_c(2^-) = v_c(t) = 2 - 2e^{-2} \xrightarrow{t \rightarrow 2^-} v_c(2^+) = 2(1 - 0.13) = 1.73$$

تحلیل $t > 2$



$$v_c(2^+) = 1.73$$

$$v_c(\infty) = 2 - (-2/1) = 6$$

$$R_{eq} = 1+2 = 3$$

$$C = \frac{1}{3}$$

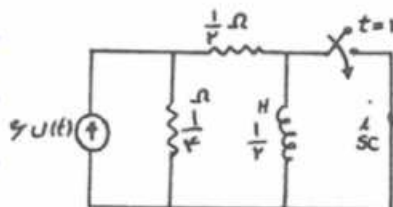
$$-(t-2)$$

$$v_c(t) = (1.73 - 6)e^{-(t-2)} + 6 \quad t > 2$$

$$v_c(t) = 6 - 4.27e^{-(t-2)} \quad t > 2$$

بقی ۷۱

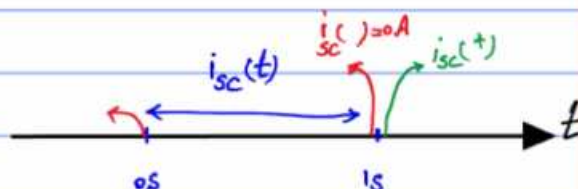
$$(e^{-\frac{3}{2}} = 0.45)$$



در مدار شکل مقابل که هیچ انرژی در سلف وجود ندارد کلید S در لحظه $t=1$ بسته می شود. جریان گذرنده از شاخه اتصال کوتاه SC در $t=4$ چقدر است؟

هیچ انرژی الیه ای ندارد. $i_L(-) = 0(A)$
حالت خاص نداریم $i_L(+)=i_L(-)=0(A)$

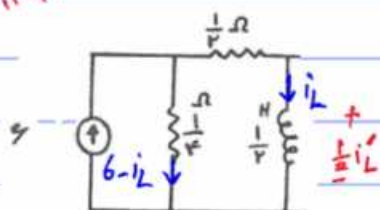
مصار اتصال کوتاه قطع $i_{sc}(t) = 0(A) \text{ for } t < 1$



غیر حالت $i_{sc}(+) = ?$ و $i_{sc}(-) = 0(A)$

برای محاسبه $i_{sc}(+)$ نیاز داریم مقدار $i_L(+)$ بدست آوریم ← باید $i_L(t)$ برای $t > 1$ محاسبه کنیم

$t > 1$



$$kvl: \frac{1}{2} i_L' + \frac{1}{4} (i_L - 6) + \frac{1}{2} i_L = 0$$

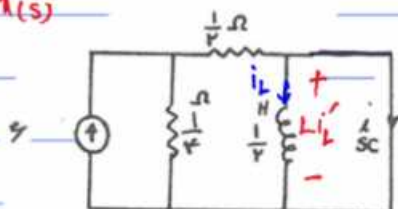
$$\frac{1}{2} i_L' + \frac{3}{4} i_L = \frac{3}{2} \rightarrow 2i_L' + 3i_L = 6 \xrightarrow{s = -\frac{3}{2}}$$

$$i_L(t) = A e^{-\frac{3}{2}t} + \frac{6}{0+3} \xrightarrow{i_L(+)=0} A = -2 \Rightarrow i_L(t) = 2(1 - e^{-\frac{3}{2}t})$$

$$i_L(-) = 2(1 - e^{-\frac{3}{2}}) = 1.55 = i_L(+)$$

مشود حالت پویا ندارد.

$t > 1(s)$

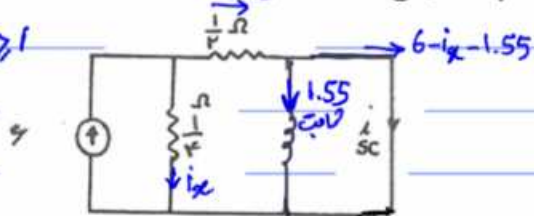


$$L i_L' = 0 \rightarrow i_L(t) \text{ باید ثابت باشد}$$

یعنی پس از بسته شدن در $t=1$ و اتصال کوتاه شدن سلف

جریان سلف ثابت می ماند و مانند یک منبع جریان ثابت برای $t > 1$ عمل می کند.

$t > 1$



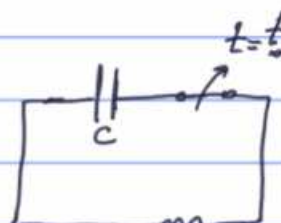
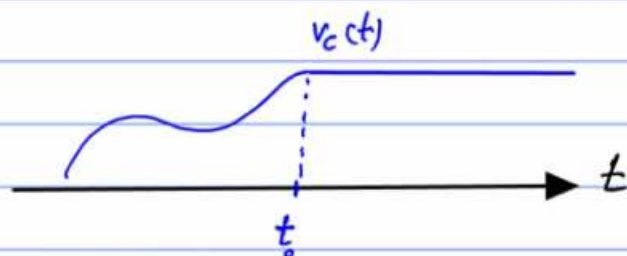
$$\frac{1}{4} i_x = \frac{1}{2} (6 - i_x) \rightarrow i_x = 12 - 2i_x \rightarrow i_x = 4A$$

$$\Rightarrow i_{sc} = 6 - 4 - 1.55 = 0.45(A)$$

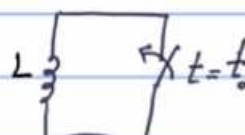
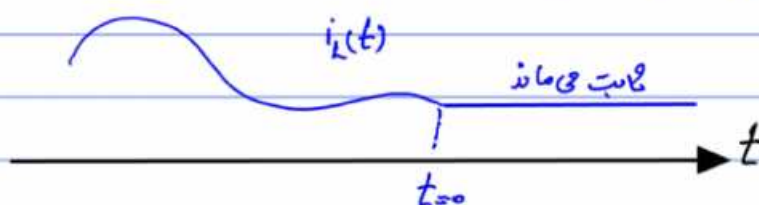
ثابت ماندن جریان سلف و ولتاژ خازن

اگر به هر دلیل در یک مدار جریان خازن صفر شود ($C V'_C = 0$) اگر نگاه V_C باید ثابت می ماند همچنین

اگر ولتاژ سلف صفر شود ($L I'_L = 0$) اگر نگاه I_L ثابت می ماند.

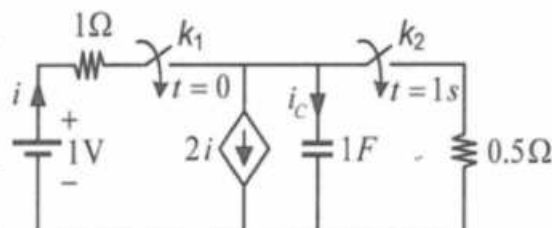


$$I_C = 0 \rightarrow C V'_C = 0 \xrightarrow{C \neq 0} V'_C = 0 \rightarrow V_C \text{ ثابت}$$

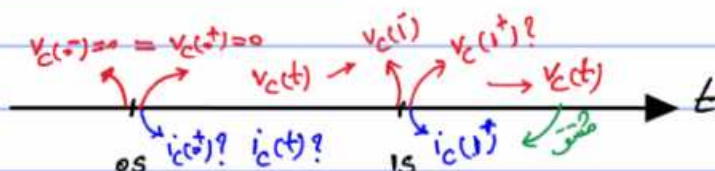


$$V_L = 0 \rightarrow L I'_L = 0 \xrightarrow{L \neq 0} I'_L = 0 \rightarrow I_L \text{ ثابت}$$

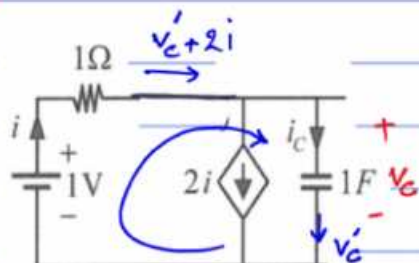
برق ۱۸۹ - در مدار شکل مقابل، خازن بدون ولتاژ بوده و کلید k_1 در $t=0$ بسته می شود. پس از یک ثانیه، کلید k_2 را نیز می بندیم. میزان تغییر i_c در لحظه $t=1\text{sec}$ (یعنی $i_c(1^+) - i_c(1^-)$) چند آمپر است؟



$$\begin{array}{ll} -2e & (2) \\ 2e & (4) \end{array} \quad \begin{array}{ll} -2(e-1) & (1) \\ 2(e-1) & (3) \end{array}$$



$0 \leq t < 1$



KVL: $-1 + v_c' + 2i + v_c = 0$ (۱)

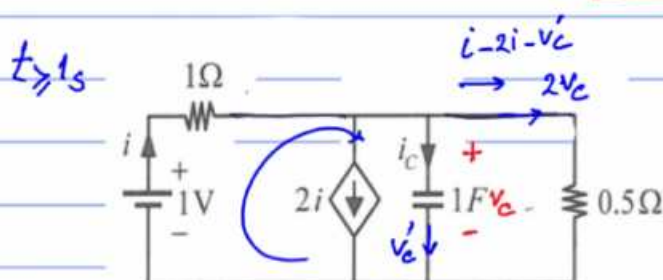
$\Rightarrow i = v_c' + 2i \rightarrow i = -v_c'$ (۲)

$v_c' - v_c = -1 \rightarrow s=1$

$v_c(t) = Ae^t + \frac{-1}{0-1}$ $v_c(0^+) = 0 \rightarrow A = -1 \Rightarrow v_c(t) = 1 - e^t$ (۳)

$v_c(1^-) = 1 - e \rightarrow v_c(1^+) = 1 - e$

مشتق
 $i_c = cv_c' \rightarrow i_c(t) = -e^t$ (۴)
 $\rightarrow i_c(1^-) = -e$



$\Rightarrow -i - v_c' = 2v_c$ (۱)

KVL: $-1 + i + v_c = 0$ (۲)

(۱) : $-1 - v_c' - v_c = 0 \rightarrow v_c' + v_c = -1 \xrightarrow{t=1^+} v_c'(1^+) = -1 - v_c(1^+)$

$\rightarrow v_c'(1^+) = i_c(1^+) = -1 - (1 - e) = e - 2$

$\Delta i_c = i_c(1^+) - i_c(1^-) = e - 2 - (-e) = 2(e - 1)$

در مدار زیر کلید در $t = \frac{2}{3} \text{ s}$ بسته می شود. جریان i در $t = 1$ چند آمپر است؟ **برق سراسری ۹۳**

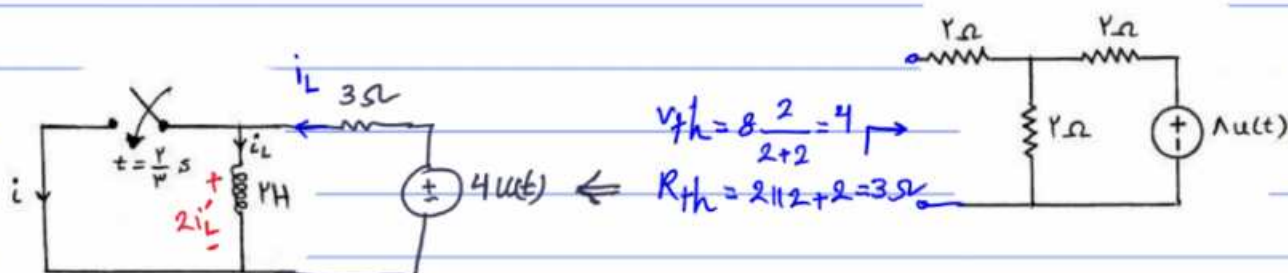
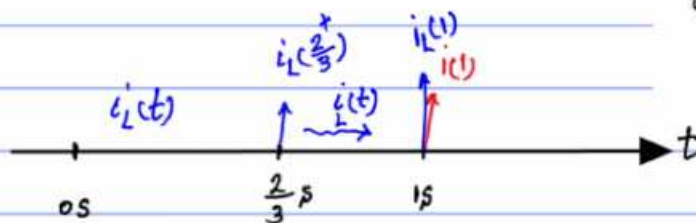
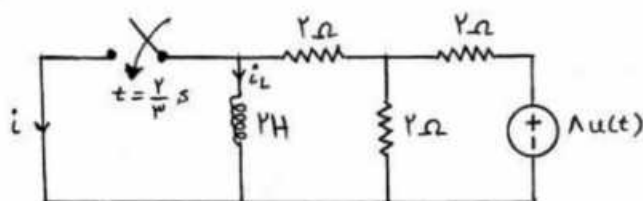
$$\frac{4}{3} e^{-1} \text{ (A)}$$

$$\frac{4}{3} \text{ (A)}$$

$$(i_L(0^-) = 0)$$

$$-e^{-1} \text{ (A)}$$

$$\frac{4}{3} (1 - e^{-1}) \text{ (A)}$$



$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+)$$

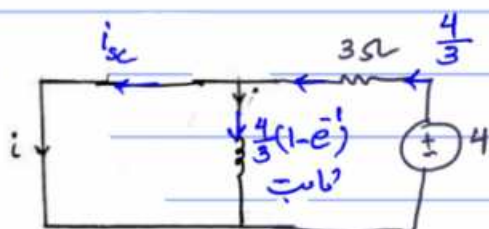
$$\text{for } t < \frac{2}{3} \quad \text{KVL: } 3i_L + 2i_L' = 4 \rightarrow s = -\frac{3}{2} \rightarrow i_L(t) = Ae^{-\frac{3}{2}t} + \frac{4}{0.5}$$

$$i_L(0) = 0 \rightarrow A + \frac{4}{3} = 0 \rightarrow A = -\frac{4}{3} \Rightarrow i_L(t) = \frac{4}{3}(1 - e^{-\frac{3}{2}t}) \quad t < \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow i_L(\frac{2}{3}^-) = \frac{4}{3}(1 - e^{-1}) \xrightarrow{\text{در } \frac{2}{3} \text{ بسته می شود}} = i_L(\frac{2}{3}^+)$$

در لحظه $t = \frac{2}{3}$ کلید بسته می شود و مدار به صورت زیر در می آید. $i_L = 0 \rightarrow L i_L' = 0 \rightarrow i_L = \text{ثابت}$

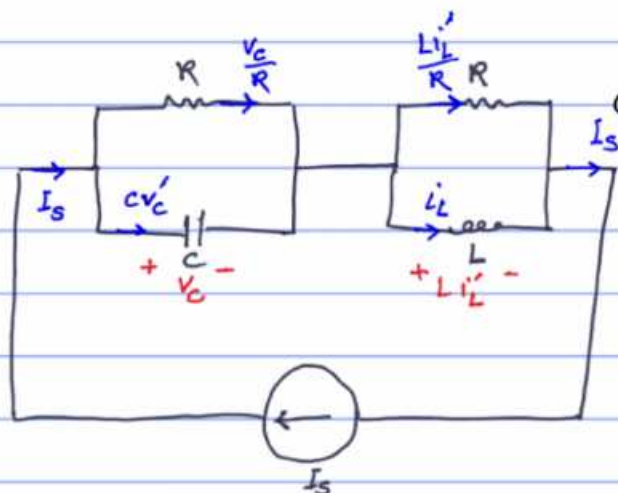
$$i_L(t) = \frac{4}{3}(1 - e^{-1}) \quad t > \frac{2}{3} \quad \text{مانند یک منبع جریان ثابت عمل می کند.}$$



$$i_{sc}(t) = \frac{4}{3} - (\frac{4}{3}(1 - e^{-1})) = \frac{4}{3} e^{-1} \text{ (A)} \quad t > \frac{2}{3}$$

این جریان تا به ثابت می ماند.

ترکیب ۲ مدار مرتبه اول مستقل از هم



حالت الف ۲ مدار RC موازی با اتصال سری با منبع جریان

$$kcl: cv'_C + \frac{v_C}{R} = I_s$$

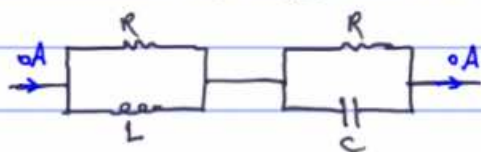
$$kcl: \frac{1}{R} i'_L + i_L = I_s$$

به دلیل اینکه جریان ۲ مدار RC, RL که با یکدیگر سری

ارتباطی با هم ندارند یعنی جریان سلف در معادلات مدار RC مدار مرتبه ۲

و ولتاژ خازن در معادلات مدار RL ظاهر نشوند می توان مدار را با جمل ۲ معادله دفرانسیل مرتبه اول حل کرد.

تذکره: آنکه به جای I_s منبع ولتاژ داریم معادلات حاصله مرتبه ۲ می شوند.



حالت خاص: $I_s = 0$

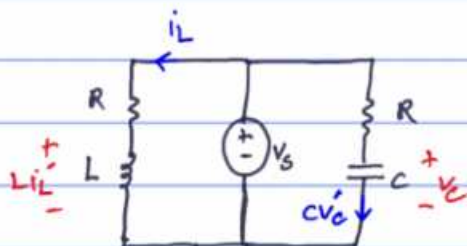
این ترانه مدارات شامل ۲ ذخایر طبیعی یا ثابت زمانی هستند با همان روش مدارات مرتبه اول می تونیم حلش کنیم

$$y(t): \tau_1 = RC, \tau_2 = \frac{L}{R} \quad \underline{1} \quad s_1 = -\frac{1}{RC}, s_2 = -\frac{R}{L}$$

کلمه: شرط آنکه بتوانیم با دو نیم یک مدار مرتبه ۲، دارای ۲ مدار مرتبه اول مستقل از هم هستند این است

که ولتاژ خازن روی جریان سلف و جریان سلف روی ولتاژ خازن آنکه ندارند با ۲.

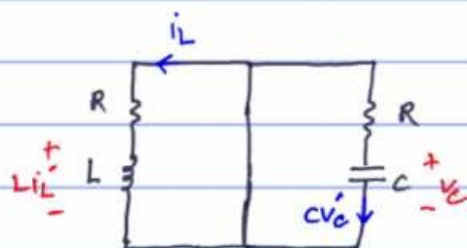
حالت مبدی مدار RC ، RL سری با اتصال موازی با منبع ولتاژ



kVL: $L i_L' + R i_L = v_s$ مرتب‌اول

kVL: $RC v_c' + v_c = v_s$ مرتب‌اول

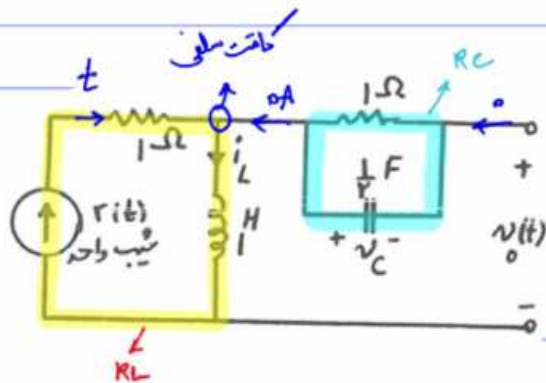
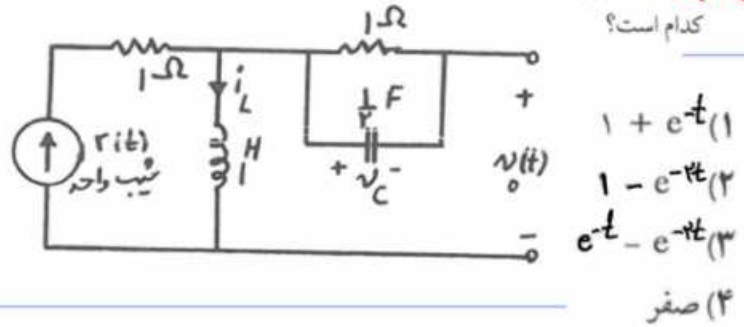
حالت خاص: $v_s = 0$



فرکانس های طبیعی مدار:

$\tau_1 = RC$, $\tau_2 = \frac{L}{R} \rightarrow s_1 = -\frac{1}{RC}$, $s_2 = -\frac{R}{L}$

برق ۸۱ در شکل زیر، با فرض $i_L(0^-) = 1A$ و $v_C(0^-) = 1V$ ولتاژ $v_o(t)$ برای $t \geq 0^+$ کدام است؟



روش اول: مد فرقیه

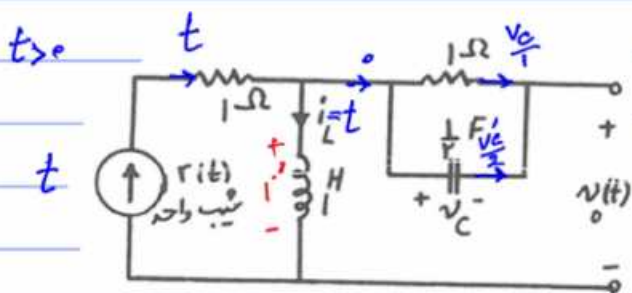
مدار مرتبه ۱ هست پس کلاً یک فرکانس طبیعی یا
نسبت زمانی دارد.

مدار RC از مدار RL مجزا است $\tau = RC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ س $\leftarrow S = -2$

یعنی باید عبارتی به فرم Ae^{-2t} داشته باشیم. که فرقیه ۱ و ۳ غلط هستند.

فرقیه ۴ هم غلط چرا که خازن را لحاظ نکرده و ولتاژ RC + ولتاژ RC $v_o =$ نمی تواند صفر شود.

روش دوم: حوزه زمانی



$$v_C(0^-) = 1 \xrightarrow{\text{حلقه خازنی نداریم}} v_C(0^+) = 1$$

$$i_L(0^-) = 1 \xrightarrow{\quad\quad\quad} i_L(0^+) = 1$$

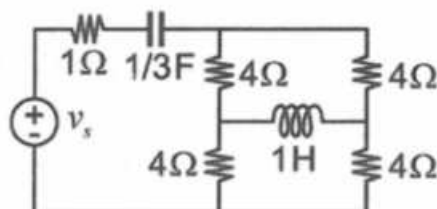
$$v_o = -v_C + i' = -v_C + 1$$

درسته که کانتینر داریم ولی جریان
که به سمتی در لحظه $t=0$ تغییراتی
ندارد چون ضریب $i_L = r(t) = t$ است به صورت
پله نباشد

$$RC \text{ kol: } \frac{v_C'}{2} + v_C = 0 \rightarrow v_C(t) = Ae^{-2t} \xrightarrow{v_C(0^+)=1} A=1$$

$$v_o = -(e^{-2t}) + 1 = 1 - e^{-2t} \quad t \geq 0$$

روش سوم: Laplace



باقی ۱۹۰ - در مدار شکل مقابل
با تبدیل مقاومت های 4Ω به
 2Ω ، بیشترین ثابت زمانی مدار
چند ثانیه کم می شود؟

$$2 \text{ (ع)}$$

$$1 \text{ (ب)}$$

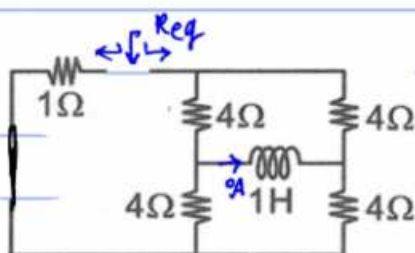
$$\frac{2}{3} \text{ (د)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (ا)}$$

مدار صدمه ۲ ← ۲ فاکتور طبیعی یا ۲ ثابت زمانی

۲ مدار صدمه اول مجزا از هم داریم جداگانه،

۱ از دید خازن، ولتاژ خازن تأثیری روی جریان رلف ندارد چون رلف روی شاخه وسط پل و ستون است

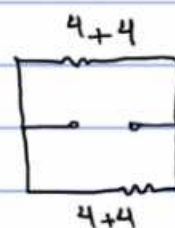
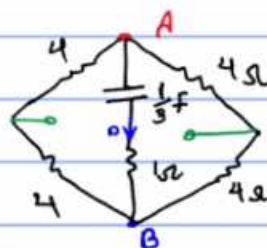
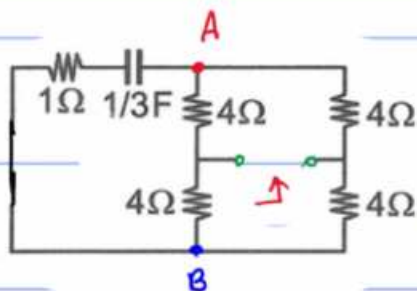


$$R_{eq} = 1\Omega + (4+4) \parallel (4+4) = 5\Omega$$

$$C = \frac{1}{3}$$

$$\tau_1 = RC = \frac{5}{3} \text{ (s)} \quad \text{بیشترین ثابت زمانی}$$

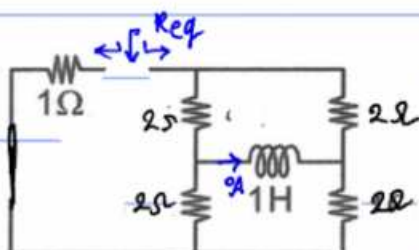
۲ از دید رلف، جریان رلف روی ولتاژ خازن تأثیری ندارد
چون خازن از دید رلف روی شاخه وسط پل و ستون



$$R_{eq} = (4+4) \parallel (4+4) = 4\Omega$$

$$L = 1H$$

$$\tau_2 = \frac{L}{R} = \frac{1}{4} \text{ (s)}$$



$$R_{eq} = 1\Omega + (2+2) \parallel (2+2) = 3$$

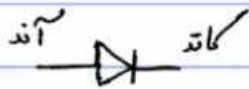
$$C = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \tau_{new} = 3 \times \frac{1}{3} = 1 \text{ (s)}$$

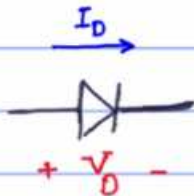
$$\Delta \tau = 1 - \frac{5}{3} = -\frac{2}{3}$$

۲ ثانیه کم می شود

Diode دیود



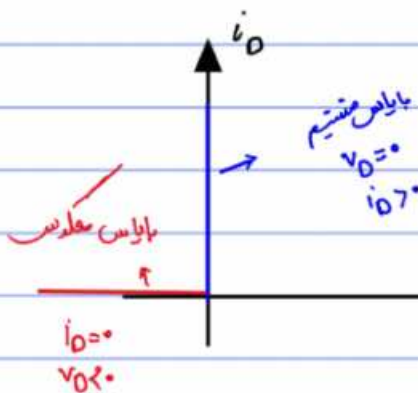
حسب ولتاژ ها و جریان های قراردادی:



حسب قراردادی دیود از سر کاتد به سر کاتد است و ولتاژ قراردادی

دیود اختلاف ولتاژ سر کاتد نسبت به کاتد است.

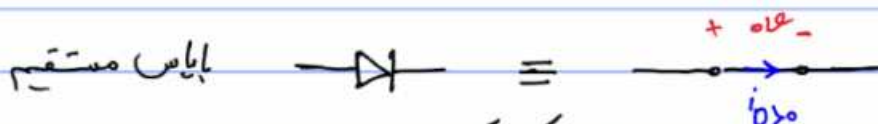
دیود ایده آلی:



اگر بایاس مدار طوری باشد که جریان از کاتد به

کاتد برقرار شود دیود بایاس مستقیم و جریان دیود

مقداری مثبت خواهد بود ($i_D > 0$) و ($v_D = 0$)



اگر بایاس مدار طوری باشد که جریان نخواهد از کاتد به سر کاتد حرکت کند با سر دیود مواجه می شود و جریانی

عبور نمی کند و جریان دیود صفر می شود ($i_D = 0$) و همچنین ولتاژ روی دیود صفری خواهد بود ($v_D = 0$)



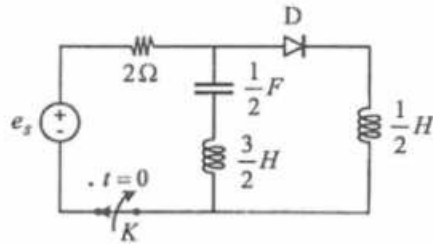
آنالیز به حل مسائل دیود:

با توجه به مدار و حسب جریان مدار (جریان از ولتاژ بیشتر به ولتاژ کمتر برقراره) یک فرض مناسب برای

دیود در نظر می گیریم و مدار معادل دیود را جایگزین می کنیم. اگر بایاس مستقیم فرض کرده بود

اثبات کنید که $i_D > 0$ و اگر بایاس معکوس فرض کرده بود باید اثبات کنید $v_D < 0$ است و صورت عدم اثبات فرض را عوض می کنید

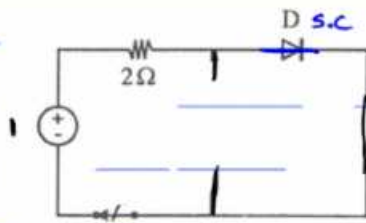
بقیه ۸۶. در مدار شکل زیر $e_s = u(-t)$ است. برای زمان های $t \geq 0$ دیود D چه مدت زمان هادی خواهد ماند ؟ (کلید K در $t = 0$ باز می شود).



جواب:

- (۱) π ثانیه (۲) $\frac{\pi}{2}$ ثانیه (۳) $\frac{\pi}{4}$ ثانیه (۴) $\frac{2\pi}{3}$ ثانیه

تحلیل لحظه قبل از $t=0^-$

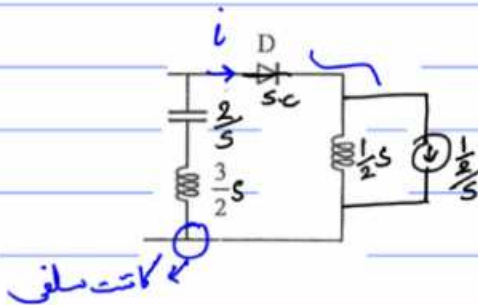


با توجه به این معاد در $t=0^-$ دیود هادی می ماند.

فرض صحیح است $i_0 = \frac{1}{2} > 0 \checkmark$

$$\begin{cases} i_L(0^-) = \frac{1}{2} A \\ v_C(0^-) = 0 V \end{cases}$$

$t > 0^+$



در بازه $t > 0^+$ کاست منفی ایجاد می شود و ولتاژ برای واقعی تحلیل و محاسبه نکردن شرایط $t > 0$ از Laplace استفاده کنیم.

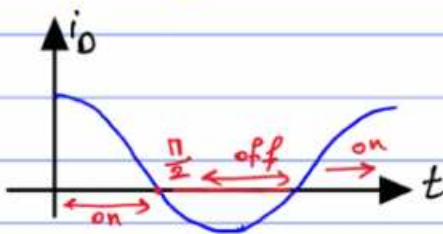
با توجه به منبع که ایجاد اولیه $\frac{1}{8}$ که به سمت پایین است و ولتاژ را بر روی دیود می گذاریم.

$$KVL: \left(\frac{3}{2}s + \frac{2}{5}\right)i + \frac{1}{2}s\left(i - \frac{1}{8}\right) = 0$$

$$i = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}s + \frac{2}{5} + \frac{1}{2}s} = \frac{\frac{1}{4}s}{2s^2 + 2} = \frac{\frac{1}{8}s}{s^2 + 1} \xrightarrow{L^{-1}} i_0(t) = \frac{1}{8} \cos t \quad t \geq 0$$

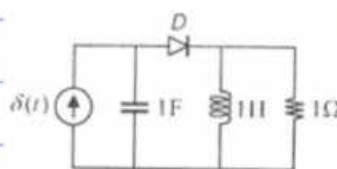
(مؤثره هادی است)

$$i_0(t) = \frac{1}{8} \cos t = 0 \rightarrow t = \frac{\pi}{2} (s)$$



باقی ۸۷

- در مدار شکل مقابل شرایط اولیه همگی صفر می باشند و دیود D ایده آل می باشد.
 $R = 1 \Omega$ و $L = 1 H$, $C = 1 F$ پس از چند ثانیه جریان دیود D قطع می گردد؟



(۱) $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$

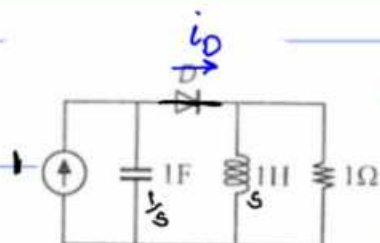
(۲) $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$

(۴) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$

Laplace : در بازه $t > 0$ منبع حذف داریم.

$t > 0$



با توجه به بایاس دیود و جهت منبع جریان، دیود را در سری

مفصل کنیم.

تقسیم جریان : $i_0 = 1 \times \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s} + s + 1} = 1 \times \frac{1}{1 + \frac{s^2}{s+1}}$

$i_0 = 1 \times \frac{s+1}{s^2 + s + 1} = \frac{(s + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}}{(s + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}}$

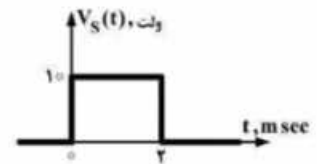
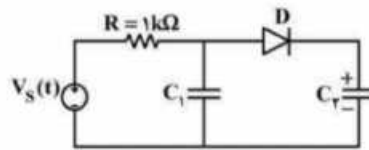
$i_0 = \frac{s + \frac{1}{2}}{(s + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} + \frac{\frac{1}{2}}{(s + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \xrightarrow{L^{-1}} i_0(t) = e^{-\frac{1}{2}t} \left(\cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t \right) t > 0$

قطع شدن دیود $i_0 = 0 \rightarrow \cos \frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}}{2}t = 0 \rightarrow \tan \frac{\sqrt{3}}{2}t = -\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}t = \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow t = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}$

(بقی ۹۳)

در مدار شکل زیر، خازن $C_1 = 1\mu F$ و بی بار است، خازن $C_2 = 2\mu F$ به میزان ۲۵ میکرو ژول انرژی ذخیره شده با ولتاژته داده شده دارد. با ورودی منبع ولتاژ $V_S(t)$ شکل زیر، کدام گزینه در مورد بازه زمانی هدایت دیود ایده آل D بر حسب میلی ثانیه صحیح است؟

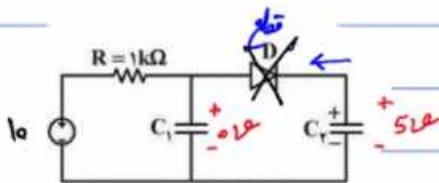


- (۱) $\ln \frac{3}{2} \leq t \leq 2$
(۲) $\ln 2 \leq t \leq 2$
(۳) $\ln \frac{3}{2} \leq t \leq 2 \ln 2$
(۴) $\ln 2 \leq t \leq 2 \ln 2$

$$\begin{cases} V_{C_1}(0) = 0 \text{ ولت} \\ V_{C_2}(0) = 5 \text{ ولت} \end{cases}$$

$$25\mu J = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times V^2 \rightarrow V_{C_2}(0) = 5$$

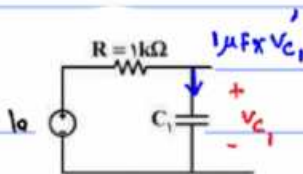
$0 < t < 2$



در لحظه $t=0$ چون ولتاژ C_2 بیشتر از C_1 است ($V_{D < 0}$)

دیود قطع می شود.

از لحظه $t=0$ به بعد خازن C_1 شروع به شارژ شدن می کند و می خواهد تا ولت شارژ شود و می رسد به ولتاژ ۱۰ ولت یعنی هدایت دیود در رست می شود و هر دو خازن با هم موازی و با هم شارژ تا ولت شروع به شارژ می کنند.



$$KVL: 0.001 V_{C_1}' + V_{C_1} = 10 \rightarrow S = -1000$$

$$V_C(t) = Ae^{-1000t} + \frac{10}{0+1} \xrightarrow{V_C(0)=0} A = -10$$

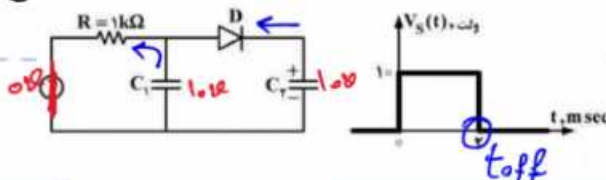
$$V_C(t) = 10(1 - e^{-1000t}) \quad t > 0 \rightarrow V_C(t_{on}) = 5 \rightarrow 10 - 10e^{-1000t} = 5$$

$$10e^{-1000t} = 5 \xrightarrow{\ln} -1000t = -\ln 2 \rightarrow t_{on} = \frac{\ln 2}{1000} (s)$$

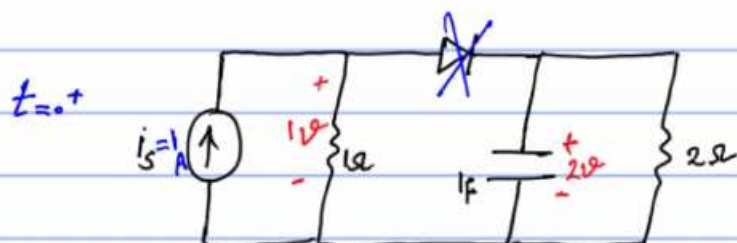
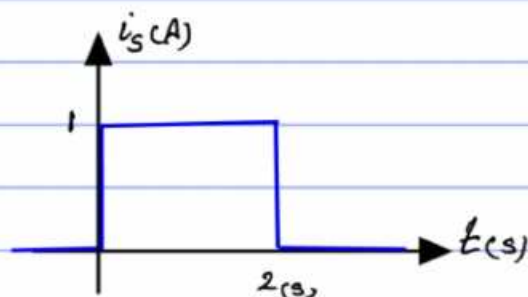
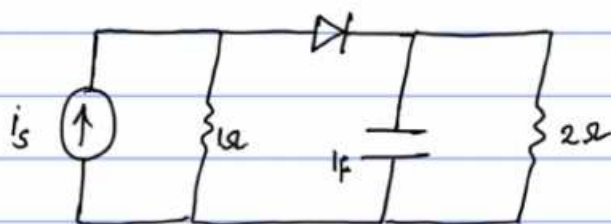
$$t_{on} = \ln 2 (ms)$$

وقتی V_2 از ولت به ۰ ولت تغییر یابد جریان از طرف خازن ها به سمت هبری که ۰ ولت است برقرار می شود و در همین لحظه دیود قطع می شود.

$t = 2ms$



مثال) در مدار زیر دیود 0 ایده اکل است و $V_C(t)=2$ است. در لحظه بازگشایی دیود هدایت می کند؟

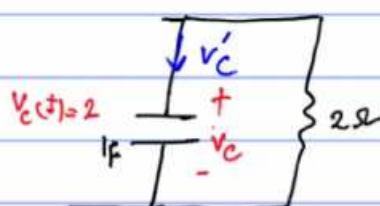


در لحظه شروع ولتاژ گذر از گانه گانه است

لذا در لحظه $t=0^+$ دیود خاموش است.

برای $t=0^+$ خازن است را به در مقاومت دیگر می گوییم تا به 1V برسد به محض رسیدن به 1V

ولت دیود روشن می شود.

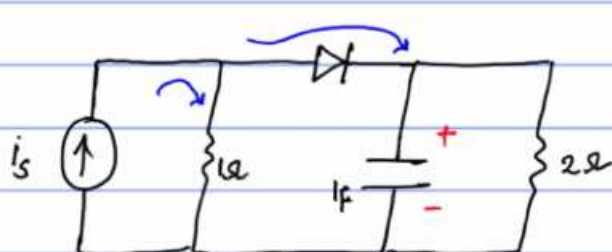


$$KVL: 2V_C' + V_C = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{2}$$

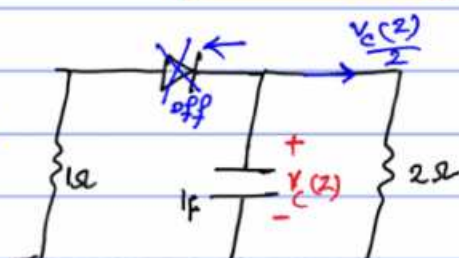
$$V_C(t) = A e^{-\frac{1}{2}t} \xrightarrow{V_C(0^+)=2} A=2$$

$$V_C(t) = 2e^{-\frac{1}{2}t} \rightarrow V_C(t_{on}) = 1 \rightarrow 2e^{-\frac{1}{2}t} = 1$$

$$e^{-\frac{1}{2}t} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\ln} -\frac{1}{2}t = -\ln 2 \rightarrow t_{on} = 2\ln 2 \text{ (s)}$$



$t=2s$
 $i_s=0$

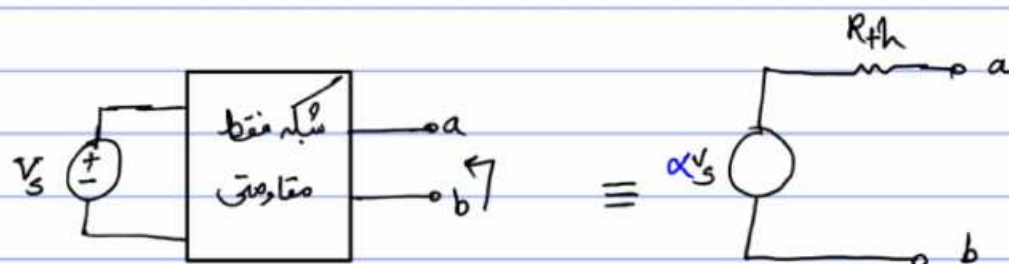


$$V_C(2) > 0$$

در لحظه 2 ثانیه خازن به بار شده (ولتاژ گانه) از ولتاژ گذر از گانه بیشتر می شود و دیود خاموش می شود.

$$2\ln 2 \leq t_{on} < 2s$$

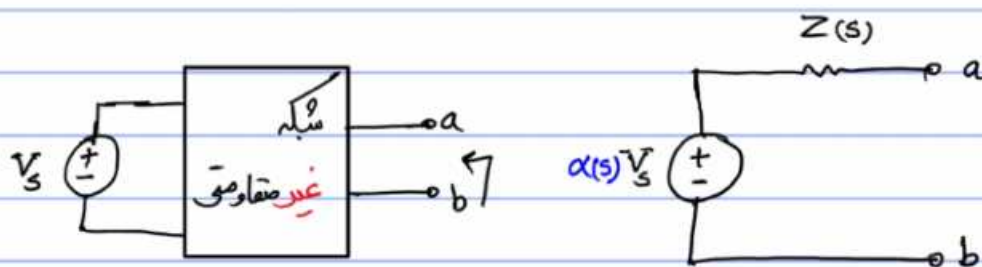
شبکه های سلفی مخزن $LT1$



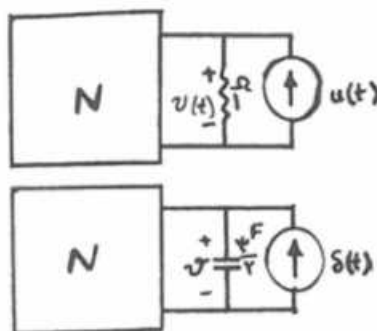
یادآوری:

اما نکته: داخل شبکه گانج غیرمقاومتی داریم پس به شرط آنکه شبکه $LT1$ یا $خط$ تغییرناپذیر پارامتر

بماند می توان مدار را در حوزه s تحلیل و معادل سازی تونین و نورتن انجام داد.



بوق ۷۶

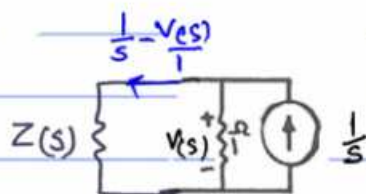


در مدار شکل مقابل N شامل عناصر خطی تغییرناپذیر با زمان پسیو است. اگر ورودی منبع جریان پله اعمال شود پاسخ ولتاژ $v(t) = \frac{1}{4} (1 - e^{-2t}) u(t)$ حاصل می شود. حال اگر مقاومت ۱ اهمی را با خازن $\frac{1}{4}$ فارادی تعویض کرده و ورودی ضربه اعمال کنیم ولتاژ دو سر خازن برابر کدام خواهد بود؟

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} e^{-t} u(t) &= -2 & e^{-t}(t) &= -1 \\ \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{2}t} u(t) &= -3 & e^{-\frac{1}{2}t} u(t) &= -3 \end{aligned}$$

اگر N فقط مقاومتی بود در پاسخ فرکانس ۴- ظاهر نمی شد! لذا شبکه را باید غیر مقاومتی در نظر گرفت

سنا صابی



$$v(t) = \frac{1}{2} (1 - e^{-4t}) u(t) \rightarrow v(s) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4} \right)$$

$$\text{KVL: } v(s) = Z(s) \left(\frac{1}{s} - v(s) \right) \rightarrow Z(s) = \frac{v(s)}{\frac{1}{s} - v(s)}$$

$$Z(s) = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4} \right)}{\frac{1}{s} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+4} \right)} = \frac{(s+4) - s}{2(s+4) - ((s+4) - s)} = \frac{4}{2s+4} = \frac{2}{s+2}$$

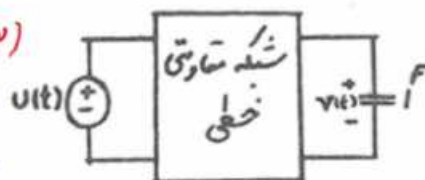
حل مسئله:

$$v_{\text{new}} = 1 \times \frac{2}{3s} \parallel \frac{2}{s+2} = \frac{4}{3s(s+2)} = \frac{2}{3s} + \frac{2}{3s+2}$$

$$v_{\text{new}} = \frac{4}{3s+2} = \frac{\frac{1}{2}}{s+\frac{1}{2}} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v(t) = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t} u(t)$$

نیز به ۴ جواب

(بقی ۷۲)



در شکل مقابل ولتاژ اولیه خازن صفر بوده و $v(t)$ بصورت زیر است.

$$v(t) = \frac{1}{4} (1 - e^{-t}) u(t)$$

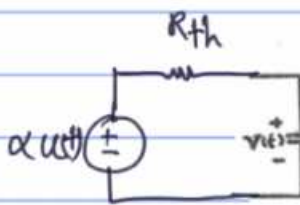
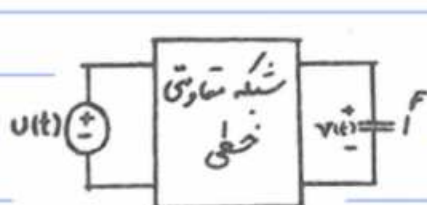
اگر بجای خازن سلف $L = 2H$ قرار دهیم $v(t)$ برابر می شود با:

$$\frac{1}{4} e^{-t} u(t) \quad -2$$

$$\frac{1}{4} e^{-t/6} u(t) \quad -1$$

$$\frac{1}{4} (1 - e^{-t/6}) u(t) \quad -2$$

$$\frac{1}{4} (1 - e^{-\frac{t}{3}}) u(t) \quad -3$$



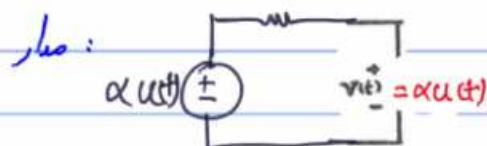
$$v(t) = \frac{1}{4} (1 - e^{-t}) u(t)$$

سئوالمی مشابه:

شبکه مقاومتی است نیازی به تابلا نیست.

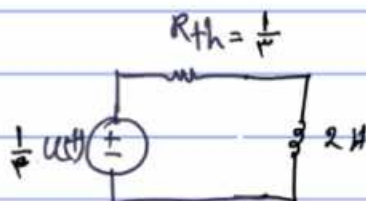
تحلیل ∞ : $v(\infty) = \frac{1}{4} (1 - 0) = \frac{1}{4} u(t)$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$



تم e^{-t} و مدار مرتب اول $\leftarrow \tau = \frac{1}{3} \leftarrow R_{th} \cdot C = \frac{1}{3} \leftarrow R_{th} \times 1 = \frac{1}{3}$

$$R_{th} = \frac{1}{3} \leftarrow$$



$$i_L = (0 - \frac{3}{4}) e^{-\frac{t}{6}} + \frac{3}{4}$$

حل مسئله:

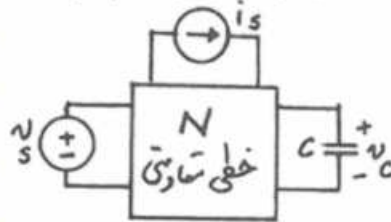
$$\rightarrow v(t) = v_L = L i_L' = 2 \left(+\frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \right) e^{-\frac{t}{6}} = \frac{1}{4} e^{-\frac{t}{6}}$$

گزینه ۱

برق ۸۲

در مدار شکل مقابل خازن دارای ولتاژ اولیه V_0 است. اگر $i_s = 2A$ و $v_s = 4V$

باشد $v_c(t) = 4 + 2e^{-\frac{t}{T}}$ می شود. اگر $i_s = 4A$ و $v_s = 8V$ شوند ولتاژ $v_c(t)$ کدام خواهد بود؟

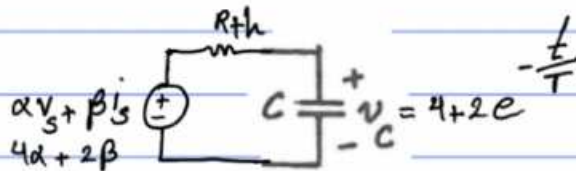


$$\begin{aligned} \lambda - 2e^{-\frac{t}{T}} (2) \\ \lambda + 2e^{-\frac{t}{T}} (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda + 2e^{-\frac{t}{T}} (1) \\ \lambda - 2e^{-\frac{t}{T}} (3) \end{aligned}$$

نکته مهم: چون مدار غیر مقاومتی دارای رابطه اولیه غیر صفر است می توان گفت با n برابر گان ورودی ها

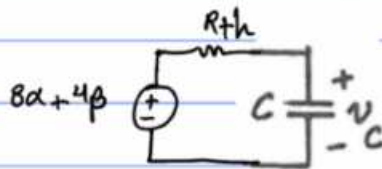
خروجی هم n برابر می شود.



شکله از دید خازن گانمایی:

$$v_c(0) = 4 + 2 = 6$$

$$v_c(\infty) = 4\alpha + 2\beta = 4 + 0$$



$$\begin{cases} v_c(\infty) = 8\alpha + 4\beta \xrightarrow{4\alpha + 2\beta = 4} v_c(\infty) = 8 \\ v_c(0) = 6 \end{cases}$$

خازن تغییر نکرده

با توجه به این اطلاعات فقط بر مبنای ۲ $v_c(0) = 6$ می گزینیم و جواب است.

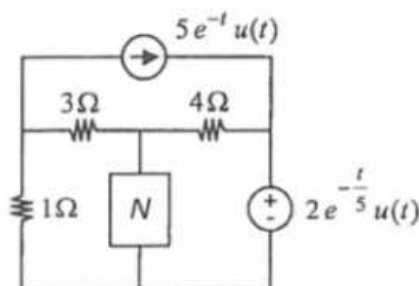
باقی ۱۸۶ - در مدار شکل مقابل همه

ولتاژها و جریان‌ها بعد از مدت زمان

طولانی ۲۰ ثانیه تقریباً صفر می‌شوند. اگر

مدت زمان طولانی چهار برابر بزرگترین ثابت

زمانی ولتاژها و جریان‌ها باشد آنگاه :



(۱) یک خازن با مقدار حداکثر $\frac{5}{4}F$ است.

(۲) یک مقاومت خطی با مقدار دلخواه $R\Omega$ است. ($R \neq -2$)

(۳) یک سلف با مقدار می‌نیم $10H$ است.

(۴) موارد ۱ و ۲

$$\tau_{max} = \frac{20}{4} = 5 (s)$$

$$y(t) = Ae^{-t} + Be^{-\frac{t}{5}} + Ce^{-\frac{t}{5}}$$

↓ ↓ ↓
انرژی انرژی مدار

حالت اول

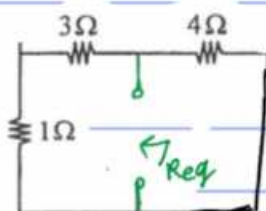
اگر مدار بتواند ثابت زمانی یا فرکانس مدار ایجاد کند. باید N غیر مقاومتی باشد.

$$y(t) = Ae^{-t} + Be^{-\frac{t}{5}}$$

↓ ↓
مدتی مدتی

حالت دوم

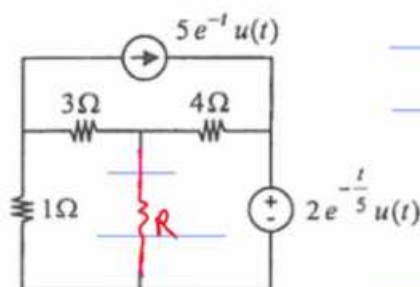
باقیه به اینک بزرگترین ثابت زمانی مدار ۵ ثانیه است یا فرکانس مدار $\frac{1}{5}$ است. باید مدار ثابت زمانی بزرگتر از این مقدار را ایجاد کند.



$$R_{eq} = 4 \parallel (3+1) = 2\Omega$$

$$\tau_{RC} = 2 \times C < 5 \rightarrow C < \frac{5}{2} F \rightarrow C_{max} = \frac{5}{2} F$$

$$\tau_{RL} = \frac{L}{2} < 5 \rightarrow L < 10 H \rightarrow L_{max} = 10 H$$

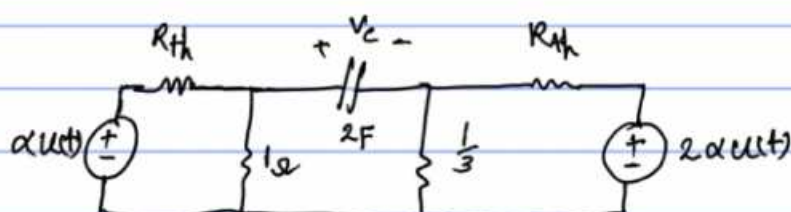
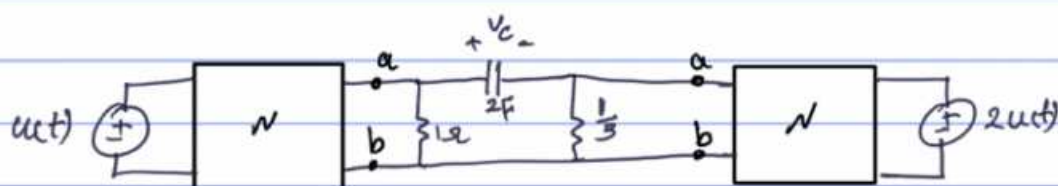


$$y(t) = ae^{-t} + be^{-\frac{t}{5}} \rightarrow \tau_{max} = 5$$

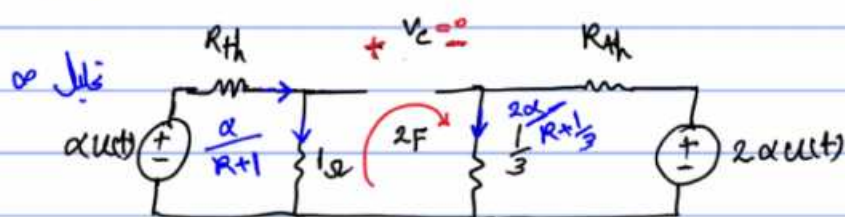
نیز به ۴ جواب است.

مثال: در مدار شکل زیر N فقط از مقاومت های LTI تشکیل شده است. اگر $V_C(-) = 2$ و $V_C(\infty) = 0$ باشد.

حالت زمانی مدار چند ثانیه است؟ (N ها صلب هم هستند)



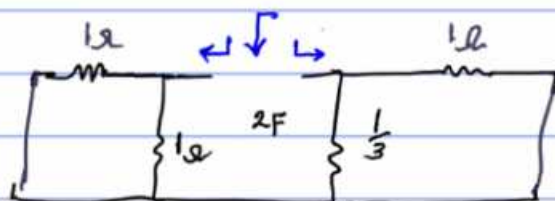
$$\begin{cases} V_C(-) = 2 = V_C(0^+) \\ V_C(\infty) = 0 \end{cases}$$



$$-\frac{\alpha}{R+1} + 0 + \frac{1}{3} \left(\frac{2\alpha}{R+\frac{1}{3}} \right) = 0 \rightarrow \frac{\alpha}{R+1} = \frac{2\alpha}{3R+1} \rightarrow 3R+1 = 2(R+1)$$

$$\rightarrow R = 1 \Omega$$

برای محاسبه ثابت زمانی نیاز به محاسبه α و منابع متقل نسبت چقدره حاضر می شوند.

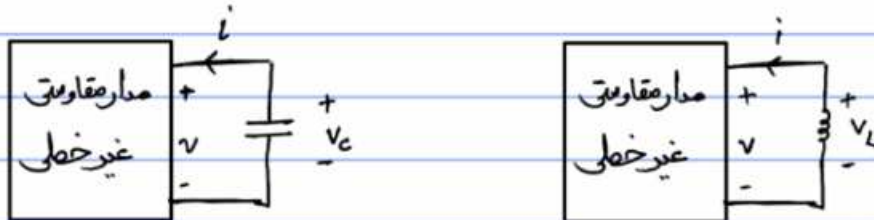


$$R_{eq} = (1 \parallel 1) + \left(\frac{1}{3} \parallel 1 \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$C = 2F \Rightarrow \tau = RC = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

مدارهای مرتبه اول غیر خطی تغییرناپذیر زمان

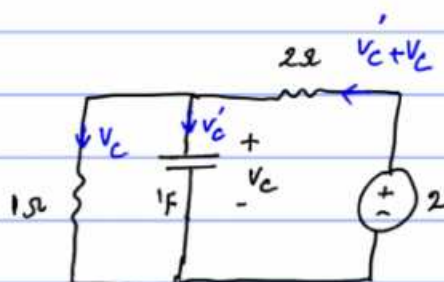
مدار مرتبه اولی که شامل امان یا سگده غیر خطی باشد را مدار مرتبه اول غیر خطی می‌نامیم که برای حل آن مدار از نظر ریاضی با یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول غیر خطی سروکار داریم.



اگر $i(t)$ نشان دهنده ولتاژ یا بار خازن در مدار خازنی و یا جریان یا ولتاژ سلف در مدار سلفی باشد می‌توان مدار مرتبه اول را با یک از دو معادله زیر توصیف کرد:

$$y' = f(y) \quad \text{معادله غیر خطی تغییرناپذیر با زمان}$$

$$y' = f(y, t) \quad \text{معادله غیر خطی تغییرپذیر با زمان}$$

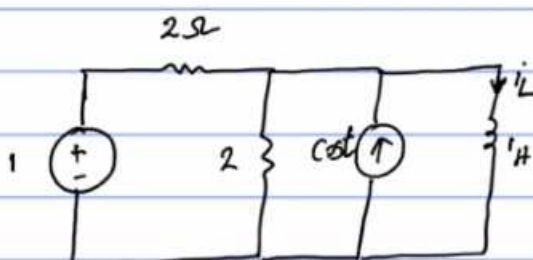


$$KVL: -2 + 2(v'_c + v_c) + v_c = 0$$

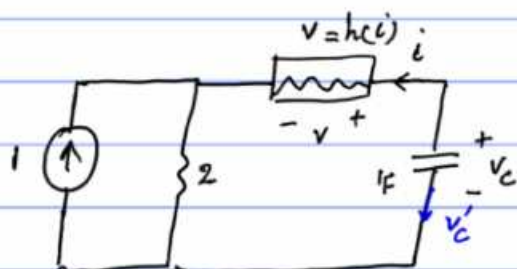
$$\rightarrow v'_c = -\frac{3}{2}v_c + 1$$

$f(y)$

این معادله مرتبه اول خطی تغییرناپذیر با زمان



$$i'_L = -i_L + \cos t + \frac{1}{2}$$



$$v'_c = -i = g(v_c)$$

$g(v_c)$ غیر خطی

که $g(v_c)$ از نوشتن رابطه‌های مداری بدست می‌آید.

✓ وجود یک امکان غیر خطی، معادله دیفرانسیل مدار را غیر خطی می‌کند.

✓ حل مدارات غیر خطی فقط در **حوزه زمانی** انجام می‌گردد و تابع تبدیل و لاپلاس و صفر و قطب و فکانس

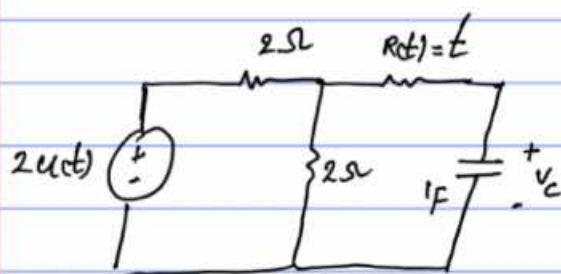
طبیعی تعریف نمی‌گردد.

حل مدارات خطی غیر مقاومتی تغییرپذیر با زمان

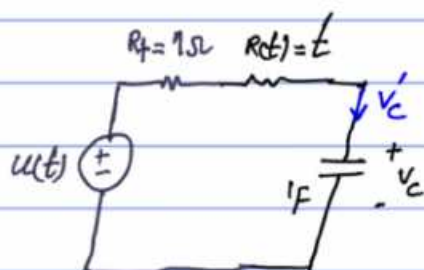
در مدارات غیر مقاومتی خطی تغییرپذیر با زمان، سیر از حل مدار به یک معادله دیفرانسیل **جداشدنی**

می‌رسیم که با روش انتگرال گیری می‌توان معادله دیفرانسیل را حل کرد.

برق ۷۹) برای مدار خطی تغییرپذیر با زمان شکل زیر، $v_C(t)$ را برای $t \geq 0$ که کمترین است؟ $v_C(0^-) = 0$



$$v_C(0^+) = v_C(0^-)$$



$$t > 0: -1 + (1+t)v_C' + v_C = 0 \rightarrow (1+t)v_C' = 1 - v_C$$

$$(1+t) \frac{dv_C}{dt} = 1 - v_C \rightarrow \frac{dv_C}{1 - v_C} = \frac{dt}{1+t} \int$$

$$-\ln(1 - v_C) = \ln(1+t) + k \xrightarrow{v_C(0^+) = 0} -\ln 1 = \ln 1 + k$$

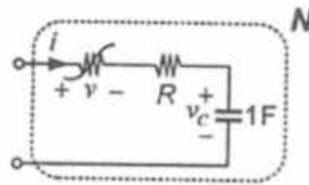
$$\rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow \ln \frac{1}{1 - v_C} = \ln(1+t) \rightarrow 1 - v_C = \frac{1}{1+t} \rightarrow v_C = \frac{t}{t+1}$$

برق ۹۰- در مدار شکل زیر با مقاومت غیرخطی $v = i^2$ و ولتاژ خازن $v_c = \cos t$

بازای چه مقدار R بر حسب اهم، توان متوسط N برابر یک وات می شود؟

جواب:



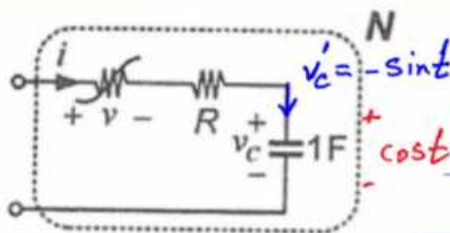
۱ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۲ (۳)

ابتدا توان لحظه ای شبکه را می گیریم و از آن متوسط گیری می کنیم.



$$P_{\text{لحظه ای}} = v \cdot i + R \cdot i^2 + v_c \cdot i_c \quad (1)$$

$$i = v_c' = -\sin t \quad (2)$$

$$v = i^2 = (-\sin t)^2 \quad (3)$$

توان لحظه ای P : $P = \underbrace{(-\sin t)^3}_{\text{متوسط صفر}} + \underbrace{R(-\sin t)^2}_{\frac{1}{2} \text{ متوسط}} + \underbrace{\cos t \cdot (-\sin t)}_{\text{متوسط صفر}}$

$$\bar{P} = 0 + \frac{1}{2} R + 0 = 1 \rightarrow R = 2 \Omega$$

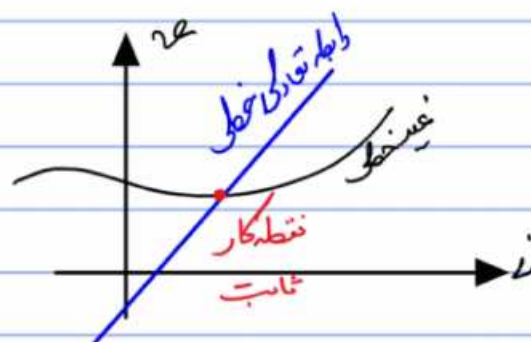
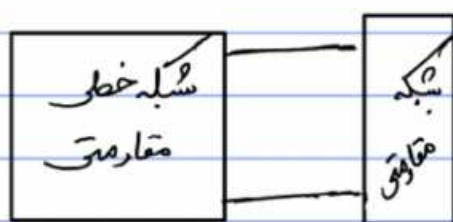
$(-\sin t)^3 \rightarrow$ متغیر $\rightarrow$ متوسط صفر

$\cos t \cdot \sin t \rightarrow$ متوسط صفر

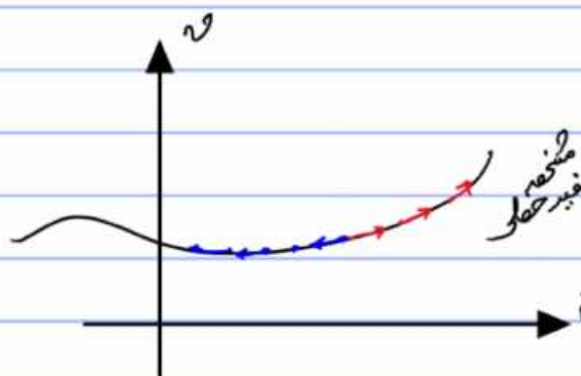
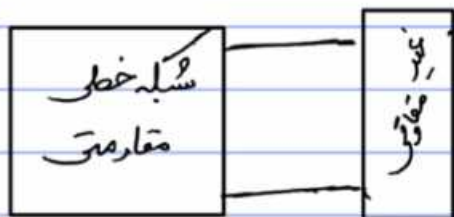
$(-\sin t)^2 = \frac{1 - \cos 2t}{2} \rightarrow \bar{P} = \frac{1}{2} + 0$

حالت تغییرات y و نقاط تعادل $y' = f(y)$

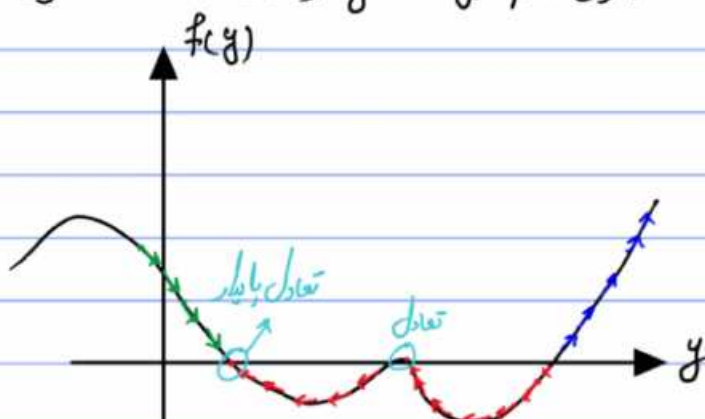
قبل از صحبت مدارهای مقاومتی، وقتی یک سگک **غیر خطی مقاومتی** به یک بار **خطی مقاومتی** متصل می‌شود، نقطه کار یا نقاط کار مدار با قطع دادن رابطه تقاربی سگک خطی با منحنی غیر خطی بدست می‌آید. گداین نقاط کار با لذست زمان ثابت بودند.



اگر یک سگک مقاومتی غیر خطی به یک **سگک خطی** یا سگک غیر مقاومتی متصل شود نقطه کار روی منحنی سگک غیر خطی ثابت نمی‌ماند و با لذست زمان تغییر می‌کند و حرکت می‌کند.



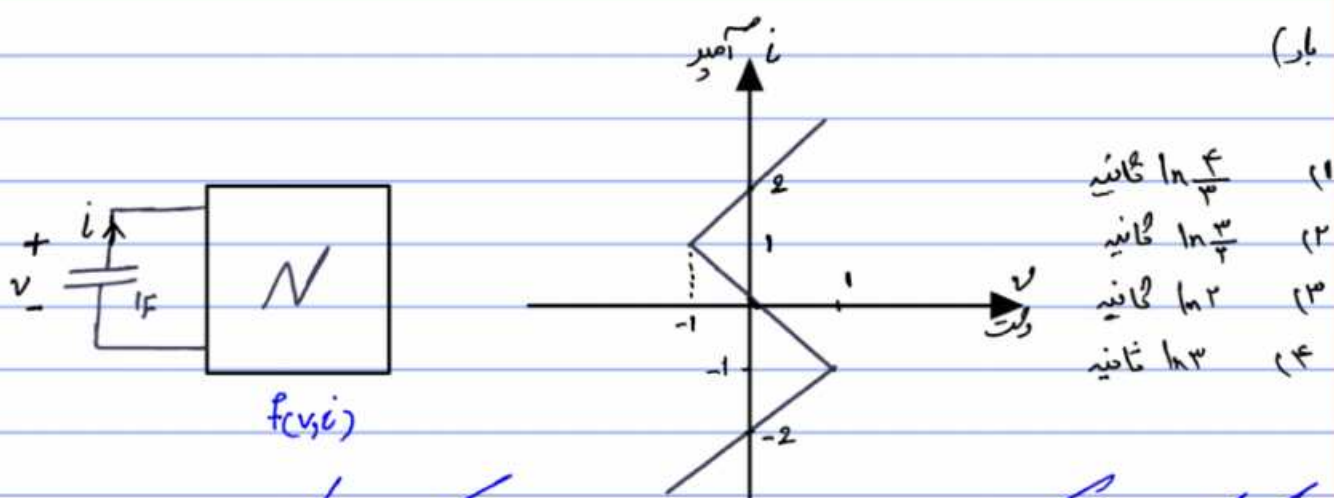
منفر کنید معادله دینامیکی غیر خطی مرتبه اول به فرم $y' = f(y)$ و فرض کنید منحنی غیر خطی



به سرعت دوم بپردازیم:

- $f(y) = y' > 0 \rightarrow y$ در حال افزایش
- $f(y) = y' < 0 \rightarrow y$ در حال کاهش
- $f(y) = y' = 0 \rightarrow$ نقاط تعادل معادله است و حرکت نمی‌کند

باقی (۸۷) در مدار شکل مقابل N یک قطب مقاومتی غیر خطی است که مشخصه $v-i$ آن داده شده است
اگر ولتاژ اولیه خازن برابر (۱-) ولت باشد چه مدت طول می کشد تا ولتاژ خازن صفر شود؟ (برای اولین بار)



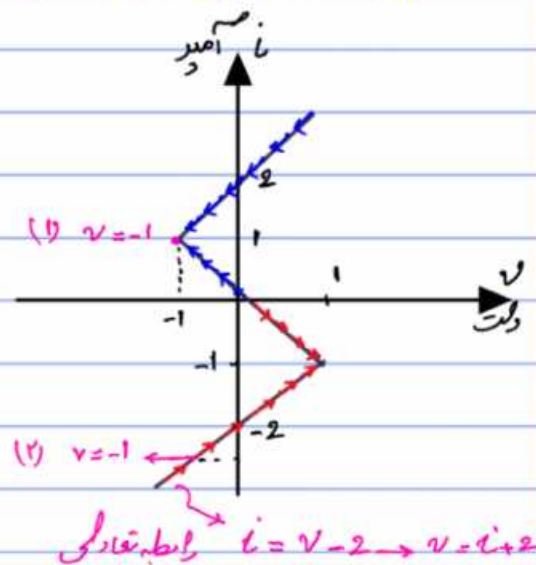
قبلاً گفتیم که اتصال سگد مقاومتی غیر خطی به اتان حافظه دار باعث حرکت نقطه کار روی مشخصه غیر خطی می شود.

تعداد اول: نوشتن رابطه اتان حافظه دار و توصیف حرکت نقطه کار

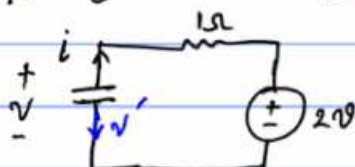
$$i = -v'$$

$$\begin{aligned} \text{if } i > 0 &\rightarrow v' < 0 \rightarrow v \downarrow \\ \text{if } i < 0 &\rightarrow v' > 0 \rightarrow v \uparrow \\ \text{if } i = 0 &\rightarrow v' = 0 \rightarrow v \text{ ثابت} \end{aligned}$$

اگر با ولتاژ $v(0) = -1$ در نقطه کار (۱) باشد (جایگاه ۱ آمپر)
با توجه به جهت حرکت حرکت نقطه کار هیچ گاه به $v = 0$ نمی رسد ولی
اگر با $v(0) = -1$ و $i = -2$ به سگد متصل شود با توجه به جهت حرکت نقطه کار v می تواند صفر ولت شود.

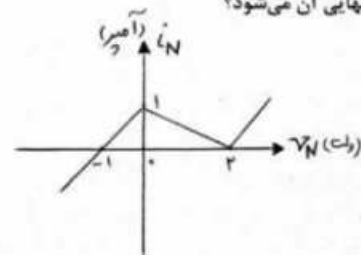
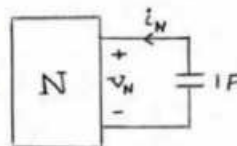
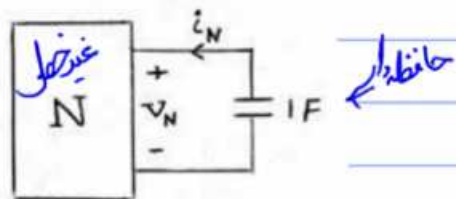


برای رابطه تقارنی باره خط پایین را با خازن قطع می دهیم.



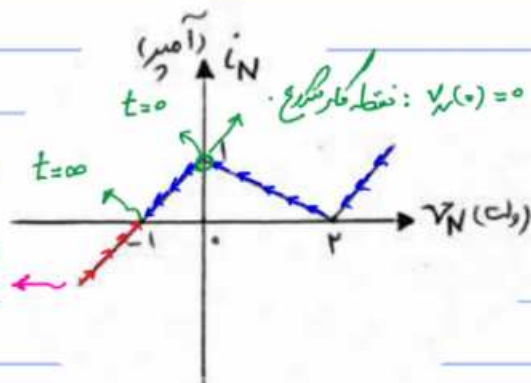
$$\begin{aligned} v(-) = -1 &\rightarrow v(+) = -1 \\ \text{KVL: } -2 - v' + v &= 0 \rightarrow v + v = 2 \rightarrow v(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{2}{0+1} \\ v(0) = -1 &\rightarrow A = -3 \Rightarrow v(t) = -3e^{-\frac{t}{\tau}} + 2 = 0 \rightarrow t = \ln \frac{3}{2} \end{aligned}$$

اگر ولتاژ اولیه خازن صفر ولت باشد، بعد از چه مدتی ولتاژ خازن نصف مقدار نهایی آن می شود؟



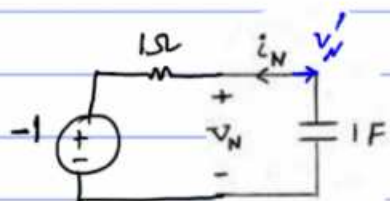
۱ (۱)
۲ (۲)
۲ ln ۲ (۴)
ln ۲ (۳)

if $i_N > 0 \rightarrow v_N' < 0 \rightarrow v_N \downarrow$
if $i_N < 0 \rightarrow v_N' > 0 \rightarrow v_N \uparrow$
 $i_N = -v_N'$



$v_N' = i_N - 1 \leftarrow i_N = \frac{v_N}{1} + 1$ ← رابطه تقارنی :

نکته: نقاط تقابل معادلات با زمین $t = \infty$ است. و نقطه کار سریع بستگی به مدار دارد.



$1 + v_N' + v_N = 0 \xrightarrow{v_N = v_N'} v_N' + v_N = -1 \rightarrow s = -1$

$v_N(t) = A e^{-t} + \frac{-1}{0+1} \xrightarrow{v_N(0)=0} A = 1$

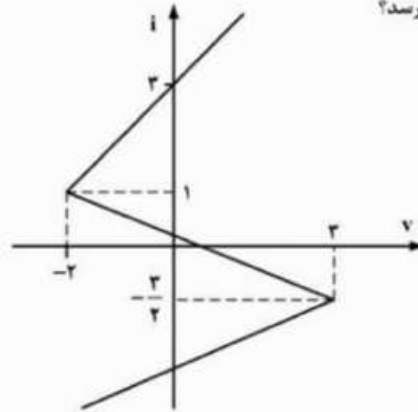
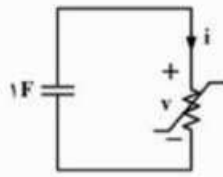
$v_N(t) = e^{-t} - 1$

ما مقیم حرکت نقطه کار $v_N(\infty) = -1$ است
مکانیه $v_N(t) = e^{-t} - 1 = -\frac{1}{2} \rightarrow e^{-t} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\ln} -t = \ln \frac{1}{2} \rightarrow t = \ln 2$

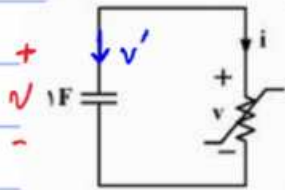
نصفه ۳ جواب است.

در مدار زیر که شامل مقاومت غیر خطی با مشخصه نشان داده شده است، اگر $v(0) = 8V$ باشد، بعد از چه مدتی v به مقدار $-2V$ ولت می‌رسد؟ ۹۵ بقی

نقطه کار در لحظه $t=0: v(0)=8$
لحظه این نقطه کار روی باره خط پایانی است

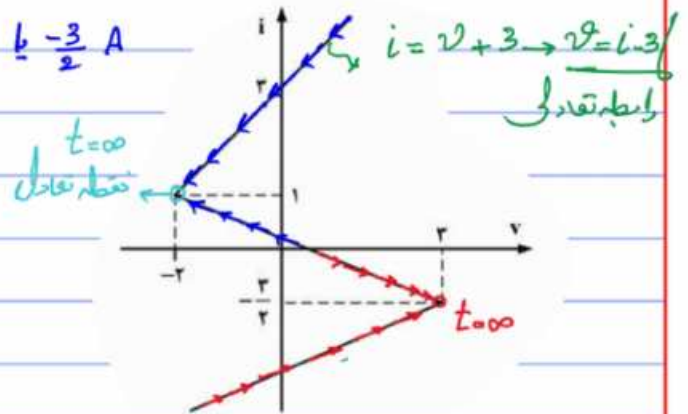
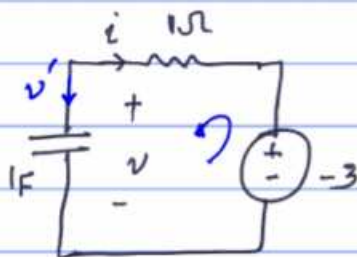


- (۱) $\ln 5$
(۲) $\ln 11$
(۳) ۱
(۴) ۲



$$i = -v' \rightarrow \begin{aligned} \text{if } i > 0 &\rightarrow v' < 0 \rightarrow v \downarrow \\ \text{if } i < 0 &\rightarrow v' > 0 \rightarrow v \uparrow \\ \text{if } i = 0 &\rightarrow v' = 0 \rightarrow v \text{ ثابت} \end{aligned}$$

$i(\infty) = 1$ یا $-\frac{3}{2}A$ که بنویس به نقطه کار برگردیم

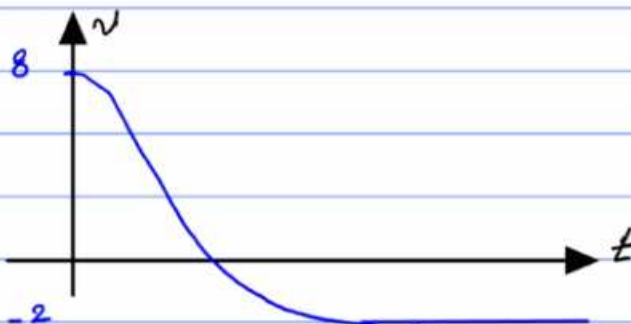


$$\text{KVL: } 3 + v' + v = 0 \rightarrow v' + v = -3 \rightarrow s = -1$$

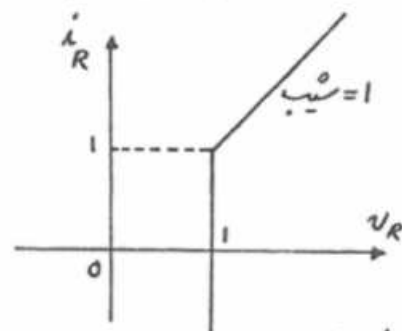
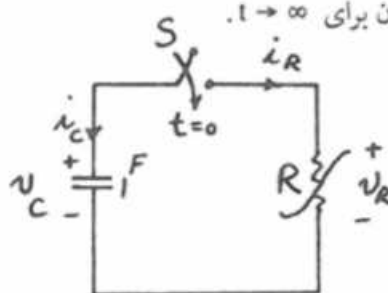
$$v(t) = Ae^{-t} + \frac{-3}{s+1} \quad v(0)=8 \quad A-3=8 \rightarrow A=11$$

$$v(t) = 11e^{-t} - 3 = -2 \rightarrow 11e^{-t} = 1 \rightarrow e^{-t} = \frac{1}{11} \rightarrow \ln$$

$$-t = \ln \frac{1}{11} = t = \ln 11 \quad (\text{لایحه})$$



برق (۷۱) در مدار شکل زیر کلید S در لحظه $t=0$ بسته می شود و خازن با ولتاژ اولیه $2V$ به مقاومت غیرخطی R با مشخصه نشان داده شده متصل می گردد. مطلوب است محاسبه ولتاژ و جریان خازن برای $t \rightarrow \infty$.



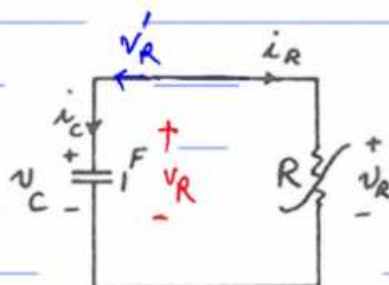
جواب:

$$i_C(\infty) = 1, V_C(\infty) = \infty \quad -2$$

$$i_C(\infty) = 1, V_C(\infty) = 1 \quad -1$$

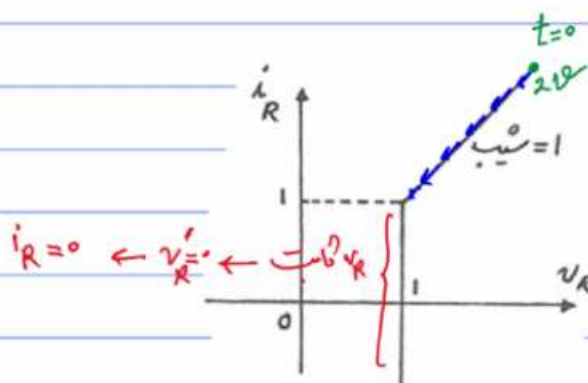
$$i_C(\infty) = -1, V_C(\infty) = \infty \quad -2$$

$$i_C(\infty) = 0, V_C(\infty) = 1 \quad -3$$



$$i_R' = -V_R' \rightarrow \text{if } i_R > 0 \rightarrow V_R \downarrow$$

$$\text{if } i_R < 0 \rightarrow V_R \uparrow$$



در لحظه $t=0$ نقطه کار روی $V=2$ است و با گذشت زمان به سمت نقطه $i_R=1$ و $V_R=1$ حرکت می کند.

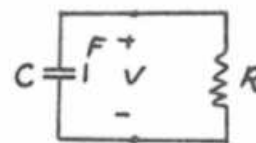
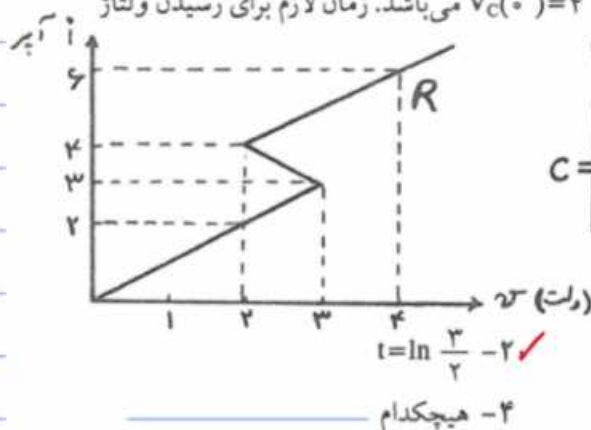
اما عبارت رسیدن به این نقطه چون V_R ثابت است مشتق آن صفر لذا $i_R' = -V_R' = 0$ می شود.

یعنی در $t=\infty$ نقطه کار به سمت $i_R=0$ و $V_R=1 \leftarrow V_C(\infty)=1$ و $i_C(\infty)=-i_R(\infty)=0$ می رود.

خواب می رود.

برق ۷۰

یک خازن $C = 1F$ را بطور موازی با یک مقاومت غیرخطی با مشخصه زیر متصل کرده ایم، ولتاژ اولیه خازن $V_C(0^-) = 4V$ می باشد. زمان لازم برای رسیدن ولتاژ خازن به ۲ ولت چقدر است؟



$$t = \ln 3 - 1$$

$$t = \ln 2 - 3$$

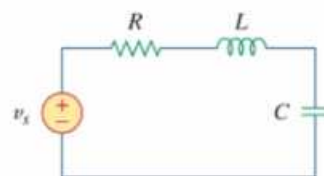
عبدالحمید حل نمیکند

Second-order Circuits

مدارهای الکتریکی مرتبه ۲

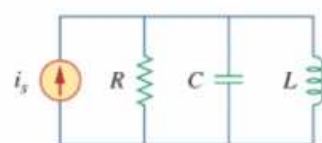
در این فصل می خواهیم مدارهای الکتریکی مرتبه ۲ را تحلیل کنیم که این مدارات دارای معادله دیفرانسیل از مرتبه ۲ هستند که در ذیل چند نمونه از مدارهای مرتبه ۲ را مشاهده می کنید.

مدار RLC سری



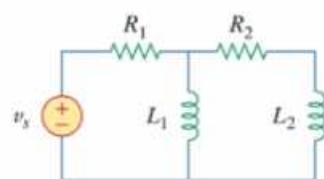
(a)

مدار RLC موازی



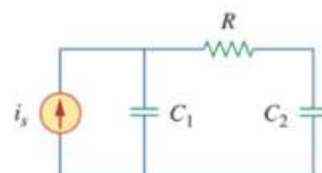
(b)

مدار RL مرتبه ۲



(c)

مدار RC مرتبه ۲



(d)

تحلیل مدارهای الکتریکی مرتبه ۲ خیلی مستقیم با مدارهای الکتریکی مرتبه ۱ می باشد ولی در این فصل می خواهیم پارامترهای تأخیر گذار روی پاسخ طبیعی مدارهای مرتبه ۲ را بررسی کنیم.

فرکانس‌های طبیعی مدارهای مرتبه ۲ LTI

مدار مرتبه ۲ با ورودی صفر، معادله دیفرانسیل هر متغیری از آن مدار مثل y که می‌تواند جریان یا ولتاژ هر شاخه‌های از مدار مورد نظر باشد حداقل از درجه ۲ خواهد بود:

فرم استاندارد معادله دیفرانسیل مدار مرتبه ۲: $y''(t) + 2\alpha y'(t) + \omega_n^2 y(t) = 0$: معادله دیفرانسیل حالت

محاسبه فرکانس‌های طبیعی:

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_n^2 = 0 \rightarrow s_{1,2} = \frac{-2\alpha \pm \sqrt{4\alpha^2 - 4\omega_n^2}}{2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2}$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_n^2} \quad \text{فرم ریشه حقیقی}$$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm j\sqrt{\omega_n^2 - \alpha^2} \quad \text{فرم ریشه مختلط}$$

فرکانس‌های طبیعی برگسب α و ω_n

α : (ضریب میرایی) : هر چقدر ضریب میرایی باشد پاسخ طبیعی سریعتر میرا یا به مقادیر ثابتی خودش می‌رسد

ω_n : (فرکانس طبیعی نامیرا): اگر $\alpha = 0$ باشد فرکانس طبیعی $s_{1,2} = \pm j\omega_n$ خواهد شد با فرکانس ω_n نوسان می‌کند.

$$y'' + 2\zeta\omega_n y' + \omega_n^2 y = 0$$

درس کنترل خطی: برای سیستم‌های مرتبه ۲

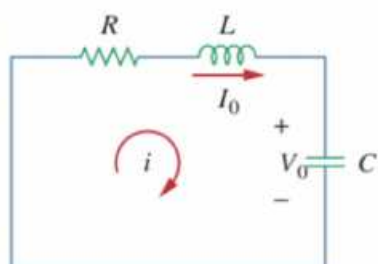
فرکانس‌های طبیعی $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \rightarrow$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

فرکانس‌های طبیعی
فرم کنترل خطی

مدار RLC سری :



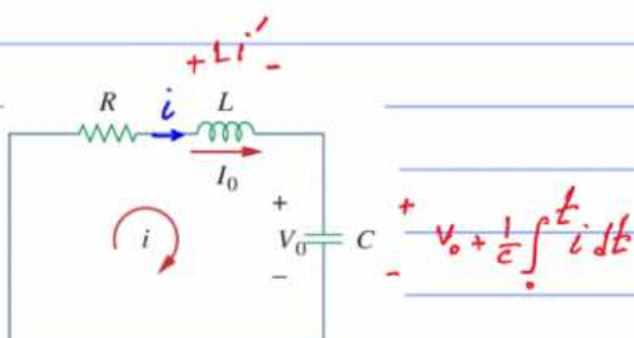
برای محاسبه پاسخ ممکن منبع متغیر ولتاژ را خاموش می‌کنیم.

$$V_C(\infty) = V_0$$

شرایط اولیه سلف و خازن :

$$I_L(\infty) = I_0$$

مطلوبت قدم معادله دیفرانسیل جریان i ؟



$$\text{KVL: } Ri + Li' + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt = 0 \xrightarrow{\text{مشتق}} Ri' + Li'' + \frac{1}{C} i = 0$$

$$\xrightarrow{\text{ادو}} i'' + \frac{R}{L} i' + \frac{1}{LC} i = 0 \xrightarrow{\text{معادله}} s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC} = 0$$

2α ω_n^2

$$2\alpha = \frac{R}{L} \rightarrow \alpha = \frac{R}{2L}$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$s^2 + \frac{R}{L} s + \frac{1}{LC} = 0$$

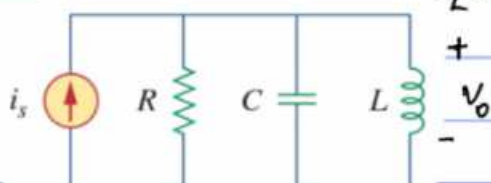
معادله مشخصه مدار RLC سری
خوبه که حفظ باشید!

$$s_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

در قدم مدار الکتریکی به جای ω هم گفته می‌شود.

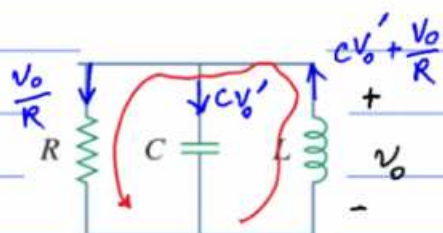
مدار RLC موازی :

فرض پاسخ همل $v_o(t)$ با شرایط اولیه $i_L(0^-) = I_0$ و $v_C(0^-) = V_0$



را بدست آورید.

برای پاسخ همل منبع مستقل را خاموش کنیم



$$kvl: + L(c v_o' + \frac{v_o}{R})' + \frac{v_o}{R} \times R = 0$$

$$\rightarrow + Lc v_o'' + \frac{L}{R} v_o' + v_o = 0 \rightarrow v_o'' + \frac{1}{RC} v_o' + \frac{1}{LC} v_o = 0$$

$$s^2 + \frac{1}{RC} s + \frac{1}{LC} = 0$$

مدار مسطحه RLC موازی

حفظ باشید.

انواع پاسخ ورودی صفر مدار مرتبه ۲

$$\Delta(s) = s^2 + 2\alpha s + \omega^2 = 0 \rightarrow s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$$

بابت به قدم کنی معادله مشخصه مدار مرتبه ۲ و بابت به ریشه های فرکانس های طبیعی چهار حالت برای فرکانس طبیعی و قدم پاسخ ورودی صفر مدار مرتبه ۲ بدست می آید.

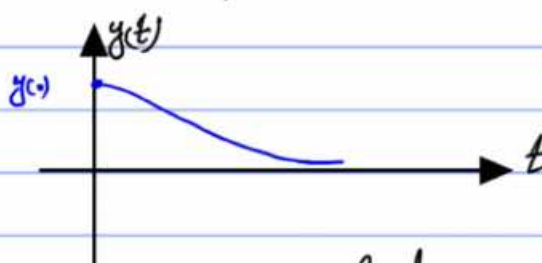
۱) میرای سدید $(\alpha > \omega)$ فرامیرا - overdamped

اگر $\alpha > \omega$ باشد زیر رادیکال مثبت می شود و ۲ ریشه حقیقی منفی s_1 و s_2 خواهیم داشت.

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$$

$$y(t) = A e^{s_1 t} + B e^{s_2 t}$$



به صورت نمایی میرایی می شود.

۱-۱ میرای مجرانی

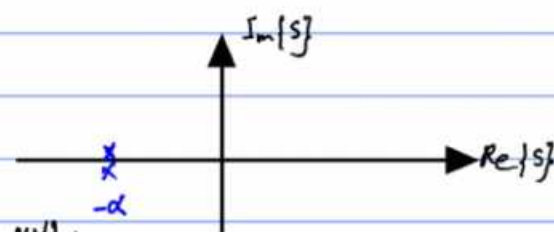
۲) میرای مجرانی $(\alpha = \omega)$

در این حالت زیر رادیکال صفر می شود $(\Delta = 0)$ و ۲ ریشه حقیقی مضاعف برای فرکانس طبیعی داریم.

$$s_1 = -\alpha$$

$$s_2 = -\alpha$$

$$y(t) = A e^{-\alpha t} + B t e^{-\alpha t} = (A + Bt) e^{-\alpha t}$$



نکته: میری سدی و میری مجرانی هر ۲ بدون نوسان هستند با این تفاوت که سرعت رسیدن به مقدار نهایی پاسخ برای میری مجرانی بالاتر است.

۳) میری ضعیف ($\alpha < \omega$) یا زیر میرا under damped

در این حالت که $\alpha < \omega \rightarrow \omega^2 > \alpha^2$ و زیر را دیکال منفی می گوید و فرکانس های طبیعی به فرم مختلف

در می آید. $s_1 = -\alpha + j\omega_d$ یا $s_1 = -\alpha + j\sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$

$s_2 = -\alpha - j\omega_d$

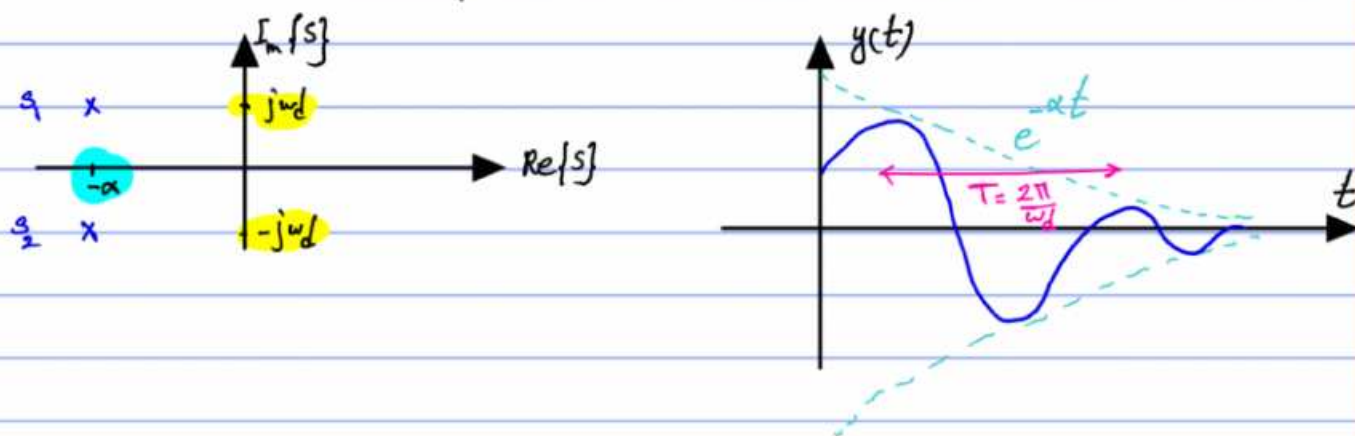
$s_2 = -\alpha - j\sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$

۴) فرکانس طبیعی میرا

قیمت حقیقی فرکانس طبیعی پوس فانی پاسخ و قیمت موهومی فرکانس نوسانات پاسخ و در یک صفر را

می سازد. $y(t) = e^{-\alpha t} (A \sin \omega_d t + B \cos \omega_d t) = k e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t + \theta)$

k, θ یا A, B ضرایب ثابتی هستند که به شرایط اولیه مدار بستگی دارد.



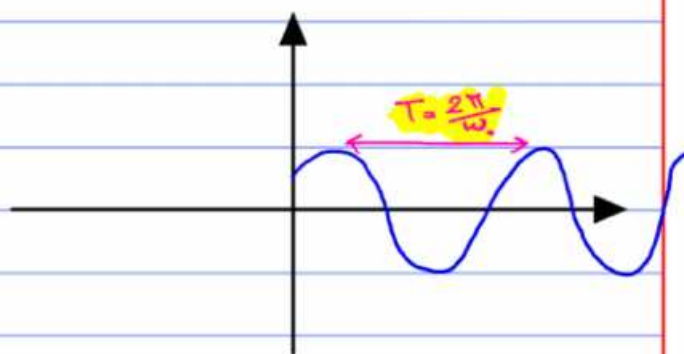
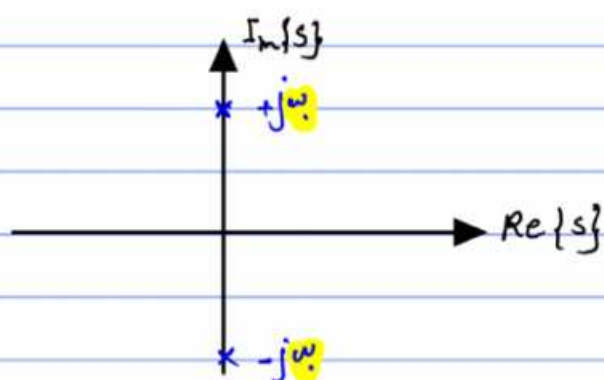
۴. بی اختلاف - نوسانی دائم - امپدانس $(\alpha=0)$

$$s_{1,2} = \pm j\omega$$

در این حالت فرکانس طبیعی فاقد قسمت حقیقی است یعنی میرایی ندارد و پاسخ با فرکانس صاف و صاف فرکانس طبیعی نوسان می کند.

$$y(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t = k \cos(\omega t + \theta)$$

A, B, k, θ به فرکانس مدار بستگی دارد.



اسیلاتور (نوسان ساز)

اگر مداره مشخصه مرتبه ۲ به صورت $s^2 + 2\alpha s + \omega^2 = 0$ باشد برای اینکه اسیلاتور شود باید شرایط زیر را داشته باشد:

$$1- 2\alpha = 0$$

$$2- \text{ضریب } s^0 \text{ حتماً مثبت باشد. چون } s^2 + \omega^2 = 0 \quad \begin{matrix} \leftarrow \omega^2 : +\omega^2 \\ \leftarrow s^2 : -\omega^2 \end{matrix}$$

در این حالت فرکانس طبیعی مدار موهومی خالص $s = \pm j\omega$ خواهد بود.

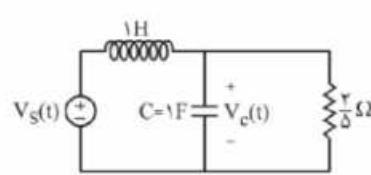
از نظر مداری:

اگر در یک مدار خاصیت تقارنتی صفر شود مثلاً مقاومت R یا R - موازی شود و مدار LC خالص شود مدار اسیلاتور می شود برای ایجاد مقاومت منفی به جای R - می توان از منابع وابسته استفاده کرد.

در مدار زیر پاسخ کامل $V_C(t)$ برای ورودی پله کدام است؟ داریم: $I_L(0^-) = 2A$

(مهندس کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۸۱)

$$V_C(0^-) = 1V$$

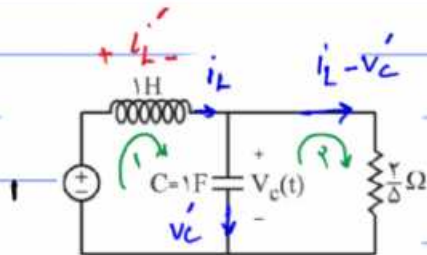


$$1 + 3(e^{-2t} - e^{-\frac{t}{2}}) \quad (2) \quad 1 + \frac{1}{3}(e^{-2t} - e^{-\frac{t}{2}}) \quad (1)$$

$$1 + 3(e^{-\frac{t}{2}} - e^{-2t}) \quad (4) \quad 1 + \frac{1}{3}(e^{-\frac{t}{2}} - e^{-2t}) \quad (3)$$

$$\text{شرط اولیه} \left\{ \begin{array}{l} V_C(0^+) = V_C(0^-) = 1V \text{ و } i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2A \\ V_C'(0^+) = ? \end{array} \right.$$

$t=0^+$



$$\textcircled{1}: -1 + i_L' + V_C = 0 \xrightarrow{t=0^+} i_L'(0^+) = 0$$

$$\textcircled{2}: -V_C + \frac{2}{5}(i_L - V_C') = 0 \xrightarrow{t=0^+} -1 + \frac{2}{5}(2 - V_C'(0^+)) = 0$$

$$\rightarrow \frac{5}{2} = 2 - V_C'(0^+) \rightarrow V_C'(0^+) = -\frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{1}{3}(e^{-2t} - e^{-\frac{t}{2}}) \quad (1) \xrightarrow[\text{مشتق}]{t=0^+} 0 + \frac{1}{3}(-2 + \frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \quad \checkmark \quad \text{نقطه زنی ۱ در } V_C'(0^+) \text{ صاف می‌کند}$$

$$1 + 3(e^{-2t} - e^{-\frac{t}{2}}) \quad (2) \xrightarrow[\text{مشتق}]{t=0^+} 0 + 3(-2 + \frac{1}{2}) = -\frac{9}{2}$$

تعمین: حل کامل

باید معادله نقطه به حسب V_C و V_C' و V_C'' باشد.

می‌دانیم از ۲ مشتق گرفت تا i_L ظاهر شود و از ① مشتق i_L را بر حسب V_C در ② مشتق گرفته داریم.

$$\textcircled{2} \text{ مشتق: } -V_C' + \frac{2}{5}(i_L' - V_C'') = 0$$

$$\Rightarrow -V_C' + \frac{2}{5}(1 - V_C - V_C'') = 0$$

$$\textcircled{1} \text{ معادله: } i_L' = 1 - V_C$$

$$\Rightarrow V_C'' + \frac{5}{2}V_C' + V_C = +1 \quad \begin{matrix} \beta=0 \\ k=1 \end{matrix} \Rightarrow s^2 + \frac{5}{2}s + 1 = 0 \rightarrow s = \frac{-\frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 4}}{2}$$

$$s_{1,2} = \frac{-\frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}}{2} = -\frac{1}{2} \text{ و } -2$$

$$V_C(t) = Ae^{-\frac{1}{2}t} + Be^{-2t} + \frac{1}{0+0+1}$$

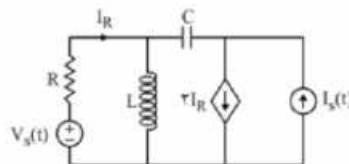
$$V_C(0^+) = 1 \rightarrow A + B + 1 = 1$$

$$\Rightarrow A = -\frac{1}{3}, B = +\frac{1}{3}$$

$$V_C'(0^+) = -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{A}{2} - 2B = -\frac{1}{2}$$

$$V_C(t) = \underbrace{1}_{\text{مستوی}} + \frac{1}{3} \underbrace{(-e^{-\frac{1}{2}t} + e^{-2t})}_{\text{مکین}}$$

معادله دیفرانسیل مدار شکل مقابل برای خروجی i_R کدام است؟ (هوش مصنوعی - سراسری ۸۸)



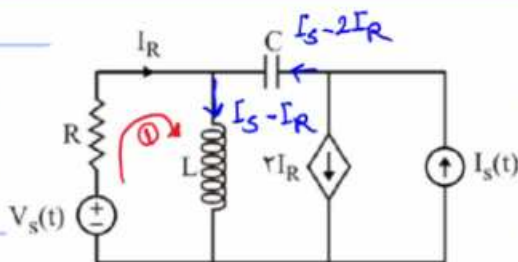
$$L \frac{di_R}{dt} - Ri_R = L \frac{di_s(t)}{dt} - V_s(t) \quad (1)$$

$$L \frac{di_R}{dt} + Ri_R = L \frac{di_s(t)}{dt} + V_s(t) \quad (2)$$

$$LC \frac{d^2 i_R}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{di_R}{dt} + i_R = L \frac{di_s(t)}{dt} + V_s(t) \quad (3)$$

$$LC \frac{d^2 i_R}{dt^2} - \frac{L}{R} \frac{di_R}{dt} + i_R = L \frac{di_s(t)}{dt} - V_s(t) \quad (4)$$

معادله دیفرانسیل - معادله مشخصه - قدم پاسخ ← نیاز به شرایط اولیه و حل کامل معادله دیفرانسیل نداریم.



نکته: در حفظ معادله مشخصه یا قدم پاسخ را خواسته بود منبع مقلد را خصوصاً می‌نویسیم.

$$\textcircled{1} -v_s + Ri_R + L(i_s - i_R)' = 0$$

$$-Li_R' + Ri_R = v_s - Li_s'$$

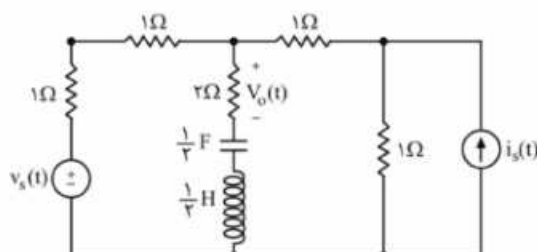
$$Li_R' - Ri_R = Li_s' - v_s$$

نکته: در حفظ

در مدار شکل زیر، سلف و خازن در $t = 0^-$ بدون انرژی اولیه می باشند. مقدار $V_o(t)$ در

$$(V_g(t) = 4 \sin 2t, i_g(t) = 3A, t \geq 0) \text{ ؟ کدام است } (v)$$

(مهندس کامپیوتر «هوش مصنوعی» - سراسری ۹۴)



۱ (۰)

۲ (۲)

۳ (۳)

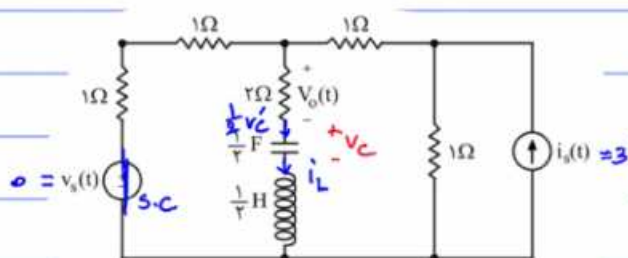
۴ (۴)

$$i_L(0^-) = 0A \rightarrow i_L(0^+) = 0 \text{ ✓}$$

$$V_C(0^-) = 0V \rightarrow V_C(0^+) = 0 \text{ ✓}$$

تحلیل $t=0^+$

$$V_g = 4 \sin 2t \Big|_{t=0^+} = 0 \text{ ✓}$$



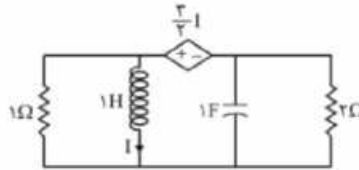
$$V_o = 2 \cdot i_L \xrightarrow{t=0^+} V_o(0^+) = 2 i_L(0^+) = 0(A)$$

نرمال ✓

$$i_L = \frac{1}{2} V_C' \Rightarrow V_C'(0^+) = 0 \text{ این هم نتیجه می ده.}$$

رفتار مدار مرتبه دوم شکل مقابل کدام است؟

(مهندس کامپیوتر «کرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۳)



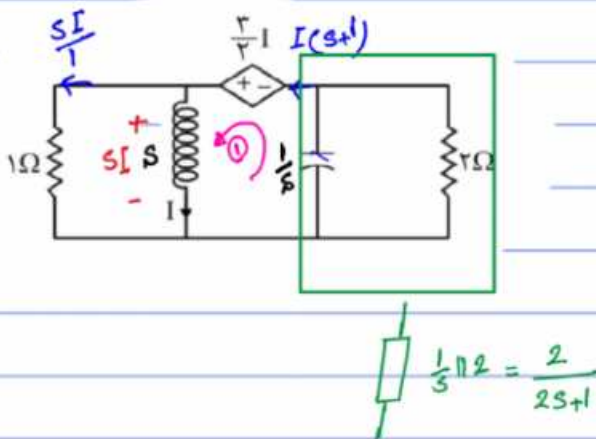
(۱) ناپایدار

(۲) نوسانی

(۳) با میرایی شدید

(۴) با میرایی بحرانی

توجه: در سوالاتی که قدم پاسخ، فرکانس طبیعی و یا فقط معادله دیفرانسیل مطلوب است از دایالاس استفاده کنید.



$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{2s+1} (s+1)I - \frac{3}{2}I + SI = 0$$

$$\left(\frac{2(s+1)}{2s+1} + s - \frac{3}{2} \right) I = 0$$

$$\rightarrow \Delta(s) = \left(\frac{2(s+1)}{2s+1} + s - \frac{3}{2} \right) = 0 \quad \times (2s+1) \rightarrow 2(s+1) + (s - \frac{3}{2})(2s+1) = 0$$

$$2s^2 + (2-3+1)s + 2 - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow 2s^2 + \frac{1}{2} = 0 \rightarrow s^2 = -\frac{1}{4}$$

$$s = \sqrt{-4} = \pm j2 \rightarrow I = A \cos 2t + B \sin 2t$$

پاسخ نوسانی دائم با فرکانس ۲ رادیان بر ثانیه است.

نکته: منبع وابسته اندر مقاومت ها را از بین ببرد و هندسی s را صفر کرده یعنی از خودش مقاومت منفی

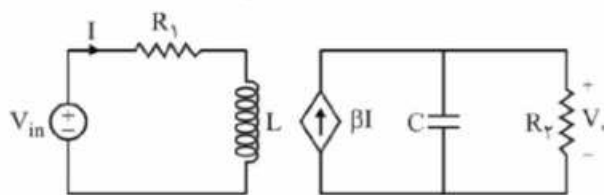
ایجاد کرده تا مدار مقاومت معادل نداشته باشد و نوسانی دائم شود.

نکته: این مدار بدون منبع نوسانی و فقط به خاطر ذات و فرکانس های خود مدار نوسان می کند البته چون

منبع ورودی و خروجی برای داشتن خروجی باید که ابتدا اولیه غنید صفر داشته باشد.

در مدار شکل مقابل مقدار C را چگونه انتخاب کنیم تا پاسخ پله V_i میرای بحرانی درآید؟

(مهندسی کامپیوتر - هوش مصنوعی ۸۹)



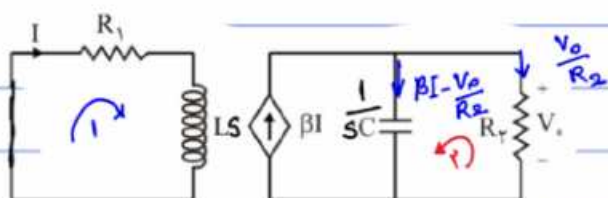
$$\frac{L}{R_1 \cdot R_2} \quad (۲)$$

$$\frac{L}{\beta R_1 R_2} \quad (۱)$$

$$\frac{\beta L}{R_1 R_2} \quad (۴)$$

$$\frac{R_1 R_2}{L} \quad (۳)$$

توجه: جنب درودی تأثیری روی پاسخ همان ندارد (فهم پاسخ) می‌دانیم درودی را برای راحتی کار خنثی کنیم.
چون فهم پاسخ را می‌خواهیم از Laplace کمک می‌گیریم.



$$(R_1 + sL) I = 0 \quad (۱)$$

$$V_o = \frac{1}{sC} \left(\beta I - \frac{V_o}{R_2} \right) \quad (۲) \rightarrow V_o \left(1 + \frac{1}{sCR_2} \right) = \frac{\beta}{sC} I \quad (۱)$$

$$(R_1 + sL) \frac{sC}{\beta} \left(1 + \frac{1}{sCR_2} \right) V_o = 0 \rightarrow \Delta(s) = (R_1 + sL) \left(\frac{C}{\beta} s + \frac{\beta}{R_2} \right) = 0$$

$$\Delta(s) = \frac{LC}{\beta} s^2 + \left(\frac{R_1 C}{\beta} + \frac{\beta L}{R_2} \right) s + \frac{R_1 \beta}{R_2} = 0$$

$$\Delta(s) = s^2 + \frac{L + R_1 R_2 C}{R_2 LC} s + \frac{R_1}{R_2 LC} = 0$$

$2\alpha \quad \omega_n^2$

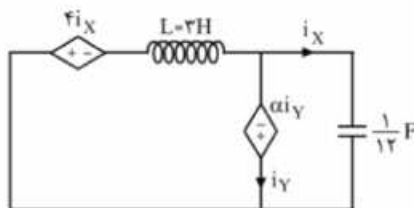
$$\frac{L + R_1 R_2 C}{2R_2 LC} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2 LC}} \quad \xrightarrow{\text{تران}} \quad L^2 + (R_1 R_2 C)^2 + 2LR_1 R_2 C = 4R_1 R_2 LC$$

$\alpha = \omega_n$ میرای مجزائی

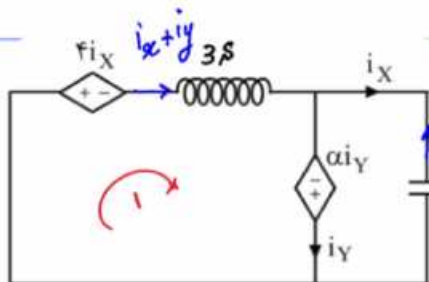
$$\Rightarrow C = \frac{L}{R_1 R_2}$$

در شکل زیر اگر مدار در حالت نوسانی کامل قرار گیرد، α کدام است؟

(مهندس کامپیوتر - «گرایش معماری» سراسری ۹۴)



- (1) $\frac{1}{9}$
(2) $\frac{1}{3}$
(3) 3
(4) 9



$$\frac{\alpha i_Y}{12/s}$$

$$\uparrow : i_X = -\frac{\alpha}{12} s i_Y \quad (1)$$

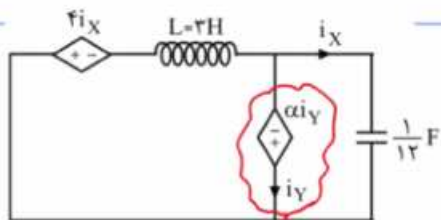
$$\curvearrowright +4i_X + 3s(i_X + i_Y) - \alpha i_Y = 0 \quad (2)$$

$$(4 + 3s) \left(-\frac{\alpha}{12} s i_Y \right) + (3s - \alpha) i_Y = 0$$

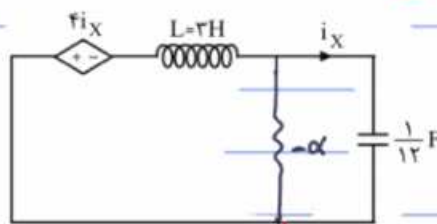
$$\Delta(s) = -\frac{\alpha}{4} s^2 + (3 - \frac{\alpha}{3}) s - \alpha = 0 \rightarrow \Delta(s) = s^2 + (\frac{\alpha}{3} - 3)s + 4 = 0$$

نامبر - نوسانی کامل - بی اتلاف - اسیلا تور $\leftarrow 2\alpha = 0$ و $\omega^2 = 4$

$$\frac{\alpha}{3} - 3 = 0 \rightarrow \alpha = 9$$

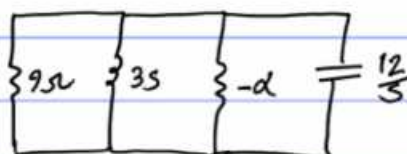
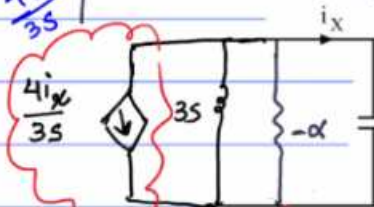


روش دوم: تبدیل منابع وابسته به مقاومت



$$\frac{12 i_X}{3} = 9 \Omega$$

$$-\frac{\alpha i_Y}{i_Y} = -\alpha$$



$$9 - \alpha = 0$$

مدار باز

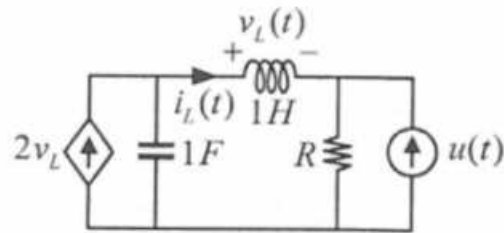
مدار L خاص نوسانی کامل می شود

از مقاومت ها از بین ببر $\rightarrow \alpha = 9$

باقی ۸۸

در مدار مرتبه دوم شکل زیر پاسخ حالت صفر $i_L(t)$ به ورودی پلهی واحد

کدام مشخصه زیر را دارد؟

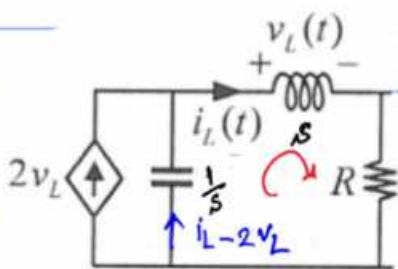


(۱) به ازای $R = 2\Omega$ پاسخ مدار بی اتلاف خواهد بود.

(۲) به ازای $R = 2\Omega$ پاسخ مدار میرانی بحرانی خواهد بود.

(۳) به ازای $R = 4\Omega$ پاسخ مدار میرانی شدید خواهد بود.

(۴) به ازای $R > 4\Omega$ پاسخ مدار میرانی ضعیف خواهد بود.



$$v_L = s i_L \quad (1)$$

$$\frac{1}{s} (i_L - 2v_L) + v_L + R i_L = 0 \quad (2)$$

$$1 \text{ in } 2 : \left(\frac{1}{s} + R - 2 + s \right) i_L = 0$$

$$\Delta(s) = s + \frac{1}{s} + R - 2 = 0 \xrightarrow{\times s} s^2 + (R-2)s + 1 = 0$$

$$\text{صیقلی بحرانی} : \Delta_{\Delta(s)} = 0 \xrightarrow{\alpha = \omega} \frac{R-2}{2} = \sqrt{1} \rightarrow R-2 = 2 \rightarrow R = 4$$

$$\text{صیقلی شدید} : \Delta_{\Delta(s)} > 0 \xrightarrow{\alpha > \omega} \frac{R-2}{2} > 1 \rightarrow R > 4$$

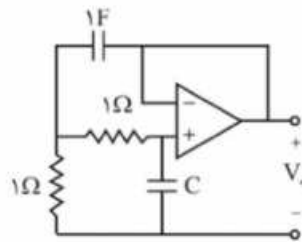
$$\text{صیقلی ضعیف} : \Delta_{\Delta(s)} < 0 \xrightarrow{\alpha < \omega} \frac{R-2}{2} < 1 \rightarrow R < 4$$

$$\text{نوسانی} : \Delta_{\Delta(s)} = 0 \xrightarrow{\alpha = 0} \frac{R-2}{2} = 0 \rightarrow R = 2$$

در نتیجه ۱ جواب صحیح است.

خازن C در مدار شکل مقابل چگونه انتخاب شود تا مدار میرای شدید (میرای بدون نوسان) بشود؟ $Opamp$ ایده آل است.

(مهندسی کامپیوتر «گرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۶)

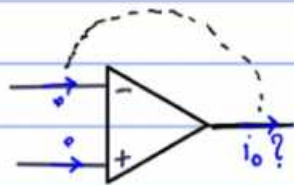


(۱) $C > 1F$

(۲) $C > 2F$

(۳) $C > \frac{1}{3}F$

(۴) $C > \frac{1}{2}F$



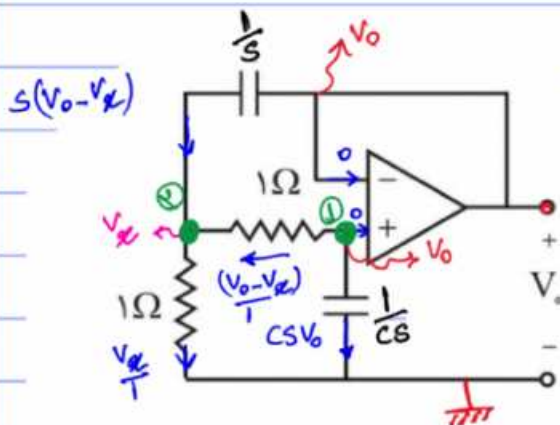
$V^- = V^+$ *در نقطه مشورت*

$I_{in} = 0$

لم حل $op-amp$: در پایه ورودی کپ امپ kcl بنویسید.

و در خروجی kcl نیز جریان خروجی را درجی کپ مشخص نیست.

حل سوالات کپ امپ با روشی که توضیح می‌گردد.



$kcl \text{ ①: } CSV_o + V_o - V_x = 0 \rightarrow V_x = (1+CS)V_o \text{ ①}$

$kcl \text{ ②: } s(V_o - V_x) + (V_o - V_x) = V_x \text{ ②}$

بنابراین: $(s+1)V_o - (s+2)(1+CS)V_o = 0$

$(-CS^2 - 2CS - 1)V_o = 0$

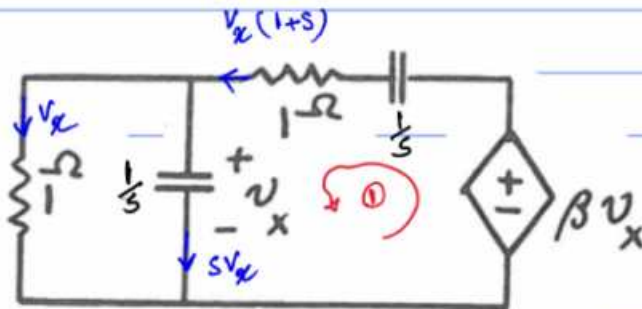
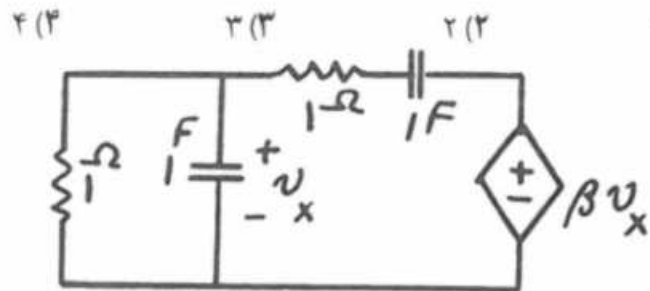
$\Delta(s) = s^2 + 2s + \frac{1}{C} = 0$ میرای شدید $\alpha > \omega$ $\rightarrow \frac{2}{2} > \sqrt{\frac{1}{C}}$

$1 > \frac{1}{\sqrt{C}} \rightarrow \underline{C > 1F}$

بقی ۱۸۱ در مدار شکل زیر، برای این که مدار در حالت نوسانی بی اتلاف قرار گیرد مقدار β

کدام است؟

۱ (۱) :۱



kvl: $-\beta v_x + v_x(1+s)(1 + \frac{1}{s}) + v_x = 0 \xrightarrow{\times s}$

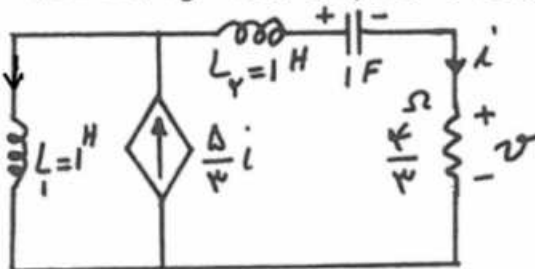
$$(-\beta s + (1+s)(s+1) + s) v_x = 0$$

$$\Delta(s) = \textcircled{1}s^2 + \underbrace{(3-\beta)}_{=0}s + \underbrace{1}_{\text{لامنت}}$$

بی اتلاف: $3-\beta=0 \rightarrow \underline{\beta=3} \rightarrow \Delta(s) = s^2 + 1 = 0$
 $s_{1,2} = \pm j$

با فرکانس ۱ رادیان بر ثانیه نوسان دائمی کند.

برق ۸۲) پاسخ ورودی صفر متغیر در مدار شکل زیر برای $t > 0$ چیست؟ (حالت اولیه مدار به قرار زیر است: جریان اولیه سلف L_1 در جهت نشان داده شده ۲ آمپر و جریان اولیه سلف L_2 در جهت نشان داده شده ۳ آمپر و ولتاژ خازن با پلاریته روی شکل ۱ ولت است.)



جواب:

$$3e^{-t} - 4e^{-3t} \quad (1)$$

$$-3e^{-t} + 4e^{-3t} \quad (2)$$

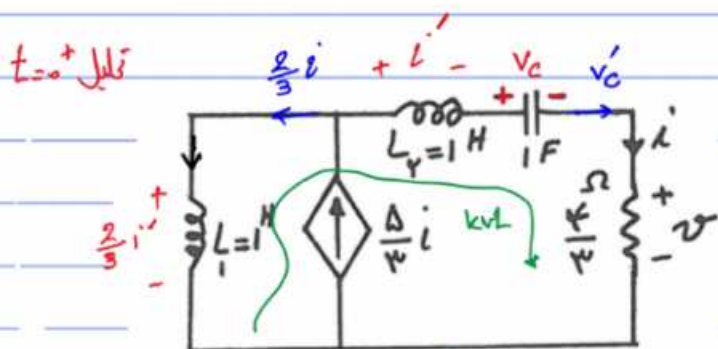
$$3e^{-t} - 3e^{-3t} \quad (3)$$

$$-3e^{-t} + 3e^{-3t} \quad (4)$$

$$v_c(t^+) = ?$$

$$v'(t^+) = ?$$

$$\text{مدار مرتبه ۲} \quad 2 = \text{کاپاسیتانسی} - 3$$



$$\Rightarrow v_c' = i \quad t=0^+ \rightarrow v_c'(t^+) = 3 \text{ A}$$

$$v = \frac{4}{3} i \quad t=0^+ \rightarrow v(t^+) = \frac{4}{3} \times 3 = 4$$

$$v = \frac{4}{3} v_c'$$

منظور از درگیر اولیه صحت می باشد.

$$v_c(t^+) = 4 - 8 \quad t=0^+ \quad 3e^{-t} - 4e^{-3t} \quad (1)$$

$$v_c(t^+) = -4 + 8 \quad -3e^{-t} + 4e^{-3t} \quad (2)$$

$$v_c(t^+) = 3 - 4 \quad 3e^{-t} - 3e^{-3t} \quad (3)$$

$$v_c(t^+) = -3 + 4 \quad -3e^{-t} + 3e^{-3t} \quad (4)$$

تعمیم: $v_c'(t^+)$ را هم حساب کنید.

$$\text{KVL: } -\frac{2}{3} i' + i' + v_c + v = 0 \quad t=0^+ \rightarrow \frac{1}{3} i' + 1 + 4 = 0 \rightarrow i'(t^+) = -15$$

$$v = \frac{4}{3} i \quad \text{مشتق} \quad v' = \frac{4}{3} i' \quad t=0^+ \rightarrow v'(t^+) = \frac{4}{3} \times (-15) = -20$$

معادله دیفرانسیل v:

$$\text{مشتق} \quad \text{و تئیه} \quad \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4} v' \right) + \frac{v_c'}{\frac{3}{4}} + v' = 0 \rightarrow \frac{1}{4} v'' + v' + \frac{3}{4} v = 0$$

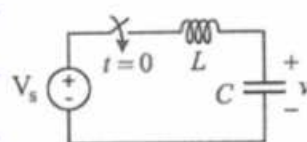
$$v'' + 4v' + 3 = 0 \rightarrow s_{1,2} = -1, -3 \rightarrow v(t) = Ae^{-t} + Be^{-3t}$$

$$v(0) = -4 \rightarrow A + B = -4$$

$$\Rightarrow A = 4, B = -8$$

$$v'(0) = -20 \rightarrow -A - 3B = -20$$

برق ۸۶ - در مدار شکل مقابل V_s یک منبع ولتاژ dc است. در چه زمانی ولتاژ دو سر خازن دو برابر V_s می شود؟ (ولتاژ اولیه خازن صفر است)



جواب:

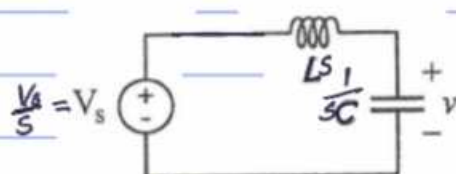
$$t = \pi\sqrt{LC} \quad (۱) \quad t = 2\pi\sqrt{LC} \quad (۲)$$

$$t = \frac{\sqrt{LC}}{\pi} \quad (۳) \quad (t \text{ امکان ندارد ولتاژ دو سر خازن دو برابر ولتاژ ورودی باشد.})$$

مدار LC خالص معین فرکانس طبیعی موثری (ساز) دارد

$$y(t) = y_h + y_p =$$

جنبه DC جنبه سینوسی



$$V = \frac{V_s}{s} \cdot \frac{\frac{1}{sC}}{LS + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{LCs^2 + 1} \times \frac{V_s}{s}$$

$$\xrightarrow{\text{تفکیک}} \frac{V_s}{s(LCs^2 + 1)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs + D}{LCs^2 + 1}$$

$$A = V_s$$

$$s \rightarrow 0: 0 = V_s + \frac{B}{LC} \rightarrow B = -V_s LC$$

$$s \rightarrow \infty: \frac{V_s}{LCs^2 + 1} = V_s + \frac{-V_s LCs + D}{LCs^2 + 1} \rightarrow D = 0$$

$$V(s) = \frac{V_s}{s} + \frac{-V_s LCs}{LCs^2 + 1} = \frac{V_s}{s} + \frac{-V_s s}{s^2 + \frac{1}{LC}} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v(t) = V_s - V_s \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t$$

$$v(t) = 2V_s \rightarrow V_s - V_s \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t = 2V_s \rightarrow \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t = -1$$

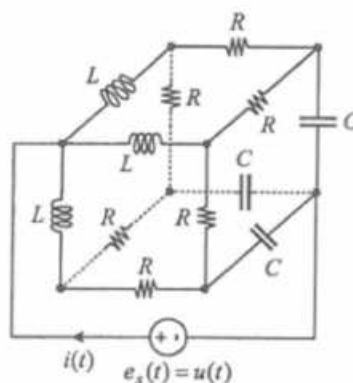
باید آرگومان cos باید ضرایب فردی از π باشد

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} t = \pi \rightarrow t = \pi \sqrt{LC}$$

سیستم اولیه صفر ← Laplace

حوزه فرکانس ← حزن زنی

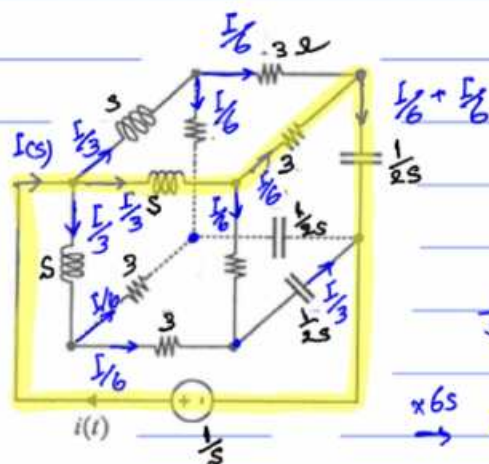
$$\begin{aligned} L &= 1 \text{ H} & s \\ C &= 2 \text{ F} & \frac{1}{2s} \\ R &= 3 \Omega & 3\Omega \\ v_s &= u(t) & \frac{1}{s} \end{aligned}$$



۱۲) در مدار شکل مقابل سه سلف هر کدام به مقدار یک هانری، سه خازن هر کدام به مقدار دو فاراد و شش مقاومت هر کدام به مقدار سه اهم روی پال‌های یک مکعب قرار دارند. پاسخ حالت صفر جریان i گذرنده از منبع برای ورودی $e_s = u(t)$ کدام است؟
($C = 2\text{F}$, $L = 1\text{H}$, $R = 3\Omega$)

جواب:

$$\begin{aligned} i &= (-2e^{-t} + 2e^{-\frac{1}{2}t})u(t) & (2) \\ i &= (2e^{-t} - 2e^{-\frac{1}{2}t})u(t) & (1) \\ i &= (6e^{-t} - 6e^{-\frac{1}{2}t})u(t) & (3) \end{aligned}$$



$$\text{KVL: } \frac{1}{s} = \frac{I}{3}s + \frac{I}{6} \times 3 + \frac{I}{3} \times \frac{1}{2s}$$

$$\frac{1}{s} = I(s) \left[\frac{s}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6s} \right]$$

$$\times 6s \rightarrow 6 = I(s) [2s^2 + 3s + 1]$$

$$\Rightarrow I(s) = \frac{6}{2s^2 + 3s + 1} = \frac{3}{s^2 + \frac{3}{2}s + \frac{1}{2}} = \frac{3}{(s+1)(s+\frac{1}{2})} = \frac{-6}{s+1} + \frac{6}{s+\frac{1}{2}}$$

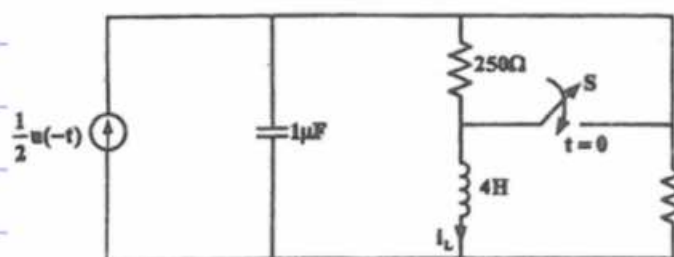
Δ > 0 ← قابل تجزیه

$$\text{ریشه ها: } \frac{-\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} - 2}}{2} = \frac{-\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{2} \text{ و } -1$$

$$\mathcal{L}^{-1} i(t) = (6e^{-\frac{t}{2}} - 6e^{-t}) u(t)$$

نصف ۳

بقیه ۱۵۵ در مدار شکل زیر کلید S در $t = 0$ بسته می شود و مدار در حالت میراثی بحرانی قرار می گیرد، جریان $i_L(t)$ کدام است؟



جواب:

(۱) $(0.4 + 2.25t)e^{-0.0005t}u(t)$

(۲) $(0.4 + 0.225t)e^{-0.0005t}u(t)$

(۳) $(0.4 + 2.25t)e^{-0.0005t}u(t)$

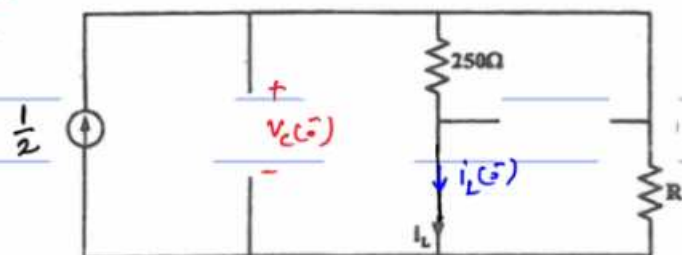
(۴) $(0.4 + 2.25t)e^{-0.0005t}u(t)$

با توجه به مدار که R مجهول است شرایط اولیه را می توان بدست آورد. وی با توجه به فرقیته ها شرایط اولیه $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.4$

آنها $i_L(0^+)$ را بدست آوریم می توان فرقیته صحیح را انتخاب کرد.

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0.4$

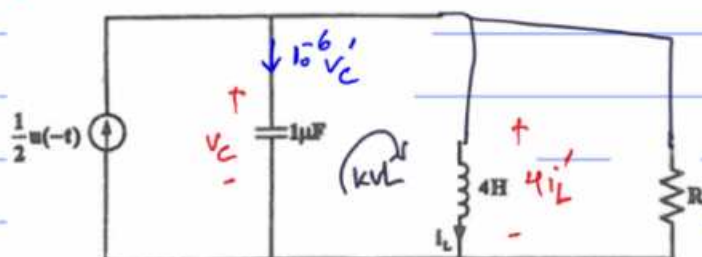
تحلیل -



(۱) $v_C(0^-) = 250 i_L(0^-) = 100$

$\rightarrow v_C(0^+) = v_C(0^-) = 100$

تحلیل $t=0^+$



KVL: $4i_L' = v_C \xrightarrow{t=0^+}$

$i_L'(0^+) = 25$

$(0.4 + 2.25t)e^{-0.0005t}u(t)$ (۱) $\xrightarrow{\text{مستند در } 0^+} i_L'(0^+) = 2.25 - 500 \times 0.4 \neq 25$

$(0.4 + 2.25t)e^{-0.0005t}u(t)$ (۳) $\xrightarrow{\text{مستند در } 0^+} i_L'(0^+) = 2.25 - 500 \times 0.4 = 25$

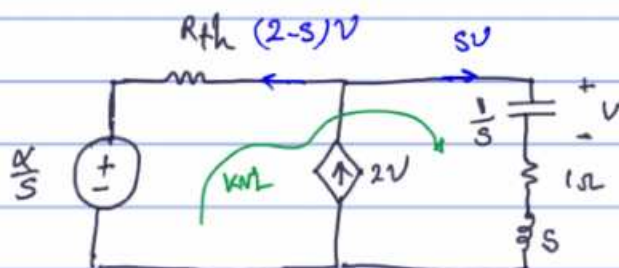
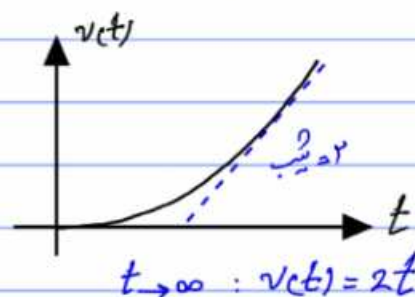
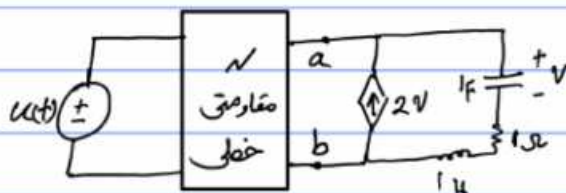
منطقه فرقیته ۴ ، $i_L(0^+) = 25$ را ارضای کند.

برای $t > 0$ ، R را طوری تعیین کنید که معادله مشخصه میراثی بحرانی باشد (یعنی $\alpha = \omega$) و پس از بدست آمدن R حل تشریحی را ارائه می دهیم.

تعیین - طراحی بر ولت کنکور

مدار شکل زیر در حالت اولیه صفر است. ولتاژ $v(t)$ در $t=0$ به صورت شکل زیر داده شده است. معادله تران

از مت چپ سر می طره کلام است؟



شرایط اولیه صفر و مرتبه 2 است Laplace

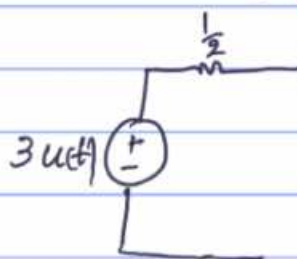
$$kvl: -\frac{\alpha}{s} - (2-s)V R_T + v + sV(1+s) = 0 \rightarrow$$

$$v = \frac{\frac{\alpha}{s}}{s^2 + (1+R_{th})s + 1 - 2R_{th}}$$

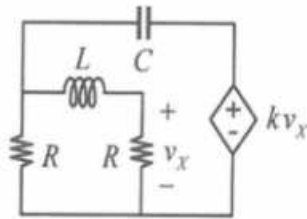
$t \rightarrow \infty : v = 2t$ با $v(s)$ حاصل جملاتی به فرم $\frac{2}{s^2}$ باید عدد ثابت $1 - 2R_{th}$ صفر شود
 $\rightarrow R_{th} = \frac{1}{2}$

$$v = \frac{\frac{\alpha}{s}}{s^2 + (1+R_{th})s + 1 - 2R_{th}} \quad \text{با } 1 - 2R_{th} = 0 \quad v(s) = \frac{\alpha}{s^2(s+1+R_{th})} = \frac{A}{s^2} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1+R_{th}}$$

$$A = \frac{\alpha}{1+R_{th}} = 2 \quad , \quad R_{th} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{\frac{3}{2}} = 2 \rightarrow \underline{\alpha = 3}$$



بق ۱۸۹ به ازاء کدام مقدار k مدار شکل زیر نوسانی است و فرکانس نوسان آن کدام است؟

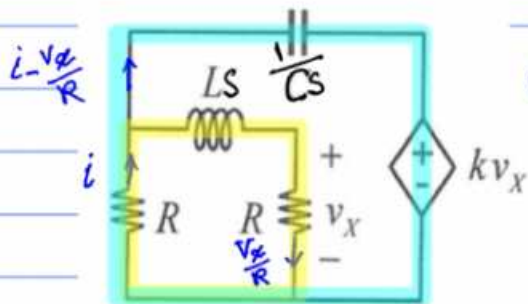


$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}, \quad k = 1 + \frac{L}{R^2 C} \quad (1)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad k = 1 + \frac{L}{R^2 C} \quad (2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{LC}}, \quad k = 1 + \frac{C}{R^2 L} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad k = 1 + \frac{C}{R^2 L} \quad (4)$$



$$(1) \cdot iR + \frac{v_x}{R} (sL + R) = 0 \rightarrow i = -\frac{sL + R}{R^2} v_x$$

$$(2) \cdot iR + (i - \frac{v_x}{R}) \frac{1}{cs} + kv_x = 0$$

$$(1,2): \left(R + \frac{1}{cs}\right) \left(-\frac{sL + R}{R^2}\right) v_x + \left(k - \frac{1}{Rcs}\right) v_x = 0$$

$$\times R^2 cs: \left(- (Rcs + 1) (sL + R) + (kR^2 cs - R)\right) v_x = 0$$

$$\Delta(s) = +RLC s^2 + (L + R^2 C - kR^2 C) s + 2R = 0$$

$$\Delta(s) = s^2 + \frac{L + R^2 C - kR^2 C}{RLC} s + \frac{2R}{RLC} = 0$$

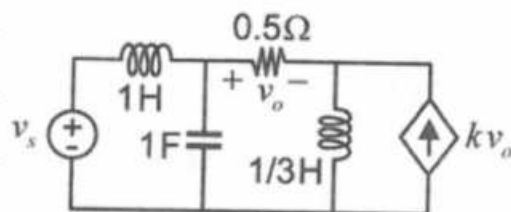
2α ω^2

$$\text{نرسانه دارم: } 2\alpha = 0 \rightarrow L + R^2 C - kR^2 C = 0 \rightarrow k = \frac{L + R^2 C}{R^2 C} = 1 + \frac{L}{R^2 C}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2R}{RLC}} = \sqrt{\frac{2}{LC}}$$

نرینه ۱

برای کامپیوتر مطالعه نشود!



برق ۱۹ در مدار شکل مقابل
محدوده مقادیر k چگونه باشد تا
مدار همواره پایدار نمایی باقی
بماند؟

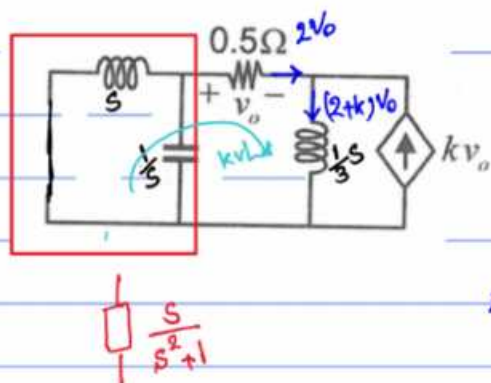
$$-8 < k < -2 \quad (2)$$

(۴) مدار همواره ناپایدار است.

$$k < -8 \quad (1)$$

$$k > -2 \quad (3)$$

نکته: در سیستم های LTI، پایداری معنی تمام فوکن های طبیعی دارای مقدار حقیقی منفی باشد.
می توان ضریب مستقل را خفوش کرد.



$$\left(\frac{s}{s^2+1}\right) 2V_o + V_o + (2+k) \frac{1}{3} s V_o = 0$$

$$\times 3(s^2+1) : (6s + 3(s^2+1) + s(s^2+1)(2+k)) V_o = 0$$

$$\Delta(s) = \underbrace{(2+k)}_a s^3 + \underbrace{3}_b s^2 + \underbrace{(8+k)}_c s + \underbrace{3}_d = 0$$

شرط پایداری درجه ۲ به بالا به روش راس هوریتز (نقل خطی)

درجه ۳: شرط پایداری
۱) ضرایب چند جمله ای هم علامت و غیر صفر
۲) $bc > ad$

$$2+k > 0 \rightarrow k > -2 \quad (1)$$

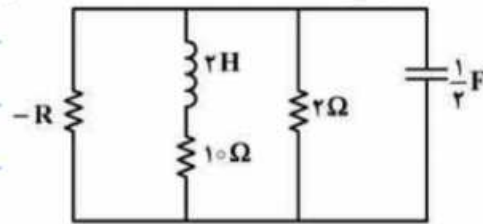
$$8+k > 0 \rightarrow k > -8 \quad (2)$$

$$bc > ad \rightarrow 3(8+k) > 3(2+k) \rightarrow 18 > 0 \quad (3) \checkmark$$

نتیجه ۳ جواب است. اشتراک شرط: $k > -2$

باقی ۹۴

مدار شکل زیر، به ازای چه مقدار مقاومت R (بر حسب اهم) نوسان می کند؟



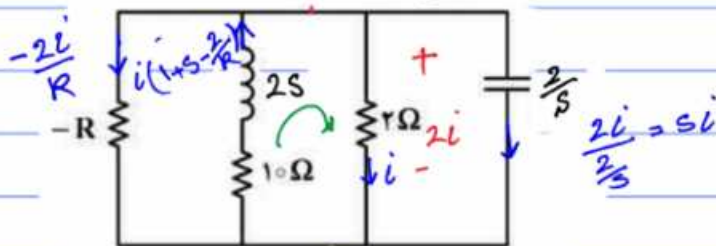
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{10}{6} \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

(۴) به ازای هیچ مقدار R نوسان نمی کند.

$$\Delta(s) = s^2 + 0s + \omega_n^2 = 0$$



$$(10 + 2S)(1 + S - \frac{2}{R})i + 2i = 0$$

$$(2S^2 + (10 - \frac{4}{R} + 2)S + (2 + 10 - \frac{20}{R}))i = 0$$

$$\Delta(s) = 2s^2 + (12 - \frac{4}{R})s + (12 - \frac{20}{R}) = 0$$

$$2\alpha = 0 \rightarrow 12 - \frac{4}{R} = 0 \rightarrow R = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

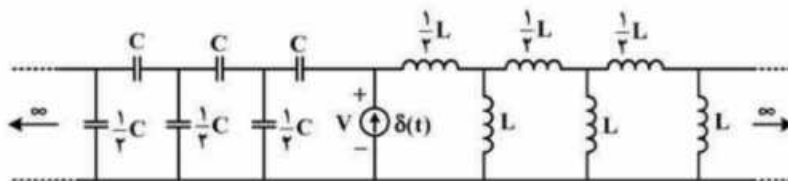
$$\omega_n^2 = 12 - \frac{20}{R} \Big|_{R=\frac{1}{3}} = 12 - 60 < 0 \quad \text{X}$$

$$2s^2 + 0s - 48 = 0 \rightarrow s^2 = 24 \rightarrow s = \pm \sqrt{24} \quad \text{حقیقی}$$

امکان نوسان وجود ندارد.

ارسد ۹۴

مدار شکل زیر، از هر دو طرف به سمت بی نهایت می رود. با شرایط اولیه صفر، معادله ولتاژ دو سر منبع جریان ضربه برای $t > 0$ برابر کدام است؟

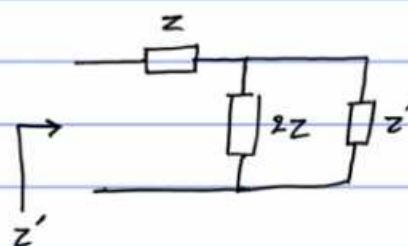
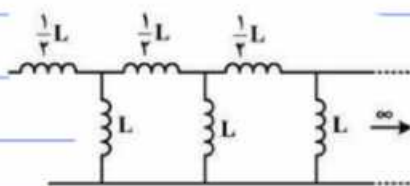


$$\frac{1}{C} \sin \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{C} \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{C} \sin \sqrt{\frac{t}{LC}} \quad (3)$$

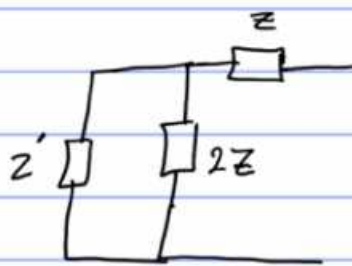
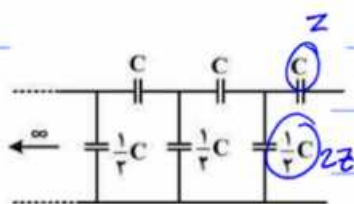
$$\frac{1}{C} \cos \sqrt{\frac{t}{LC}} \quad (4)$$



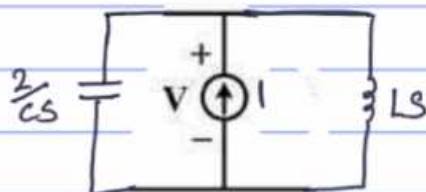
$$Z' = Z + 2Z \parallel Z' = Z + \frac{2ZZ'}{Z+Z'}$$

$$Z' = Z + \frac{2ZZ'}{Z+Z'} \rightarrow \underline{Z' = 2Z}$$

بی نهایت بالا : $\underline{Z' = 2Z = LS}$



$$\underline{Z' = 2Z = \frac{2}{Cs}}$$



$$V = 1 \times LS \parallel \frac{2}{Cs} = \frac{2 \frac{L}{Cs}}{LS + \frac{2}{Cs}} = \frac{2LS}{LCS^2 + 2}$$

$$\rightarrow V(s) = \frac{\frac{2}{C} s}{s^2 + \frac{2}{Lc}} \xrightarrow{L^{-1}} v(t) = \frac{2}{C} \cos \sqrt{\frac{2}{Lc}} t$$

برق ۲۸۸

در مدار شکل زیر که در حالت دائمی قرار دارد، کلید K در لحظه $t = 0$

بسته می شود. بخش گذاری پاسخ $v_o(t)$ برای $t \geq 0$ کدام است؟

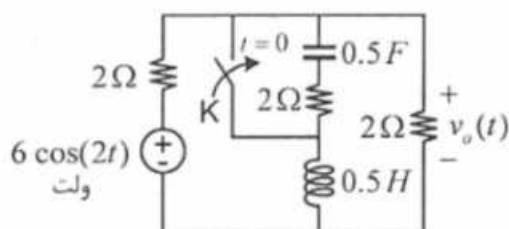
جواب:

(۱) $-e^{-2t}$

(۲) $-\frac{3}{2}e^{-2t}$

(۳) $\frac{1}{2}e^{-2t}$

(۴) $-\frac{5}{4}e^{-2t}$



پس همه گزینه ها اشتباه است و در حالت دائمی سیم می این سوال حل شود. (یاد آوری کنید)

برق ۸۸: در مدار شکل زیر آپ امپ ایده آل است. اگر ورودی و $v_c(t)$ پاسخ باشد،

پاسخ حالت صفر به ورودی ضربه‌ای واحد کدما مورد خواهد بود؟

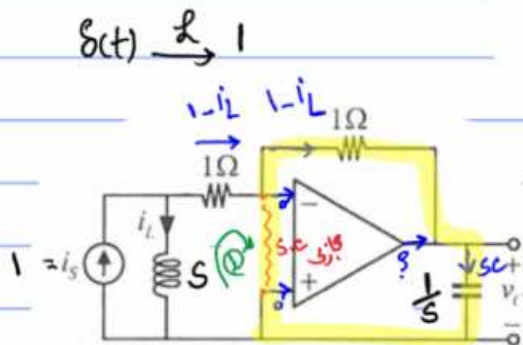
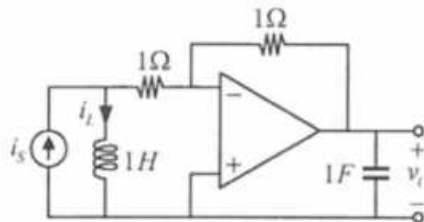
جواب:

$$v_c(t) = e^{-t}u(t) \quad (۱)$$

$$v_c(t) = \delta(t) - e^{-t}u(t) \quad (۲)$$

$$v_c(t) = e^{-t}u(t) - \delta(t) \quad (۳)$$

$$v_c(t) = e^{-t}u(t) + \delta(t) \quad (۴)$$



توجه: بهتر است با توجه به اینکه ضریب ضربه‌ای و گسسته‌ای صفر است در حوزه لاپلاس حل شود.

$$i_L s = (1 - i_L) + 0 \rightarrow i_L = \frac{1}{s+1}$$

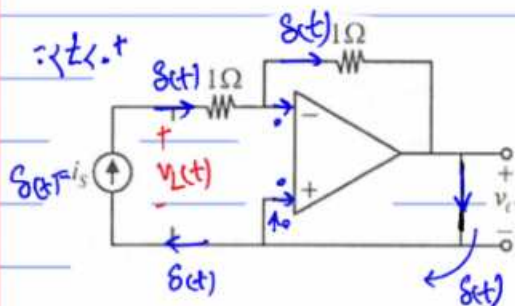
$$\text{KVL: } 0 + (1 - i_L) + v_c = 0 \rightarrow 1 - \frac{1}{s+1} + v_c = 0$$

$$v_c(s) = \frac{1}{s+1} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v_c(t) = e^{-t}u(t) - \delta(t)$$

نظریه ۳

$$v_c(t^-), i_L(t^-) = 0 \neq v_c(t^+), i_L(t^+) \quad \text{ضربه داریم}$$

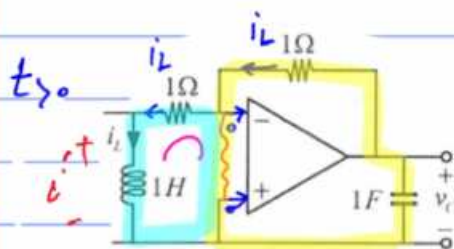
روش دوم: حوزه فرکانس



$$v_c(t^+) = v_c(t^-) + \frac{k}{C} = 0 + \frac{1}{1} = 1 \quad \text{و}$$

$$i_L(t^+) = i_L(t^-) + \frac{k}{L} = 0 + \frac{1}{1} = 1 \text{ A}$$

$$v_L = \delta(t) \times 1 + 0 \rightarrow k=1$$



$$v_c = i_L$$

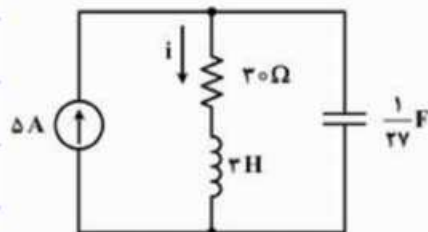
$$0 + i_L + i_L' = 0 \rightarrow i_L = A e^{-t} \quad i_L(t^+) = 1 \rightarrow A=1$$

$$\rightarrow i_L = e^{-t}, \quad t > 0 \quad v_c(t) = i_L = e^{-t} \quad \left. \begin{array}{l} v_c(t) = -\delta(t) + e^{-t}u(t) \\ 0 + \delta(t) \times 1 + v_c = 0 \rightarrow v_c(t) = -\delta(t) \end{array} \right\}$$

توجه: در مدار، KVL و KCL را در نظر بگیرید.

تأسیس ۹۵

در مدار شکل زیر جریان i در $t > 0$ به شرط آن که مدار در $t = 0^-$ به حالت پایدار رسیده باشد، کدام است؟



$$i = 5 + \frac{\Delta}{\Delta_0}(e^{-t} - e^{-9t}) \quad (1)$$

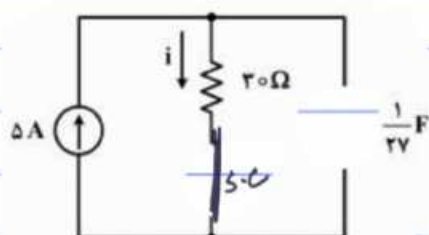
$$i = 5 + \frac{\Delta}{\Delta_0}(e^{-9t} - e^{-t}) \quad (2)$$

$$i = 5 + \frac{\Delta_0}{\Delta}(e^{-9t} - e^{-t}) \quad (3)$$

$$i = 5 - \frac{\Delta_0}{\Delta}(e^{-9t} - e^{-t}) \quad (4)$$

✓ (1) i و (2) i تنها گزینه‌ها با هم برابر است ولی (3) و (4) نیز با هم متفاوت هستند.

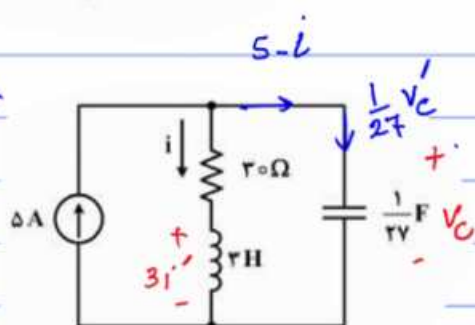
$t = 0^-$



$$i(0^-) = i(0^+) = 5$$

$$v_c(0^-) = v_c(0^+) = 15$$

$t = 0^+$



$$5 - i = \frac{1}{27} v_c' \quad (1)$$

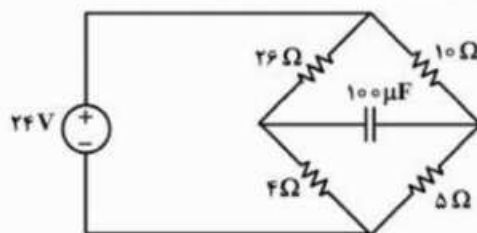
$$v_c = 3 \cdot i + 3 i' \quad (2) \xrightarrow{t=0^+} 15 = 15 + 3 i'(0^+)$$

$$\rightarrow i'(0^+) = 0$$

هیچ گزینه‌ای در $i'(0^+) = 0$ صدق نمی‌کند و هیچ کدام نیز با هم صحیح نیست.

حاصلیتر ۹۵

در مدار شکل زیر، مقدار بار ذخیره شده در خازن پس از رسیدن مدار به حالت پایدار، کدام است؟



(۱) $۲/۲۱ \mu C$

(۲) $۲/۰۱ \mu C$

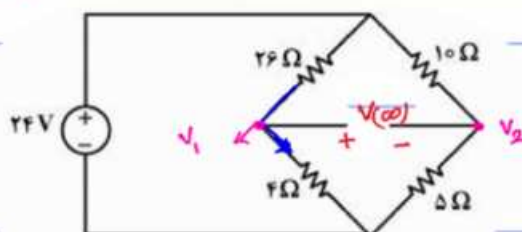
(۳) $۱/۲۸ mC$

(۴) $۱/۱۲ mC$

$$Q = C \cdot V$$

$$V(\infty) = ?$$

$t \rightarrow \infty$



$$V_1 = 24 \cdot \frac{4}{30}$$

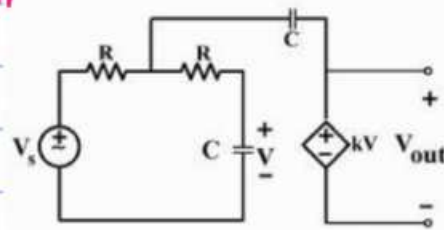
$$V_2 = 24 \cdot \frac{5}{15}$$

$$\rightarrow V(\infty) = V_1 - V_2 = 24 \left(\frac{4}{30} - \frac{5}{15} \right) = 24 \times \left(-\frac{6}{30} \right)$$

$$V(\infty) = -\frac{24}{5}$$

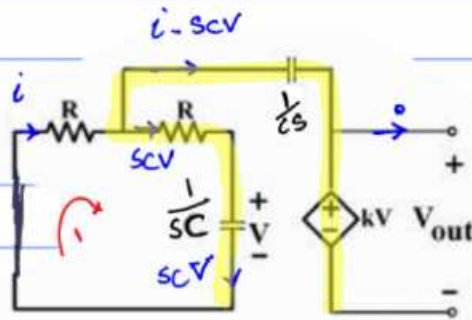
$$Q = 100 \mu F \cdot \left(\frac{24}{5} \right) = 4.8 \times 100 \mu C$$

انرماسیون ۹۵



به ازای کدام مقدار k ، مدار زیر نوسان دائم خواهد داشت؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)



$$V_o = kV$$

$$\text{KVL: } iR + sCV R + V = 0 \rightarrow i = -\left(\frac{sCR + 1}{R}\right)V$$

$$\text{KVL: } -kV + (sCV - i) \frac{1}{sC} + sCV R + V = 0$$

$$\rightarrow (-k + 1 + sCR + 1)V - \frac{1}{sC} \left(-\frac{sCR + 1}{R}\right)V = 0$$

$$\left((-ksCR + 2sCR + s^2CR) + (sCR + 1)\right)V = 0$$

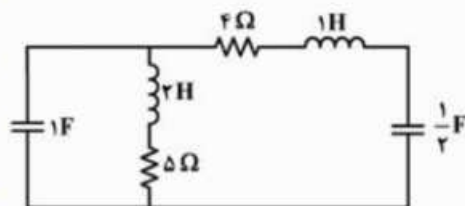
$$\Delta(s) = s^2 + (3-k)s + \frac{1}{CR} = 0$$

$$2d = 0 \rightarrow k = 3$$

نیزینه ۳

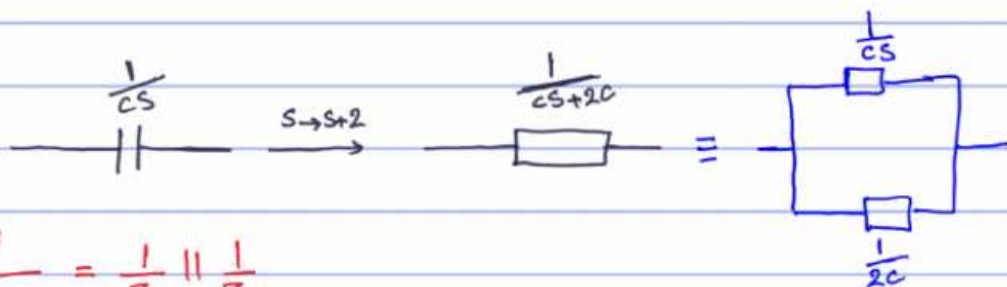
دکتری ۹۵

در مدار زیر اگر با افزودن المان هایی به مدار، تمام فرکانس های طبیعی آن را به اندازه ۲ واحد به سمت چپ انتقال دهیم، مجموع مقاومت های مدار جدید چند اهم خواهد شد؟

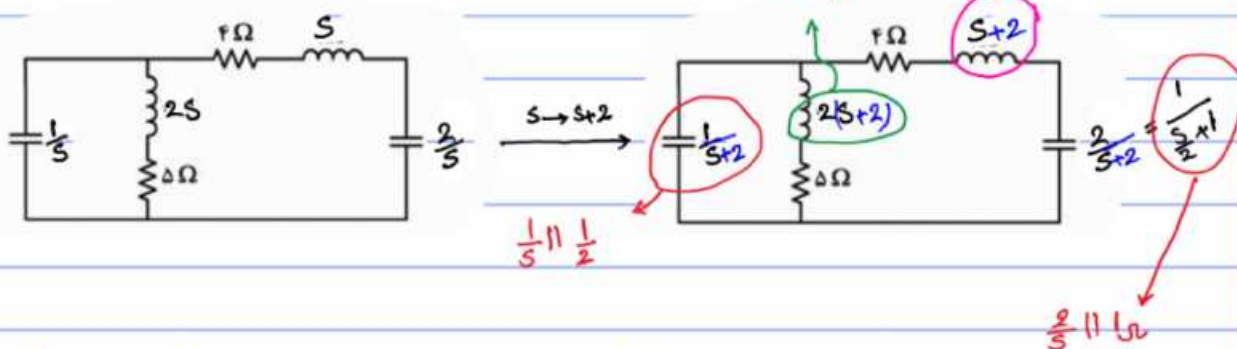


- ۱۰/۵ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۱۵/۵ (۳)
- ۱۶/۵ (۴)

اگر تمام فرکانس های طبیعی a واحد مجزا به سمت چپ منتقل شود باید تمام متغیرهای s به $s+a$ تغییر کنند



یادآوری: $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} \parallel \frac{1}{z_2}$

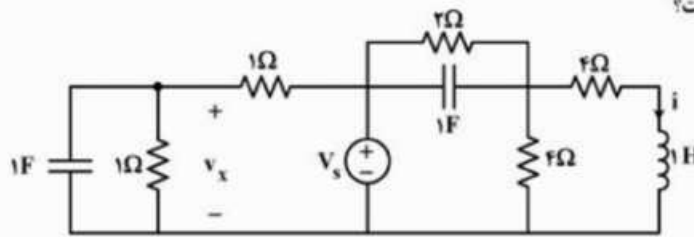


$R_{total} = \frac{1}{2} + 5 + 4 + 4 + 2 + 1 = 16.5$

دکترای برق ۹۵

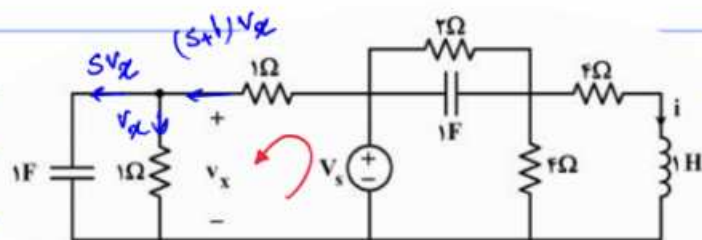
در مدار زیر، به ازای ورودی ثابت V_s و شرایط اولیه صفر، در $t \geq 0$ ، ولتاژ v_x برابر $(1 - e^{-2t})$ است. مقدار دائمی

$i(t \rightarrow \infty)$ برابر کدام است؟

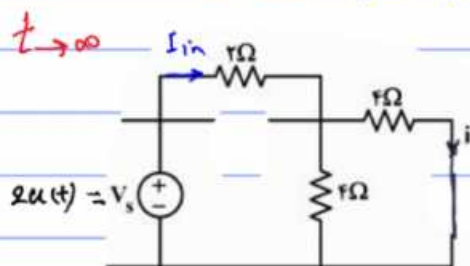


- (۱) $\frac{1}{8}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) 1

$$v_x(t) = 1 - e^{-2t} \xrightarrow{\mathcal{L}} V_x(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+2}$$



$$\text{KVL: } V_s = (s+1)v_x + v_x = (s+2) \left(\frac{s+2-s}{s(s+2)} \right) = \frac{2}{s} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v_s = 2u(t)$$

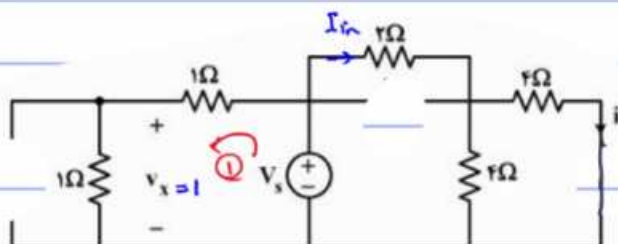


$$I_{in} = \frac{V_s}{2 + 4 \parallel 4} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$$

$$i = I_{in} / 2 = \frac{1}{4} \text{ (A)}$$

فرستاده

$t \rightarrow \infty$



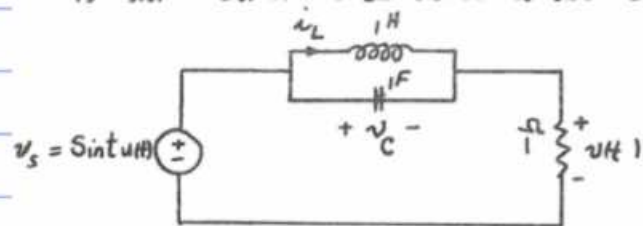
درش بفرست

$$v_x = 1 - e^{-2t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} v_x = 1$$

$$\text{KVL: } v_s = 2v_x = 2 \text{ V}$$

$$\mathcal{L} \quad I_{in} = \frac{V_s}{2 + 4 \parallel 4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow i = \frac{I_{in}}{2} = \frac{1}{4}$$

باقی (۷۲) برای مدار زیر شرایط اولیه ای را تعیین کنید که $v(t)$ برای $t \geq 0$ برابر صفر باشد.

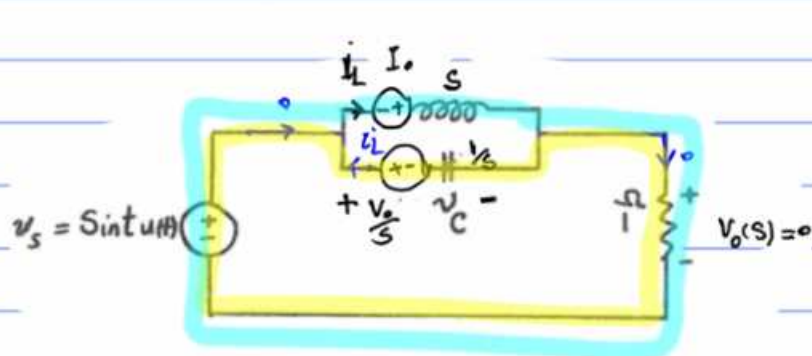


$$V_C(0^-) = 0, i_L(0^-) = -1 \quad -2$$

$$V_C(0^-) = 0, i_L(0^-) = 0 \quad -1$$

$$V_C(0^-) = -1, i_L(0^-) = 1 \quad -2$$

$$V_C(0^-) = 1, i_L(0^-) = 0 \quad -3$$



$$v_o(t) = 0 \xrightarrow{\mathcal{L}} v_o(s) = 0$$

$$(1) \quad v_s = \frac{v_o}{s} - \frac{1}{s} i_L \rightarrow i_L = s \left(\frac{v_o}{s} - v_s \right) = v_o - s v_s \quad \text{in (2)}$$

$$(2) \quad v_s = -I_o + s i_L$$

$$(1) : \quad v_s = -I_o + s (v_o - s v_s) \rightarrow v_s (s^2 + 1) = -I_o + s v_o$$

$$\underline{v_s = \frac{1}{s^2 + 1}}$$

$$1 = -\underset{\substack{\downarrow \\ -1}}{I_o} + s \underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{v_o}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_C(0^-) = 0 \\ i_L(0^-) = -1 \end{cases}$$

اتوماسیون ۹۴

در مدار زیر، با فرض صفر بودن جریان اولیه هر دو سلف، مقدار ولتاژ اولیه خازن $V_c(0)$ بر حسب ولت را به نحوی بیابید که جریان مقاومت برای $t \geq 0$ برابر صفر باشد. در این حالت مقدار سلف L بر حسب هانری کدام است؟

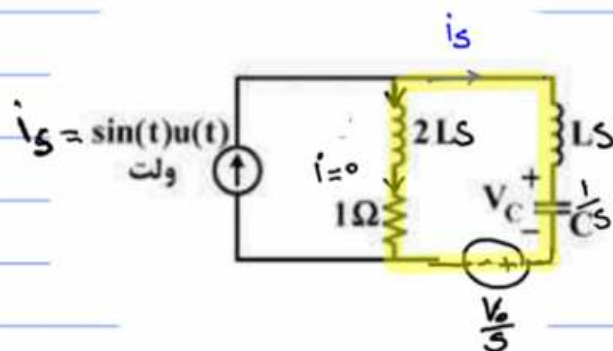


$$L = \frac{1}{c}, V_c(0) = -\frac{1}{c} \quad (1)$$

$$L = \frac{2}{c}, V_c(0) = 0 \quad (2)$$

$$L = \frac{1}{c}, V_c(0) = \frac{1}{c} \quad (3)$$

$$L = \frac{2}{c}, V_c(0) = -\frac{1}{c} \quad (4)$$



$$i_s(Ls + \frac{1}{cs}) + \frac{V_o}{s} + 0 = 0$$

$$i_s = \frac{1}{s^2+1} \rightarrow \frac{1}{s^2+1} \left(\frac{Lcs^2+1}{cs} \right) + \frac{V_o}{s} = 0$$

$$LCs^2+1 = -CV_o(s^2+1)$$

$$\rightarrow \underline{LCs^2+1} = \underline{-CV_o s^2} - \underline{CV_o}$$

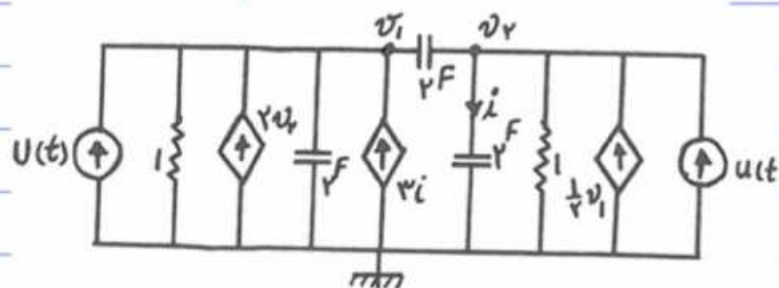
$$-CV_o = 1 \rightarrow V_o = -\frac{1}{c}$$

$$-\frac{1}{c} = -L \rightarrow L = \frac{1}{c}$$

$$LC = -CV_o \rightarrow V_o = -L$$

نزینه ۱

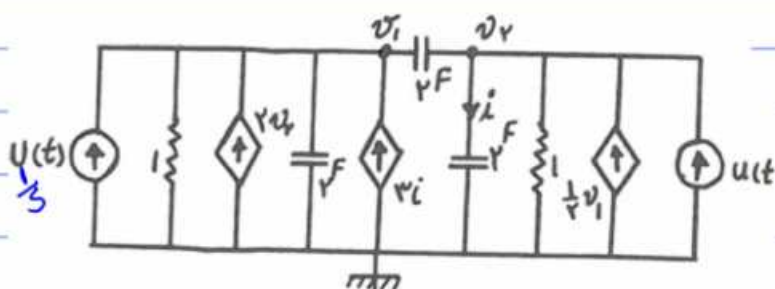
ولتاژ $v_1(t)$ در مدار شکل زیر برابر کدام است؟ برق ۷۷



۱- $(1 - 2t - e^{-\frac{t}{2}}) u(t)$ ۲- $(1 - \frac{1}{2} e^{-t} - \frac{1}{2} e^{-\frac{t}{2}}) u(t)$

۳- جوابهای بیشماری برای $v_1(t)$ وجود دارد.

۴- هیچ جوابی نمی توان در این مدار برای $v_1(t)$ بدست آورد. ✓



انتقال

$$\begin{bmatrix} 1 + 2s + 2s & -2s - 2 \\ -2s - \frac{1}{2} & 2s + 1 + 2s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} + 2v_2 + 3i \\ \frac{1}{s} + \frac{1}{2} v_1 \end{bmatrix}$$

انتقال

$$\begin{vmatrix} \underbrace{4s+1}_{a'} & \underbrace{-8s-2}_{b'} \\ \underbrace{-2s-\frac{1}{2}}_{a''} & \underbrace{2s+1}_{b''} \end{vmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underbrace{\frac{1}{s}}_{c'} \\ \underbrace{\frac{1}{s}}_{c''} \end{pmatrix}$$

جواب ندارد. $\det = (4s+1)(2s+1) + (8s+2)(-2s-\frac{1}{2}) = 0 \rightarrow$

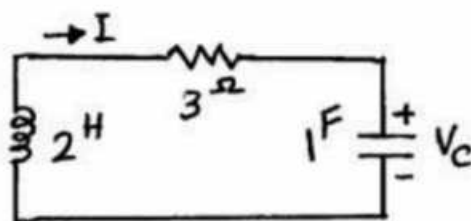
جواب بله $\text{if } \det \neq 0 \rightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \rightarrow$

جواب ندارد $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \rightarrow$

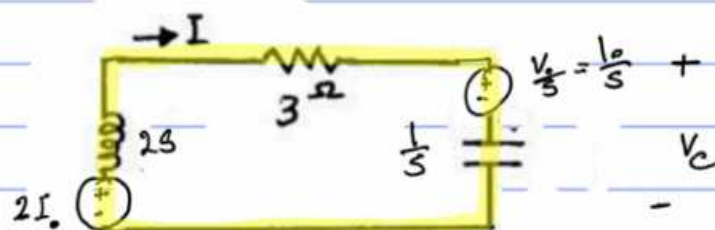
جواب خیر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \rightarrow$

انتقال ۹۳

در مدار شکل مقابل $I(0)$ چند آمپر باشد که در پاسخ ورودی صفر $V_C(t)$ فقط یک فرکانس طبیعی ظاهر شود؟ $(V_C(0) = 10V)$



- ۵ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۵ (۴)



$$\text{KVL: } -2I_0 + (2s + 3 + \frac{1}{s})I + \frac{10}{s} = 0 \quad (1)$$

$$V_C = \frac{10}{s} + \frac{I}{s} = \frac{10 + I}{s} \quad (2)$$

$$\text{KS (1): } (2sI_0 - 10) = I(2s^2 + 3s + 1) \rightarrow I = \frac{2sI_0 - 10}{2s^2 + 3s + 1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{in 2} \\ \hline \end{array} \right.$$

$$V_C = \frac{1}{s} \left(10 + \frac{2sI_0 - 10}{2s^2 + 3s + 1} \right) = \frac{1}{s} \left(10 + \frac{2sI_0 - 10}{(s+1)(s+\frac{1}{2})} \right)$$

$\downarrow$
 $s_1 = -1$
 $s_2 = -\frac{1}{2}$

$$V_C(s) = \frac{1}{s} \left(\frac{10(s+1)(s+\frac{1}{2}) + 2sI_0 - 10}{(s+1)(s+\frac{1}{2})} \right) = \frac{0}{s} + \frac{\frac{2I_0 + 10}{-\frac{1}{2}}}{s+1} + \frac{\frac{-I_0 - 10}{-\frac{1}{4}}}{s+\frac{1}{2}}$$

$$2I_0 + 10 = 0 \rightarrow I_0 = -5$$

$$-I_0 - 10 = 0 \rightarrow I_0 = -10$$

نیزه ۱

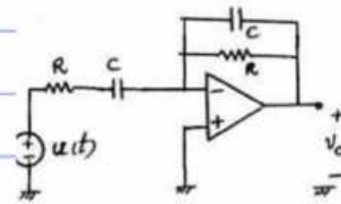
اترماسیون ۹۳

در مدار مقابل پاسخ پله $V_o(t)$ کدام گزینه است؟

($C = 1000 \mu F$ میکرو فاراد ، $R = 1 k\Omega$ کیلو اهم)

$$C = 1000 \mu F = 1 mF$$

$$R = 1 k\Omega$$



$$k(t-1)e^{-t}u(t) \quad (1)$$

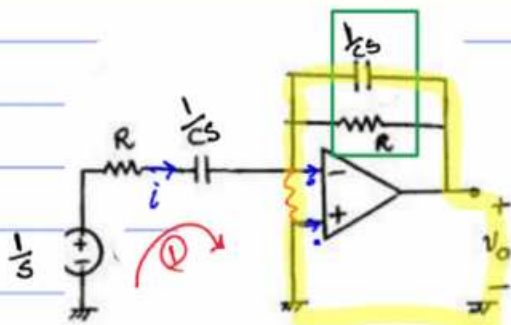
$$kte^{-t}u(t) \quad (2)$$

$$(k_1e^{-t} + k_2te^{-t})u(t) \quad (3)$$

$$(k_1e^{-t} + k_2e^{-t})u(t) \quad (4)$$

$$Z = \frac{1}{Cs + \frac{1}{R}} = \frac{R}{RCs + 1} = \frac{1/s}{s + 1/RC}$$

با سغ $\frac{1}{s}$ ← مرتبط اولیه صند



$$(1) i = \frac{1/s}{R + 1/Cs} = \frac{C}{RCs + 1} = \frac{1/R}{s + 1/RC}$$

$$(2) 0 + \frac{1}{C} \times i + V_o = 0$$

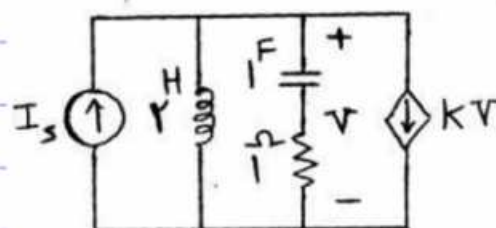
$$\text{پاسخ: } V_o = - \frac{1/C}{s + 1/RC} \times \frac{1/R}{s + 1/RC} = - \frac{1/RC}{(s + 1/RC)^2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} V_o(t) = - \frac{1}{RC} t e^{-t/RC}$$

نرینه ۲

۹۳ انتراسیون

مدار شکل مقابل به ازای چه مقداری از k نوسان می کند؟ فرکانس این نوسان

چند رادیان بر ثانیه است؟

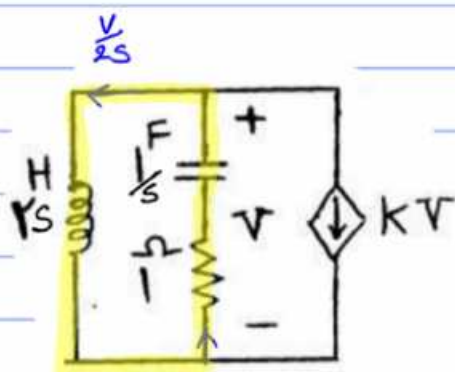


(۱) $1, -1$

(۲) $4, -1$

(۳) $1, -\frac{1}{2}$

(۴) $4, 1$



$V(k + \frac{1}{2s})$

kvl: $(1 + \frac{1}{s})(k + \frac{1}{2s})V + V = 0 \xrightarrow{2s^2} ((s+1)(2sk+1) + 2s^2)V = 0$

$\Delta(s) = (2+2k)s^2 + (2k+1)s + 1 = 0$

$\Delta(s) = s^2 + \frac{(2k+1)s}{2+2k} + \frac{1}{2+2k} = 0$
 $\frac{2\alpha}{\omega_n^2}$

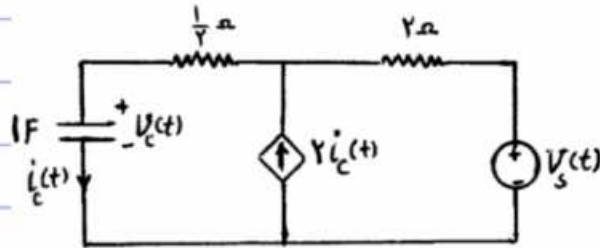
فرکانس نوسان: $2\alpha = 0 \rightarrow 2k+1 = 0 \rightarrow k = -\frac{1}{2}$

$\Delta(s)_{\text{new}} = s^2 + 0s + \frac{1}{2-1} = 0 \rightarrow s^2 = -1 \rightarrow s = \sqrt{-1} = \pm j$

$\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
نفرسه

اتمسون ۹۲

در شکل روبه‌رو، پاسخ پله واحد $i_c(t)$ چگونه است؟



$$i_c(t) = -\frac{2}{3}e^{-\frac{2}{3}t}u(t) \quad (1)$$

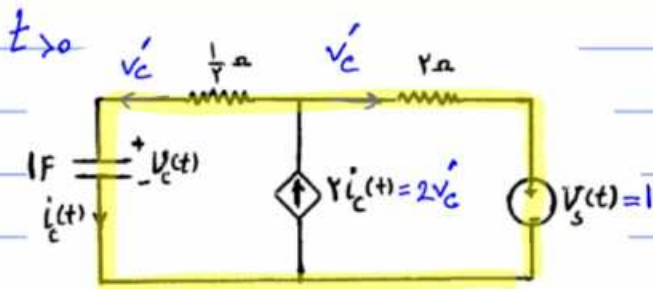
$$i_c(t) = -\frac{2}{3}e^{-\frac{2}{3}t}u(t) \quad (2)$$

$$i_c(t) = \frac{2}{3}e^{-\frac{2}{3}t}u(t) \quad (3)$$

$$i_c(t) = \frac{2}{3}e^{-\frac{2}{3}t}u(t) \quad (4)$$

$$i_c(t^+) = v_c'(t^+) = ?$$

با استفاده از شرایط اولیه صفر $v_c(t^-) = v_c(t^+) = 0$



$$-1 - 2v_c' + \frac{1}{2}v_c' + v_c = 0$$

$$-\frac{3}{2}v_c' = 1 - v_c$$

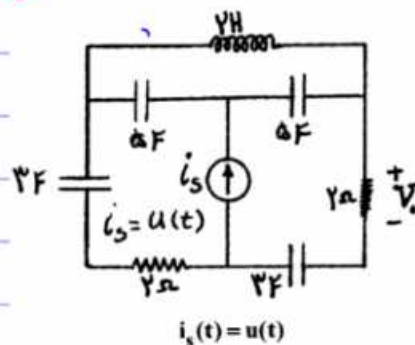
$$\rightarrow v_c' = -\frac{2}{3}(1 - v_c) \xrightarrow{t=0^+}$$

$$v_c'(t^+) = -\frac{2}{3}$$

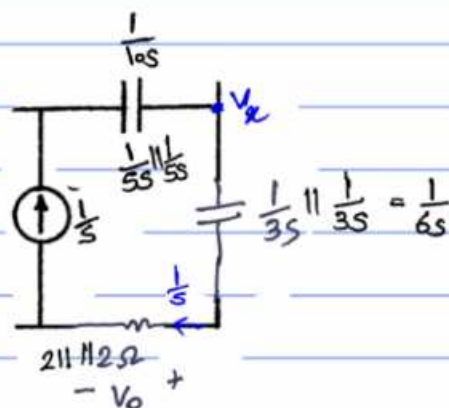
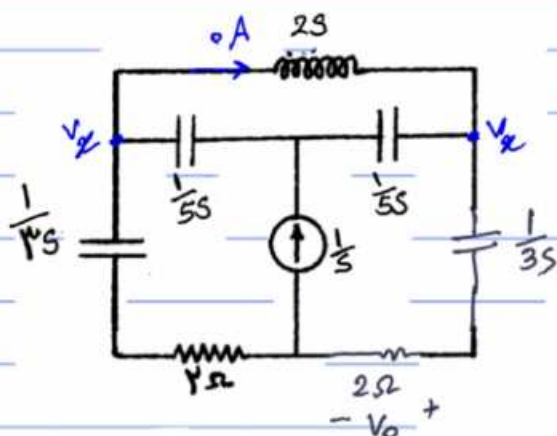
نیز به فقط در $v_c'(t^+) = -\frac{2}{3}$ (نوع صحت می‌کند)

اترئاسیون ۹۲

در شکل روبه‌رو، V_o ، کدام است؟ تمامی مقادیر اولیه (ولتاژ خازن‌ها و جریان سلف)، صفر می‌باشند.



- (۱) $u(t)$
- (۲) $t u(t)$
- (۳) $\frac{1}{3} u(t)$
- (۴) $\frac{1}{2} u(t)$



$$V_o = (2 \parallel 2) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v_o(t) = u(t)$$

ضریب کیفیت مدارات مرتبه ۲

ضریب کیفیت به نوعی کیفیت پاسخ دائمی را نشان می دهد به عبارتی دیگر این ضریب که با Q نمایش می دهیم میزان مدت زمانی را نشان می دهد که قسمت ذخیره از بین می رود. هر چه Q بالاتر باشد قسمت ذخیره سریعتر از بین می رود.

$$S^2 + 2\alpha S + \omega^2 = 0 \rightarrow S_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{1}{2\xi}$$

ضریب کیفیت نسبت انرژی ذخیره شده به انرژی تلف شده را نشان می دهد.

$$\alpha < \omega_0 \rightarrow Q > \frac{1}{2} \quad \text{صیقلی نرسان}$$

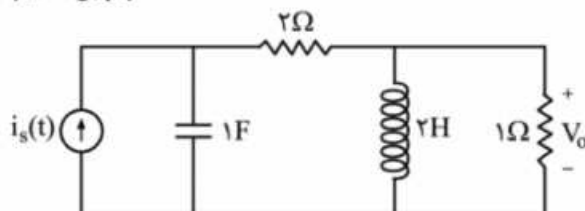
$$\alpha = 0 \rightarrow Q = \infty \quad \text{نرسان دائم - ایالاتور - بی اتلاف}$$

$$\alpha > \omega_0 \rightarrow Q < \frac{1}{2} \quad \text{میرایی مسکون}$$

$$\alpha = \omega_0 \rightarrow Q = \frac{1}{2} \quad \text{صیقلی بحرانی}$$

چون نرسان ذخیره تعریف کردن Q معنا ندارد.

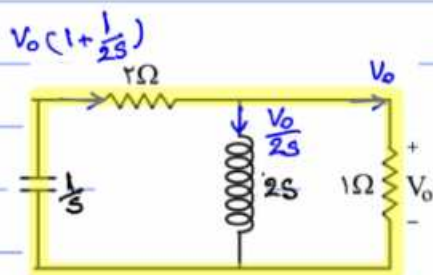
(هوش - ۹۴)



ضریب کیفیت مدار زیر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
(۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$

بلی حاسبه @ به مدار مسطحه نیاز داریم پس مدار را منبع مستقل را حذف کرد.



$$KVL: \left(\frac{1}{s} + 2\right)\left(1 + \frac{1}{2s}\right)V_o + V_o = 0$$

$$\times 2s^2: ((2s+1)(2s+1) + 2s^2)V_o = 0$$

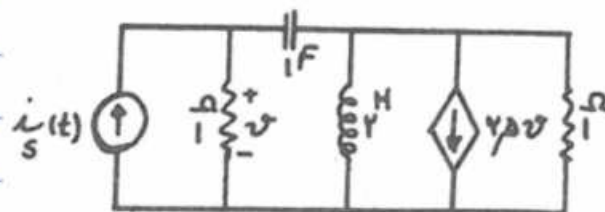
$$\Delta(s) = 6s^2 + 4s + 1 = 0$$

$$\Delta(s) = s^2 + \frac{2}{3}s + \frac{1}{6} = 0$$

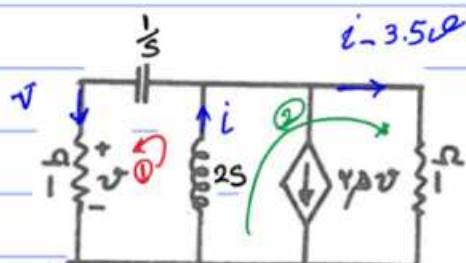
$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\sqrt{\frac{1}{6}}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{3}{2\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

نریضه!

برق ۷۵ Q مدار شکل زیر چیست ؟



$\frac{1}{3}$	-1
$\frac{1}{2}$	-2
1	-3
3	-4



$$① \quad 2Si + v\left(\frac{1}{5} + 1\right) = 0 \rightarrow i = -\left(\frac{\frac{1}{5} + 1}{2S}\right)v = -\left(\frac{S+1}{2S^2}\right)v$$

$$② \quad 2Si + i - 3.5V = 0 \rightarrow (2S+1)\left(-\frac{S+1}{2S^2}\right)v - 3.5V = 0$$

$$\Delta(s) = -(2S+1)(S+1) - 7S^2 = 0 \rightarrow \Delta(s) = +9S^2 + 3S + 1 = 0$$

$$\Delta(s) = S^2 + \frac{1}{3}S + \frac{1}{9} = 0$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{9}} = 1$$

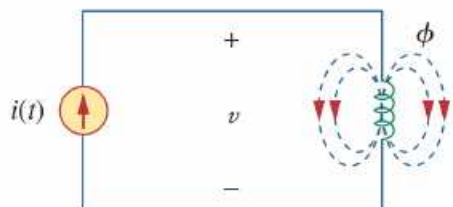
نیمه ۳

مدارهای کوپلاژ مغناطیسی

مدارهای الکتریکی که تا اینجا بررسی کردیم حلقی به صورت **کوپلاژ الکتریکی** به هم مرتبط بودند یعنی یک حلقه با حلقه کناری با جریان الکتریکی روی هم تأخیر می‌داشتند. وقتی که دو حلقه متصل یا غیر متصل به هم با **میلان مغناطیسی** تولیدی از یک روی دیلری تأخیر نداشتند را **کوپلاژ مغناطیسی** می‌گویند.

اندوکتانس متقابل

هرگاه ۲ سلف یا سیم پیچ نزدیک به یکدیگر باشند، شار مغناطیسی حاصل عبور جریان از سیم پیچ اول با سیم پیچ یا سلف دوم کنیک یا کوپل شده و روی سلف یا سیم پیچ دوم ولتاژ تولید می‌گردد. به این پدیده که القا و القای یا کوپل مغناطیسی است را **اندوکتانس متقابل** می‌گویند. ابتدا یک سلف را با N دور سیم پیچ در نظر بگیریم:



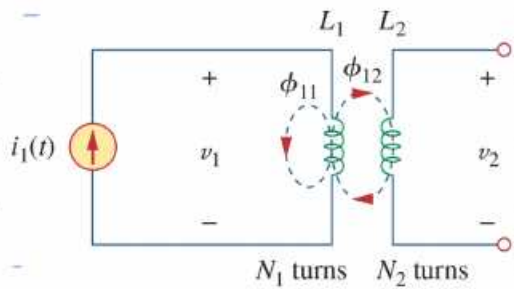
با عبور جریان i از سیم پیچ به تقصیه به قافن فارادی ولتاژ v به صورت زیر دو سر سیم پیچ القا می‌شود:

$$v = N \frac{d\phi}{dt}$$

$$v = N \frac{d\phi}{di} \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt}, \quad L = N \frac{d\phi}{di}$$

بتلی به ساختار سلف دارد.

به این L **اندوکتانس خودی** می‌گویند چرا که فقط به خود سلف است.



برای سیمک تحلیل فرغ کنید جریان سلف L_2 صفوات.

Φ_1 : سلف نامی از L_1 و عبوری از خودش

Φ_2 : سلف نامی از L_1 و کینک شده با L_2
 $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$

$$v_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_{11}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1} \frac{di_1}{dt} = M_{21} \frac{di_1}{dt}, \quad M_{21} = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{di_1}$$

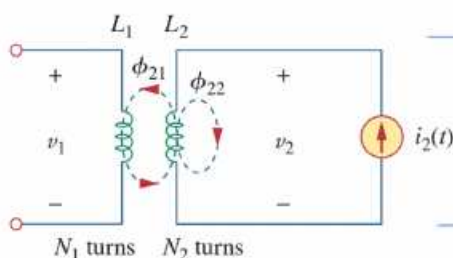
$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt}$$

$$v_2 = M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

M_{21} را اندوکنانس متقابل سلف L_2 نسبت به سلف L_1 است.

21 به این اشاره می کند اندوکنانس M_{21} ، ولتاژ v_2 وابسته

به جریان i_1 را ایجاد می کند



$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \quad \text{و} \quad v_1 = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

L_2 : اندوکنانس خودی L_2

M_{12} : اندوکنانس متقابل L_1 و L_2 است.

$$M_{12} = M_{21}$$

✓ در قسمت بعدی خواهیم دید که اندوکنانس های متقابل باهم برابر

در سولات و مدارات مقادیر L_1 و L_2 و M_{12} یا M_{21} را مشخص می کنند و وارد محاسبات مفصلی

نمی گویم.

واحد اندازه گیری m بر حسب هانری است و از جنس اندوکتانس ملف است.

✓ اندوکتانس متقابل نقطه برای مداراتی تعریف می شود که :

۱) ملف ها به اندازه کافی به یکدیگر نزدیک باشند.

۲) مدار دارای منابع متقل **متغیر با زمان** باشد (مانند منابع سینوسی) ولی در مدارات DC تعریف نمی شود.

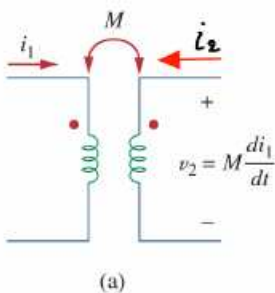
نمی شود.

اندوکتانس متقابل قابلیت از یک ملف است که می تواند ولتاژ ناشی از شار ملف نزدیک خود را بر روی ملف خود القا کند.

قرارداد نقطه :

از زمانی که جهت شار ایجاد شده با قانون دست راست تعیین می شود و جهت شار القا شده روی مدارات قابل بیان و مشخص نیست از قرارداد نقطه روی سلف های ترویج استفاده می کنند که بتوان روی مدار گفت شار متقابل در جهت افزایش شار خودی است یا در جهت کاهش شار خودی.

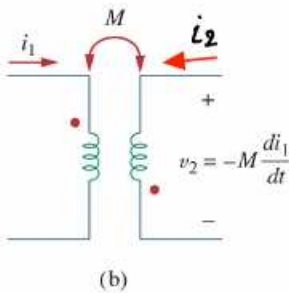
اگر در هر دو سلف ترویج هر دو جریان سلف ها به سر نقطه دار وارد یا از سر نقطه دار خارج شوند اندوکتانس متقابل را مثبت و در غیر این صورت منفی در نظر می گیریم.



$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} v_2 = L_2 s I_2 + M s I_1$$

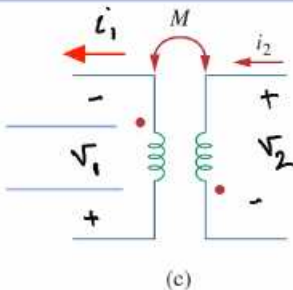
$$\xrightarrow{\mathcal{P}} v_2 = j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1$$

$$v_2 = L_2 i_2' + M i_1'$$



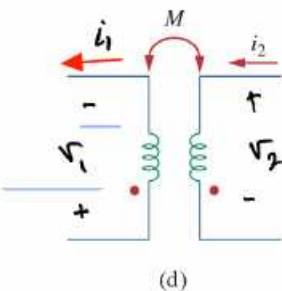
$$v_2 = L_2 i_2' - M i_1' \rightarrow v_2(s) = L_2 s I_2 - M s I_1$$

$$\rightarrow v_2(j\omega) = L_2 j\omega I_2 - M j\omega I_1$$



$$v_1 = L_1 i_1' + M i_2' \rightarrow v_1 = L_1 s I_1 + M s I_2$$

$$v_2 = L_2 i_2' + M i_1' \rightarrow v_2 = L_2 s I_2 + M s I_1$$



$$v_1 = L_1 i_1' - M i_2'$$

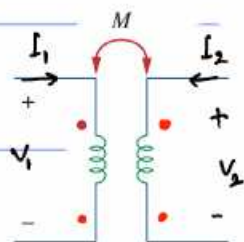
نکته مهم: در ملف های تدریج مانند ملف های لایلاس و فایدر حق نداریم جریان ملف را با

تقسیم ولتاژ در سر ملف تدریج بر انداخته می سبب کنیم.

$$i_1 \neq \frac{v_1}{Ls + Ms}$$

فقط با kvl تحلیل کنید!

ماتریس سلف های تزویج



$$V_1 = L_1 s I_1 \pm M s I_2$$

$$V_2 = \pm M s I_1 + L_2 s I_2$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 s & \pm M s \\ \pm M s & L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

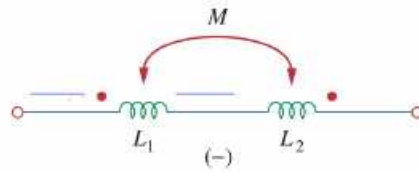
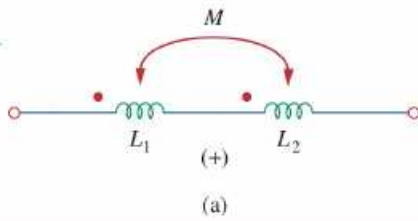
ماتریس سلفی به فرم ماتریسی،

ماتریس اندرکنش

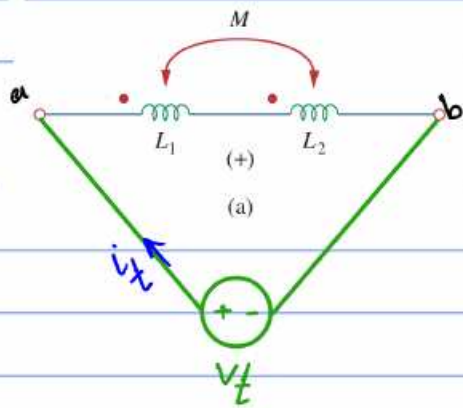
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \omega j & \pm M \omega j \\ \pm M \omega j & L_2 \omega j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

ماتریس اندرکنش در حوزه فازور

تمرین: اندکتانسر معادل سلف های تدریج زیر را محاسبه کنید:



$$V_t = L_{eq} i_t' \quad ; \quad V_t = L_{eq} s I_t \quad ; \quad V_t = L_{eq} j\omega I_t$$



$$V_t = (L_1 i_t' + m i_t') + (L_2 i_t' + m i_t')$$

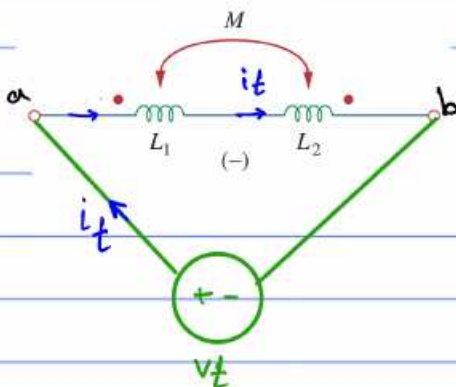
$$V_t = (L_1 + L_2 + 2m) i_t'$$

L_{eq}



معادل سلف های سری با اتصال همگی

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2m$$



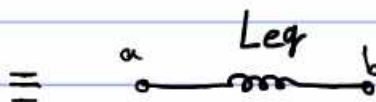
$$V_t = (L_1 i_t' - m i_t') + (L_2 i_t' - m i_t')$$

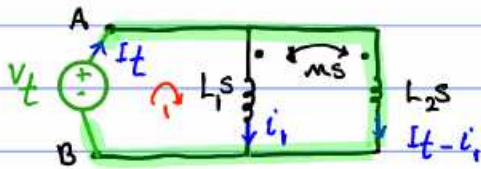
$$V_t = (L_1 + L_2 - 2m) i_t'$$

L_{eq}

اندکتانسر معادل سلف های تدریج سری - اتصال متضیف

$$L_{eq} = L_1 + L_2 - 2m$$





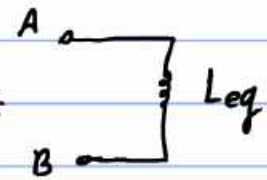
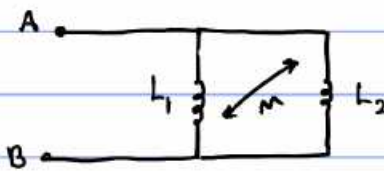
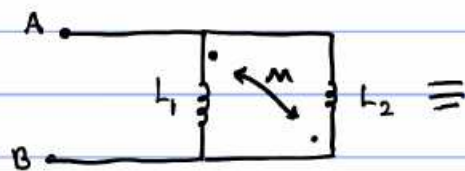
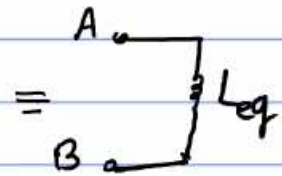
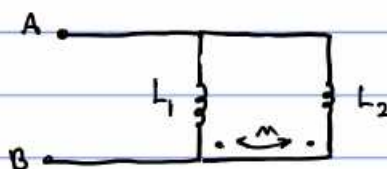
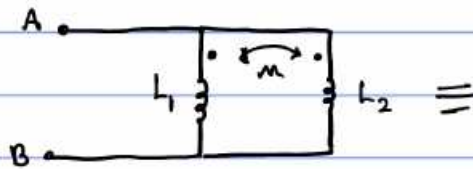
(kvl 1): $V_t = L_1 s i_1 + m s (I_t - i_1)$

(kvl 2) $V_t = L_2 s (I_t - i_1) + m s i_1$

$$V_t = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_1 + L_2 - 2m} s I_t$$

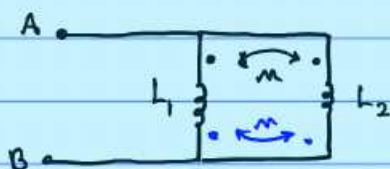
بجای ۲ معادله :

L_{eq}



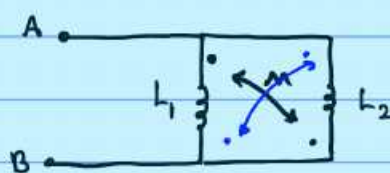
$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_1 + L_2 + 2m}$$

تضعیف



$$L_{ab} = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_1 + L_2 - 2m}$$

تقویت

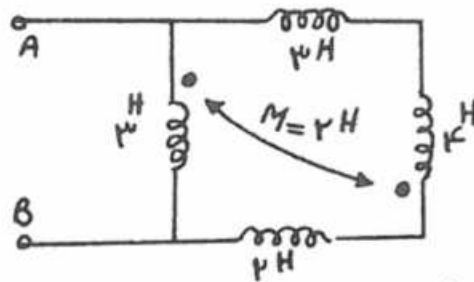


$$L_{ab} = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_1 + L_2 + 2m}$$

تضعیف

معنای ۳ مدار دیگر را اثبات کنید.

برق 71



در مدار شکل مقابل اندوکتانس دیده شده در سرهای A و B چیست؟

$$2 - \frac{5}{16} \text{ هانری}$$

$$1 - \frac{23}{16} \text{ هانری}$$

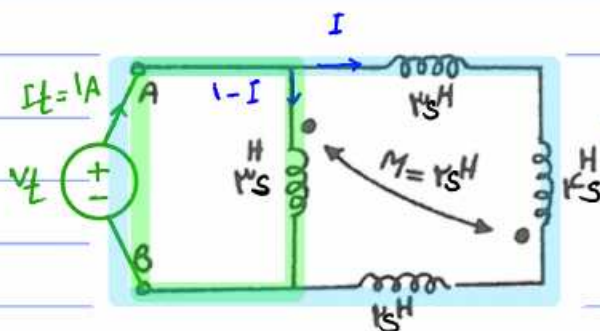
$$4 - \frac{16}{5} \text{ هانری}$$

$$3 - \frac{16}{23} \text{ هانری}$$

روش اول: به سبب صردنظر منبع V_L با جریان I_L اعمال کرده و با تحلیل مدار رابطه $V_L = \alpha S I_L$ را پیدا می‌کنیم. در اینجا αS به جای L_{eq} قرار می‌دهیم.

یا به روشی واقعی می‌توان منبع V_L با جریان I_A (مستقیم) اعمال کرد و رابطه حاصله بگیریم. $V_L = \alpha S$ خواهد بود.

سهم با تقسیم $L_{eq} = \frac{V_L}{S}$ بدست می‌آید.



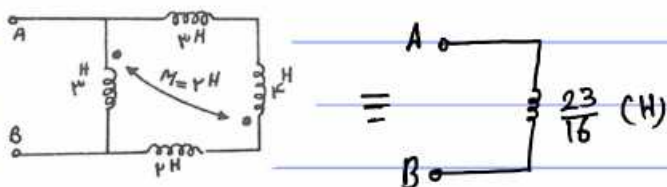
$$① \quad V_L = 3S(1-I) - 2S(I)$$

$$② \quad V_L = 3SI + 4SI - 2S(1-I) + 2SI$$

$$\begin{cases} 5SI + V_L = 3S \\ -11SI + V_L = -2S \end{cases}$$

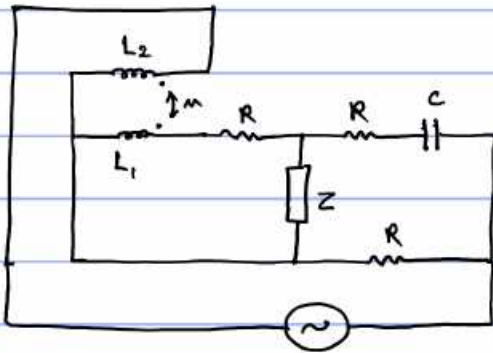
$$\text{باز کردن} \quad V_L = \frac{-10S^2 + 33S^2}{(5+11)S} = \frac{23S^2}{16S} = \frac{23}{16}S$$

$$Z_{eq} = V_L = \frac{23}{16}S = L_{eq}S$$

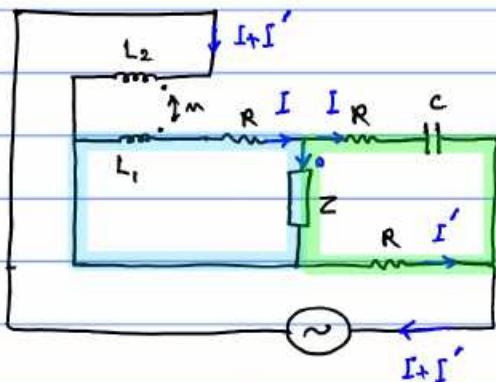


$$L_{eq} = \frac{23}{16} \text{ (H)}$$

برق (85) در مدار شکل زیر جریان حالت دائم عبوری از بار Z برابر صفر است. مقدار ضریب اندوکتانس متقابل M چقدر است؟



$\frac{L_1 L_2}{R^2 C}$	1^3	$\frac{R^2}{L_1 + L_2}$	1^1
$\frac{L_2 R^2 C}{L_1}$	1^4	$\frac{L_1 + L_2}{2}$	1^2



kvl $L_1 s I - ms(I+I') + RI + 0 = 0 \rightarrow (L_1 s - ms + R)I = msI'$ برهم تنسیم

kvl $IR + \frac{1}{Cs}I - RI' = 0 \rightarrow (R + \frac{1}{Cs})I = RI'$

$$\frac{L_1 s - ms + R}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{ms}{R} \rightarrow \underbrace{(L_1 - m)Rs + R^2}_{\text{blue}} = \underbrace{Rms + \frac{m}{C}}_{\text{red}}$$

$$R^2 = \frac{m}{C} \rightarrow m = \frac{R^2 C}{1}$$

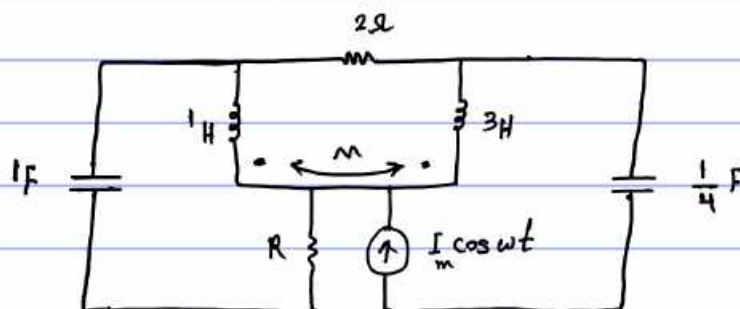
نرینه!

$$(L_1 - m)R = Rm \rightarrow m = \frac{L_1}{2}$$

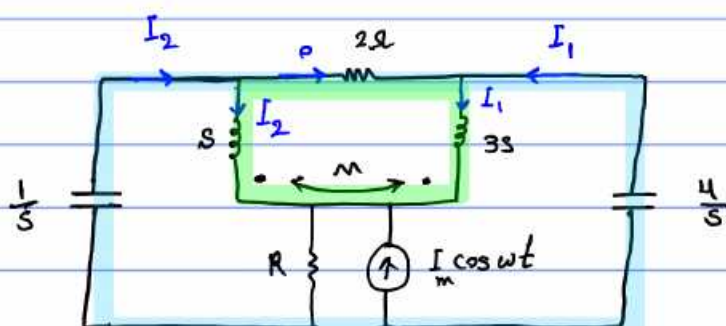
روش تستی: معادلات ۱ که از kvl است که فقط بر حسب L_1 ، R ، C و m بود و L_2 تأثیری در

معادلات نداشت تمام نرینه ها به غیر نرینه L بر حسب L_2 هست و غلط اند.

برق 92) مدار زیر در وضعیت دائمی سینوسی جریان مقاومت 2 اهم صفر است. مقدار M چند هانری است؟



$$\begin{array}{cc} \frac{1}{2} & 1^3 \\ \frac{2}{3} & 1^4 \end{array} \quad \begin{array}{cc} \frac{1}{6} & 1^1 \\ \frac{1}{3} & 1^2 \end{array}$$



$$\text{KVL: } \frac{1}{3} I_2 - \frac{4}{3} I_1 = 0 \xrightarrow{\times 3} I_2 = 4 I_1 \quad (1)$$

$$\text{KVL: } 0 + 3 I_1 + M I_2 - (I_2 + M I_1) = 0 \rightarrow S(M-1) I_2 = -S(3-M) I_1 \quad (2)$$

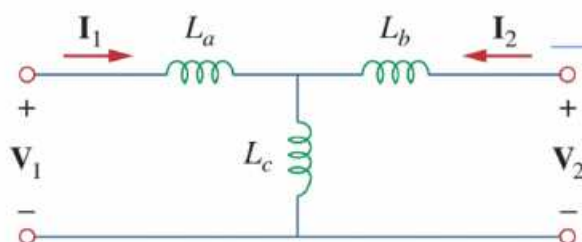
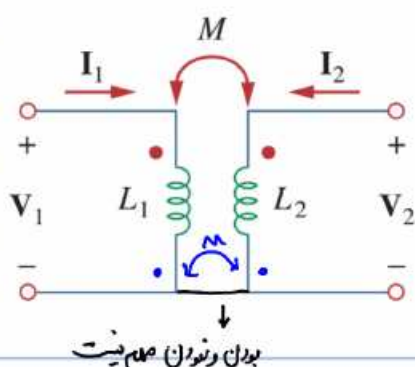
۲ طرف تساری بهم نسیم

$$S(M-1) = -\frac{S(3-M)}{4} \rightarrow M-1 = \frac{M-3}{4} \rightarrow 4M-4 = M-3 \rightarrow 3M=1 \rightarrow M=\frac{1}{3} \text{ (H)}$$

نصف ۲

مدار معادل π و T

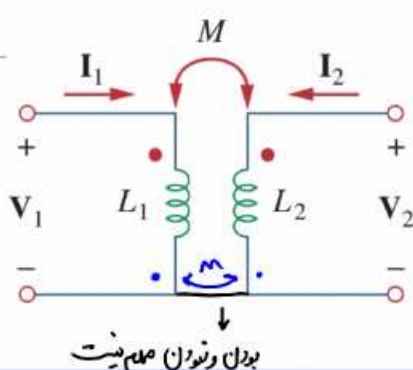
در خیل از مدارات می توان ۲ سلف توزیع نه نه با هم سری و نه موازی هستند را با کمک مدار معادل T یا π معادل با سلف های غیر توزیع نمک و مدار کربلار مغناطیسی را به کربلار الکتریکی تبدیل کرد.



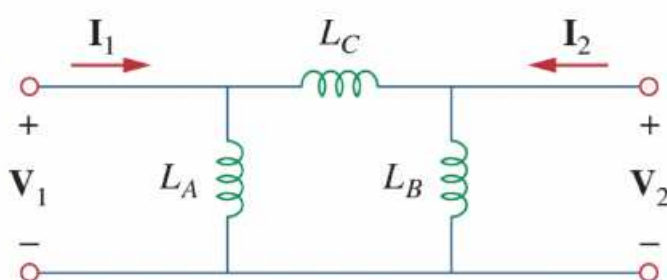
مدار معادل T

$$L_a = L_1 - m, \quad L_b = L_2 - m$$

$$L_c = m$$



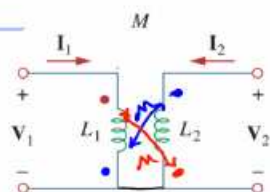
$\equiv$



مدار معادل π

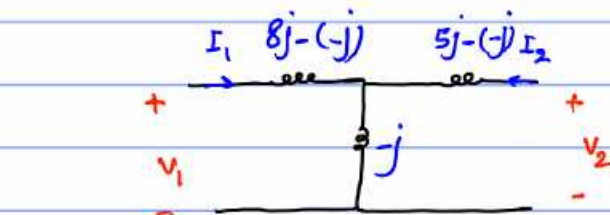
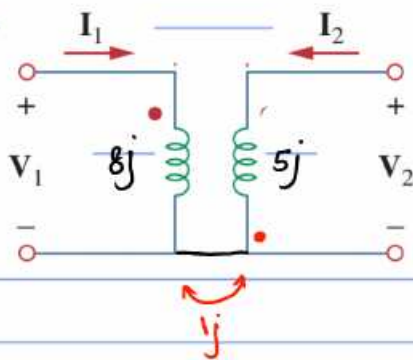
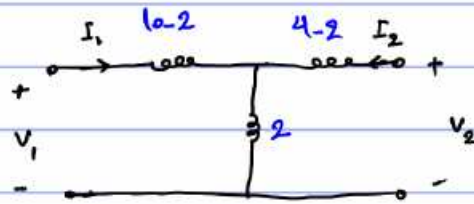
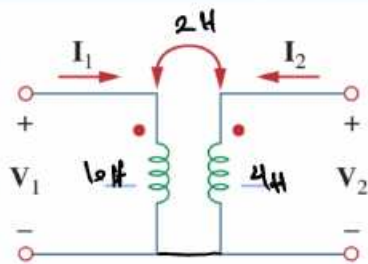
$$L_A = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_2 - m}, \quad L_B = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_1 - m}$$

$$L_c = \frac{L_1 L_2 - m^2}{m}$$



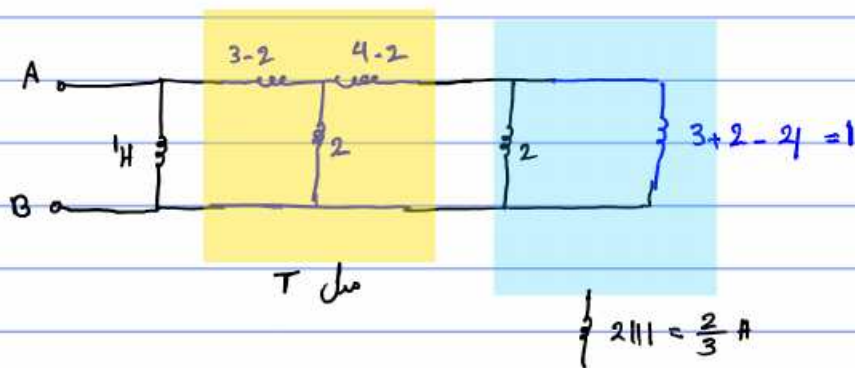
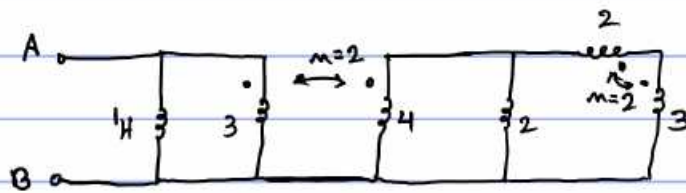
✓ اگر مقدار دو نقطه به قدم روبرو باشد در رابطه م را به $-m$ تبدیل می کنیم $m \rightarrow -m$

مثال :



تغییر
($m \rightarrow -m$)

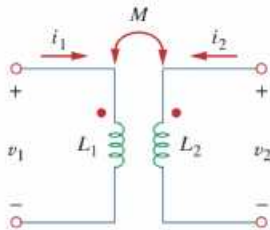
سراسری ۹۷ اندوکنانس دیده شده در سری A و B در مدار شکل زیر چیست؟



$$L_{eq} = 1H \parallel \left(1 + \underbrace{2 \parallel \left(2 + \frac{2}{3} \right)}_{\frac{8}{7}} \right) = \frac{15}{22} \text{ (H)}$$

انرژی در مدارهای کوپلاژ مغناطیس

قبلاً برای سلف‌های بدون توزیع انرژی ذخیره شده را در یک سلف را با رابطه



زیر بیان کردیم:

$$w = \frac{1}{2} L i^2$$

حال اثبات می‌کنیم انرژی ذخیره شده در سلف‌های توزیع با رابطه زیر بدست می‌آید:

$$w = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2$$

✓ در رابطه انرژی علامت + برای وقتی که هر دو جریان به سرفقطه وارد یا خارج می‌شوند و علامت - برای وقتی است که یک از جریان‌ها به سرفقطه دارد وارد و جریان دیگر از سرفقطه خارج می‌شود.

ضریب کوپلینگ یا ضریب تزویج

بازمانده ضریب کوپلاژ یا ضریب تزویج نسبت اندوکتانس یا شار تزویج به اندوکتانس یا شار خودی سلف‌ها را بیان می‌کند.

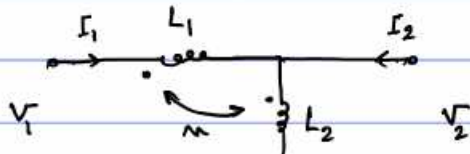
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

در این رابطه $0 \leq k \leq 1$ یا $0 \leq M \leq \sqrt{L_1 L_2}$ است. ضریب تزویج نسبت شارهای لینک شده بین سلف‌ها را نسبت به کل شار یک هسته بیان می‌کند.

$$k = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_{11} + \Phi_{12}}$$

این ضریب در عمل به فاصله بین سلف‌ها، جنس هسته و سیم پیچ‌ها بستگی دارد.

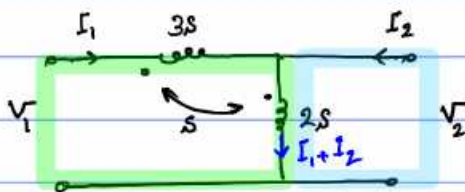
باقی ۱۸۳ مدار شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن $L_1 = 3H$ ، $L_2 = 2H$ و $M = 1H$ است.



اگر مدار مذکور معادل تلف های تدریج شده ای به صورت $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$ باشد ضریب تدریج k را در شکل اخذ تقریباً برابر است با :

۱) ۰.۲۳ ۲) ۰.۴ ۳) ۰.۵۲ ۴) ۰.۸۷

اگر در مدار تدریج نخواهند با هم معادل باشند باید ماتریس انداختن ها با هم برابر باشند.

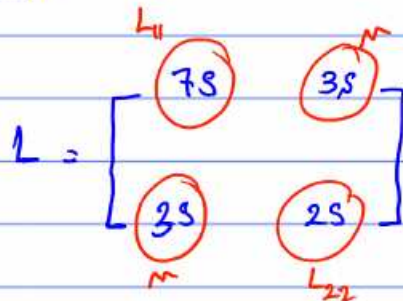


$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$V_1 = 3S I_1 + S(I_1 + I_2) + 2S(I_1 + I_2) + S I_1 = 7S I_1 + 3S I_2$$

$$V_2 = 2S(I_1 + I_2) + S I_1$$

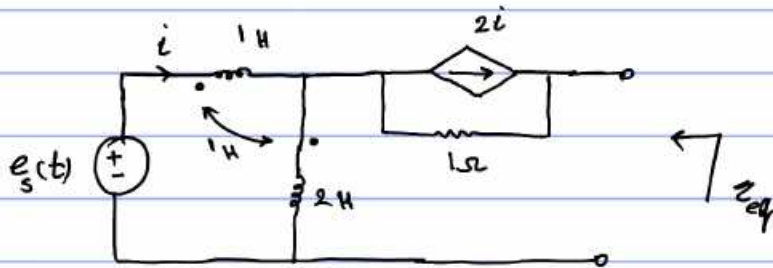


$$\rightarrow k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{3}{\sqrt{7 \times 2}} = \frac{3}{\sqrt{14}}$$

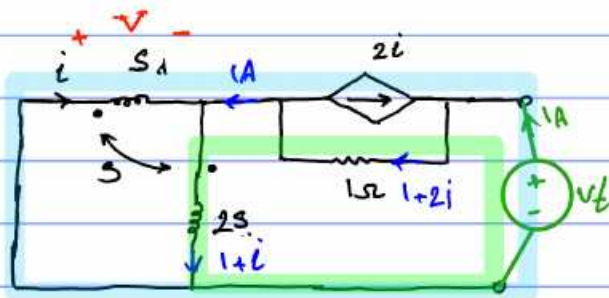
$$= \frac{3}{3.5} = 0.87$$

نزدیک

مسئله ۱۷. در مدار زیر $z_{eq}(s)$ برابر است با:



$\frac{s+1}{5}$	۱۲	$\frac{s-1}{5}$	۱۱
1Ω	۱۴	$s-1$	۱۳



اول منابع مستقل خاموش می‌کنیم.

✓ چون جریان i در 2Ω اضافه می‌شود موازی تعریف

ساده حق نداریم معادل موازی آنها را در نظر بگیریم.

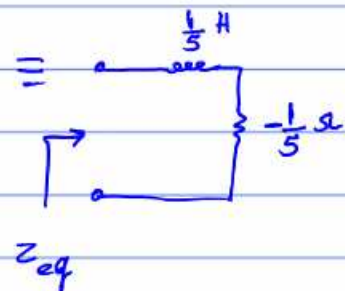
چون جریان معادل موازی آنها با i فعلی برابر نیست.

$$v_t = 1 + 2i - (si + s(1+i)) \rightarrow (2s-2)i + v_t = 1-s$$

$$v_t = 1 + 2i + 2s(1+i) + si \rightarrow -(3s+2)i + v_t = 2s+1$$

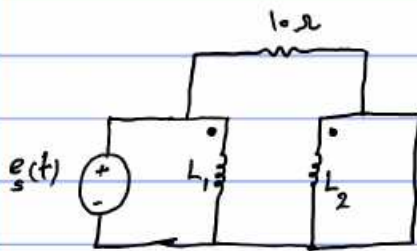
$$v_t = \frac{(2s-2)(2s+1) + (1-s)(3s+2)}{(2s-2) + (3s+2)} = \frac{(4s^2 - 2s - 2) + (-3s^2 + s + 2)}{5s}$$

$$z_{eq} = v_t = \frac{s^2 - s}{5s} = \frac{s-1}{5}$$



سأری ۹۸) در مدار شکل داده شده در شکل ماتریس ضرایب القا ملغها برابر $L = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ می باشد.

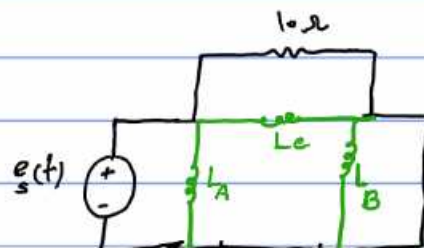
توان مختلط تحویل توسط منبع به شبکه با فرقی حالت دائمی سینوسی برابر است با:



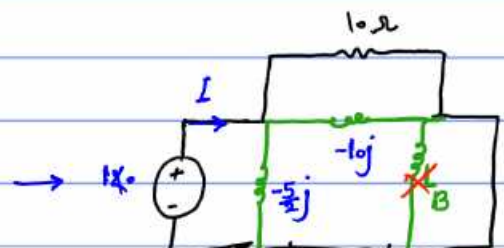
$$e_s(t) = \cos 2t$$

$$\omega = 2 \text{ rad/s}$$

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$



مدل ۱۱



$$L_A = \frac{2 \times 3 - 1}{-1 - 3} = -\frac{5}{4} \text{ H}$$

$$L_C = \frac{2 \times 3 - 1 \times 1}{-1} = -5 \text{ H}$$

L_B

$$I = \frac{1 \angle 0^\circ}{-\frac{5}{2}j \parallel -1j \parallel 10} = \frac{1}{10 \parallel -2j} = \frac{1}{\frac{10}{5j+1}} = \frac{5j+1}{10}$$

$$I^* = \frac{1}{10} - \frac{5}{10}j$$

$$S = V \cdot I^* = 1 \angle 0^\circ \left(\frac{1}{10} - \frac{5}{10}j \right)$$

نرخه ۱۲

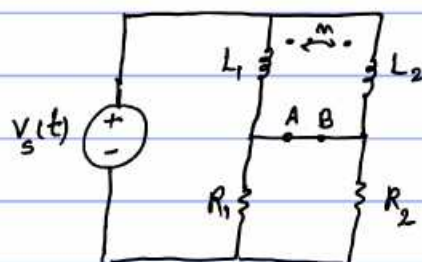
$$P = \frac{1}{10} \text{ W}$$

$$Q = \frac{5}{10} \text{ VAR}$$

پسندان

خاصیت خازنی دارد.

برق ۷۲، در مدار شکل مقابل ضریب تزویج m چگونه با سؤ تا وقتی شاخه AB را اتصال کوتاه می کنیم جابجانی از سؤ نگیرد.

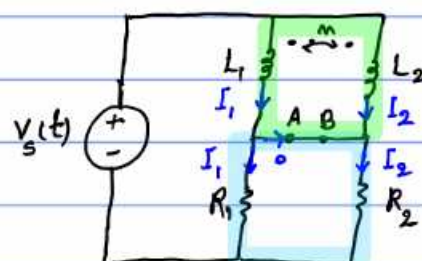


$$m = \frac{R_2 L_2 - R_1 L_1}{R_1 - R_2} \quad ۱۲$$

$$m = \frac{R_1 L_1 - R_1 L_2}{R_1 + R_2} \quad ۱۱$$

$$m = \frac{R_2 L_1 - R_1 L_2}{R_1 - R_2} \quad ۱۴$$

$$m = \frac{R_2 L_1 - R_1 L_2}{R_1 + R_2} \quad ۱۳$$



$$kvl \quad I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad ①$$

$$L_1 s I_1 + m s I_2 = L_2 s I_2 + m s I_1 \rightarrow s(L_1 - m)I_1 = s(L_2 - m)I_2 \quad ②$$

۲ را بر ۱ تقسیم

$$\rightarrow \left(\frac{L_1 - m}{R_1} \right) s = \left(\frac{L_2 - m}{R_2} \right) s \rightarrow \frac{L_1}{R_1} - \frac{L_2}{R_2} = \frac{m}{R_1} - \frac{m}{R_2}$$

$$\rightarrow m \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{L_1}{R_1} - \frac{L_2}{R_2}$$

$$\times R_1 R_2 \rightarrow m(R_2 - R_1) = R_2 L_1 - R_1 L_2$$

نیزه ۲

$$m = \frac{R_2 L_1 - R_1 L_2}{R_2 - R_1}$$

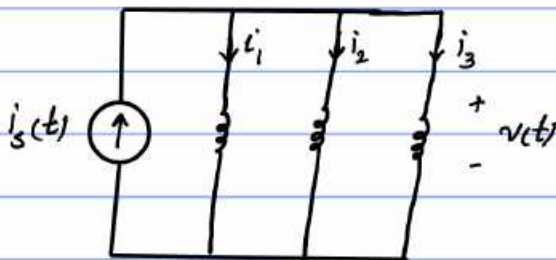
سراسری (۷۷) در مدار شکل مقابل حالتی ضرایب القا سه ملین داده شده است. در صورتی که $i_s = \sin t$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

با سه ولتاژ حالت دائمی $v(t)$ را تعیین کنید.

$$\frac{1}{3} \sin t \quad 1 \quad \cos t \quad 1^2$$

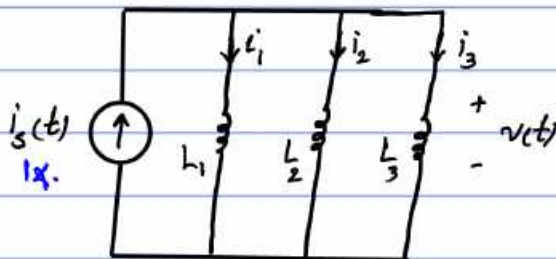
$$-\frac{1}{3} \cos t \quad 1^4 \quad \sin t \quad 1^3$$



L_1 و L_3 تدریج دارند.

مبدا: $\sin t \xrightarrow{P} 1^4$.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



$$i_3 = 1 - i_1 - i_2 \quad (1)$$

$$v_3 = \frac{L}{33} \dot{i}_3 + \frac{L}{32} \dot{i}_2 + \frac{L}{31} \dot{i}_1$$

$$v_3 = s \dot{i}_3 + s \dot{i}_2 + 0 \dot{i}_1 \quad (2)$$

$$v_2 = s \dot{i}_2 + s \dot{i}_3 - s \dot{i}_1 \quad (3)$$

$$v_1 = s \dot{i}_1 - s \dot{i}_2 + 0 \dot{i}_3 \quad (4)$$

$$v_1 = v_2 = v_3 \quad \text{مولتی}$$

$$(2) + (4) \rightarrow v_3 + v_1 = s \dot{i}_1 + s \dot{i}_3 \rightarrow 2v_3 = s \dot{i}_1 + s \dot{i}_3 \quad (5)$$

$$(1) \text{ in } (5) \rightarrow 2v_3 = \cancel{s \dot{i}_1} + s - \cancel{s \dot{i}_1} - s \dot{i}_2 = s - s \dot{i}_2 \quad (6)$$

$$(3) - (5) \rightarrow v_3 - v_2 = +s \dot{i}_1 = 0 \rightarrow \dot{i}_1 = 0 \quad \text{in } (6) \rightarrow v_1 = 0 - s \dot{i}_2 \rightarrow i_2 = -\frac{v_1}{s} \quad (7)$$

$$(6) \text{ and } (7) \rightarrow 2v_3 = s - s(-\frac{v_1}{s}) \Rightarrow v_3 = \frac{1}{2}(s + v_1)$$

$$\begin{matrix} \rightarrow \cos(\alpha) \\ \downarrow \\ \sin(\alpha) \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= v_3 \rightarrow v_3 = s \xrightarrow{s=j\omega} v = j \xrightarrow{P^{-1}} 1^4 90 \\ \sin \text{ مبدا} \rightarrow v_3 &= \sin(t + 90) = \cos t \end{aligned}$$

بقی ۹۳

مقدار ضریب تزویج یا اندوکتانس متقابل (M) چند هانری باشد تا امپدانس دیده

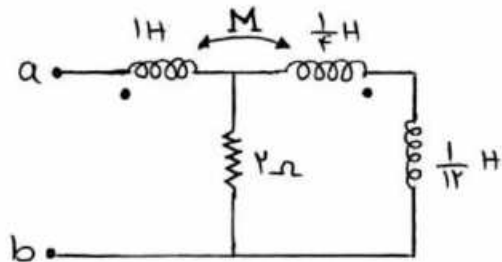
شده در وضعیت دائمی سینوسی از دو سر a و b سلفی خالص شود؟

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

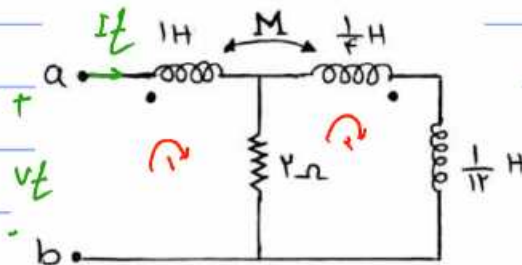
$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{2}{3} \text{ (۳)}$$

(۴) به ازای هیچ مقدار M، امپدانس سلفی خالص نیست.

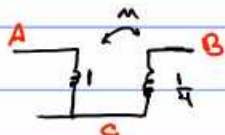
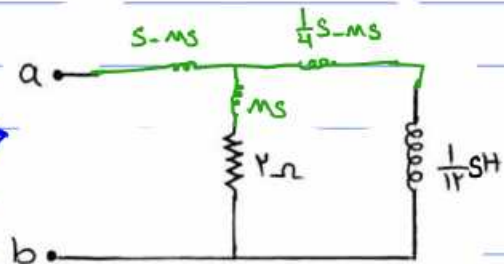
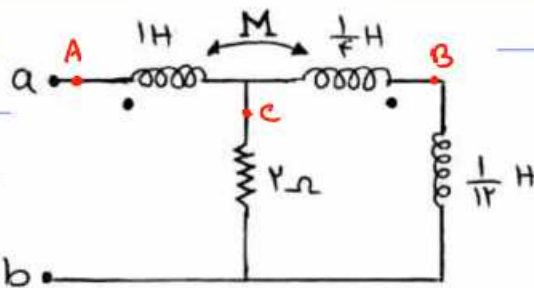


درست اول : کج



$$V_L = (\alpha s) I_L$$

درست دوم : میل T

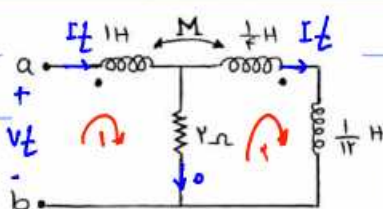


اگر مجاهد امپدانس معادل سلفی خالص شود باید از مقاومت از بین برود.

اگر ضافه سمت راست s.c شود مدار سلفی خالص می شود.

$$\frac{1}{4}s - ms + \frac{1}{12}s = 0 \rightarrow \frac{1}{4} - m + \frac{1}{12} = 0 \rightarrow m = \frac{1}{3} \text{ (H)}$$

درست سوم : اگر مدار مجاهد سلفی خالص شود اگر جریان عبوری از مقاومت صفر شود مدار سلفی خالص می شود.



$$V_L = s I_L - m s I_L$$

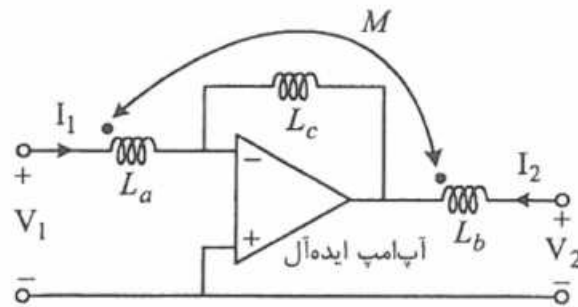
$$0 + \frac{1}{4}s I_L - m s I_L + \frac{1}{12}s I_L = 0$$

$$s \left(\frac{1}{4} - m + \frac{1}{12} \right) I_L = 0 \rightarrow m = \frac{1}{3} \text{ (H)}$$

باق ۸۶) ماتریس

اندوکتانس دوقطبی شکل

مقابل کدام است؟

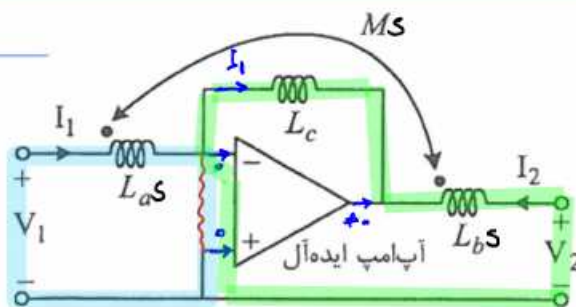


$$\begin{bmatrix} L_a & -M \\ L_c - M & L_b \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} L_b & -M \\ -L_c - M & L_a \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} L_a & -M \\ -L_c - M & L_b \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} L_a & M \\ -L_c - M & L_b \end{bmatrix} \quad (3)$$



$$V_1 = L_a s I_1 - m s I_2$$

$$V_2 = L_b s I_2 - m s I_1 - L_c s I_1$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a s & -m s \\ -(L_c + m) s & L_b s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

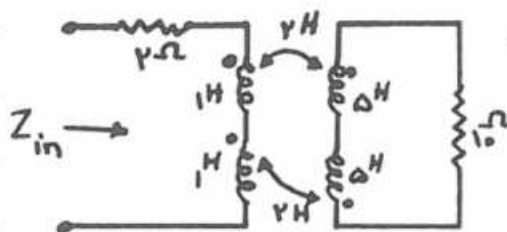
$$L_{eq} = \begin{bmatrix} L_a & -m \\ -(L_c + m) & L_b \end{bmatrix}$$

تقریباً

✓ برای این مدار $m_{12} \neq m_{21}$ به علت ساختار آپامپ مدار خاصیت متقابل ندارد و قضیه

هم پاسخی برای آن به معنای تعادل معبره می‌دهد.

بق ۷۲- در مدار شکل مقابل امپدانس ورودی Z_{in} را بدست آورید؟

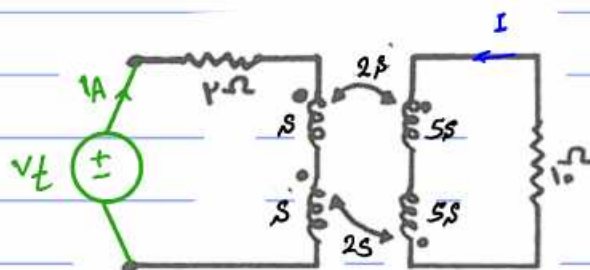


$$\frac{1}{5(s+1)} \quad -2$$

$$2(s^2 + 10s + 5) \quad -1$$

$$\frac{2(s^2 + 10s + 5)}{5(s+1)} \quad -4$$

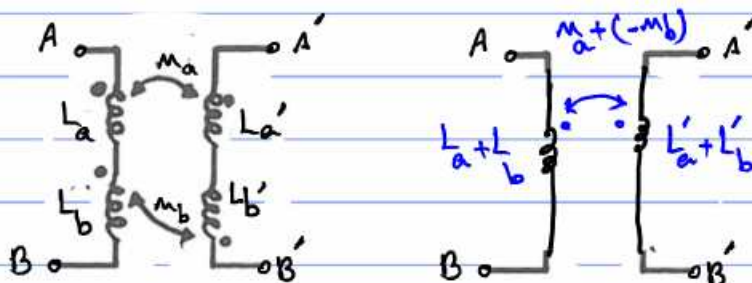
$$2(s+1) \quad -3$$



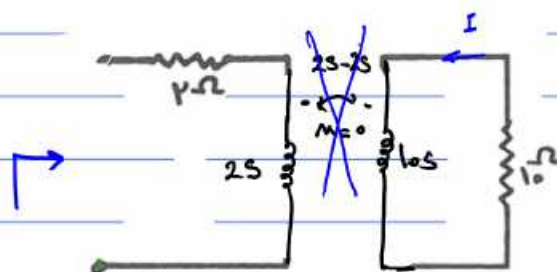
روش اول:

$$V_L: 2 + (S + 2SI) + (S - 2SI) = 2 + 2S = 2(s+2) = Z(s)$$

نیز می شود



روش دوم: ساده سازی

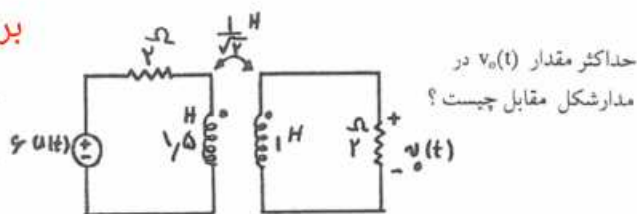


$m=0$ یعنی کوپلار مغناطیسی ندارند و مدار جیب

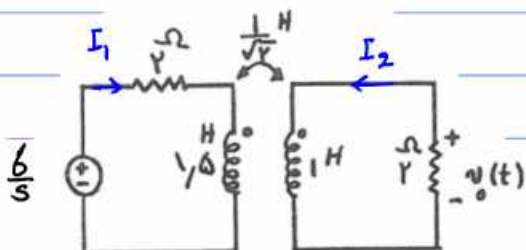
از مدار راست دکوپل است

$$Z_{eq} = 2 + 2S$$

برق 74



0/462	-2	0/381	-1
1/336	-4	0/668	-3



✓ اگر v_o در حالت دائمی می‌خواهیم جریان مدار DC است
تبدیل از بین می‌رفت و ارتباط مدار مستقیم را با
مست چپ قطع می‌شد و $v_o = 0$ می‌شد.

✓ برای تحلیل حالت در ا سلف‌های توزیع با ولتاژ کار می‌کنیم.

$$\frac{6}{s} = 2I_1 + 1.5sI_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}sI_2$$

$$2I_2 + sI_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}sI_1 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} (2 + 1.5s)I_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}sI_2 = \frac{6}{s} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}sI_1 + (2 + s)I_2 = 0 \end{cases}$$

$$I_2 = \frac{-\frac{6}{s} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}s}{(2 + 1.5s)(2 + s) - (\frac{1}{\sqrt{2}}s)^2} = \frac{-\frac{6}{\sqrt{2}}}{s^2 + 5s + 4} = \frac{-3\sqrt{2}}{(s+1)(s+4)}$$

✓ اگر $I_2(s)$ به فرم حالت دائمی سینوسی بود $(\frac{C}{s^2 + \omega^2})$ می‌توانیم با تبدیل $s = j\omega$ دامنه و فاز I_2 را
به دست آوریم و دامنه آن ماکزیمم آن است.

$$\frac{-3\sqrt{2}}{(s+1)(s+4)} = \frac{-\sqrt{2}}{s+1} + \frac{\sqrt{2}}{s+4} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} I_2(t) = \sqrt{2}(e^{-4t} - e^{-t})$$

$$v_o(t) = -2I_2(t) = -2\sqrt{2}(e^{-4t} - e^{-t})$$

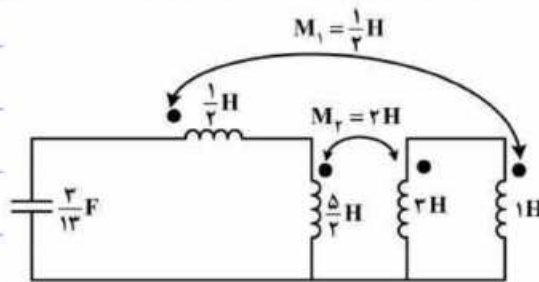
نشان بدهیم که $v_o(t) = 0 \rightarrow -4e^{-4t} + e^{-t} = 0 \rightarrow 4e^{-4t} = e^{-t} \rightarrow 4e^{-3t} = 1 \rightarrow e^{-3t} = \frac{1}{4}$

$$\ln \rightarrow -3t = \ln \frac{1}{4} \rightarrow t = \frac{1}{3} \ln 4 \rightarrow v_{o_{max}} = v_o\left(\frac{1}{3} \ln 4\right)$$

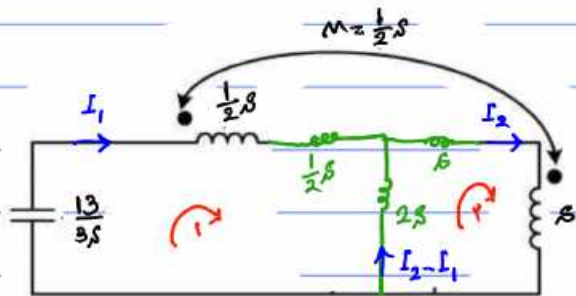
$$v_o\left(\frac{1}{3} \ln 4\right) = -2\sqrt{2}\left(e^{-\frac{4}{3} \ln 4} - e^{-\frac{1}{3} \ln 4}\right) = -2\sqrt{2}\left(4^{-\frac{4}{3}} - 4^{-\frac{1}{3}}\right) \approx 1.33$$

برق 94

مدار شکل زیر، به ازای شرایط اولیه غیر صفر، در چه فرکانسی (بر حسب هرتز) نوسان می کند؟



- (1) $\frac{3}{4\pi}$
(2) $\frac{4}{3\pi}$
(3) $\frac{3}{2\pi}$
(4) $\frac{2}{3\pi}$



$$\frac{13}{3s} I_1 + \frac{1}{2} s I_1 + \frac{1}{2} s I_2 + \frac{1}{2} s I_1 - (I_2 - I_1) 2s = 0 \quad (1)$$

$$2s(I_2 - I_1) + 3I_2 + 3I_2 + \frac{1}{2} s I_1 = 0 \quad (2)$$

$$\begin{cases} (\frac{13}{3s} + 3s) I_1 - \frac{3}{2} s I_2 = 0 \\ -\frac{3}{2} s I_1 + 4s I_2 = 0 \end{cases}$$

ماتریس امپدانس

ریشه های $\det[Z] = 0$ یا $\det[Y] = 0$ نگر فرکانسهای طبیعی مدار را پیدا

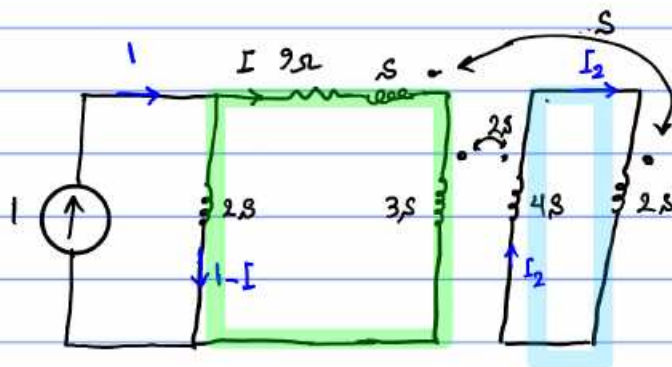
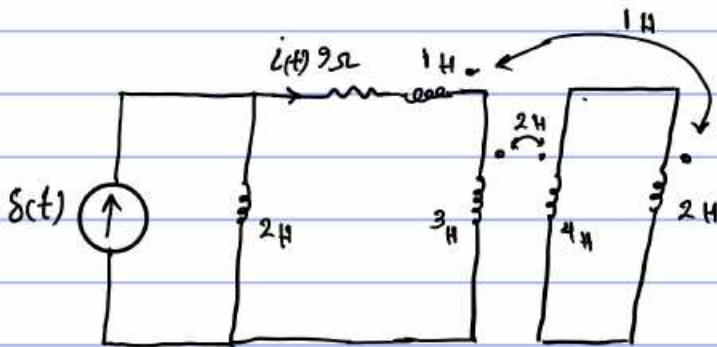
$$\det = 4s(\frac{13}{3s} + 3s) - (\frac{3}{2}s)^2 = 0$$

$$\frac{4 \times 13}{3} + 12s^2 - \frac{9}{4}s^2 = 0 \rightarrow \frac{39}{4}s^2 = -\frac{4 \times 13}{3}$$

$$s^2 = -\frac{4 \times 13 \times 4}{3 \times 39} = -\frac{16}{9} \rightarrow s = \pm j \frac{4}{3} \rightarrow \omega = \frac{4}{3} \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{4}{3} \rightarrow f = \frac{2}{3\pi} \text{ (Hz)}$$

اتوماسیون 89) پاسخ ضربه جریان $i(t)$ در مدار شکل زیر کدام است؟



پاسخ فنی ← شرایط اولیه صند

مدارات تقویم به نسبت با داینامیک تحلیل

$$2s(I-1) + 9I + sI - sI_2 + 3sI - 2sI_2 = 0 \quad (1)$$

$$2sI_2 - sI + 4sI_2 - 2sI = 0$$

$$-3sI_2 + (6s+9)I = 2s$$

$$6sI_2 - 3s = 0$$

$$I = \frac{-2s \cdot 6s}{(-3s)^2 - 6s(6s+9)} = \frac{-12s^2}{9s^2 - 36s^2 - 54s} = \frac{12s}{27s + 54} = \frac{4s}{9s + 18}$$

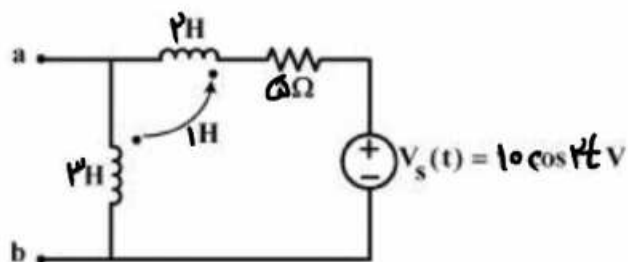
$$\begin{array}{r|l} 4s & 9s+18 \\ \hline 4s+8 & 4 \\ -8 & \frac{4}{9} \end{array}$$

در صورت کم از خارج شود.

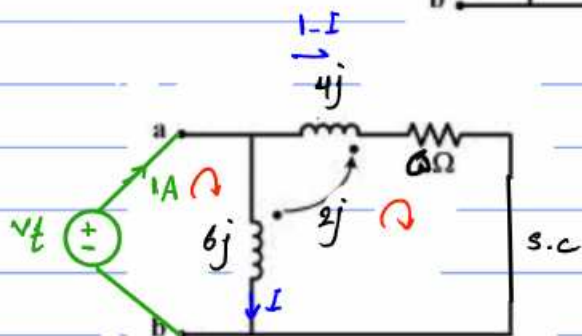
$$I = \frac{4}{9} - \frac{8}{9s+18} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} i(t) = \frac{4}{9}\delta(t) - \frac{8}{9}e^{-2t}u(t)$$

اتوماسیون 95

امپدانس بین سرهای a,b در مدار زیر بر حسب اهم کدام است؟

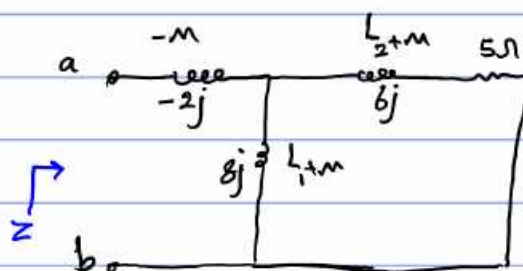
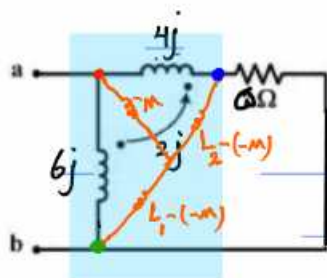


- (1) $\frac{10 + 8j}{5 + 14j}$
- (2) $\frac{10}{5 + 14j}$
- (3) $\frac{-20 + 30j}{5 + 14j}$
- (4) $\frac{8j}{5 + 14j}$



روش اول: تدریس منبع تست

به عمده خود نگاه



روش دوم: ساده سازی



$$Z = -2j + (8j \parallel (5 + 6j))$$

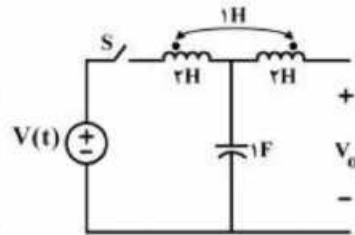
$$= -2j + \frac{8j(5 + 6j)}{8j + (5 + 6j)} = -2j + \frac{48 + 48j}{5 + 14j}$$

$$\frac{48}{-28}$$

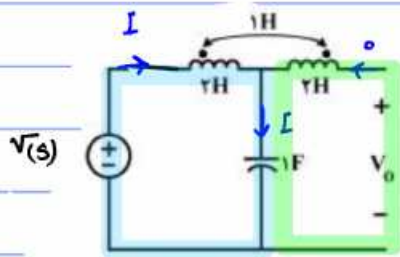
$$= \frac{-20 + 30j}{5 + 14j}$$

در مدار زیر کلید S در لحظه $t = 0$ بسته می شود. با فرض $V(t) = \sin(t)u(t)$ مقدار $\frac{dV_o}{dt}|_{0^+}$ کدام است؟ و نتایج اتوماسیون 95

اولیه خازن صفر می باشد.



- (1) $-\frac{1}{2}$
(2) $\frac{1}{2}$
(3) 0
(4) 1



$$V(s) = 2sI + s x_0 + \frac{1}{s} I, \quad V(s) = \frac{1}{s^2 + 1}$$

$$\frac{1}{s^2 + 1} = I(2s + \frac{1}{s})$$

$$\rightarrow I(s) = \frac{1}{(s^2 + 1)(2s + \frac{1}{s})} = \frac{s}{(s^2 + 1)(2s^2 + 1)}$$

$$V_o = 2s x_0 + sI + \frac{1}{s} I = (s + \frac{1}{s}) \frac{s}{(s^2 + 1)(2s^2 + 1)}$$

یا کسری

$$\begin{cases} f(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} F(s) \\ f'(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} sF(s) - f(0) \end{cases}$$

$$[VT: f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s)$$

$$\rightarrow f'(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s (sF(s) - f(0))$$

$$\frac{dV_o}{dt} \Big|_{0^+} = \lim_{s \rightarrow \infty} s (s V_o(s) - \frac{V_o(0)}{0}) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 V_o(s)$$

$$\frac{dV_o}{dt} \Big|_{0^+} = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \times \frac{(s + \frac{1}{s})}{(s^2 + 1)(2s^2 + 1)} \times \frac{s}{(s^2 + 1)} = \frac{1 \times s^5}{2s^5} = \frac{1}{2}$$

نتیجه 1/2

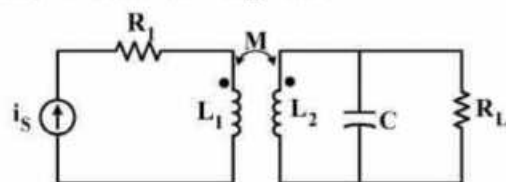
اتوماسیون 94

در مدار زیر، توان متوسط R_L چند میلی وات است؟

$$i_s(t) = \cos 2t \text{ (A)}$$

$$L_1 = L_2 = 1 \text{ H} \quad M = 0.5 \text{ H}$$

$$R_1 = 1 \Omega, C = 1 \text{ F} \quad R_L = 2 \Omega$$



۲۵ (۱)

۵۰ (۲)

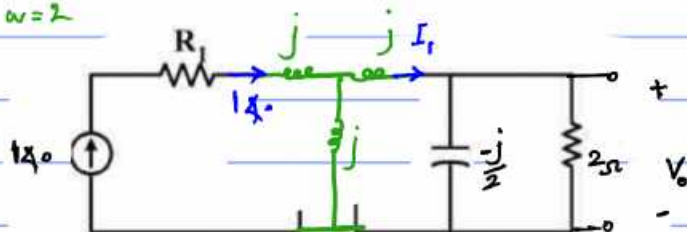
۸۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

$$P_{R_L} = \frac{1}{2} \frac{|V_o|^2}{R_L}$$

مدار سیم پیست ←

$$\omega = 2$$



$$I_1 = 1\angle 0 \text{ تقسیم جریان} \quad \frac{j}{j + (j + 2\parallel \frac{j}{2})} = \frac{j}{2j + \frac{2}{1+4j}} = \frac{(1+4j)j}{2j(1+4j)+2} = \frac{-4+j}{-6+2j}$$

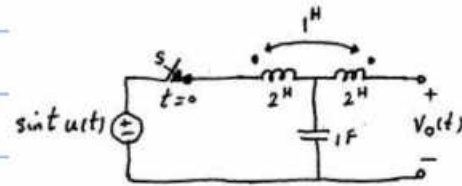
$$V_o = (2\parallel \frac{j}{2}) I_1 = (\frac{2}{1+4j}) \left(\frac{-4+j}{-6+2j} \right) \rightarrow |V_o| = \frac{2}{\sqrt{17}} \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{40}}$$

$$|V_o| = \frac{2}{\sqrt{40}}$$

$$P = \frac{1}{2} \frac{|V_o|^2}{R_L} = \frac{1}{2} \times \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{40}}\right)^2}{2} = \frac{1}{40} \text{ W} = \frac{1}{40} \times 1000 \text{ mW} = 25 \text{ mW}$$

اتوماسیون 93

در مدار شکل مقابل $V_o(s)$ کدام است؟ کلید S در $t=0$ بسته می شود.



$$\frac{1}{s^2 + 1} \quad (1)$$

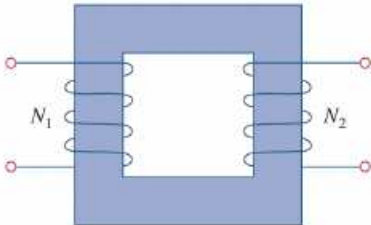
$$\frac{1}{rs^2 + 1} \quad (2)$$

$$\frac{s^2 + 1}{rs^2 + 1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{(s^2 + 1)(rs^2 + 1)} \quad (4)$$

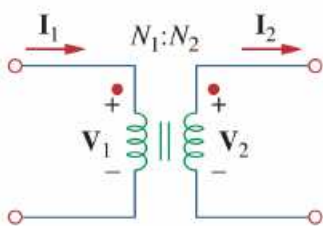
ترانس ایده آل

ترانس ایده آل از یک هسته ۴ سیم پیچ اولیه و ثانویه با اندوکتانس خودی بی نهایت تشکیل شده است.



با توجه به نوع سیم پیچی اولیه و ثانویه و تقویت یا تضعیف شار هسته ۴ مدل مدار معادل برای سلف ایده آل در نظر گرفته می شود:

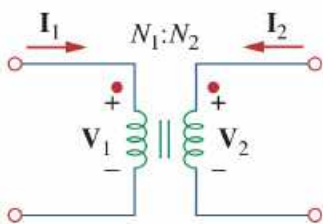
باید یک طرف دایگرام تولید و طرف دیگر دایگرام مصرف یا بالعکس (ترانس ایده آل توان مصرف نمی کند)



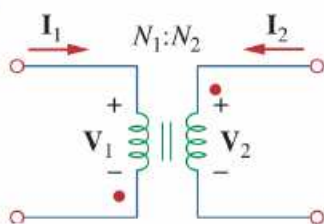
بای علامت ولتاژ و تراز به پلاریته ۲ طرف با توجه به نقطه می کنید.

$$\frac{V_2}{V_1} = + \frac{N_2}{N_1} \quad , \quad \frac{I_2}{I_1} = + \frac{N_1}{N_2}$$

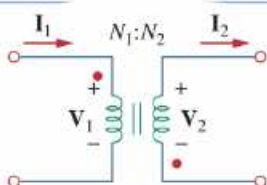
بای جریان در یک طرف به نقطه وارد و طرف دیگر از نقطه خارج شود یا بالعکس (علامت مثبت می شود)



$$\frac{V_2}{V_1} = + \frac{N_2}{N_1} \quad , \quad \frac{I_2}{I_1} = - \frac{N_1}{N_2}$$



$$\frac{V_2}{V_1} = - \frac{N_2}{N_1} \quad , \quad \frac{I_2}{I_1} = + \frac{N_1}{N_2}$$

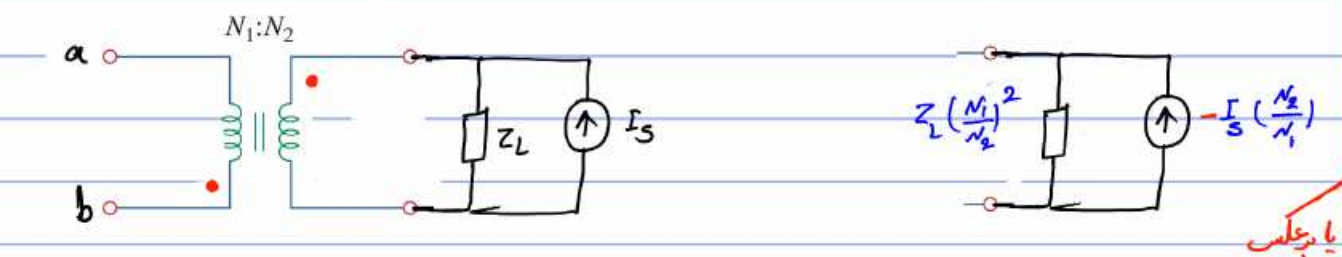
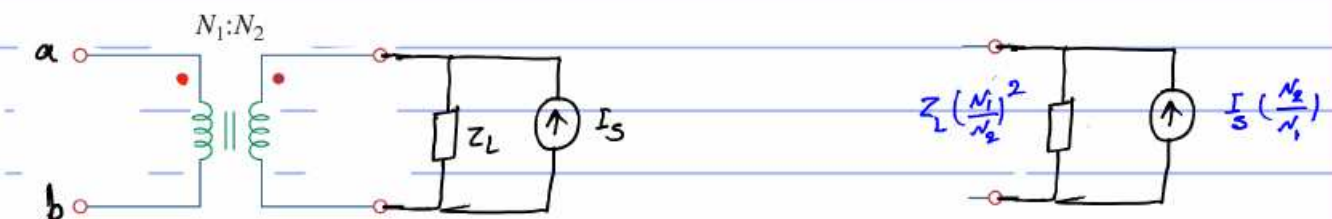
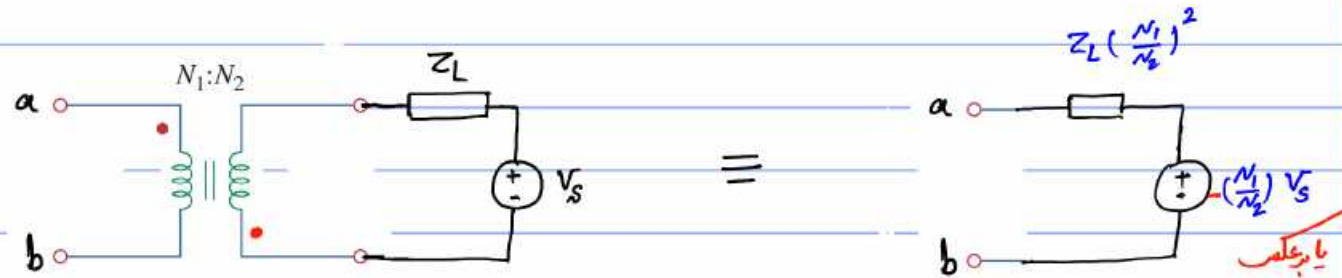
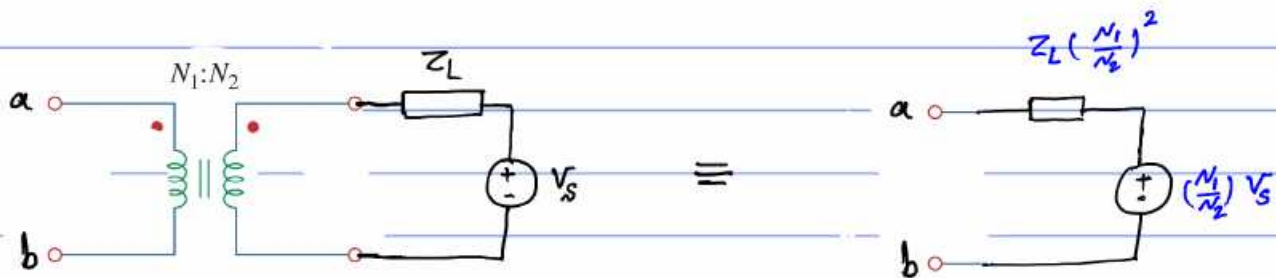
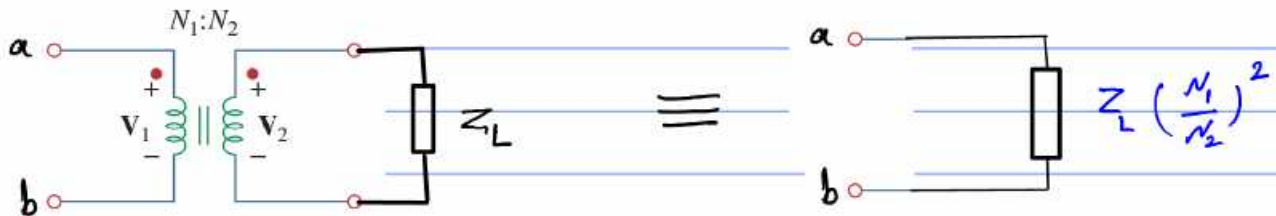


$$\frac{V_2}{V_1} = - \frac{N_2}{N_1} \quad , \quad \frac{I_2}{I_1} = - \frac{N_1}{N_2}$$

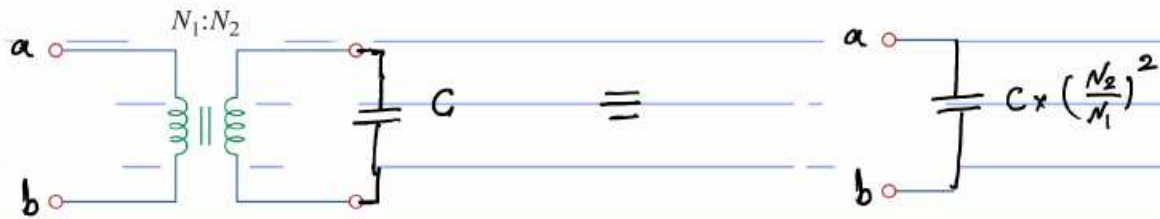
خاصیت انتقال امپدانس ترانس ایده آل

انعکاس امپدانس از یک طرف ترانس به طرف دیگر بصورت زیر است و در مدار از طرف اولیه طبقه با هم مدل

همساز



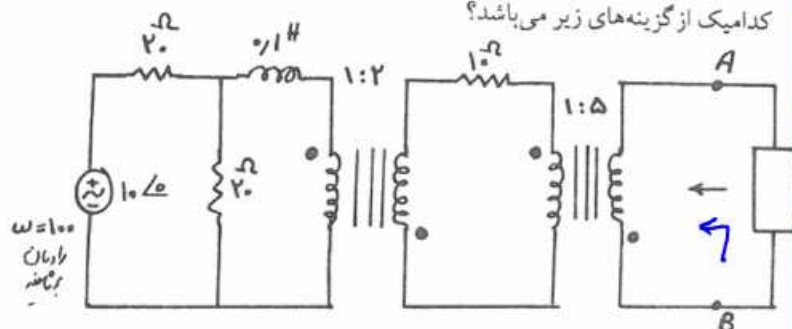
انفداس سلف و خازن



بق 67

مدار معادل تونن دوسر A و B بطرف چپ دارای ولتاژ تونن و امپدانس تونن

کدامیک از گزینه های زیر می باشد؟



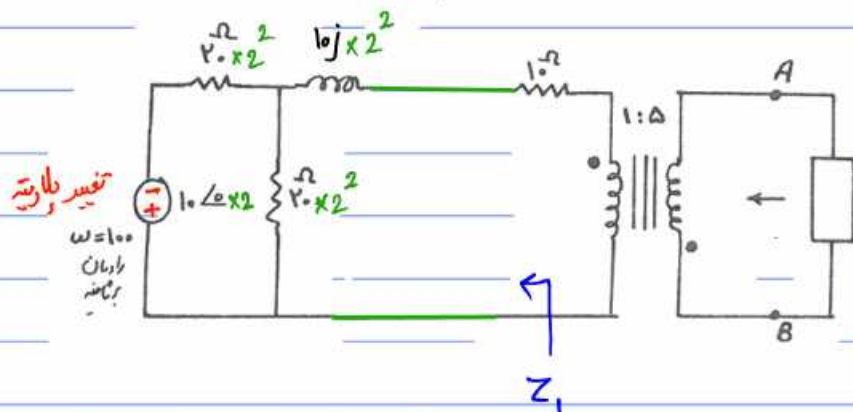
$$n_1 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{2}{1} = 2$$

$$V_{th} = -50 \quad Z_{th} = 725 + j1000 \quad -1$$

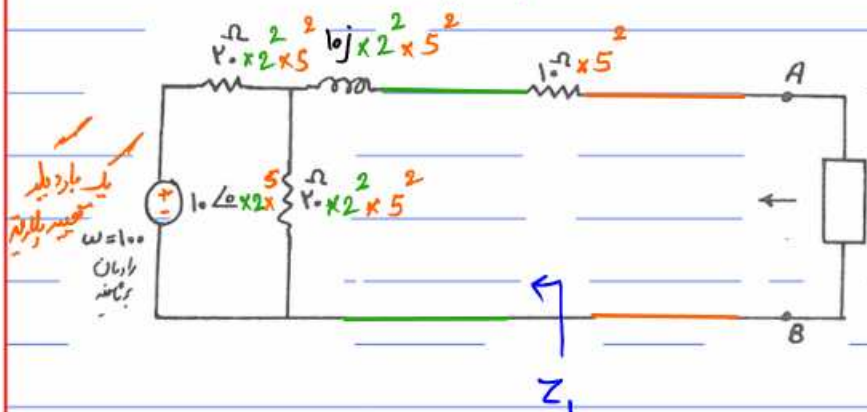
$$V_{th} = -50 \quad Z_{th} = 1250 + j1000 \quad -2$$

$$V_{th} = 50 \quad Z_{th} = 725 + j1000 \quad -3$$

$$V_{th} = 50 \quad Z_{th} = 1250 + j1000 \quad -4$$



$$n_1 = \left(\frac{N_2}{N_1}\right) = \frac{2}{1} = 2$$

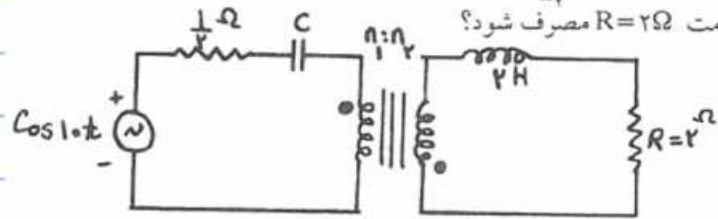


$$Z_{th} = (10 \times 5^2 + j2 \times 2^2 \times 5^2 + (20 \times 2 \times 5^2 \parallel 20 \times 2 \times 5^2))$$

$$= 250 + 100j + 1000 = 1250 + 1000j$$

منظور فقط
مقاومت خالص است.

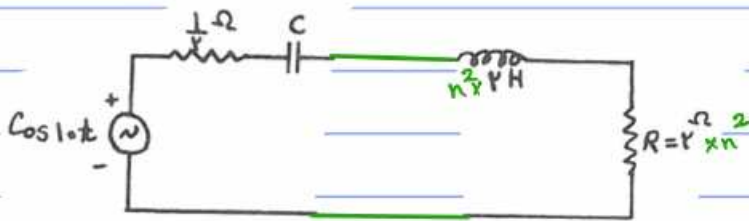
در مدار زیر، نسبت $\frac{n_1}{n_2}$ و C کدامیک از مقادیر زیر باشد تا بیشترین توان در
مقاومت $R=2\Omega$ مصرف شود؟ برق 68



1- $C=0.02F, \frac{n_1}{n_2}=5$ 2- $C=0.02F, \frac{n_1}{n_2}=0.5$

3- $C=0.01F, \frac{n_1}{n_2}=0.25$ 4- $C=0.2F, \frac{n_1}{n_2}=5$

$\frac{n_1}{n_2} = n$



بارمست مصرف ندارد 1: $X_L = -X_C$: شرط انتقال توان ماکزیمم

2: $R = | \text{امپدانس معادل بار بازتاب} | = | 2n^2j - \frac{j}{10\pi C} + \frac{1}{2} |$

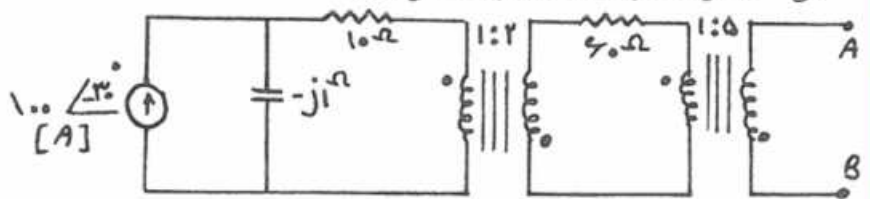
$$2n^2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(2n^2 - \frac{1}{10C}\right)^2}$$

نیز به 2 داریم رابطه صدق میکند.

برق 68

مدار معادل تونن شکل زیر از دیدگاه دو نقطه A و B سمت چپ شامل V_{th} و Z_{th}

می آید. این مقادیر کدامیک از گزینه ها می باشد.

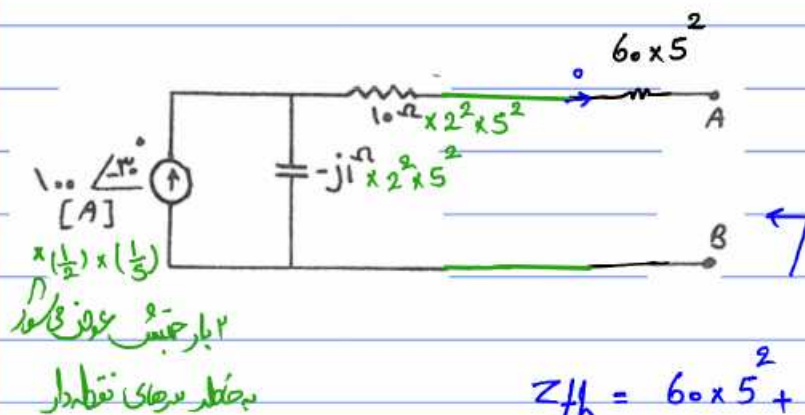


$$V_{th} = 1000 / -60^\circ, Z_{th} = 400 - j100 - 1$$

$$V_{th} = 100 / 60^\circ, Z_{th} = 1000 + j100 - 2$$

$$V_{th} = 1000 / -120^\circ, Z_{th} = 2500 - j100 - 3$$

$$V_{th} = 100 / -30^\circ, Z_{th} = 2500 - j100 - 4$$

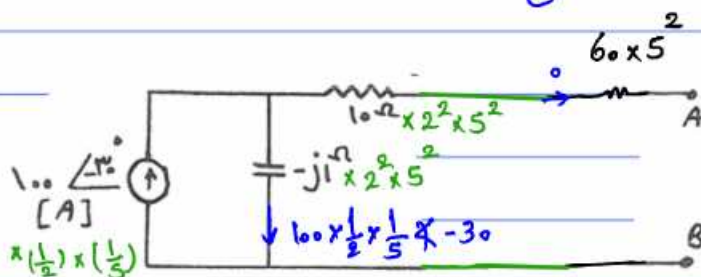


$$Z_{th} = 60 \times 5^2 + 10 \times 2^2 \times 5^2 - j \times 2^2 \times 5^2$$

$$= 1500 + 1000 - 100j = 2500 - 100j$$

فقط مزید ۳ یا ۴

V_{th} : ولتاژ مدار باز A و B را حساب کنید پس جریانی ضعیف جریان $30^\circ < 100$ از خازن عبور می کند.



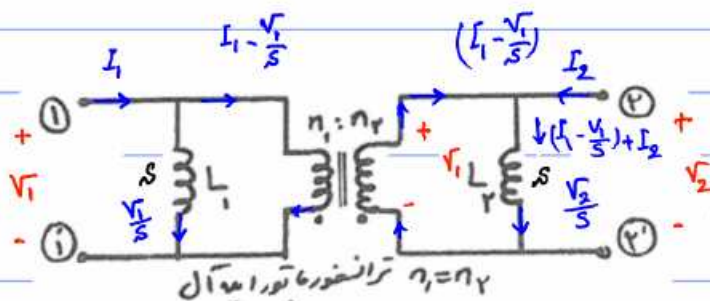
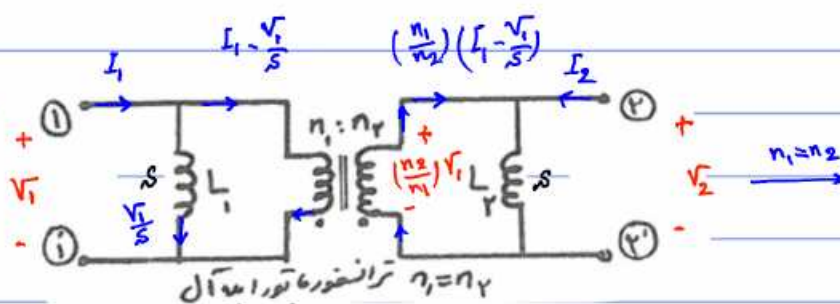
$$V_{AB} = V_C$$

$$V_{AB} = -j \times 100 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \angle -30^\circ = 10 \angle -30^\circ - 90^\circ = 10 \angle -120^\circ$$

ماتریس اندوکتانس (Inductance Matrix) مدار شکل داده شده کدامیک

$$L = \begin{bmatrix} \frac{y}{y} & \frac{1}{y} \\ \frac{1}{y} & \frac{y}{y} \end{bmatrix} - y$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & m_s \\ m_s & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



① $v_2 = v_1$

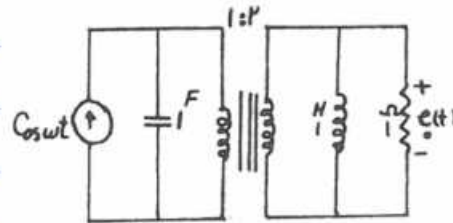
⑤ $\downarrow$: $\frac{V_2}{S} = \frac{I_1 - I_2}{S} + \frac{I_2}{S} \xrightarrow{V_2 = V_1} \frac{2 I_1}{S} = \frac{I_1}{S} + \frac{I_2}{S} \rightarrow I_1 = \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{2} I_2 \quad (*)$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 \quad \vec{r}_2 = \frac{1}{2} \rho \vec{I}_1 + \frac{1}{2} \rho \vec{I}_2 \quad (44)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} s & \frac{1}{2} s \\ \frac{1}{2} s & \frac{1}{2} s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

تقریر ۱۴ ✓

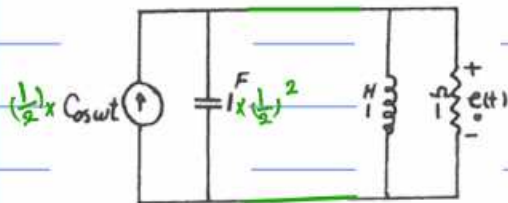
برق 71



در مدار مقابل بازای چه فرکانسی ولتاژ حالت دائمی $e_o(t)$ ماکزیمم می باشد؟ و در این فرکانس $e_o(t)$ چقدر است؟

$$e_o(t) = \frac{1}{4} \cos 4t, \quad \omega = 4 \frac{\text{Rad}}{\text{sec}} \quad -2 \quad e_o(t) = \frac{1}{4} \cos 2t, \quad \omega = 2 \frac{\text{Rad}}{\text{sec}} \quad -1$$

$$e_o(t) = \frac{1}{4} \cos 4t, \quad \omega = 4 \frac{\text{Rad}}{\text{sec}} \quad -3 \quad e_o(t) = \frac{1}{4} \cos 2t, \quad \omega = 2 \frac{\text{Rad}}{\text{sec}} \quad -3$$



جریان بین سه شاخه R و C و L تقسیم می شود اگر RLC موازی

سریه شود LC موازی و C و L در سری و تمام جریان ac به

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} \times 1}} = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

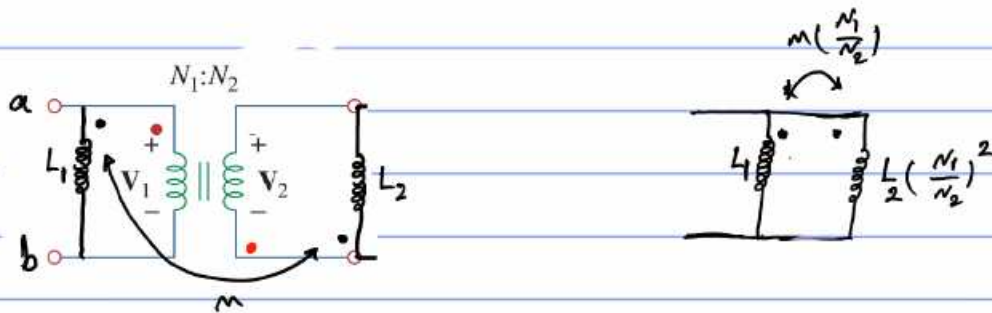
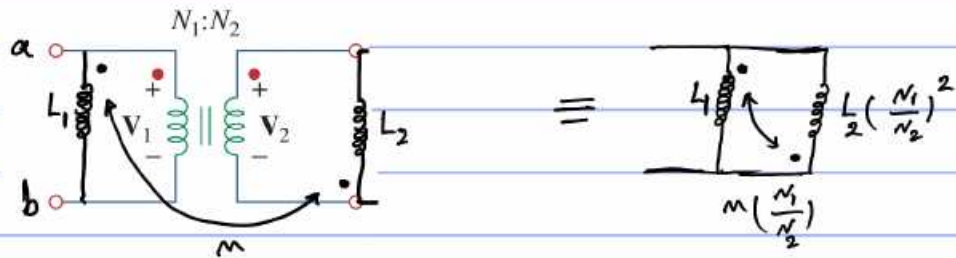
R ورودی و ولتاژ در سر R ماکزیمم می شود.

$$E_o = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2} \cos(2t)$$

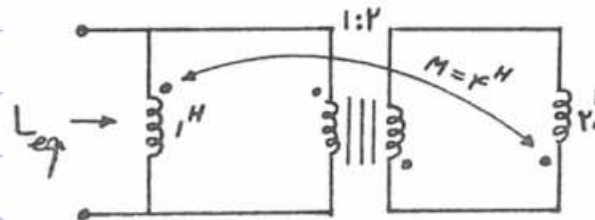
ماکزیمم ولت e_o برابر $\frac{1}{2}$ ولت در

فرکانس $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ می شود.

انعکاس سلف های متزویج در ترانس های ایده آل



برق 73



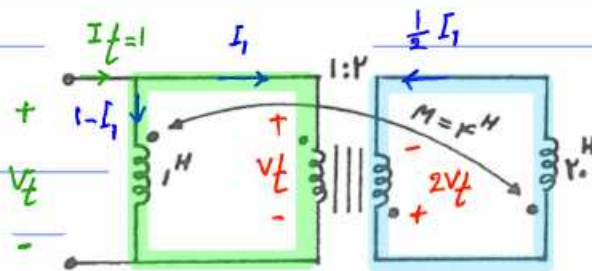
اندوکتانس معادل مدار
مقابل را بدست آورید:

۱- (-۱) هانری

۲- (-۲/۵) هانری

۳- (-۱) هانری

۴- (+۱) هانری



$$V_L = L_{eq} s I_L$$

روش اول، تحلیل

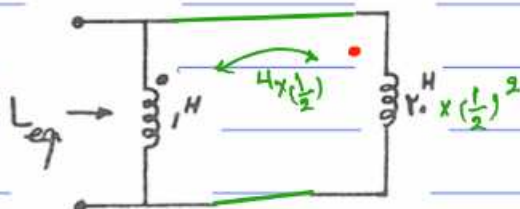
$$V_L = (1 - I_1) s + 4s \left(\frac{1}{2} I_1 \right)$$

$$20s \times \frac{1}{2} I_1 + 4s(1 - I_1) - 2V_L = 0$$

$$\begin{cases} -s I_1 + V_L = s \\ 6s I_1 - 2V_L = -4s \end{cases}$$

$$V_L = \frac{4s^2 - 6s^2}{2s - 6s} = \frac{-2s^2}{-4s} = \frac{1}{2} s$$

$$Z_{th} = V_L = -\frac{1}{2} s \rightarrow L_{eq} = \frac{1}{2} H$$

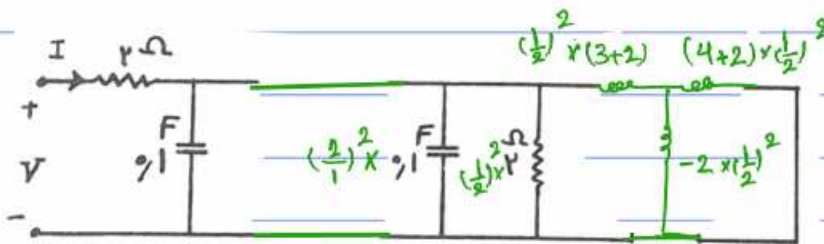
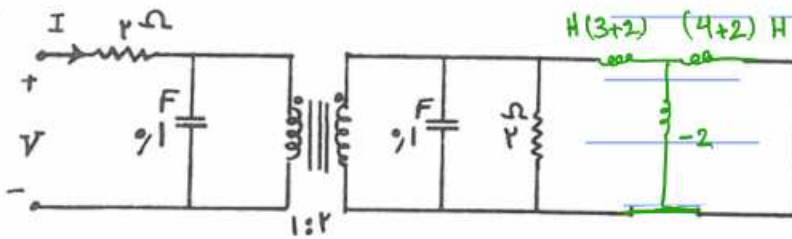
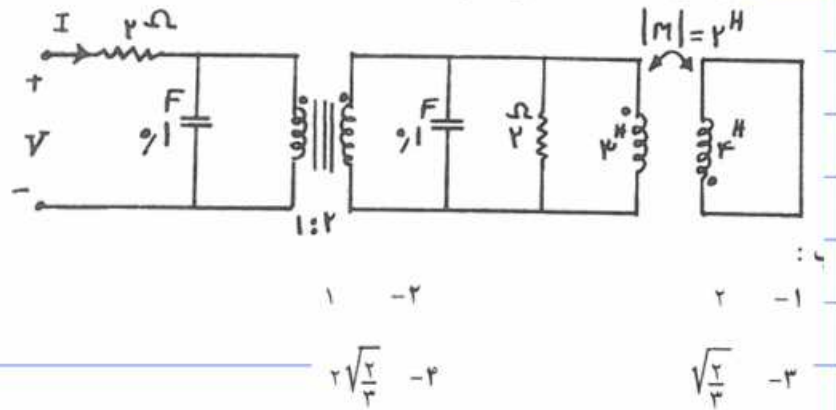


روش دوم: معادل سازی

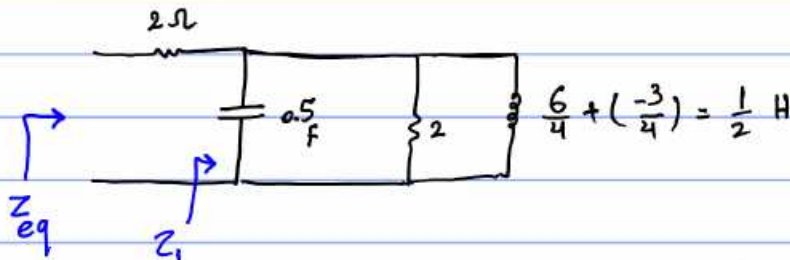
$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_1 + L_2 - 2m} = \frac{5 - 4}{1 + 5 - 4} = \frac{1}{2} (H)$$

برق 74

فرکانس تشدید یک قطبی شکل زیر برحسب rad/sec برابر است با :



$$L_e = \frac{6}{4} \parallel \frac{-1}{2} = \frac{\frac{6}{4} \times (-\frac{1}{2})}{\frac{6}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{-3}{4}$$

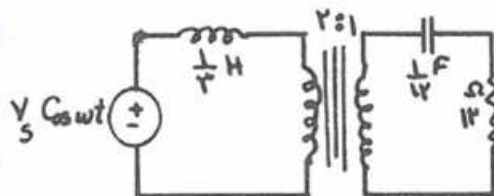


$$Z_{eq} = 2 + Z_1 \rightarrow \text{Im}\{Z_{eq}\} = 0 \rightarrow \text{Im}\{Z_1\} = 0$$

س مدار Z_1 در تشدید شود هم تشدید نکند.

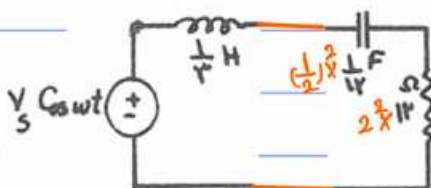
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_e}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}} = 2 \text{ rad/s}$$

برق 76



در مدار شکل مقابل فرکانس منبع چقدر باید باشد تا بیشترین توان متوسط به مقاومت ۱۲ اهمی منتقل شود؟

۶ - ۲	۳ - ۱
۱۲ - ۴	۹ - ۳



مسئله تطبیق امپدانس در حالت دائمی سینوسی:

۱) $X_L = -X_C$

۲) $R_L = | \text{امپدانس از دو سر خروجی} |$

$X_L = 0 \rightarrow$ اندر فرکانسی پیدا شود که $X_L = 0$ شود مسکات تطبیق
به مدار می شود.

مسط ل راحت تر حساب می شود.

نکته: مدار RLC سری در فرکانس شدید قدرت محصول امپدانس صاف می شود ($X_L = 0$)

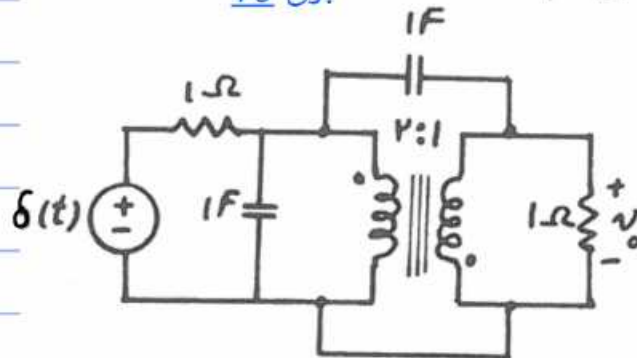
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{12}}} = 12 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

در $\omega = 12$ در فرکانسها باید مسکات دو را برابر کردیم.

$$12 \times 2^2 = \left| j \frac{1}{3} \omega - \frac{j}{\omega \times \frac{1}{12 \times 4}} \right| = \frac{1}{3} \omega - \frac{48}{\omega} = 48$$

برق 79

پاسخ ضریب مدار شکل مقابل کدام است؟



$$-\frac{2}{13}e^{-\frac{5}{13}t}u(t) \quad (1)$$

$$-\frac{4}{13}e^{-\frac{5}{13}t}u(t) \quad (2)$$

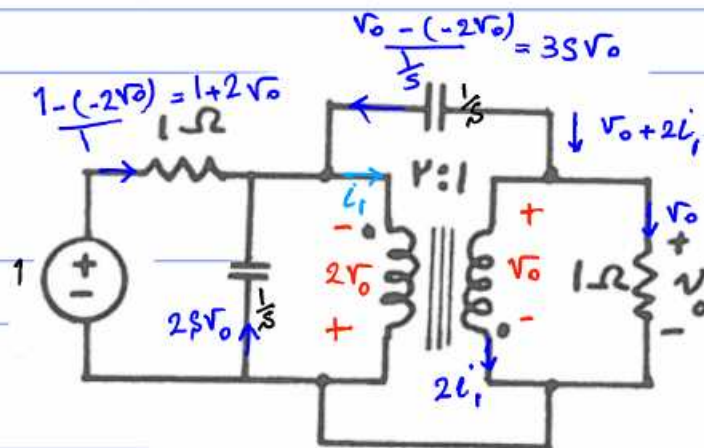
$$\frac{2}{13}e^{-\frac{5}{13}t}u(t) \quad (3)$$

$$\frac{4}{13}e^{-\frac{5}{13}t}u(t) \quad (4)$$

1 ضریب ac ← فازدر حالت دائم پاسخ

تدریب یا تراس:

2: ضریب 0c - ولتاژ ضریب Laplace



$$i_1 = (2sv_o) + (1 + 2v_o) + 3sv_o = 5sv_o + 2v_o + 1 \quad (1)$$

$$\leftarrow : -3sv_o = v_o + 2i_1 \quad (2)$$

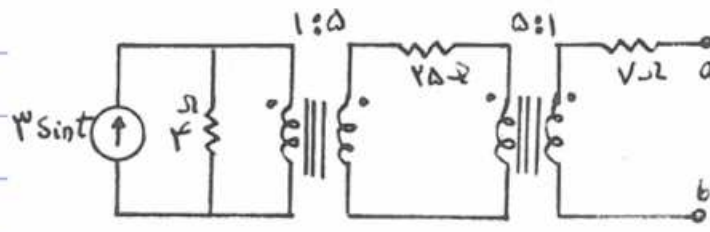
$$(1) \text{ in } (2) : -3sv_o = v_o + 2(5sv_o + 2v_o + 1)$$

$$v_o + 13sv_o + 4v_o + 2 = 0$$

$$v_o = \frac{-2}{13s + 5} = \frac{-\frac{2}{13}}{s + \frac{5}{13}} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v_o(t) = -\frac{2}{13}e^{-\frac{5}{13}t}u(t)$$

مقادیر R_{th} و $i_{sc}(t)$ مدار معادل نورتن دیده شده از دو سر a و b مدار شکل زیر به

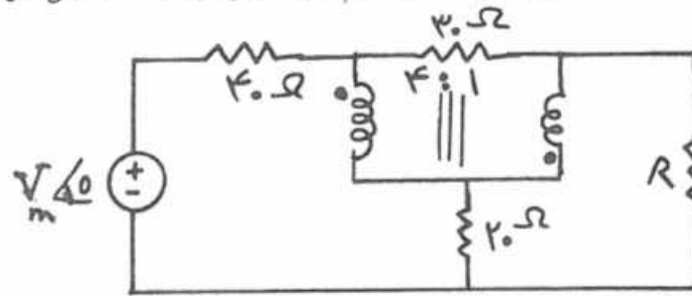
ب با کدام گزینه برابرند ؟



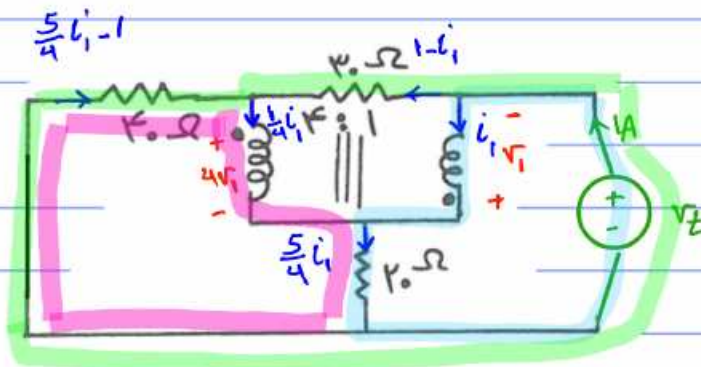
- (۱) 12Ω , $\sin t$ ✓
- (۲) 11Ω , $\sin t$
- (۳) 12Ω , $3 \sin t$
- (۴) 12Ω , $3 \sin t$

تبدیل به عده

برق 83 : در مدار زیر مقاومت R را چقدر انتخاب کنیم تا بیشترین توان به آن منتقل شود؟



- ۱۲/۵۴Ω (۱)
- ۱۵/۷۶Ω (۲)
- ۱۸/۲۸Ω (۳)
- ۲۱/۳۴Ω (۴)



$$V_t = -V_1 + 20 \left(\frac{5}{4} i_1 \right) = -V_1 + 25 i_1 \quad (1)$$

$$V_t = 30(1 - i_1) - 40 \left(\frac{5}{4} i_1 - 1 \right) = -80 i_1 + 70 \quad (2)$$

$$4V_1 + 20 \left(\frac{5}{4} i_1 \right) + 40 \left(\frac{5}{4} i_1 - 1 \right) = 0 \rightarrow 4V_1 + 75 i_1 = 40 \quad (3)$$

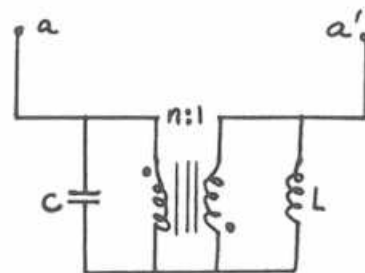
$$\text{ب3:} \quad 4(25 i_1 - V_t) + 75 i_1 = 40 \rightarrow \begin{cases} 175 i_1 - 4V_t = 40 & (*) \\ -80 i_1 - V_t = -70 \end{cases}$$

$$V_t = \frac{175 \times (-70) + 40 \times 80}{-175 - 320} = R_t$$

برای تطبیق امپدانس : $R = R_t$

برق 84 * مدار زیر از سری های aa' با چه فرکانسی به تشدید درخواهد آمد؟ (سلف، خازن و

ترانسفورماتور همه ایده آل فرض می شوند.)

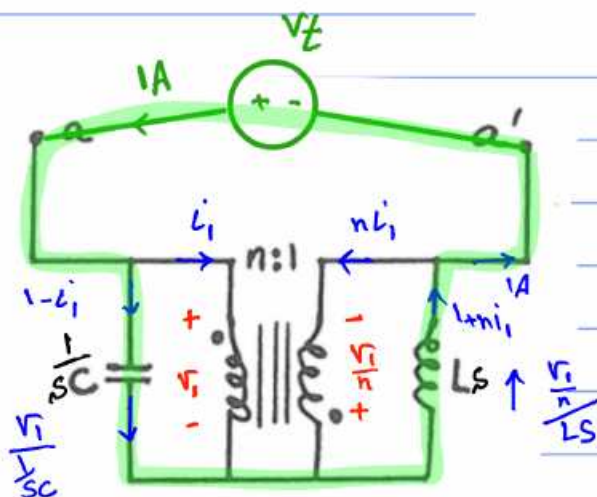


$$(1) \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$(2) \frac{n}{\sqrt{LC}}$$

$$(3) \frac{1}{n\sqrt{LC}}$$

(4) فرکانس تشدید ندارد.



$$\uparrow \uparrow \quad I_1 + nI_1 = \frac{V_1}{nLS} \quad (1)$$

$$\boxed{V_L = V_1 + \frac{V_1}{n}} \quad (2)$$

$$\downarrow \quad 1 - L_1' = sC V_1 \quad (3)$$

$$\rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} nI_1 - \frac{1}{nLS} V_1 = -I \\ L_1' - sC V_1 = 1 \end{array} \right.$$

$$V_1 = \frac{n+1}{-nCs + \frac{1}{nLS}} \quad (*) \quad , \quad L_1' = 1 + \frac{sC(n+1)}{-nCs + \frac{1}{nLS}}$$

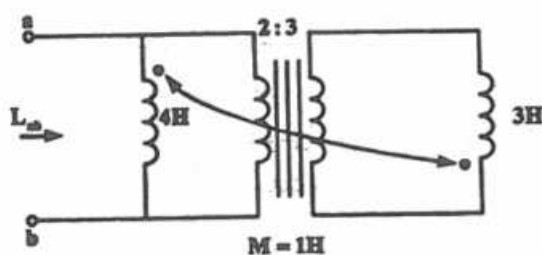
$$(*) \text{ in } (2) : \quad V_L = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \frac{n+1}{-nCs + \frac{1}{nLS}} = Z_L$$

$$\frac{(nLS)(n+1)\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{-n^2Lcs^2 + 1} = Z_L \rightarrow Z(j\omega) = \frac{(n+1)^2 L \omega j}{1 + n^2 Lc \omega^2}$$

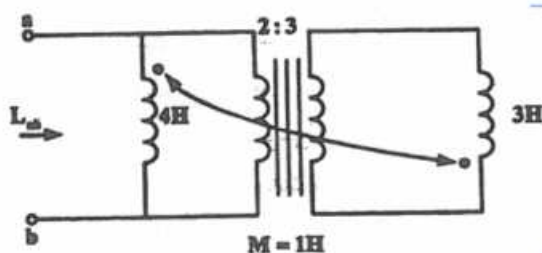
$$I_m\{Z\} = \frac{(n+1)^2 L \omega}{1 + n^2 Lc \omega^2} = 0 \rightarrow \omega = 0$$

فرکانس تشدید غیر صفر ندارد. نزدیک ۰

برق 85: در مدار شکل زیر سلف معادل دیده شده از دو سر a و b (L_{ab}) چند هانری است؟



- (1) $\frac{11}{15}$
(2) $\frac{9}{24}$
(3) $\frac{3}{2}$
(4) $\frac{1}{5}$



افراد سرچین



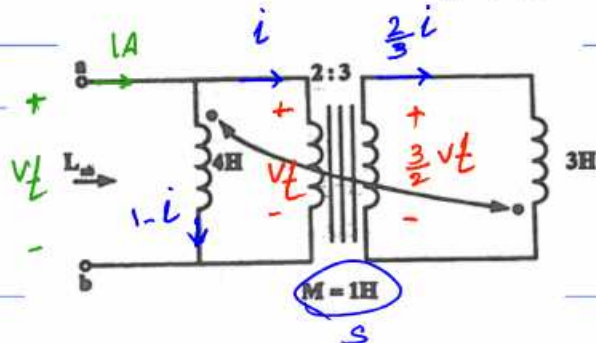
$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2 - m^2}{L_1 + L_2 + 2m}$$

$$\rightarrow L_{eq} = \frac{4 \times 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}{4 + 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \times \frac{2}{3}} = \frac{4 \times 3 \times 2^2 - 2^2}{36 + 3 \times 2^2 + 12}$$

$$= \frac{12 \times 4 - 4}{5 \times 12} = \frac{4 \times 11}{5 \times 12}$$

$$= \frac{11}{15} \text{ H}$$

روش دوم: با اعمال منبع تست v_t و i امپدانس معادل را می یابیم.



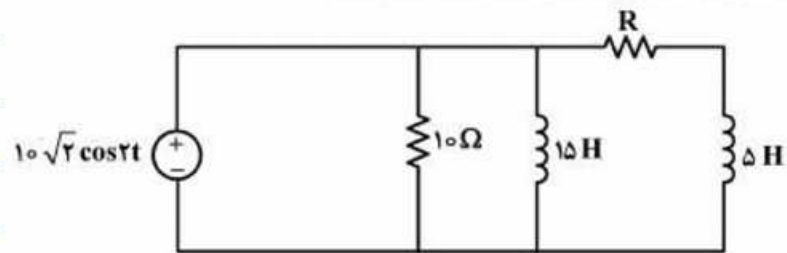
$$\text{KVL: } v_t = 4s(1-i) - s\left(\frac{2}{3}i\right) \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -\frac{2}{3}v_t + 3s\left(\frac{2}{3}i\right) - s(1-i) = 0 \quad (2)$$

$$\rightarrow v_t = \frac{11}{15}s \rightarrow L_{eq} = \frac{11}{15} \text{ (H)}$$

برق 95

در مدار زیر، مقدار بیشینه توان منبع در حالت دائمی سینوسی، چند وات است؟

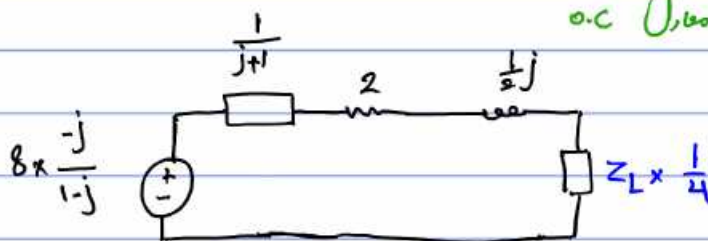
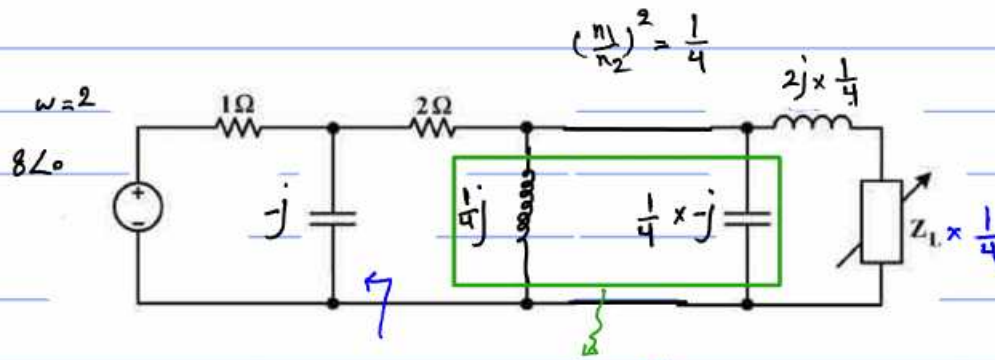
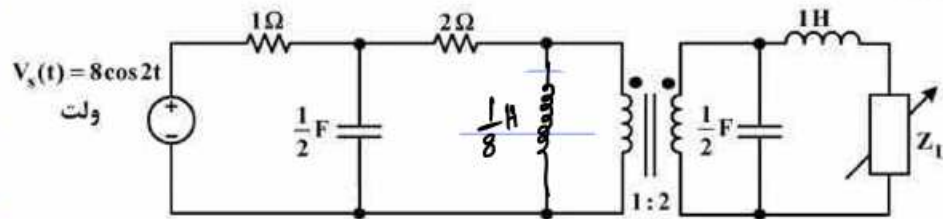


- (۱) ۵
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۵
- (۴) ۳۰

در فصل تکنیک فازدوری باید حل شود.

در مدار زیر، امپدانس بار Z_L چنان تنظیم شده است که بیشترین توان متوسط را جذب می کند. مقدار این توان چند وات است؟

- (1) $1/6$
(2) $3/2$
(3) $4/8$
(4) $6/4$

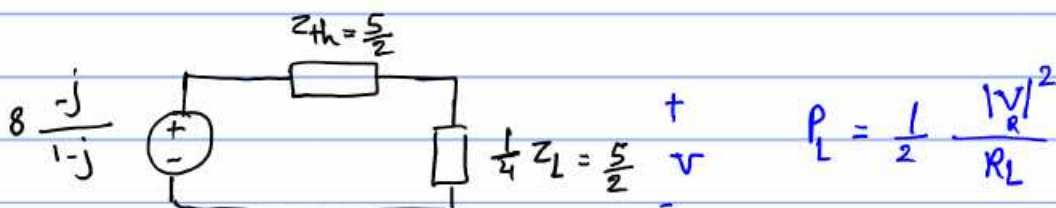


$$Z_{th} = \frac{1}{j+1} + 2 + \frac{1}{2}j = \frac{2j+3}{1+j} + \frac{1}{2}j = \frac{2j+3+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2}}{1+j} = \frac{\frac{5}{2}+j\frac{5}{2}}{1+j}$$

$$\rightarrow Z_{th} = \frac{\frac{5}{2}(1+j)}{1+j} = \frac{5}{2} \Omega$$

1) $X_L = -X_C \rightarrow X_L = 0$ شرکت تطبیق

2) $R_L = 1$ امپدانس $\rightarrow \frac{1}{4} Z_L = \frac{5}{2} \rightarrow Z_L = 10 \Omega$



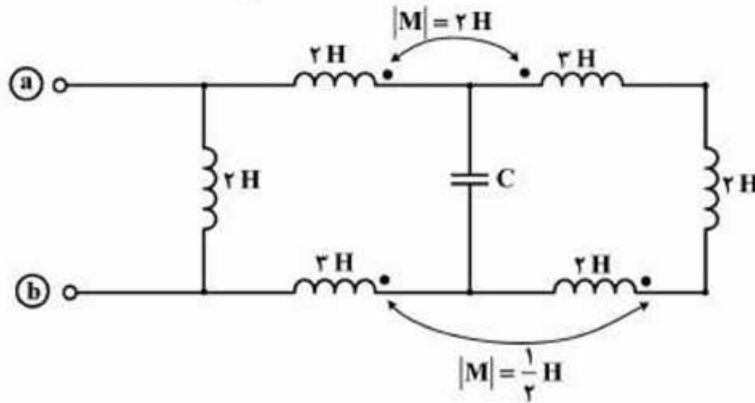
تعیین $V_R = \frac{1}{2} \left(8 \frac{-j}{1-j} \right) \rightarrow |V_R| = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$

$$P_L = \frac{1}{2} \times \frac{\left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2}{\frac{5}{2}} = \frac{16/2}{5} = \frac{16}{10} = 1.6 \text{ (w)}$$

برق 95

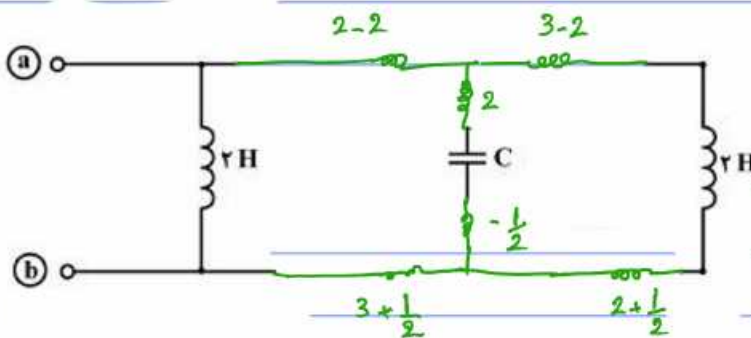
به ازای چه مقداری برای خازن C ، امپدانس دیده شده از سرهای a و b در فرکانس $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ به صورت سلفی

خالص می شود؟



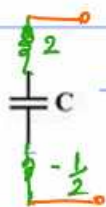
- (1) $\frac{1}{10} F$
(2) $\frac{1}{6} F$
(3) $\frac{1}{5} F$
(4) $\frac{1}{3} F$

روشن اول



اگر مدار بخاطر سلفی شود و به سلفی و خازن هستند و تدریج نداریم اگر اند خازن شافه وسط از بین رود

مدار سلفی خالص می شود

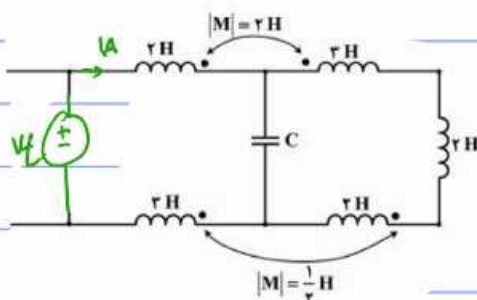


$$Z = (2 - \frac{1}{2}) \times j\omega + \frac{-j}{2C} = \infty$$

$$\frac{3}{2} \times 2 - \frac{1}{2C} = \infty \rightarrow 3 = \frac{1}{2C} \rightarrow C = \frac{1}{6} F$$

در فرکانس $\omega = 2$ اگر $C = \frac{1}{6}$ باشد شافه وسط از بین رود و اند خازن خنثی می شود

روش دوم: اعمال منبع متغی V_L و I_A

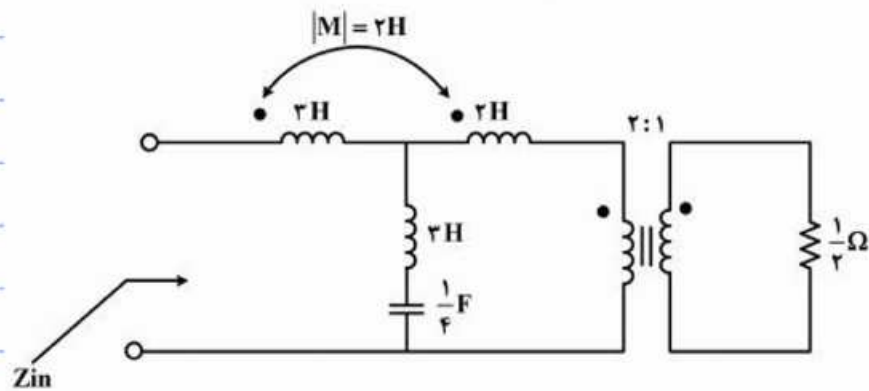


$$Z = \frac{V_L}{I_A} = L_{eq} s + \frac{\omega}{Cs}$$

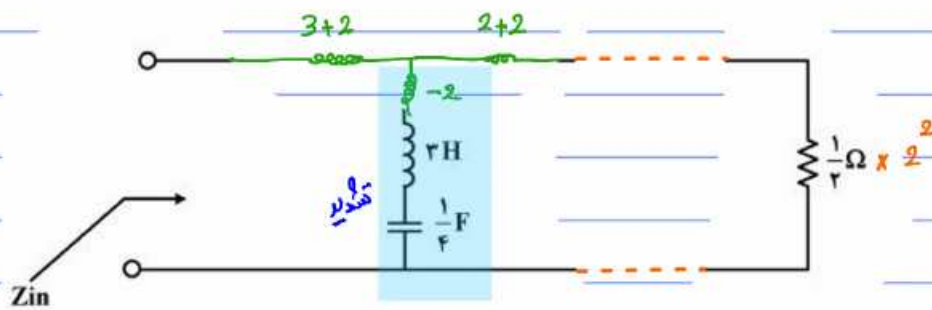
خازنی ماند

دکتری 95

در مدار زیر، اندازه امپدانس دیده شده در فرکانس $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ، چند اهم است؟



- (1) 10
(2) 5
(3) 2
(4) 1



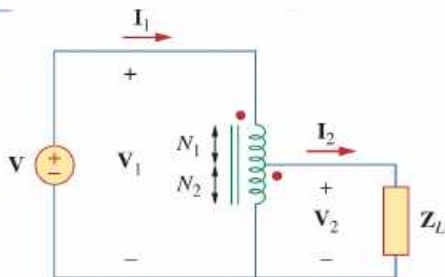
$$Z = 5s + \left(s + \frac{4}{s}\right) \parallel (4s + 2) \xrightarrow{\omega=2} 10j + \frac{(2j - 2j) \parallel (8j + 2)}{0} = 10$$

$$Z = 10j \rightarrow |Z| = 10 \Omega$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$$

اتوترانس و روابط آن

اتوترانس برخلاف ترانسفورماتورهای معمولی اندر لاسیون الکتریکی ندارند چرا که عدد سیم پیچ اولیه و ثانویه نزدیک همسره هستند استفاده می کنند.

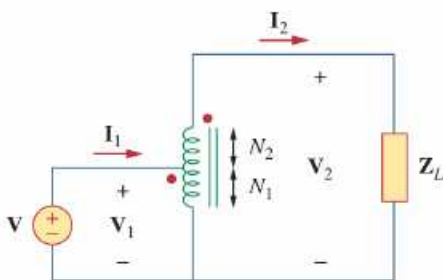


$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = 1 + \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

کاهنده ولتاژ

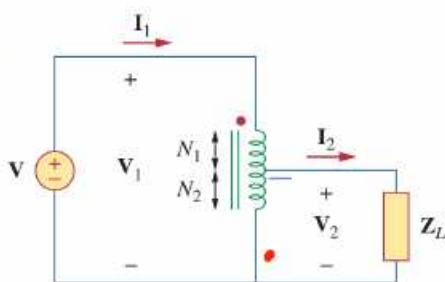
بررسی حفظ علامت ها و روابط در فیلم نکات گفته شده است.



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2 + N_1}$$

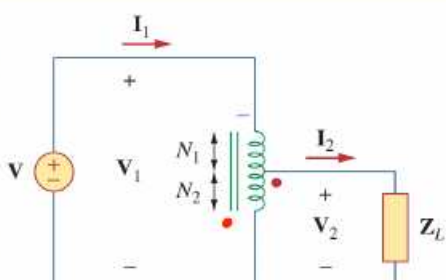
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_1}$$

افزاینده ولتاژ



$$\frac{V_1}{V_2} = - \frac{N_1 + N_2}{N_2}$$

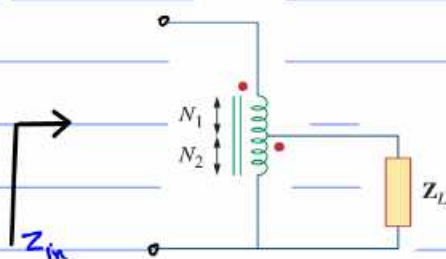
$$\frac{I_1}{I_2} = - \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$



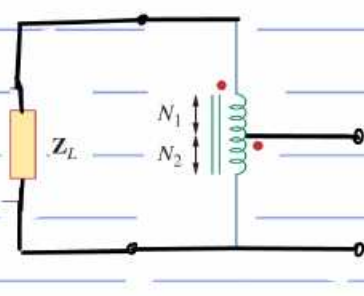
$$\frac{V_1}{V_2} = - \frac{N_1 + N_2}{N_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = + \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

انعکاس امپدانس اتوترانس

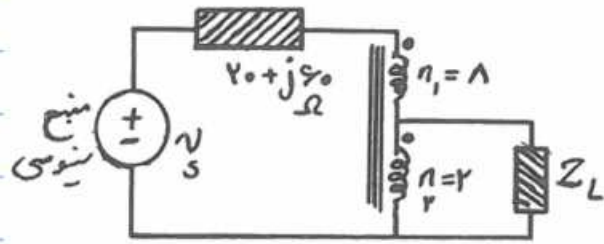


$$Z_{in} = Z_L \left(\frac{N_1 + N_2}{N_2} \right)^2$$



$$Z_{in} = Z_L \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right)^2$$

: در مدار شکل زیر امپدانس Z_L برای انتقال حداکثر توان، چند اهم باید باشد؟

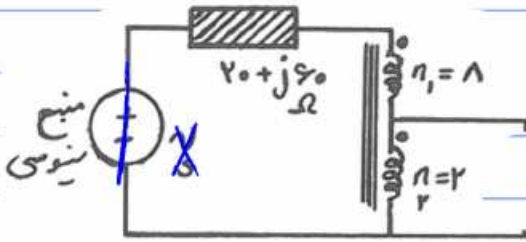


$$0.8 - j 2.4 (2)$$

$$1/25 - j 3.75 (1)$$

$$0.8 + j 2.4 (3)$$

$$1/25 + j 3.75 (3)$$



$$Z_{in} = (20 + j60) \left(\frac{2}{8+2} \right)^2 = \frac{20}{25} - \frac{j60}{25}$$

$$Z_{in} = 0.8 - j 2.4$$

$$X_L = -X_{th} \rightarrow X_L = +2.4j$$

مقاومت تطبیق

$$R_L = | \text{امپدانس} | \rightarrow R_L = 0.8$$

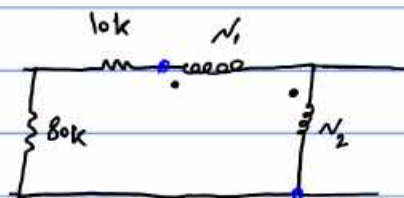
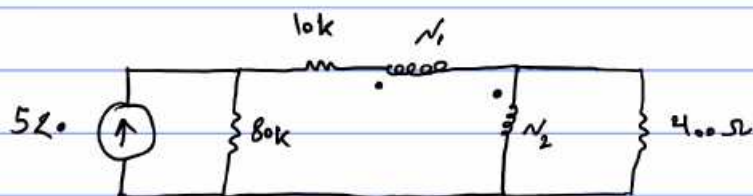
$$Z_L = Z_{th}^*$$

نرسیده ۴ جواب

اندامسین ۱۹ در مدار شکل زیر نسبت $\frac{N_1}{N_2}$ ترانسفورماتور ایده آل چقدر باشد تا بیشترین توان متوسط

به مقاومت 400Ω اعظم برسد؟

۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶



$$Z_{in} = \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right)^2 \times (10 + 80)$$

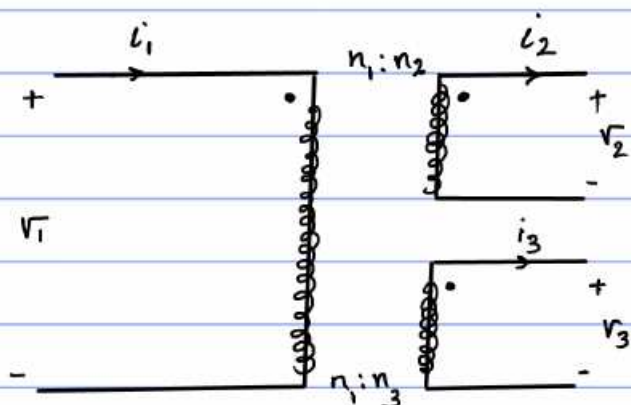
$$Z_{in} = 90k \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right)^2$$

برای تطبیق بار، مقاومتی : $R_L = R_{th} \rightarrow 90k \left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right)^2 = 400\Omega = 0.4k$

$$\left(\frac{N_2}{N_1 + N_2} \right)^2 = \frac{4}{900} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{2}{30}$$

برعکس $\rightarrow 1 + \frac{N_1}{N_2} = \frac{30}{2} \rightarrow \frac{N_1}{N_2} = 14$

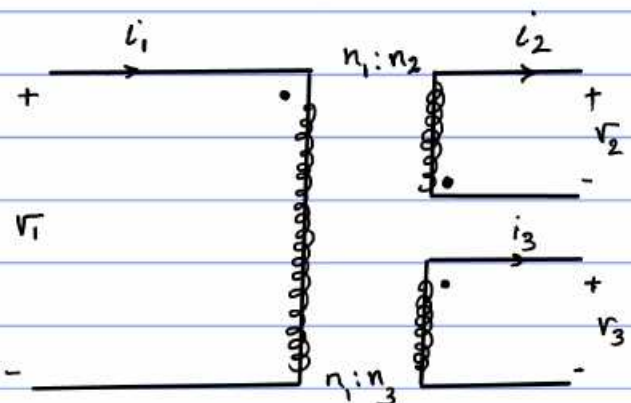
مدارات سه سیم پیچه



$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2} \text{ , } \frac{v_1}{v_3} = \frac{n_1}{n_3} \text{ , } \frac{v_2}{v_3} = \frac{n_2}{n_3}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1} \text{ , } \frac{i_1}{i_3} = \frac{n_3}{n_1} \text{ , } \frac{i_2}{i_3} = \frac{n_3}{n_2}$$

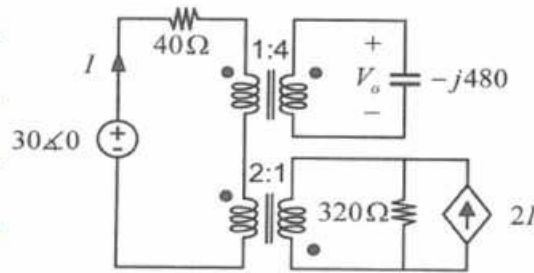
روش حفظ کردن در فیلم گفته شده است.



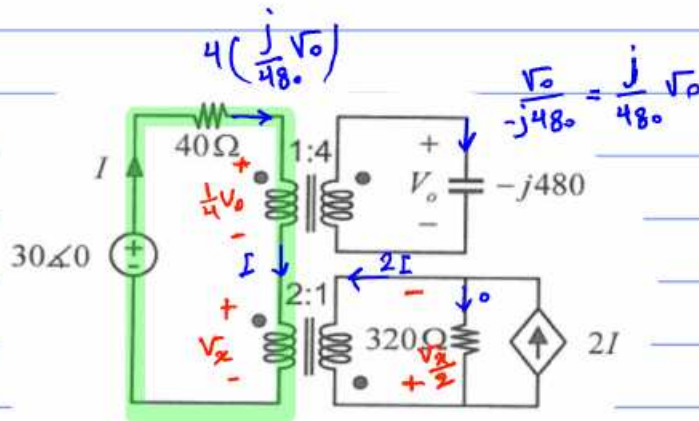
$$\frac{v_1}{v_2} = - \frac{n_1}{n_2} \text{ , } \frac{v_1}{v_3} = + \frac{n_1}{n_3} \text{ , } \frac{v_2}{v_3} = - \frac{n_2}{n_3}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = - \frac{n_2}{n_1} \text{ , } \frac{i_1}{i_3} = + \frac{n_3}{n_1} \text{ , } \frac{i_2}{i_3} = + \frac{n_3}{n_2}$$

برق 89 در مدار شکل مقابل فازور ولتاژ V_o کدام است؟



- ۱) $36e^{j53^\circ}$
۲) $36e^{-j53^\circ}$
۳) $72e^{j53^\circ}$
۴) $72e^{-j53^\circ}$



$$30 = 40I + \frac{1}{4}V_o + V_x \quad (1)$$

$$\uparrow \rightarrow I = \frac{4}{480}jV_o \quad (2)$$

$$\downarrow \rightarrow 0 = \frac{V_x}{2} \rightarrow V_x = 0 \quad (3)$$

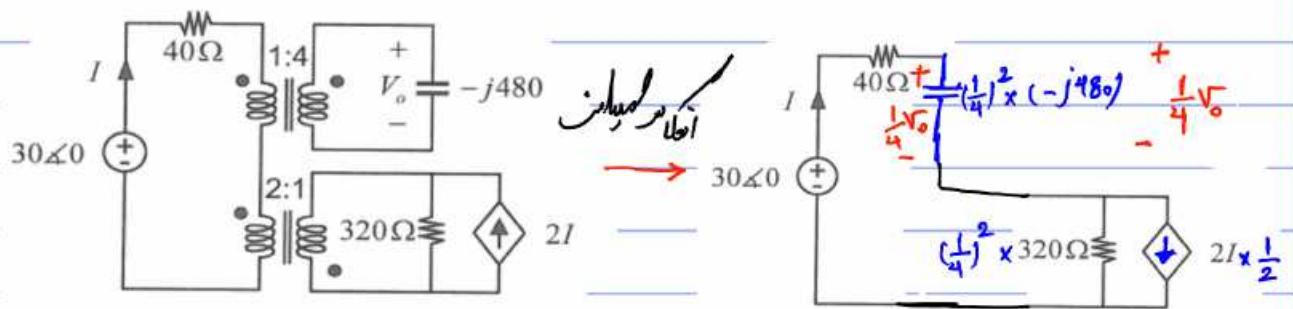
$$\text{با ۱، ۲:} \quad 30 = 40 \left(\frac{4}{480}jV_o \right) + \frac{1}{4}V_o + 0$$

$$30 = \left(\frac{1}{3}j + \frac{1}{4} \right) V_o \rightarrow V_o = \frac{30}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}j} = \frac{12 \times 30}{3 + 4j}$$

$$= \frac{12 \times 30}{5} \angle -\tan^{-1} \frac{4}{3} = 72 \angle -53^\circ$$

درج چهارم

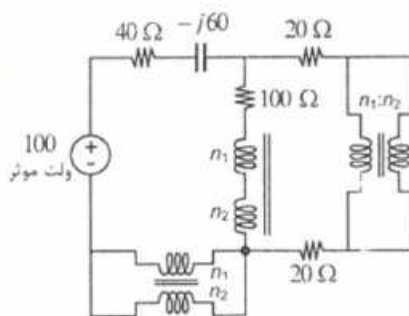
فقط گزینه ۳ می تواند جواب صحیح باشد.



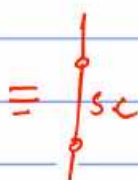
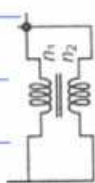
تعیین جهت منبع جریان به خاطر سرهای نقطه دار غیر مهم است.

برق 87 در مدار مقابل نسبت $\frac{n_1}{n_2} = 5$ می باشد. مقدار توان مصرفی مدار چقدر خواهد بود؟

نمونه

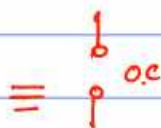
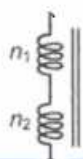


- (۱) ۴۰ وات
- (۲) ۸۰ وات
- (۳) $40\sqrt{2}$ وات
- (۴) $80\sqrt{2}$ وات



$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1 \text{ و } V_1 = V_2 \text{ (منازری) و } \frac{n_2}{n_1} = 5$$

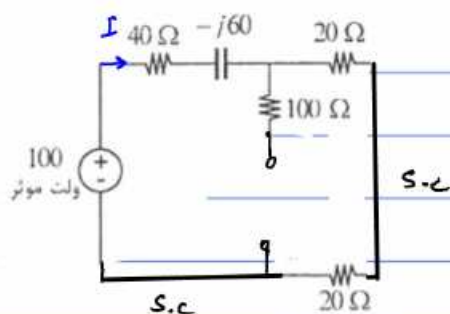
$$\Rightarrow V_1 = V_2 = 0 \text{ معادل S.C.}$$



سیم پیچ اولیه و ثانویه سری شده اند

$$I_1 = I_2 \text{ (سری) و } I_2 = \frac{n_1}{n_2} I_1 \text{ (} \frac{n_2}{n_1} = 5 \text{)}$$

$$\Rightarrow I_1 = I_2 = 0 \text{ معادل O.C.}$$



کدام توان مصرفی مدار = کل توان تولیدی منبع

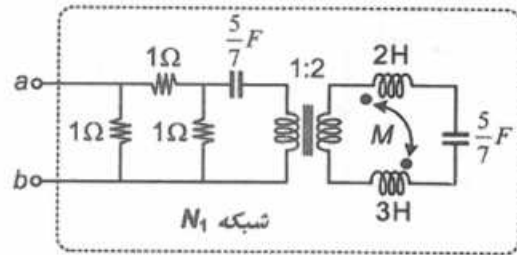
$$I_{rms} = \frac{100}{80 - 60j} = \frac{5}{4 - 3j} = \frac{5(4 + 3j)}{16 + 9} = \frac{1}{5} (4 + 3j) = 1 \angle -36.87^\circ$$

$$P_{avg} = V_{rms} I_{rms} \cos \phi = 100 \times 1 \times \cos \phi = 100 \times \frac{4}{5} = 80 \text{ W}$$

$$P_{avg} = 40 \times |I|^2 + 20 \times |I|^2 + 20 \times |I|^2 = 80 \times (1)^2 = 80 \text{ W} \text{ (برای اطمینان)}$$

برق 92 - ضریب تزویج متقابل M را به نحوی تعیین کنید که ضریب توان حقیقی N_1 در

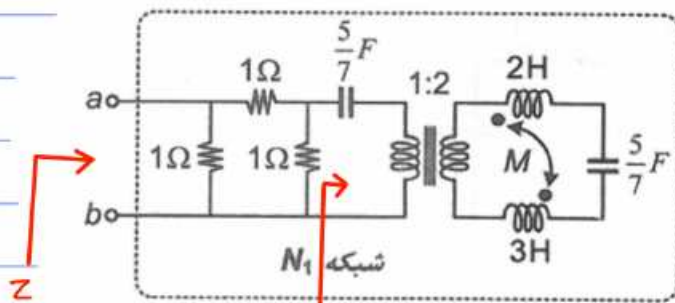
فرکانس $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ برابر یک باشد؟



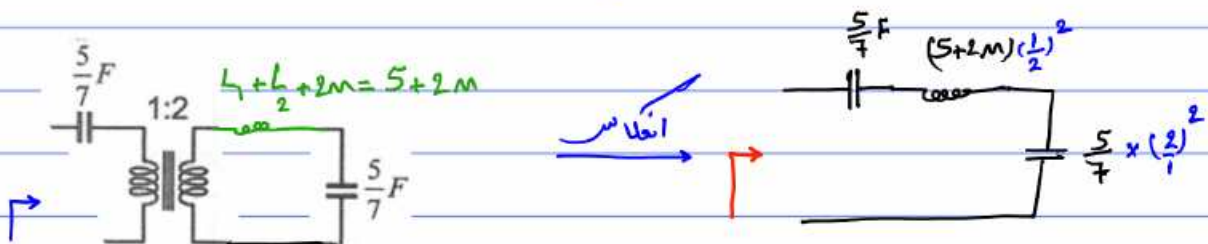
$M = 1 \text{ H}$ () $M = 2 \text{ H}$ () $M = \frac{1}{2} \text{ H}$ () $M = \frac{1}{3} \text{ H}$ ()

$\cos \varphi = 1 \rightarrow \varphi = \theta_v - \theta_i = 0 \rightarrow$ شبکه مقاومتی خالص باشد

$\rightarrow \operatorname{Im}\{Z\} = 0$



گام آخر: مقاومتی خالص باشد. آنرا هم مقاومتی (مقاومت ملاری) با شبکه مقاومتی، مقارنتی خواهد شد.



$Z = -\frac{7}{5}j + \frac{5+2M}{4}j - \frac{7}{5 \times 4}j$ راه اول:

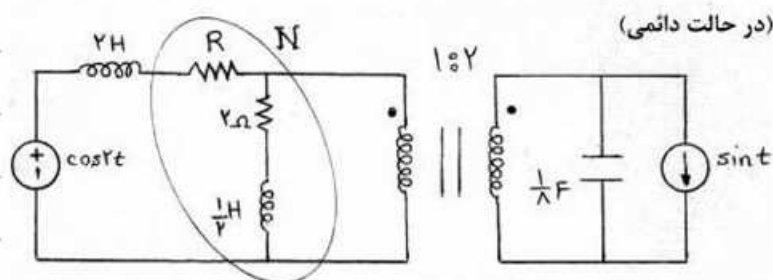
$\operatorname{Im}\{Z\} = 0 \rightarrow \frac{5+2M}{4} - \frac{5 \times 7}{5 \times 4} = 0 \rightarrow 5+2M = 7$

$\rightarrow 2M = 2 \rightarrow M = 1 \text{ H}$

راه دوم: $\omega = 1 = \frac{1}{\sqrt{L C_{eq}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{5+2M}{4} \times \frac{5}{7 \times 4}}} = 1 \rightarrow M = 1 \text{ H}$

برق 93

به ازای چه مقدار R توان متوسط N ناشی از منبع ولتاژ ماکزیمم می شود؟



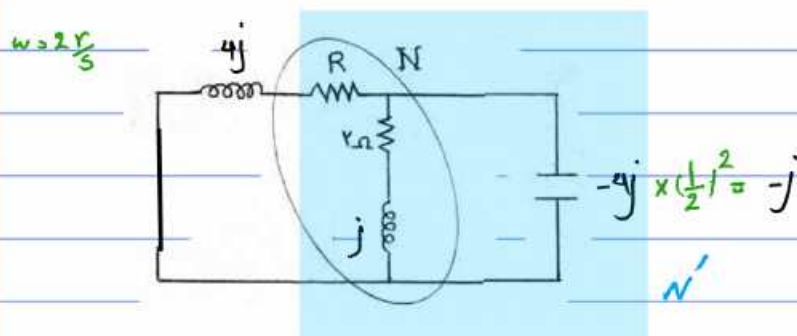
$$2/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{27}}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

✓ برای آنکه بیشترین توان از منبع ولتاژ $\cos 2t$ بار N برسد، نکته تطبیق امپدانس را در نظر بگیرید. $\omega = 2 \text{ rad/s}$ بزرگ کنیم.



ساخته R با $(2+j)$ نه سری نه موازی است $Z_N = ?$

برای راحتی کار به جای شبکه N ، فقط رسیدن ماکزیمم توان را برای شبکه N بررسی می کنیم. چگونه خازن توان حقیقی مصرف نمی کند.

$$Z_N = R + (2+j) \parallel (-j) = R + \frac{1-2j}{2} = R + \frac{1}{2} - j$$

$$R_N = R + \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad X_N = -1$$

$$Z_L = 4j$$

$$1) \quad X_L = -X_L \rightarrow -j \neq -(4j)$$

نکته تطبیق:

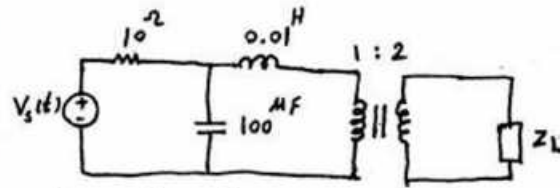
$$2) \quad R_L = |R_N| \Rightarrow R + \frac{1}{2} = | -j + 4j | \rightarrow$$

$$R + \frac{1}{2} = 3 \rightarrow R = \frac{5}{2} \Omega \quad \text{نیز به } \frac{5}{2}$$

اتوماسیون 93

در مدار شکل مقابل برای آن که حداکثر توان منبع به آن برسد. Z_L بر حسب

اهم کدام است؟



$$V_s(t) = 10 \sin 1000t$$

(۱) $5 - j5$

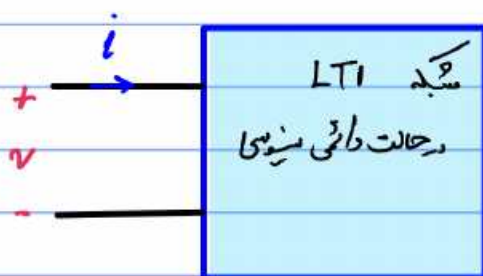
(۲) $5 + j5$

(۳) $20 - j20$

(۴) $20 + j20$

توان در حالت دائمی سینوسی

توان لحظه‌ای: حاصلضرب ولتاژ و جریان در هر لحظه را توان لحظه‌ای می‌گوئیم حال آنکه در حالت دائمی سینوسی باسیم حاصلضرب ولتاژ و جریان یک الی یا یک مضرب را توان لحظه‌ای سینوسی گوئیم.



توان لحظه‌ای دائمی سینوسی $P = v \cdot i$ مصرف

نکته: برای یک سبک LTI اگر در حالت دائمی سینوسی باشد آن ولتاژ سینوسی باشد جریان هم سینوسی است و بالعکس با این تفاوت که دامنه و فاز ولتاژ و جریان ممکن است متفاوت باشد.

$$v = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

می‌توانیم برای راحتی تحلیل فاز جریان را صفر فرض کرد و فاز ولتاژ را اختلاف فاز ولتاژ و جریان

تعریف کرد. (هر فاز را به اندازه θ_i شیف‌ت داریم)

$$v = V_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i)$$

رودنس $i = I_m \cos(\omega t)$

$$P = v \cdot i = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v - \theta_i) \cos \omega t$$

یادآوری: $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v - \theta_i)$$

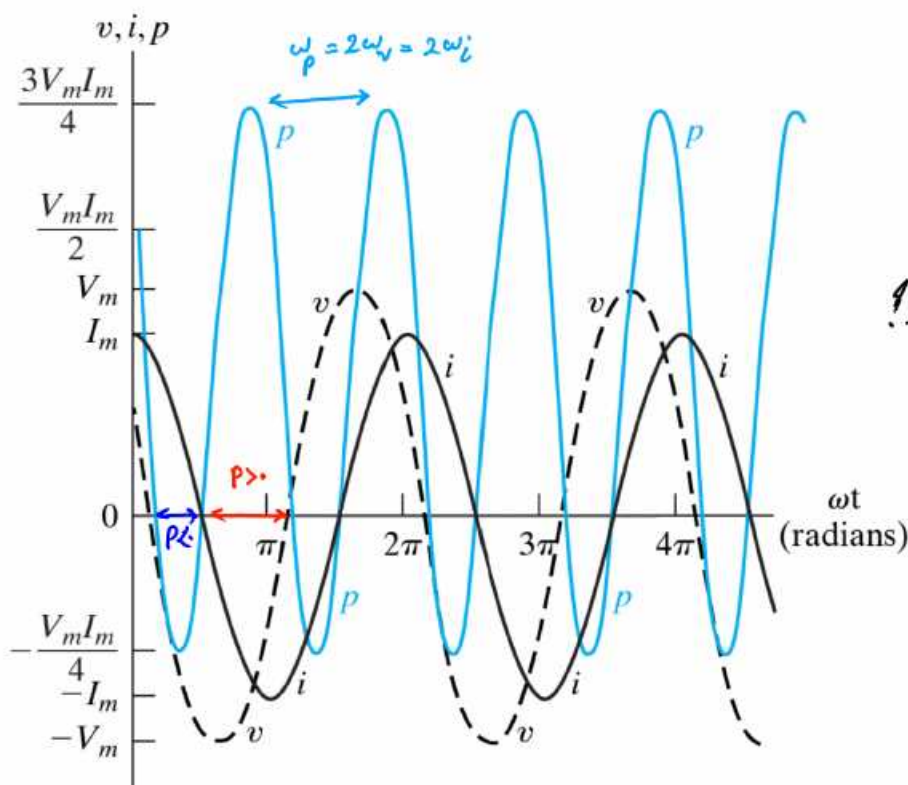
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

یادآوری:

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \cos 2\omega t - \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i) \sin 2\omega t$$

واسبته به زمان و تغییر با زمان
واسبته به زمان و تغییر با زمان هستند
عدد ثابت نقطه θ_v, θ_i بستگی دارد

فرض کنید $\theta_i = 0^\circ$ و $\theta_v = 60^\circ$ (فار جریان عقب تراز ولتاژ سیفان بار سلفی مقاومتی)



$P > 0$ توان مصرف می کند

$P < 0$ توان تولید می کند

آند شبکه passive چگونه می تواند تولید کند؟

وقتی که $P > 0$ مقداری از توان جذب شبکه را در سلف و خازن ذخیره و در لحظات بعد انرژی ذخیره شده را آزاد می کند (توان تولید)

✓ در سیستم های توان، فرکانس ۲ برابر فرکانس ولتاژ و جریان است.

توان متوسط و توان راکتیو

$$P = P + P \cos 2\omega t - Q \sin 2\omega t$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \\ Q &= \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i) \end{aligned} \xrightarrow{\theta_v - \theta_i = \phi} \begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos \phi \\ Q &= \frac{1}{2} V_m I_m \sin \phi \end{aligned}$$

P : توان متوسط - توان حقیقی - توان مصرفی

Q : توان غیر حقیقی - توان راکتیو

$$P = \bar{P}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T P dt = \frac{1}{T} \int_0^T P + P \cos 2\omega t - Q \sin 2\omega t dt = P$$

P متوسط سینال $P(t)$ در حالت دائمی سینوسی

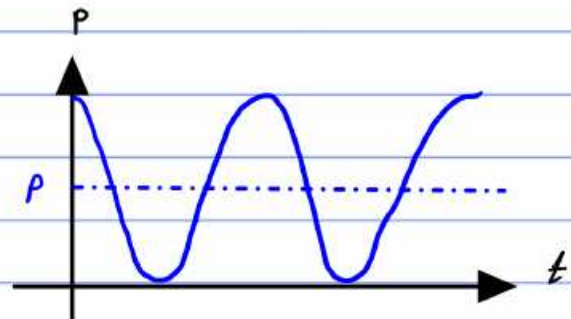
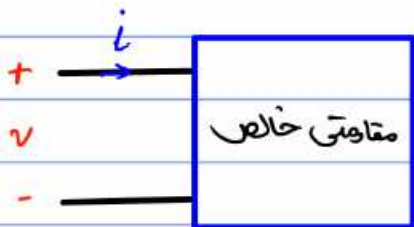
توان الکتریکی به حسب ولت و توان راکتیو به حسب وار (VAR) بیان می شود.

توان لحظه‌ای شبکه مقاومتی خالص:

اگر شبکه مقاومتی خالص باشد (معادل بدون تلف و خازن) فاز ولتاژ و جریان **هم‌فاز** خواهد بود یعنی $\theta_v - \theta_i = \phi = 0$ خواهد شد.

$$P = P + P \cos 2\omega t + 0$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \phi = \frac{1}{2} V_m I_m \quad (w)$$



پس در حالت دائمی سینوسی هم شبکه مقاومتی خالص همیشه توان مصرفی $(P > 0)$ ولی مقدار توان مصرفی ثابت نیست و $\min$ و $\max$ دارد.

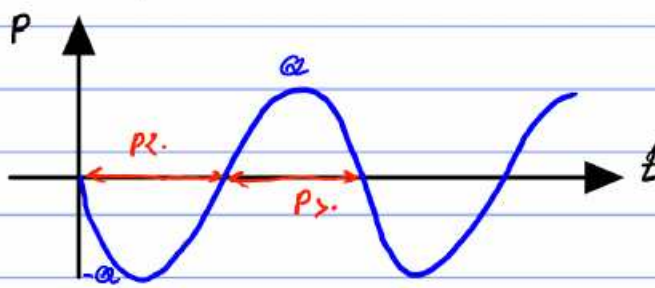
توان لحظه‌ای برای شبکه سلفی خالص:

چون سلفی که برای تلف خالص $\phi = \theta_v - \theta_i = +90^\circ$ است لذا:

$$P = -Q \sin 2\omega t \quad (VAR)$$

برای مدارات سلفی خالص توان متوسط صفر است $(P = 0)$ یعنی هیچ تبدیلی انرژی الکتریکی به

انرژی غیر الکتریکی انجام نمی‌دهد و فقط در نیم سیکل توان تولید و در نیم سیکل دیگر توان لحظه‌ای مصرف می‌کند.



P_L انرژی ذخیره شده آزاد می‌شود
 P_D انرژی از بیرون ذخیره می‌کند.

$$Q > 0 \leftarrow Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin \phi > 0 \leftarrow \phi_V - \phi_I > 0 \rightarrow \text{برای بار سلفی}$$

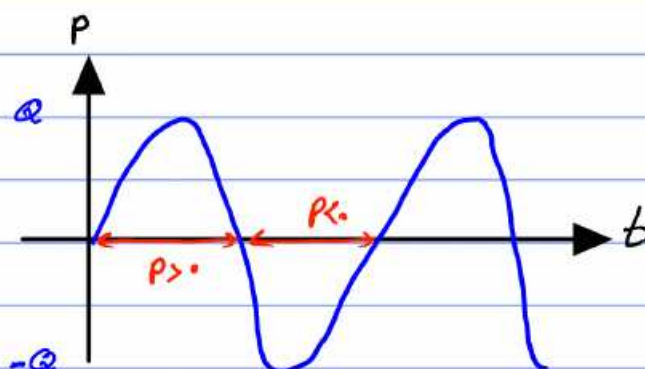
توان لحظه‌ای برای شبکه خازنی خالص:

$$Q < 0 \leftarrow \phi_V - \phi_I = -\phi \leftarrow \text{برای شبکه خازنی خالص}$$

$$P = -Q \sin 2\omega t$$

سر برای بار خازنی خالص هم توان متوسط یا حقیقی صفر است و توان لحظه‌ای فرم نوسانی

مقادیر دارد.

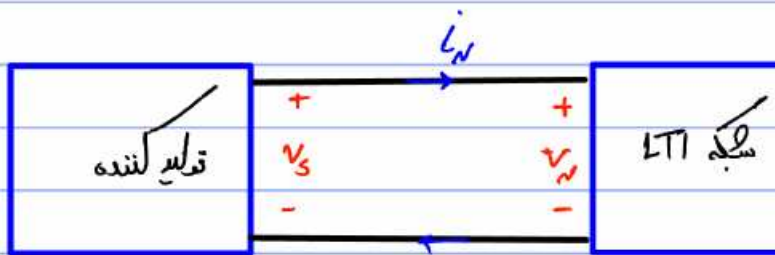


برای خازن هم توان به قنوب ذخیره و آزاد می‌گردد و توان حقیقی مصرف نمی‌شود.

$$Q < 0 \leftarrow Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin \phi < 0 \leftarrow \phi < 0 \leftarrow \text{برای خازن}$$

انتقال توان در حالت دائمی سینوسی

فرض کنید در حالت دائمی سینوسی باشد:



$$P = P_+ + P \cos 2\omega t - Q \sin 2\omega t$$

✓ این رابطه فقط برای مدارات فازداری برقرار است.

✓ ترم P که توان متوسط همواره به صورت مثبت وجود دارد و همواره یک به این میزان توان به صورت مثبت مصرف می کند.

✓ ولی ترم $Q \sin 2\omega t$ دارد که در بعضی از زمان ها یک مصرف (ذخیره) و در بعضی زمان تولید انرژی می کند.

✓ اگر $\phi = \theta_v - \theta_i = 0$ باشد و $\phi = 0 \leftarrow \cos \phi = 1$ (معادل با مقاومت خالص) باشد انتقال انرژی

یک جبهه و از منبع به سکّه N است چرا که در این حالت $P = P_+ + P \cos 2\omega t > 0$

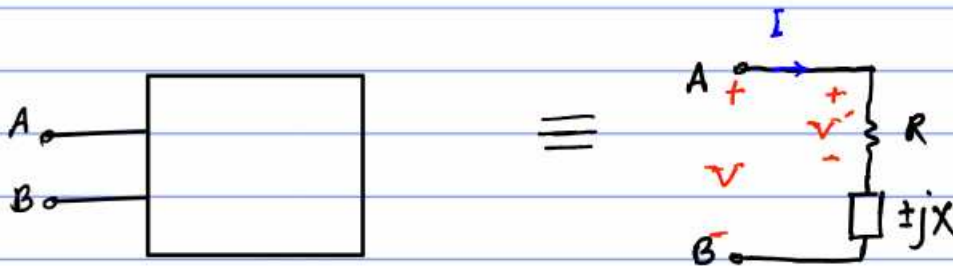
✓ اگر $\phi = \theta_v - \theta_i \neq 0$ باشد در این صورت $Q \neq 0$ خواهد بود و انتقال انرژی ۲ طرف خواهد بود

هر چقدر ϕ کمتر باشد یا $\cos \phi$ بزرگتر باشد میزان ذخیره سازی و آزار سازی انرژی کمتر خواهد بود
چرا که توان را کمتر گاهی می یابد.

✓ وقتی $\varphi = 0$ توان متوسط بیشترین مقدار را دارد چنانکه

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi \xrightarrow{\varphi=0} P = P_{max} = \frac{1}{2} V_m I_m$$

✓ اگر N امپدانس کن معادل با $Z = R + jX$ باشد توان متوسط کسبه با توان متوسط R برابر
یعنی توان متوسط را فقط قسمت های حقیقی امپدانس مصرف می کنند.



$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi = \frac{1}{2} V'_m I_m = \frac{1}{2} R I_m^2 = \frac{1}{2} \frac{V_m^2}{R}$$

$$I_m = |I|$$

$$V_m = |V|$$

✓ توان متوسط $Z_1 = R$ ، $Z_2 = R + jX$ به ازای جریان های برابر مساوی هستند ولی به ازای

ولتاژ های برابر ، توان مصرفی Z_1 بیشتر از Z_2 است.

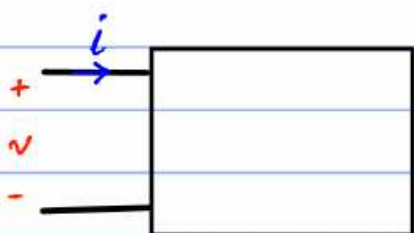
✓ قانون بقای توان در حالت دائمی سینوسی برای توان حقیقی یا متوسط برقرار است.

کلیه توان حقیقی تولیدی منبع در مقاومت ها یا قسمت
حقیقی امپدانس های شبکه مصرف می شود.

$$P_s = P_{R_1} + P_{R_2} + \dots$$

مثال: برای شبکه زیر با ولتاژ $v = 100 \cos(\omega t + 15^\circ)$ و جریان $i = 4 \sin(\omega t - 15^\circ)$

انرژی توان متوسط و توان راکتیو شبکه



فرض جریان را به فرم $\cos$ بنویسیم:

$$i = 4 \sin(\omega t - 15^\circ) = 4 \cos(\omega t - 105^\circ)$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \phi = \frac{1}{2} \times 100 \times 4 \cos(15 - (-105)) = -100 \text{ (W)}$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin \phi = \frac{1}{2} \times 100 \times 4 \sin(15 - (-105)) = 173 \text{ (VAR)}$$

یعنی شبکه $\neq$ توان حقیقی مصرف می‌کند یا تولید؟

مهارات تولید یا -100 وات مصرف $\rightarrow P = -100 \text{ W} < 0$

چرا شبکه $\neq$ توان راکتیو مصرف یا تولید؟
 $Q = 173 \text{ (VAR)} > 0 \rightarrow$ مصرف می‌کند

($\rightarrow$) امپدانس معادل شبکه به چه فرمی است؟

$$\begin{aligned} P < 0 &\rightarrow R < 0 \\ Q > 0 &\rightarrow X > 0 \end{aligned} \rightarrow Z_{eq} = -R + jX$$

شبکه مقاومت منفی همراه با سلف است

$$Z_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{100 \angle 15^\circ}{4 \angle -105^\circ} = 25 \angle 120^\circ$$

محاسبه دقیق امپدانس:

$$Z_{eq} = 25 (\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ) =$$

$$R_{eq} = -\frac{25}{2}$$

روش دوم برای محاسبه توان حقیقی شبکه:

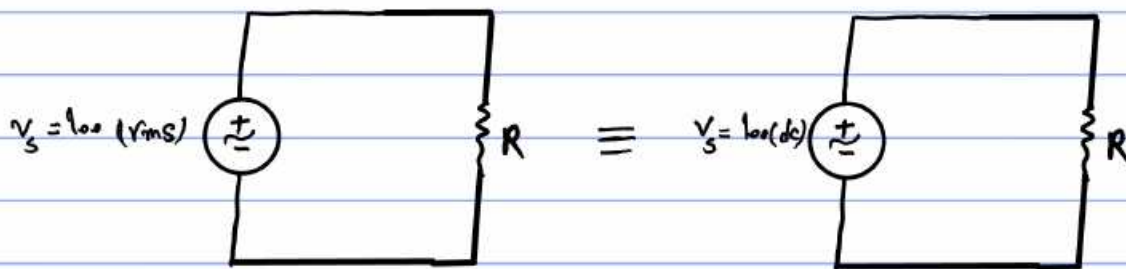
توان حقیقی شبکه $\sim$ با توان حقیقی مقاومت امپدانس آن برابر است.

$$P = \frac{1}{2} R_{eq} \cdot I_m^2 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{25}{2}\right) \times 4^2 = -100 \text{ W}$$

محاسبات توان بر حسب RMS

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \phi \quad \begin{matrix} V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \\ I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \end{matrix} \rightarrow P = V_{rms} I_{rms} \cos \phi$$

خاصیت جابجایی که مقدار موثر یا rms در حالت دائمی سینوسی دارد این است که میزان انرژی در یک دوره زمانی مانند یک منبع dc با اندازه A ولت به یک بار مقاومتی R می دهد برابر خواهد بود با میزان انرژی که یک منبع ac با اندازه A_{rms} ولت به همان بار می دهد.



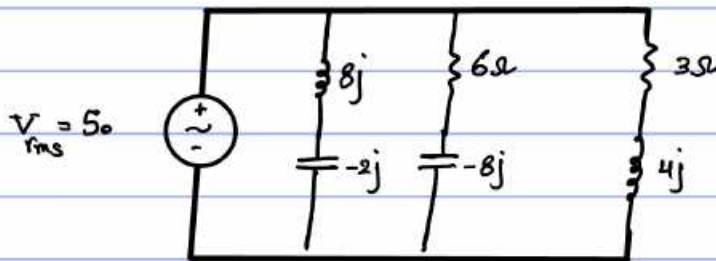
$$P = V_{rms} I_{rms} \cos \phi = V_{rms} I_{rms} = \frac{V_{rms}^2}{R} = R I_{rms}^2$$

مثال: یک منبع ولتاژ سینوسی با مانزیم دامنه 625 ولت به ترنزیال های یک مقاومت 5 اهم اعمال شده است. توان متوسط مقاومت را محاسبه کنید.

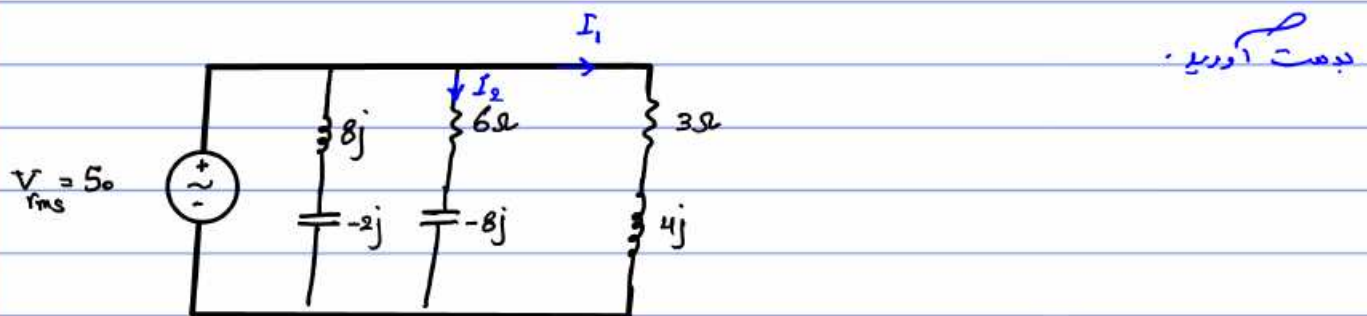
$$V_{rms} = \frac{625}{\sqrt{2}} = 441$$

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{441^2}{5} = 3906.25 \text{ w}$$

مثال: توان مصرفی کل مدار زیر را بدست آورید.



نقطه الحاق های 3 ohm و 6 ohm توان حقیقی مصرف می کنند. پس باید جریان یا ولتاژ مقاومت ها را



$$|I_1| = \frac{V_{rms}}{|3+4j|} = \frac{50}{\sqrt{9+16}} = 10 A_{rms}$$

$$|I_2| = \frac{V_{rms}}{|6-8j|} = \frac{50}{\sqrt{64+36}} = 5 A_{rms}$$

$$P = P_{av} = R_1 I_{1rms}^2 + R_2 I_{2rms}^2 = 3 \times 10^2 + 6 \times 5^2 = 300 + 150 = 450 W$$

✓ توان تولید متوسط منبع چند وات است؟

طبق قانون بقای توان، کل توان متوسط منبع صرف توان مصرفی مقادمت ها می شود لذا

توان متوسط منبع همان 450 وات است.

در مدار شکل زیر اگر $v_s(t) = 100 \cos 100 \pi t$ باشد و $350W$ توان به مدار بدهد، مقدار

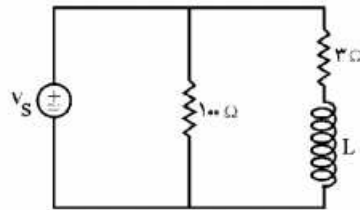
L کدام است؟

(۱) $20/388mH$

(۲) $2/388mH$

(۳) $203/8mH$

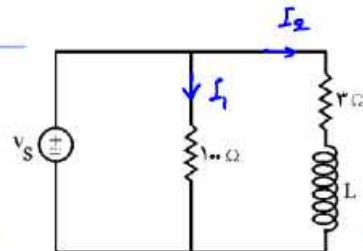
(۴) $0/238mH$



۳۵۰ وات صرف توان مصرفی مقاومت ها می شود

$$P_{av} = P_{100\Omega} + P_{3\Omega}$$

$$v_s = 100 \cos 100 \pi t \rightarrow v_{rms} = \frac{100}{\sqrt{2}}$$



$$I_{1rms} = \frac{v_{rms}}{100} = \frac{\frac{100}{\sqrt{2}}}{100} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ A (rms)}$$

$$P_{100} = R \cdot I_{rms}^2 = 100 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 50 \text{ (w)} \rightarrow 350 = 50 + P_{3\Omega} \rightarrow P_{3\Omega} = 300 \text{ w}$$

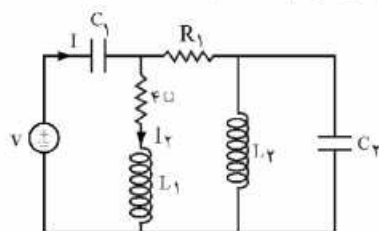
$$P_{3\Omega} = R \cdot I_{rms}^2 \Rightarrow 300 = 3 \times |I_{rms}|^2 = \frac{I}{2}_{rms} = 10 \text{ (A)}$$

$$|I_{2rms}| = \frac{v_{s rms}}{|3 + jX|} \rightarrow 10 = \frac{\frac{100}{\sqrt{2}}}{\sqrt{9 + X^2}} \xrightarrow{\text{cross}} 50 = 9 + X^2$$

$$X = \sqrt{41}, \quad X = \omega L = 100 \pi L$$

$$L = \frac{\sqrt{41}}{100 \pi} = 2.038 \times 10^{-2} \text{ H} = 20.38 \text{ mH}$$

در مدار حالت دائمی سینوسی شکل زیر $I = 3\sqrt{2} \cos(\omega t)$ و $V = 30 \cos(\omega t + 45^\circ)$ و توان متوسط مقاومت R_1 برابر ۲۱ وات است. ماکزیمم جریان I_1 کدام است؟



۱ (۱)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{6}$ (۳)

(۴) نمی توان محاسبه کرد چون مقدار I_1 به L_1 وابسته است.

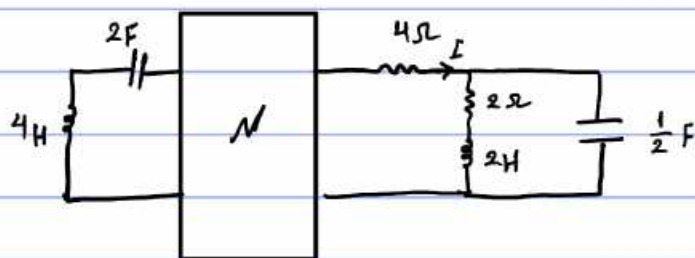
بقای توان $P_{av} = P_{R_1} + P_{L_2}$

$$P_{av} = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \phi = \frac{1}{2} \times 30 \times 3\sqrt{2} \cos(45^\circ - 0^\circ) = 45 \text{ w}$$

$$45 = 21 + P_{L_2} \rightarrow 45 = 21 + \frac{1}{2} \times 4 \times I_2^2 \rightarrow$$

$$24 = 2 I_2^2 \rightarrow I_2 = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

مثال: اگر در مدار زیر $i = \cos t$ باشد توان متوسط شبکه N چقدر است؟

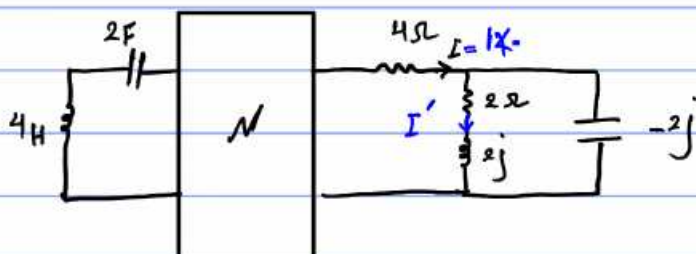


توان متوسط مصرف شبکه در طرف مقادمت های 4 و 2 اهم می گوند از طریق شبکه N تمامی می شود.

$$P_{avN} = P_4 + P_2$$

$$P_4 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 = 2 \text{ w}$$

برای محاسبه توان 2 اهم باید جریان آن بدست آوریم به حالت فازوری



$$I' = 1 \frac{-j2}{(2+j2) + (-j2)} = \frac{-j2}{2} = -j = 1\angle -90^\circ \xrightarrow{P^{-1}} I' = \cos(t-90^\circ)$$

$$|I'| = 1 \text{ (A)} \rightarrow P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \times 2 \times |I'|^2 = 1 \text{ w}$$

$$\rightarrow P_{av} = P_2 + P_4 = 1 + 2 = 3 \text{ w}$$

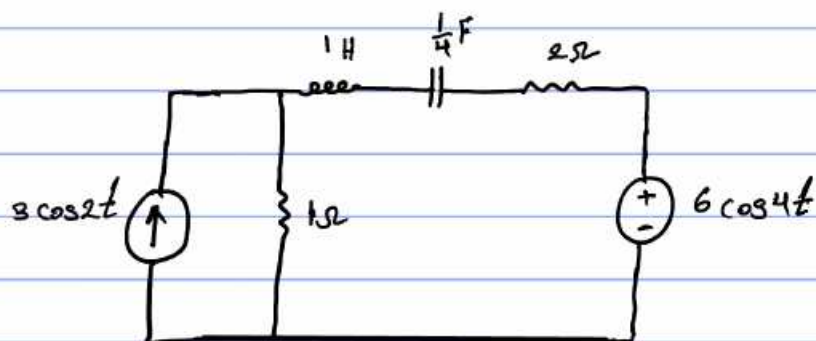
بنابراین 3 وات تولید می کند یا 3 w - مصرف می کند قدرت دوال حرف از توان تولیدی یا مصرفی N ندهد لذا دیگرام مصرف به شبکه N منفی 3 وات مصرف می کند.

قضیه جمع آثار برای توان حالت دائمی سینوسی

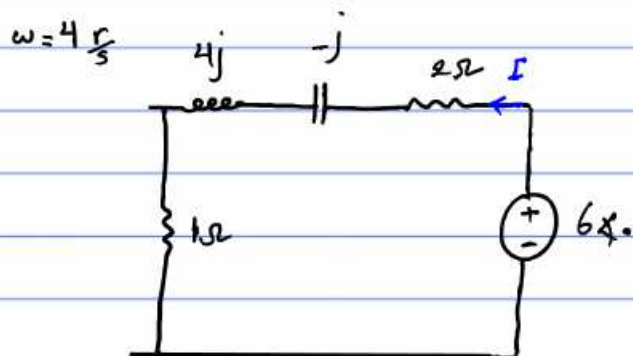
قضیه جمع آثار برای توان متوسط برقرار است به این معنا که اگر در مداری در حالت دائمی سینوسی منابع مستقل با فرکانس متفاوت باشند می توان توان متوسط را در هر فرکانس برای هر المان می سنجیم در هر دو معادله توان های متوسط را در فرکانس های متفاوت با هم جمع زد.

✓ قضیه جمع آثار برای توان لحظه ای تعریف نمی شود.

مثال: توان متوسط جذب شده در مقاومت 1Ω مدار شکل زیر کدام است؟

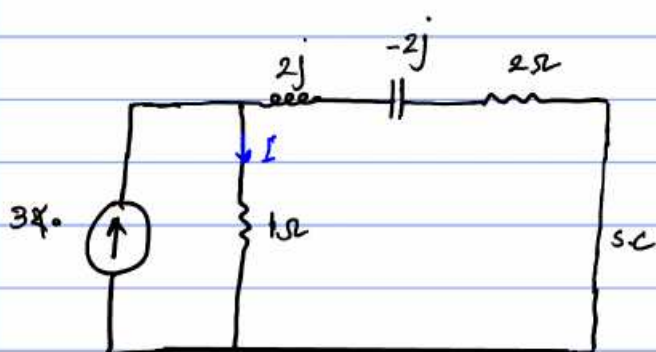


فرکانس منابع مستقل متفاوت است به جمع آثار



$$|I|_{\text{max}} = \frac{6}{|2 + 1 - j + 4j|} = \frac{6}{|3 + 3j|} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$P_{1\Omega} = \frac{1}{2} \times 1 \times I_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \text{ W}$$



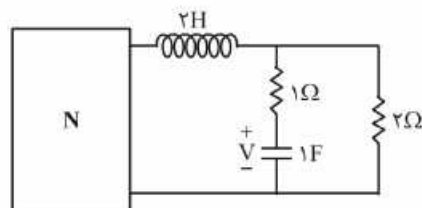
$$|I| = 3 \frac{|2 + 2j - 2j|}{|(1) + (2j - 2j + 2)|} = 2 \text{ A}$$

$$P_{1\Omega} = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2 \text{ W}$$

جمع آثار: $P_{1\Omega} = P_1 + P_2 = 2 + 1 = 3 \text{ W}$

- اگر در مدار زیر $v(t) = \sin t$ باشد توان متوسط N چند وات است؟

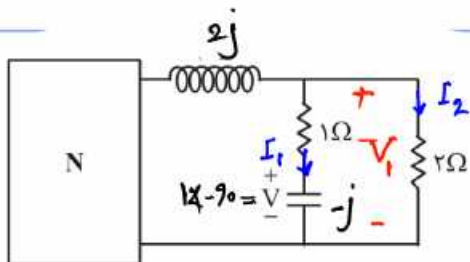
(مهندسی کامپیوتر «هوش مصنوعی» - سراسری ۹۳)



$$\begin{aligned} (1) & \quad -\frac{3}{4} \\ (2) & \quad 1 \\ (3) & \quad -\frac{1}{4} \\ (4) & \quad -1 \end{aligned}$$

قصد تلفات $P_{av} = P_{1\Omega} + P_{2\Omega}$

$\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$



$\sin t = \cos(t - 90^\circ) \rightarrow 1\angle -90^\circ$

$$|I_1| = \frac{|1\angle -90^\circ|}{|1-j|} = \frac{1}{1} = 1A$$

$$P_{1\Omega} = \frac{1}{2} \times R \times |I_1|^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 1^2 = \frac{1}{2} W$$

$$|V_1| = |I_1| |1-j| = 1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \frac{|V_1|^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}^2}{2} = \frac{1}{2} W$$

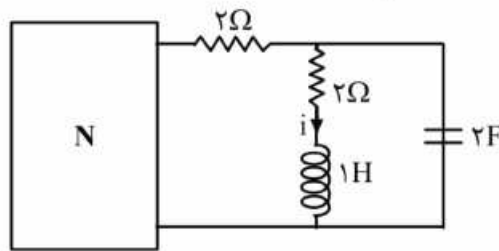
تلفات $P_{av} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 W$

مصرف $P_{av} = -1 W$

نصفیه

اگر در مدار زیر $i = \sin t$ باشد توان متوسط N چند وات است؟

(مهندسی کامپیوتر - گرایش معماری - سراسری ۹۳)



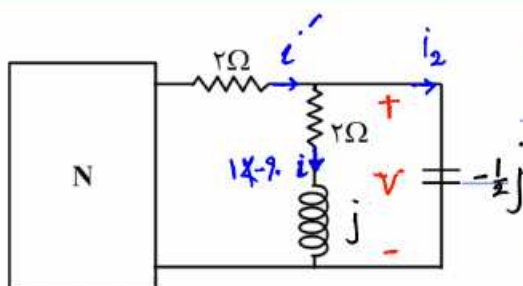
(۱) ۱۸

(۲) ۹

(۳) ۱۸

(۴) ۹

$$P_{av} = P_{2\Omega} + P_{2\Omega}$$



$$i = \sin t \rightarrow 1\angle -90^\circ$$

$$P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \times R \cdot |I|^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times |1\angle -90^\circ|^2 = 1 \text{ w}$$

$$V = 1\angle -90^\circ \times (2 + j) = -j \times (2 + j) = 1 - 2j \rightarrow \frac{1 - 2j}{-\frac{1}{2}j} = \frac{2j(1 - 2j)}{-\frac{1}{2}j} \rightarrow I_2 = 4 + 2j$$

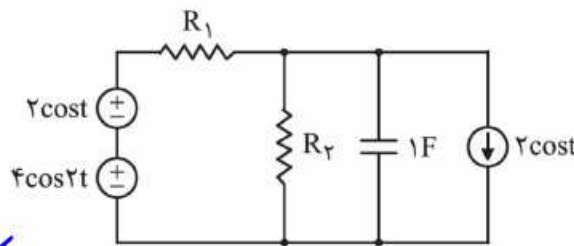
$$I' = I + I_2 = -j + (4 + 2j) = 4 + j \rightarrow |I'| = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

$$P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \times 2 \times (\sqrt{17})^2 = 17 \text{ w}$$

$$P_{av} = 1 + 17 = 18 \text{ w} \quad \text{تولیدی} \rightarrow P_{av} = -18 \text{ w} \quad \text{مصرف}$$

نمی باشد

در مدار شکل زیر با در نظر گرفتن $R_1 = 1\Omega$ و $R_2 = 1\Omega$ ، توان متوسط مصرفی (P_{avr}) در مقاومت R_1 چند وات است؟ (معماری - ۹۲)



(۱) ۱۶٫۴

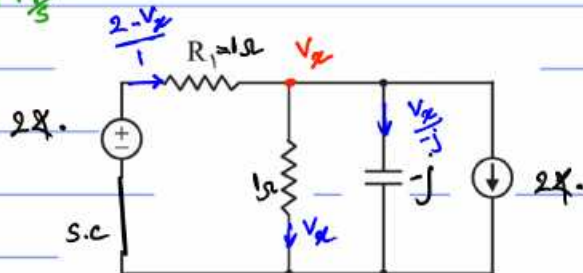
(۲) ۸٫۲

(۳) ۱۴

(۴) ۷

مدار شامل ۳ منبع مستقل با فنکشن متفاوت است پس از قضیه جمع آثار استفاده می کنیم

$\omega = 1 \text{ rad/s}$



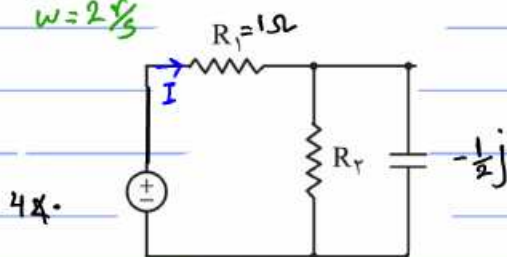
kcl: $2 - V_x = V_x + jV_x + 2$

$\rightarrow V_x = 0$

$\rightarrow V_{R_1} = 2V_x - 0 = 2$

$P_{R_1} = \frac{1}{2} \frac{|V_{R_1}|^2}{R_1} = \frac{1}{2} \times \frac{2^2}{1} = 2 \text{ W}$

$\omega = 2 \text{ rad/s}$



$|I| = \frac{|4 \times 1|}{|1 + 1 - \frac{j}{2}|} = \frac{4}{|1 + \frac{1}{2j+1}|} = \frac{4}{|\frac{2j+2}{2j+1}|}$

$|I| = \frac{4}{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$

$P_{1\Omega} = \frac{1}{2} R |I|^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10 = 5$

$P_{av} = P_{R_1} + P_{R_2} = 2 + 5 = 7 \text{ (W)}$

توان متوسط مقاومت 1Ω چه کسری از اندازه توان متوسط منبع است؟ (در

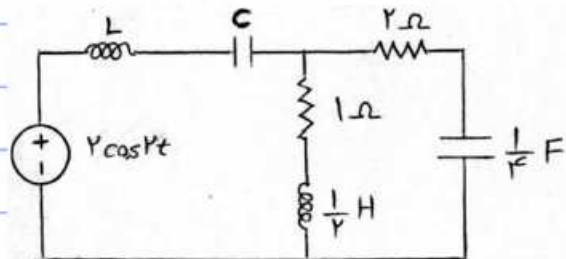
حالت دائمی سینوسی)

$$\frac{2}{3} (2)$$

$$1 (4)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

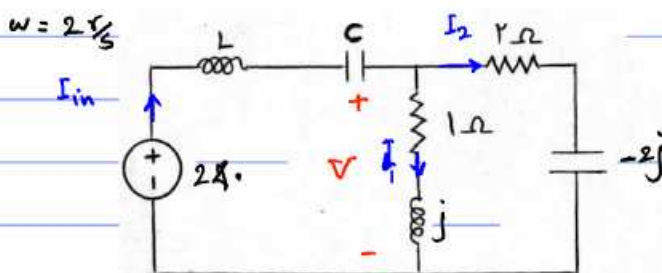
$$\frac{3}{4} (3)$$



✓ مقدار L ، C مشخص نیست - می‌توانید ولتاژ و جریان مدار را مستقل حساب کنید.

بقای توان (تلفاتی) : $P_{av} = P_{1\Omega} + P_{2\Omega}$

$$\frac{P_{1\Omega}}{P_{av}} = \frac{P_{1\Omega}}{P_{1\Omega} + P_{2\Omega}} \quad ?$$



$$|V| = |I_1| \cdot |1+j| = \sqrt{2} |I_1|$$

$$|I_2| = \frac{|V|}{|2-2j|} = \frac{\sqrt{2} |I_1|}{2\sqrt{2}} = \frac{|I_1|}{2}$$

$$|I_{in}| \neq |I_1| + |I_2|$$

نکته مهم

$$V = (1+j) I_1 \rightarrow I_2 = \frac{V}{2-2j} = \frac{1+j}{2-2j} I_1$$

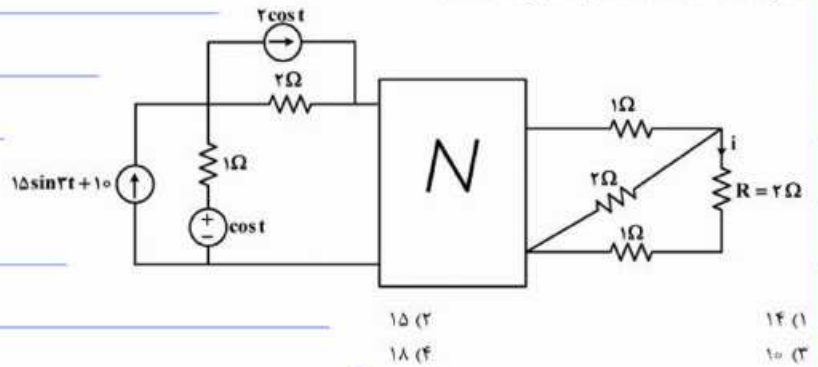
$$A = B+C \rightarrow |A| \neq |B| + |C|$$

$$\rightarrow I_2 = \frac{\sqrt{2} \times 45}{2\sqrt{2} \times 45} I_1 = \frac{1}{2} \times 90 = \frac{1}{2} j I_1$$

$$I_{in} = I_1 + I_2 = I_1 + \frac{1}{2} j I_1$$

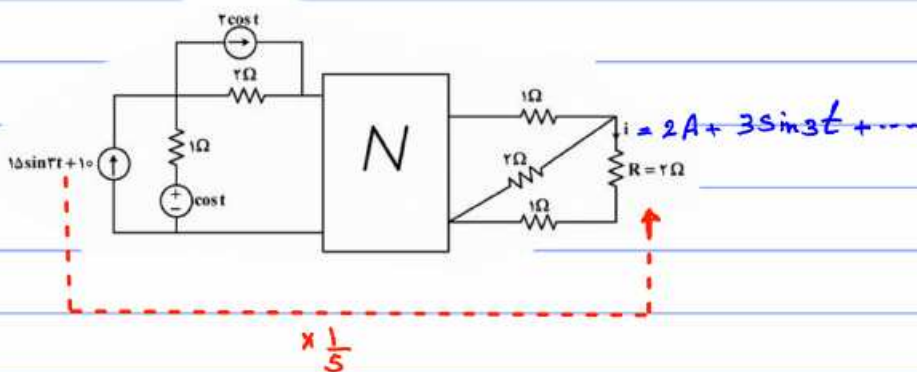
$$\frac{P_{1\Omega}}{P_{av}} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times |I_1|^2}{\frac{1}{2} \times 1 \times |I_1|^2 + \frac{1}{2} \times 2 \times |I_2|^2} = \frac{\frac{1}{2} \times |I_1|^2}{\frac{1}{2} \times |I_1|^2 + \frac{1}{2} \times |I_1|^2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$$

در مدار زیر، «N» شامل مقاومت های خطی و بدون منابع مستقل است. اگر جمله ثابت i ، برابر ۲ آمپر باشد، توان متوسط $R = 2\Omega$ ، چند وات است؟



✓ باید جریان را بدست آوریم. ترکیب خطی از منابع مقفل مدار است.
✓ به دلیل وجود فرکانس های متفاوت از قضیه جمع آثار برای توان متوسط استفاده می کنیم.

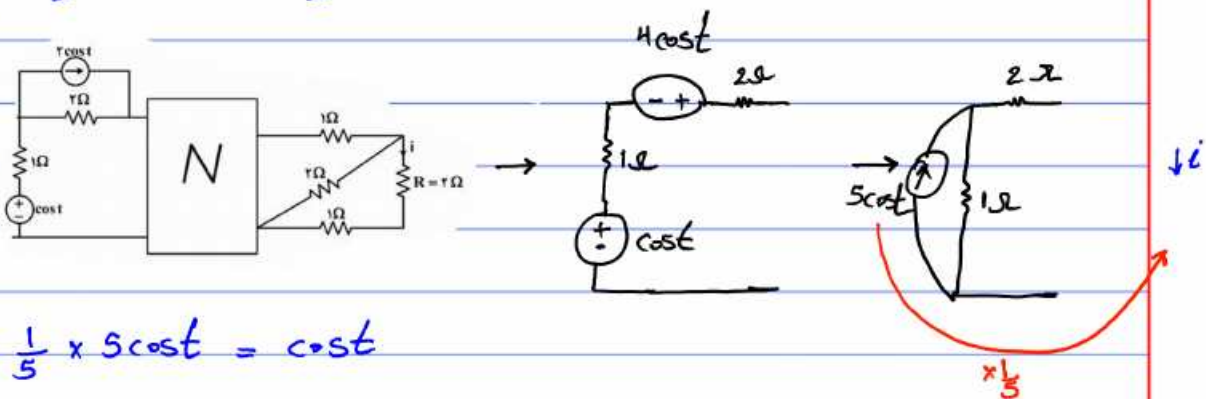
$$\omega = 0 \rightarrow i = 2A \rightarrow P_{2\Omega} = R \cdot i^2 = 2 \times 2^2 = 8W$$



$$\omega = 3 \rightarrow i = \frac{1}{5} \times 15 \sin 3t = 3 \sin 3t$$

$$P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \times R \cdot |i|^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9W$$

$$\omega = 1 \text{ s}$$



$$i = \frac{1}{5} \times 5 \cos t = \cos t$$

$$P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 = 1W$$

$$P_{av} = P_{2\Omega} + P_{2\Omega} + P_{2\Omega} = 1 + 9 + 8 = 18W$$

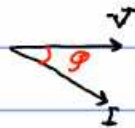
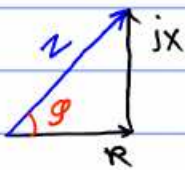
ضریب توان

نسبت توان متوسط یک شبکه به ماکزیمم توان متوسط شبکه را ضریب توان می گویند.

$$P.F = \frac{\bar{P}}{\bar{P}_{max}} = \frac{\frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi}{\frac{1}{2} V_m I_m} = \cos \varphi \quad \varphi = \theta_v - \theta_i$$

$$Z = R + jX$$

شبکه سلفی - مقاومتی :

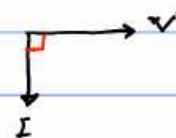


شبکه ملنی - سری فاز

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2} \rightarrow 1 < PF < 0$$

شبکه سلفی خالص :

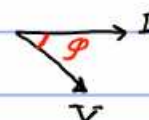
$$Z = +jX$$



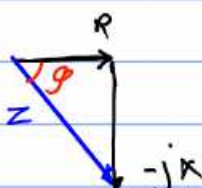
$$\varphi = 90 \rightarrow \cos \varphi = 0$$

شبکه خازنی مقاومتی :

$$Z = R - jX$$



پس فاز



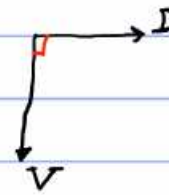
$$-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0 \rightarrow 0 < \cos \varphi < 1$$

$$Z = -jX$$

شکله خازنی خالص:



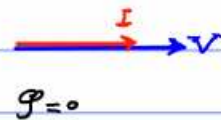
۹۰ پیمناز



$$\varphi = -90^\circ \rightarrow \cos \varphi = 0$$

$$Z = R$$

شکله مقاومتی خالص:



$$\varphi = 0 \rightarrow \cos \varphi = 1$$

✓ ضریب توان همواره بین $-1 \leq \cos \varphi \leq 1$ است که اگر مقاومت معادل منفی باشد ضریب توان می تواند منفی شود

✓ از آنجایی $\cos(\theta_i - \theta_v) = \cos(\theta_v - \theta_i)$ برای بیان ضریب توان یک شبکه باید پس فاز یا پس فاز بودن شبکه قید شود.

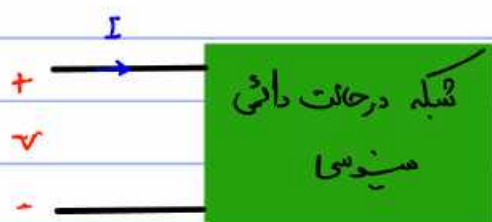
✓ هر چقدر φ کوچکتر باشد ضریب توان بزرگتر می شود و شبکه توان حقیقی بیشتری مصرف می کند

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi$$

توان واقعی

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin \varphi \rightarrow \text{تأجیبی می شود باید کاهش داد - کاری انجام نمی دهد}$$

محاسبه ضریب توان



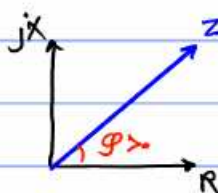
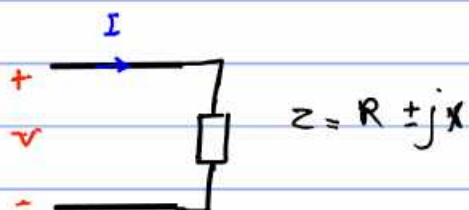
روش اول: با داشتن فازور V و I و اختلاف فاز V و I ضریب توان را محاسبه کنیم.

$$V = V_m \angle \theta_v$$

$$\rightarrow \cos \phi = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

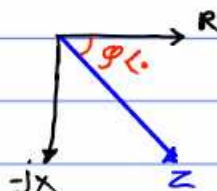
$$I = I_m \angle \theta_i$$

روش دوم: با محاسبه امپدانس معادل شبکه، و فاز امپدانس به همان اختلاف فاز ولتاژ و جریان است.



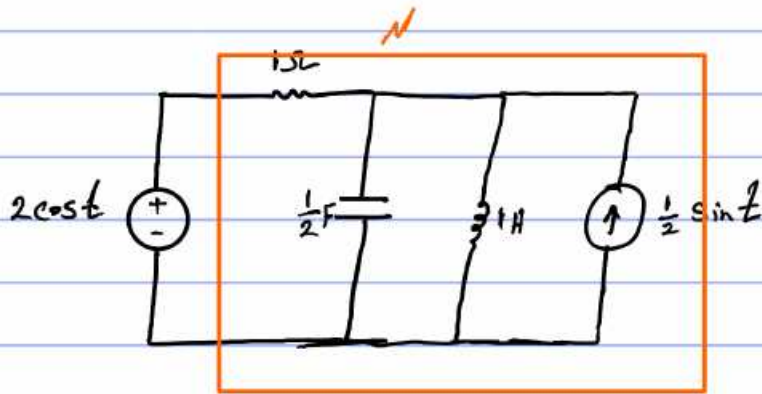
سلف

$$\cos \phi = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad \text{ریس فاز}$$



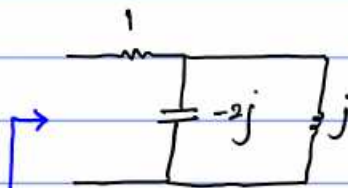
$$\cos \phi = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad \text{ریس فاز}$$

مثال: ضریب توان مکه زیر را بدست آورید.



روش اول: محاسبه امپدانس

$$\omega = 1 \text{ rad/s}$$



$$Z_{eq} = 1 + -2j \parallel j = 1 + \frac{2}{-j} = 1 + 2j$$

$$Z = \sqrt{5} \angle \tan^{-1} 2$$

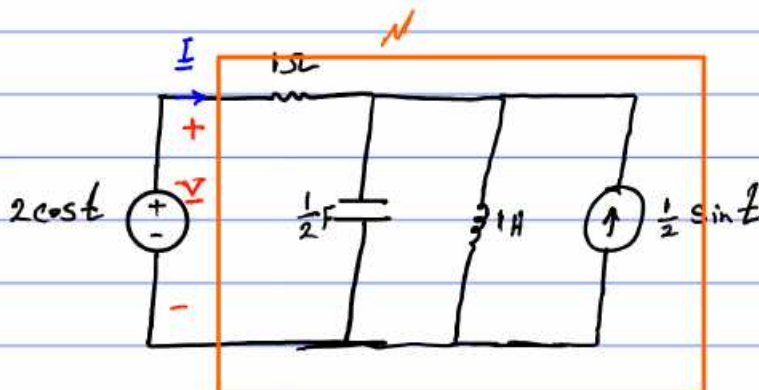
$$\text{P.F.} = \cos(\tan^{-1} 2) = ?$$

$\tan^{-1} 2$ بدانیم



$$\cos \phi = \frac{R}{|Z|} = \frac{1}{\sqrt{1+2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \text{پس فاز}$$

روش دوم: تحلیل مدار و محاسبه V و I در حالت فازوری



$$\underline{I} = I \angle \theta_i$$

$$\underline{V} = V \angle \theta_v$$

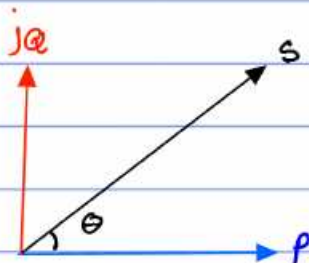
$$\cos \phi = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

توان مختلط

در قسمت های قبل روش های محاسبه توان حقیقی و راکتیو را با داشتن V و I بیان کردیم.

در این جلسه می خواهیم روش دیگری برای محاسبات توان بیان کنیم. توان یک شبکه را به قدم **مختلط** می توان تعریف کرد.

شبکه **سبب فاز** $S = P + jQ$



- S توان ظاهری بر حسب (VA)
- P توان حقیقی بر حسب (W)
- Q توان راکتیو بر حسب (VAR)

$$\tan \theta = \frac{Q}{P} = \frac{\frac{1}{2} V_m I_m \sin \phi}{\frac{1}{2} V_m I_m \cos \phi} = \tan \phi$$

نتیجه می شود فاز توان مختلط S همان ϕ که $\phi = \theta$ بود.

$$\tan \phi = \frac{Q}{P}$$

$$S = P + jQ = |S| \angle \phi = \sqrt{P^2 + Q^2} \angle \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$

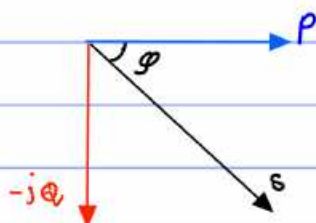
$$\cos \phi = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

$|S|$ توان ظاهری

$$\sin \phi = \frac{Q}{|S|} = \frac{Q}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

شبکه **سبب فاز** $S = P - jQ$

$$S = |S| \angle -\tan^{-1} \frac{Q}{P}$$



$$S = P + jQ = |S| \angle \varphi = |S| \cos \varphi + j |S| \sin \varphi$$

$$\underline{S} = P + jQ = |S| \angle \varphi = \frac{P}{\cos \varphi} \angle \varphi = \frac{S}{\sin \varphi} \angle \varphi$$

$$\underline{S} = P + jQ = P + j |S| \sin \varphi = P + j \frac{P \sin \varphi}{\cos \varphi} = P + j P \tan \varphi$$

$$\underline{S} = P + jQ = |S| \cos \varphi + jQ = \frac{Q}{\sin \varphi} \cos \varphi + jQ = Q \cot \varphi + jQ$$

محاسبه توان مختلط با جیبک و کتانژ:

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{V} \underline{I}^* = \underline{V}_e \underline{I}_e^*$$

$$|S| = \frac{1}{2} V_m I_m \longrightarrow \underline{S} = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \varphi + j \frac{1}{2} V_m I_m \sin \varphi$$

✓ همراه $|S| \geq P$ و $|S| \geq Q$ برقرار است.

✓ قضیه بقای توان برای توان مختلط برقرار است.

$$\underline{S}_{\text{مجموع}} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \dots$$

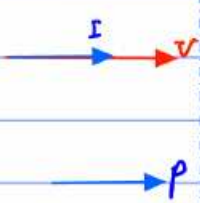
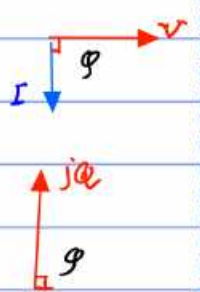
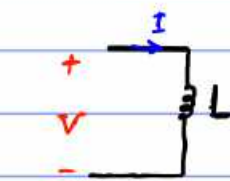
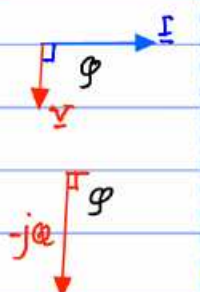
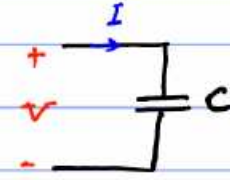
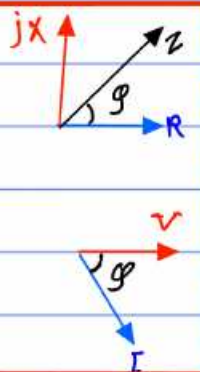
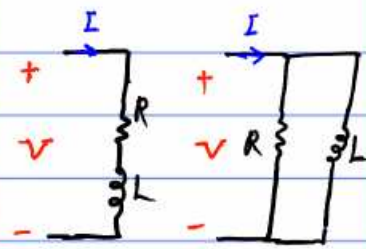
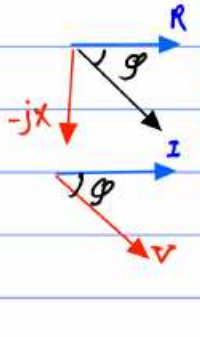
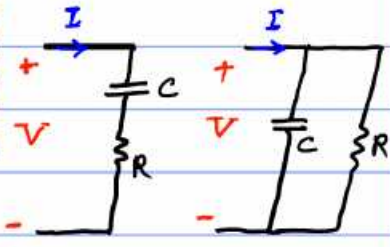
$$P_{\text{مجموع}} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

$$Q_{\text{مجموع}} = Q_1 + Q_2 + \dots$$

فردم دلیل: $|S|_{\text{مجموع}} + |S|_{\text{مطلوبه}} = 0$

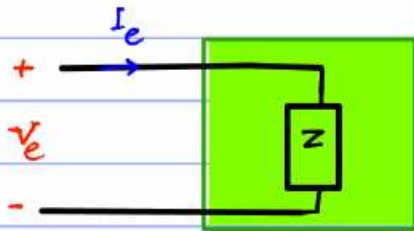
$$\begin{aligned} & \left| \frac{P}{\cos \varphi} \right| + \left| \frac{P}{\cos \varphi} \right| = 0 \\ & |Q| + \left| \frac{Q}{\sin \varphi} \right| = 0 \end{aligned}$$

ضروری بر روابط

مثال تان و فازور I و V	S	P, Q	$\varphi = \theta_v - \theta_i$	سبک معادل
	$S = P + j0$	$P > 0, Q = 0$	$\theta_v = \theta_i \rightarrow \varphi = 0$ $\cos \varphi = 1$	
	$S = +jQ$	$P = 0, Q > 0$	$\varphi = +90^\circ$ سب فاز $\cos \varphi = 0$	
	$S = -jQ$	$P = 0, Q < 0$	$\varphi = -90^\circ$ سب فاز $\cos \varphi = 0$	
	$S = P + jQ$	$P > 0, Q > 0$	$Z = R + jX$ $0 < \varphi < 90^\circ$ سب فاز $1 > \cos \varphi > 0$	
	$S = P - jQ$	$P > 0, Q < 0$	$Z = R - jX$ $-90^\circ < \varphi < 0$ سب فاز $1 > \cos \varphi > 0$	

توان مختلط به فرم دیگر

فرض کنید امپدانس شبکه معادل با $Z = R + jX$ باشد. در این حالت می توان $S = P + jQ$ را بر حسب امپدانس بار محاسبه کرد.



$$V_e = I_e Z, \quad S = V_e I_e^*$$

$$\underline{S} = Z I_e I_e^* = Z |I_e|^2 = |I_e|^2 (R + jX)$$

$$\rightarrow \underline{S} = |I_e|^2 R + j |I_e|^2 X = P + jQ$$

$$P = R |I_e|^2 = \frac{1}{2} R |I_m|^2$$

$$Q = X |I_e|^2 = \frac{1}{2} X |I_m|^2$$

نتیجه:

$$P = \frac{|V_e|^2}{R} = \frac{1}{2} \frac{|V_m|^2}{R}$$

$$Q = \frac{|V_e|^2}{X} = \frac{1}{2} \frac{|V_m|^2}{X}$$

V_m و V_e ولتاژ دوسر R یا X است
نه دوسر $Z = R + jX$

$$X_c = -\frac{1}{\omega C}$$

$$X_L = \omega L$$

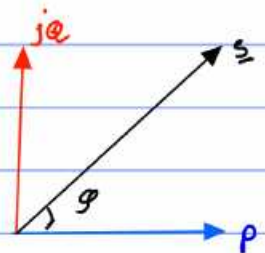
مثال) یک بار الکتریکی با ولتاژ 240v rms کار میکند. بار توان 8kw را با ضریب توان 0.8 پسفاز مصرف میکند.

الف) توان مختلط را محاسبه کنید.

ب) امپدانس بار را بدست آورید.

$$\underline{S} = P + jQ \xrightarrow{\text{پسفاز}} \underline{S} = P + jQ$$

$$P = 8 \text{ kW}, \quad \cos \phi = 0.8$$



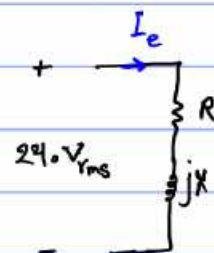
$$\cos \phi = \frac{P}{|S|} = 0.8 \rightarrow |S| = \frac{8 \text{ kW}}{0.8} = 10 \text{ kVA} \quad \text{توان ظاهری}$$

$$\cos \phi = 0.8 \rightarrow \sin \phi = 0.6$$

$$\underline{S} = 10 \cos \phi + j 10 \sin \phi = \frac{8 \text{ k}}{P} + j \frac{6 \text{ k}}{Q} = 10 \angle \tan^{-1} \frac{Q}{P} \text{ (kVA)}$$

$$P = V_e I_e \cos \phi \rightarrow 8 \text{ kW} = 240 \times I_e \times 0.8$$

$$\rightarrow I_e = 42 \text{ (A)}$$



$$\cos \phi = 0.8 \rightarrow \phi = 36^\circ$$

$$Z = \frac{|V_e|}{|I_e|} \angle 36^\circ = \frac{240}{42} \angle 36^\circ = 5.7 \angle 36^\circ = 5.7 \cos \phi + j 5.7 \sin \phi$$

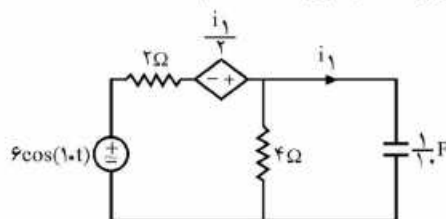
$$= \frac{4.6}{R} + j \frac{3.4}{X_L}$$

ج) اگر فرکانس مدار 60 rad/s باشد مقدار سلف چند هانری است؟

$$X_L = \omega L = 10 L = 3.4 \rightarrow L = \frac{3.4}{10} = 0.34 \text{ H}$$

بازگشت به بالا

در مدار شکل زیر، توان مختلطی که منبع مستقل به مدار می دهد کدام است؟

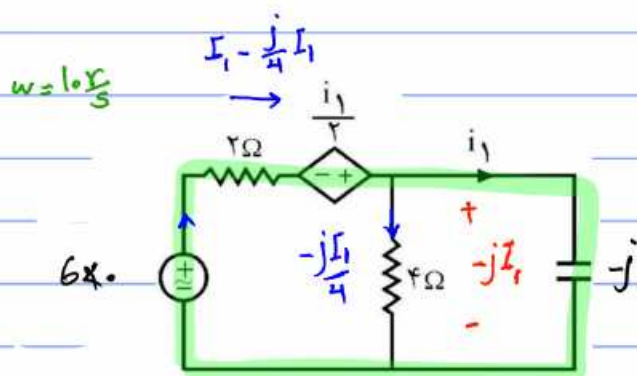


(۱) $7/5 - 4/5j$

(۲) $4/5 + 7/5j$

(۳) $7/5 + 4/5j$

(۴) $4/5 - 7/5j$



$$6 = 2 I_1 (1 - \frac{j}{4}) - \frac{I_1}{2} - j I_1$$

$$I_1 = \frac{6}{2(1 - \frac{j}{4}) - \frac{1}{2} - j} = \frac{6}{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}j}$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{4}{1-j} = \frac{4}{\sqrt{2} \angle -45^\circ} = 2\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

$$I_{in} = I_1 - \frac{j}{4} I_1 = \frac{4}{1-j} - \frac{j}{1-j} = \frac{4-j}{1-j}$$

$$S = \frac{1}{2} \underline{V} \cdot \underline{I}_{in}^* = \frac{1}{2} \times 6 \angle \left(\frac{4-j}{1-j} \right)^* = 3 \left(\frac{j-4}{j-1} \right) \times \frac{j+1}{j+1}$$

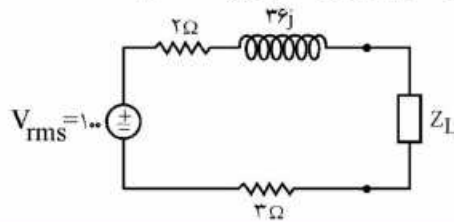
$$= 3 \left(\frac{-5-3j}{-2} \right) = \frac{7.5}{P} + \frac{4.5j}{Q}$$

مدار خاصیت تلفی دارد
پس فاز

باز تست

امپدانس بار Z_L خازنی و مقدارش 100Ω است و توان راکتیو بار برابر 20 kVar - است.

اگر توان راکتیو کل شبکه 8 kVar - باشد، مقدار حقیقی بار خازنی چند اهم است؟



- (1) 20Ω (2) 50Ω
(3) 30Ω (4) 80Ω

$$Z_L = R - jX_c$$

$$S = P - jQ = P - j20 \text{ kVAR}$$

$$Q_{\text{کل}} = -8 \text{ kVAR}$$

$$Q = Q_{\text{خازن}} - Q_{\text{سلف}} \rightarrow -8 \text{ kVAR} = Q_{\text{سلف}} - 20 \text{ k}$$

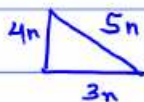
$$Q_{\text{سلف}} = X_L \cdot |I_e|^2 \rightarrow 12 \text{ k} = 36 \cdot |I_e|^2 \rightarrow |I_e|^2 = \frac{1}{3} \text{ k} \rightarrow Q_{\text{سلف}} = 12 \text{ kVAR}$$

$$Q_c = 20 \text{ kVAR} = X_c \cdot |I_e|^2 \rightarrow 20 \text{ kVAR} = X_c \cdot \frac{1}{3} \text{ kA} \rightarrow X_c = 60$$

بار Z_L خازنی و مقدارش 100Ω است

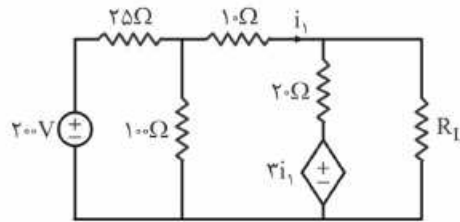
$$|Z| = 100 = \sqrt{R^2 + 60^2} \rightarrow R = 80$$

لکه اندازه $100 = Z$



بافت

در شکل زیر مقدار بار R_L چند اهم باشد تا توان مصرفی آن $250W$ گردد؟



(1) $2/5\Omega$

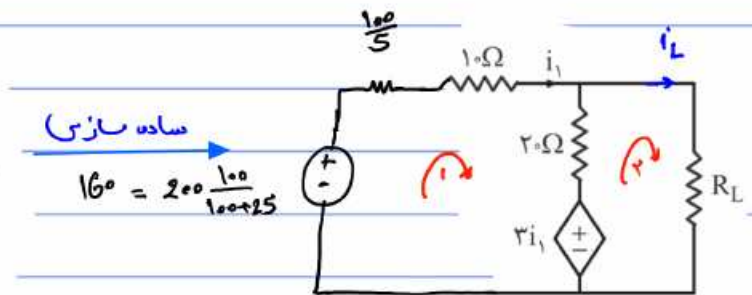
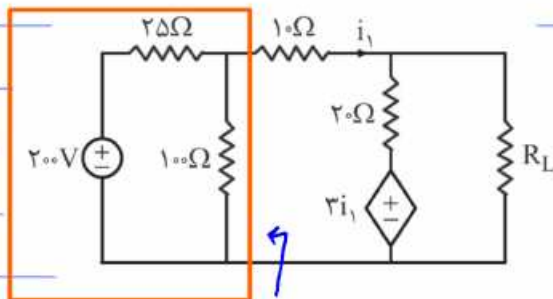
(2) $7/5\Omega$

(3) $22/5\Omega$

(4) موارد 1 و 3

مدار DC ← منبع سینوسی ندارد مفاهیم فصل اول مدارات مقاومتی

$$P_L = 250 = R_L \cdot i_L^2 \quad (*)$$



ساده سازی

$$160 = 200 \frac{100}{100+25}$$

$$\text{KVL 1: } 160 = 30i_1 + 20(i_1 - i_L) + 3i_1$$

$$\text{KVL 2: } -30i_1 - 20(i_1 - i_L) + i_L R_L = 0$$

$$\text{1, 2: } i_L = \frac{100}{7.5 + R_L} \quad (**)$$

$$\rightarrow 15i_L^2 - 200i_L + 50 = 0$$

$$250 = R_L \cdot i_L^2 \quad (*)$$

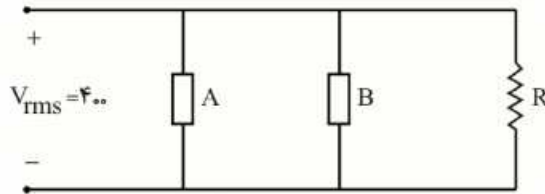
$$i_{L1} = 10A \rightarrow R_L = 2.5\Omega$$

$$i_{L2} = \frac{10}{3}A \rightarrow R_L = 22.5\Omega$$

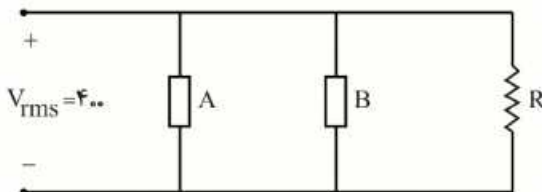
نیز به 4 جواب است.

بازگشت

در شبکه شکل زیر بار A ، 1 kW توان با ضریب $\cos \phi = 0.8$ پس فاز و بار B ، 8 kW توان با ضریب $\cos \phi = 0.6$ پس فاز مصرف می کند. مقاومت R چه باشد تا کل توان مصرف شده دارای ضریب توان $\frac{\sqrt{2}}{2}$ پس فاز باشد؟



$$\cos \phi_{\text{کل}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ پس فاز} \rightarrow \phi_{\text{کل}} = +45^\circ$$



$$\underline{S} = P + jQ, \phi = 45^\circ$$

$$\cos \phi = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{P}{|S|} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

بار A : $P = 10 \text{ kW}$ و $\cos \phi = 0.8 \Rightarrow \underline{S}_A = 10 + j7.5 \text{ (kVA)}$

سپ فاز
 $|S| = \frac{P}{\cos \phi} = \frac{10}{0.8} \rightarrow Q = |S| \sin \phi = \frac{10}{0.8} \times 0.6 = 7.5 \text{ kVAR}$

بار B : $P = 8 \text{ kW}$ و $\cos \phi = 0.6 \rightarrow \sin \phi = 0.8$ سپ فاز

$$\underline{S}_B = 8 + j \frac{8}{0.6} \times 0.8 = 8 + j10.7 \text{ (kVA)}$$

بار مقاومت R : $\underline{S} = P + jQ = \frac{|V_e|^2}{R} = \frac{(400)^2}{R} = \frac{160}{R} \text{ kW}$

$$\underline{S}'_{\text{کل}} = \underline{S}_A + \underline{S}_B + \underline{S}_R = (10 + j7.5) + 8 + j10.7 + \frac{160}{R}$$

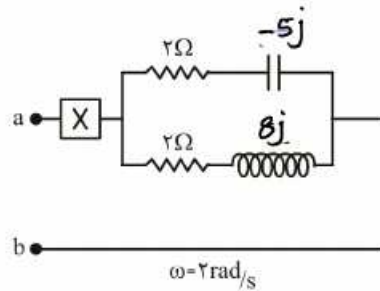
$$\tan^{-1} \frac{Q}{P} = 45 \rightarrow \frac{Q}{P} = 1 \rightarrow$$

بای $\phi = 45^\circ$ $P = Q$

$$10 + 8 + \frac{160}{R} = 18.2 \rightarrow \frac{160}{R} = 0.2 \rightarrow R = 800 \Omega$$

بانک تست

در مدار زیر المان x چه باشد که ضریب توان مدار از دو سر a و b ، 0.707 و پس فاز گردد؟



$$C = 6/0.4 \text{ F} \quad (1)$$

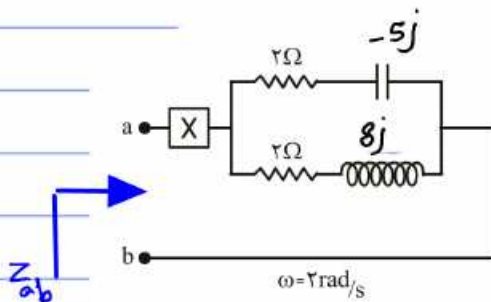
$$L = 6/0.4 \text{ H} \quad (2)$$

$$C = \frac{1}{24/16} \text{ F} \quad (3)$$

$$L = \frac{1}{24/16} \text{ H} \quad (4)$$

$\cos \phi = 0.707 = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \phi = +45^\circ$

$$Z_{ab} = R + jX = |Z| \angle +45^\circ \rightarrow \tan^{-1} \frac{X}{R} = 45^\circ \rightarrow \boxed{R = X}$$



$$Z_{ab} = \pm jX + (2-5j) \parallel (2+8j)$$

$$= \pm jX + \frac{(2-5j)(2+8j)}{(2-5j) + (2+8j)}$$

$$= \pm jX + \frac{44 + 6j}{4 + 3j} \times \left(\frac{4-3j}{4-3j} \right)$$

$$Z_{ab} = \pm jX + 7.76 - j4.32$$

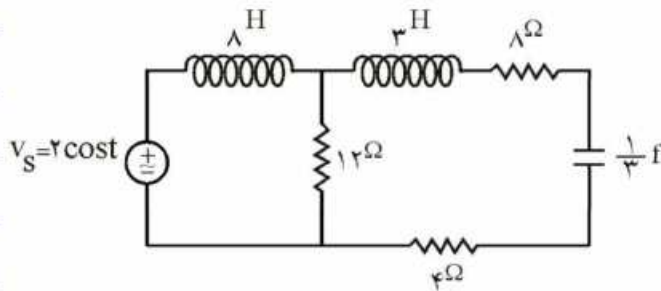
می خواهیم $\phi = +45^\circ$ و $Z_{ab} = R + jX_{ab}$ چون سری فاز است $R = X_{ab}$ باید معنی باشد

$$\rightarrow 7.76 = (X - 4.32) \rightarrow X_{ab} = 12.08 = \omega L = 2 \times L$$

$$L = \frac{12.08}{2} = 6.04 \text{ H}$$

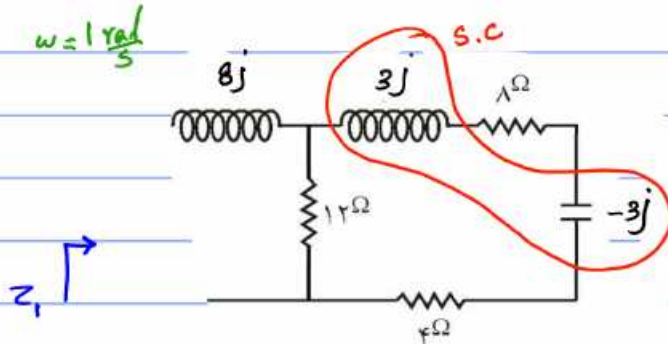
بانک تست

چه خازنی به موازات منبع مدار شکل روبرو قرار گیرد تا ضریب توان شبکه یک شود؟



- (۱) ۰/۰۸ f
- (۲) ۰/۱۶ f
- (۳) ۰/۲ f
- (۴) ۰/۰۴ f

۱. امپدانس مدار



$$Z_i = 8j + 12 \parallel (8 + 4) = 6 + 8j$$

۲. $\cos \phi$ مطلوب ؟ $\phi = 0 \rightarrow \cos \phi = 1$ $\rightarrow$ قسمت موهومی امپدانس یا $\rightarrow$ ادmittانس صفر شود.

۳. خازن مولزی $\leftarrow$ برو ادmittانس را حساب کن
خازن سری $\leftarrow$ ~ ادmittانس را حساب کن

$$Z_i = 6 + 8j \rightarrow Y_i = \frac{1}{6 + 8j}$$

$$Y_{eq} = \frac{j}{X_c} + \frac{1}{6 + 8j} = \frac{j}{X_c} + \frac{6 - 8j}{100} = \frac{6}{100} + j\left(\frac{1}{X_c} - \frac{8}{100}\right)$$

$$\operatorname{Im}(Y_{eq}) = 0 \rightarrow \frac{1}{X_c} = \frac{8}{100} \rightarrow \omega C = \frac{8}{100}$$

$$\omega = 1 \rightarrow C = 0.08 \text{ F}$$

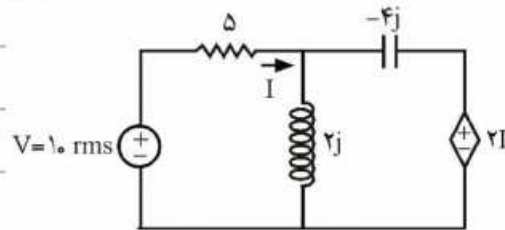
تعمین: چه خازنی باید سری کنیم تا ضریب توان یک شود.

$$Z_i = 6 + 8j \rightarrow \text{اصلاح } Z_{eq} = 6 + 8j - jX_c \rightarrow \operatorname{Im}\{Z_{eq}\} = 0$$

$$\rightarrow 8 - X_c = 0 \rightarrow \frac{1}{\omega C} = 8 \xrightarrow{\omega=1} C = \frac{1}{8} \text{ F}$$

بانک تست

توان مختلطی که منبع ولتاژ مدار شکل زیر به مدار می دهد، کدام است؟



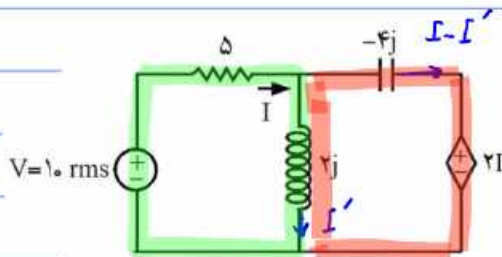
(۱) $12 + 16j$

(۲) $12 - 16j$

(۳) $-12 + 16j$

(۴) $3 + 4j$

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{V}_e \underline{I}_e^*$$



kvl $10 = 5I + 2jI' \rightarrow I' = \frac{10 - 5I}{2j}$

kvl $-2jI' - 4j(I - I') + 2I = 0$

$$-2j \left(\frac{10 - 5I}{2j} \right) - 4j \left(I - \frac{10 - 5I}{2j} \right) + 2I = 0$$

$$\rightarrow 5I - 10 - 4jI + 20 - 10I + 2I = 0$$

$$\underline{I}_e = \frac{-10}{-3 - 4j} \rightarrow \underline{S} = \underline{V}_e \cdot \underline{I}_e^* = 10 \times \frac{-10}{-3 + 4j}$$

$$\underline{S} = 100 \frac{+3 + 4j}{25} = \underline{12} + j\underline{16}$$

$\underline{P} \quad \underline{Q}$

منبع 16 VAR توانی معروضی تولید صرف خاصیت سلفی مدار می شود.

بانک تست

دو بار A که توان $200W$ و $PF=0.8$ پیشفاز و بار B که توان $200Var$ و $PF=0.6$ پسفاز دارند در یک شبکه قرار دارند. اختلاف فاز ولتاژ و جریان کل مدار چند درجه است؟

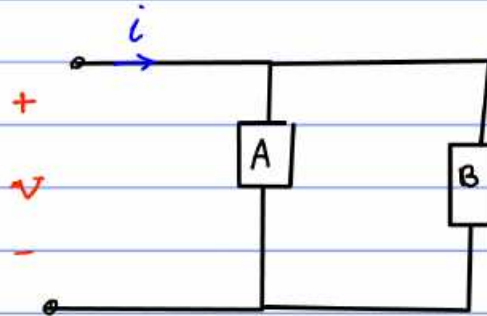
$$\varphi = 45 \quad (2)$$

$$\varphi = 0 \quad (1)$$

$$\varphi = \text{Arc tan } \gamma \quad (4)$$

$$\varphi = \text{Arc tan } \frac{1}{\gamma} \quad (3)$$

$$\underline{S} = P + jQ = |S| \angle \varphi, \quad \varphi = \theta_v - \theta_i$$



$$P_A = 200W, \quad \cos \varphi = 0.8, \quad \text{پیشفاز}$$

$$\underline{S}_A = 200 - j \frac{200}{0.8} \times \sin \varphi = 200 - j \frac{200 \times 0.6}{0.8} = 200 - j150$$

$$Q_B = 200 \text{ VAR}, \quad \cos \varphi = 0.6, \quad \text{پسفاز}$$

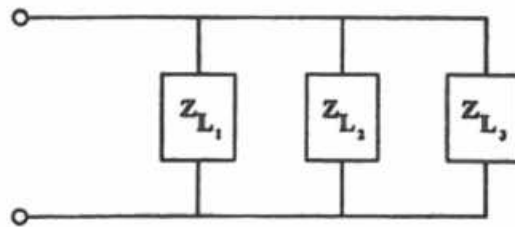
$$\underline{S}_B = \frac{200 \cdot \cos \varphi}{\sin \varphi} + j200 = \frac{200 \times 0.6}{0.8} + j200 = 150 + j200$$

$$\underline{S} = \underline{S}_B + \underline{S}_A = 350 + 50j \rightarrow S = \sqrt{350^2 + 50^2} \angle \tan^{-1} \frac{50}{350}$$

$$\Rightarrow \theta_v - \theta_i = \varphi = \tan^{-1} \frac{1}{7}$$

نیزه ۳

برق (85) سه بار Z_{L1} , Z_{L2} و Z_{L3} به طور موازی به یک شبکه مطابق شکل صفحه بعد وصل هستند. بار Z_{L1} توان 25 KW و 25 KVAR را جذب می کند. بار Z_{L2} توان 15 KVA را با ضریب توان پیشفاز 0.8 جذب می کند. بار Z_{L3} توان 11 KW را با ضریب توان 1 جذب می کند. ضریب توان کل بارها کدام است؟



- جواب:
- (1) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ ، پیشفاز
 - (2) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ ، پیشفاز
 - (3) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ ، پیشفاز
 - (4) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ ، پیشفاز

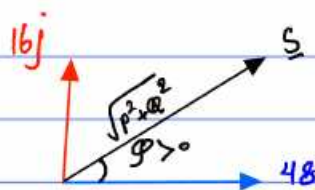
$$S_1 = 25 + 25j \text{ (kVA)}$$

$$S_2 = 15 \angle -\cos^{-1} 0.8 \quad \text{یا} \quad S_2 = 15 \cos \phi - j 15 \sin \phi = 12 - j 9 \text{ (kVA)}$$

$$S_3 = 11 \text{ kW}$$

$$S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 + S_3 = 48 + 16j$$

بارکس فاز-ملفی

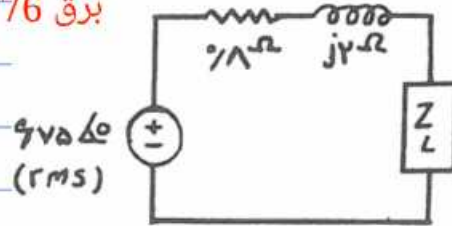


$$\cos \phi = \frac{P}{|S|} = \frac{48}{\sqrt{48^2 + 16^2}}$$

$$= \frac{48}{\sqrt{16^2 (3^2 + 1)}} = \frac{48}{16\sqrt{10}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{10}} \quad \text{پیشفاز}$$

برق 76



در شکل مقابل، امپدانس بار (Z_L) القایی و مقدارش، 26Ω است و توان متوسط برابر با 13KW جذب می‌کند. منبع ولتاژ سینوسی توان متوسط 13.5KW را به مدار تحویل می‌دهد. مقدار راکتانس القایی بار برابر کدام است؟

۲- $20/8\Omega$

۱- $15/6\Omega$

۴- بدلیل اطلاعات ناقص، نمی‌توان مشخص کرد

۳- 26Ω

$$|Z_L| = R + jX_L = 26 = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$P_L = 13\text{kw}$
 $P_S = 13.5\text{kw}$
→
 مایه توان صرف مقاومت ۰.۸

$$P_{0.8} = 0.8 \times |I_e|^2 = 0.5\text{kw} \rightarrow |I_e|^2 = \frac{500}{0.8} = 625$$

$$P_L = 13\text{kw} = R_L |I_e|^2 \rightarrow 13000 = R_L 625 \rightarrow R_L = 20.8\Omega$$

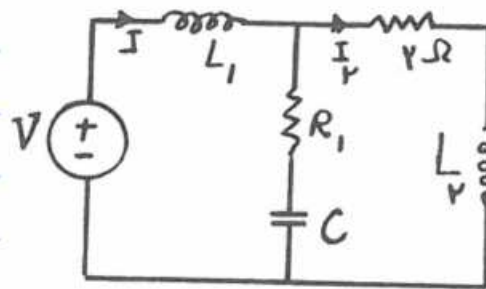
$$26 = \sqrt{20.8^2 + X_L^2} \rightarrow 676 = 432 + X_L^2 \rightarrow X_L^2 = 243$$

$$X_L = 15.6\Omega$$

نزینه ۱ ✓

برق 81

در مدار در حالت دائمی سینوسی شکل زیر، $V = 10 \angle 0^\circ$ و $I = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j)$ با مقادیر ماکزیمم برحسب ولت و آمپر) و توان متوسط R_1 برابر $1/5$ وات است. ماکزیمم جریان I_2 چند آمپر است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{2} (1)$$

$$1 (2)$$

$$\sqrt{3/5} (3)$$

(4) نمی توان محاسبه کرد چون به مقادیر عناصر بستگی دارد.

✓ مقادیر R_1 ، C نامعلوم لذا با kV و kA نمی توان حل کرد! $\leftarrow$ قانون تیلان یا فاباک توان

$$P_s = P_{R_1} + P_{R_2}$$

$$P_s = \operatorname{Re}\{S\} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{2} V I^*\right\} = \operatorname{Re}\left\{\frac{1}{2} \times 10 \times \frac{1}{2}(1-j)\right\} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \text{ W}$$

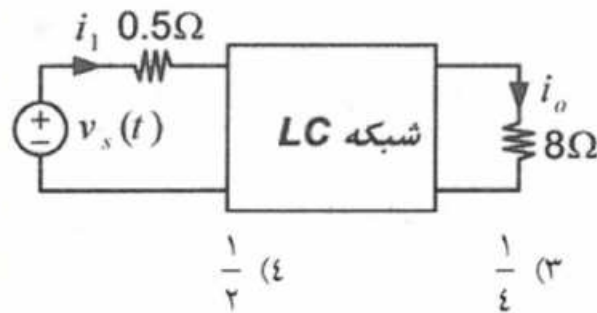
$$\frac{5}{2} = 1.5 + P_{R_2} \rightarrow P_{R_2} = 1 \text{ W} = \frac{1}{2} \times R_2 |I_2|^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times |I_2|^2$$

$$\rightarrow |I_2|^2 = 1 \rightarrow I_2 = 1 \text{ A}$$

نزینه ۱

برق 92

در مدار روبه‌رو، که در وضعیت دائمی سینوسی قرار دارد، اگر $v_s(t) = \cos \omega t$



ولت و $i_1(t) = \frac{1}{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$ آمپر
باشد، دامنه جریان $i_o(t)$ چند آمپر است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{40}$

(۱) $\frac{1}{8}$

✓ از مدار LC اطلاعات داریم یعنی با KVL، KCL نمی‌توان i_o را می‌سب کرد. قضیه بقای توان استفاده

$$P_s = P_{os} + P_{8\Omega}$$

می‌کنیم.

$$P_s = \frac{1}{2} V_m \cdot I_m \cos \phi = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} \cos(0 - (-\frac{\pi}{3})) = \frac{1}{8} \text{ W}$$

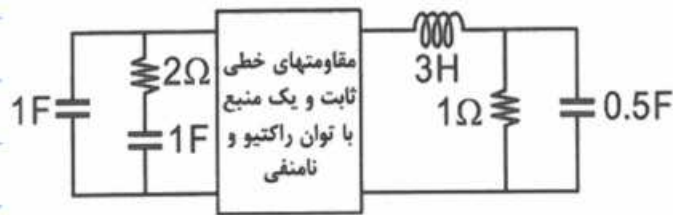
$$P_{os} = \frac{1}{2} \times 0.5 |I_1|^2 = \frac{1}{16} \text{ W}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{16} + P_{8\Omega} \rightarrow P_{8\Omega} = \frac{1}{16} \text{ W} = \frac{1}{2} \times 8 \times |I_o|^2$$

$$|I_o|^2 = \frac{1}{16 \times 4} \rightarrow |I_o| = \frac{1}{8} \text{ A}$$

نرسیده!

برق 90) فرض کنید مدار شکل زیر در فرکانس $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ در وضعیت دائمی سینوسی است. اگر توان متوسط مقاومت ۱ اهمی برابر دو وات باشد، مجموع توان های راکتیو خازن ها حداکثر چند وار (VAR) یا ولت آمپر راکتیو است؟



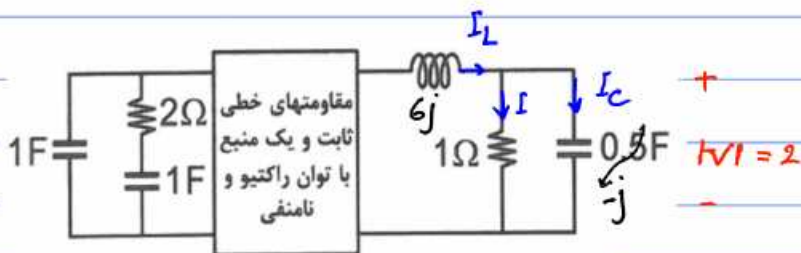
- (۱) -۲۴
(۲) -۴۸
(۳) -۱۲
(۴) -۶

بقای توان : $Q_{\text{منبع}} = Q_{\text{سلف}} + (-Q_{\text{خازن ها}})$

اگر $Q_{\text{منبع}} = 0$ مدار مجبور شود برای بقای توان $Q_{\text{خازن ها}}$ با $Q_{\text{سلف}}$ برابر شود.

هدف محاسبه $Q_{\text{سلف}} 3H \rightarrow Q_{\text{سلف}} = Q_{\text{خازن}}$

$$P_{1\Omega} = \frac{1}{2} R |I|^2 = \frac{1}{2} \times 1 |I_m|^2 = 2 \rightarrow |I| = 2 \text{ A}$$



$$|I_L| = \frac{|V|}{|Z|} = \frac{2}{\frac{1}{j\omega L} - j} = \frac{2}{\frac{1}{12} - j} = 2\sqrt{2}$$

$$Q_L = \frac{1}{2} X_L |I_L|^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times (2\sqrt{2})^2 = 24 \text{ VAR}$$

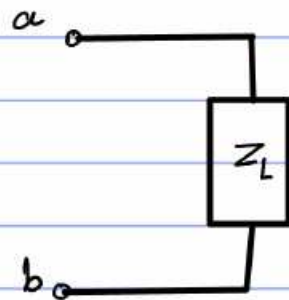
توان مصرفی سلف = توان تولیدی خازن

توان مصرفی خازن ۲۴ VAR -

نریندا

انتقال ماکزیم توان در حالت دائمی سینوسی

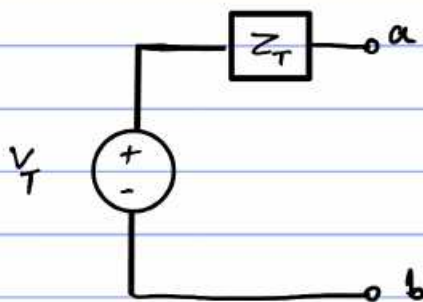
در این جلسه هدف بررسی عوامل و متغیرهایی است که در انتقال توان به بار نقش دارند. هر شبکه خطی را در حالت دائمی سینوسی می‌توانید معادل توفن در نظر گرفت:



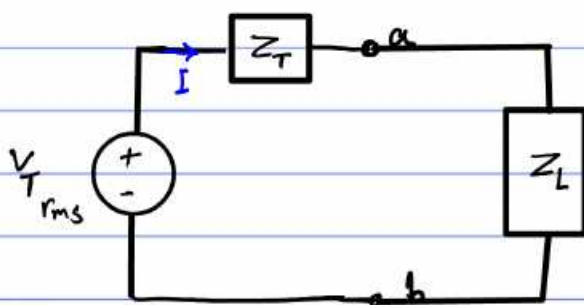
$$Z_L = R_L \pm jX_L$$

در حالت کلی

فرض کنید شبکه تولیدکننده توان را اثرهای را معادل توفن به صورت زیر در نظر بگیریم:



$$Z_T = R_T \mp jX_T$$



اگر بار Z_L را به شبکه متصل کنیم قسمتی از توان تولیدی

منبع سهم خط Z_T و قسمتی دیگر سهم بار Z_L می‌گردد

حال هدف یافتن رابطهای بین Z_T و Z_L است تا

بیشترین توان **حقیقی** سهم بار شود.

$$I = \frac{V_{T_{rms}}}{(R_T + R_L) + j(X_T + X_L)} \quad (1)$$

$$P = R_L |I|_{rms}^2 \quad (2)$$

$$\rightarrow P = \frac{|V_T|^2 R_L}{(R_T + R_L)^2 + (X_T + X_L)^2}$$

در رابطه توان حقیقی بدست آمده V_T و R_T و X_T ثابت و مربوط به شبکه تولید کننده است و فقط R_L و X_L قابل تغییر و تنظیم است. پس برای ماکزیمم کردن توان حقیقی باید نسبت به این متغیر از توان مشتق بگیریم:

$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial P}{\partial X_L} = \frac{-|V_T|^2 2 R_L (X_L + X_T)}{[(R_L + R_T)^2 + (X_L + X_T)^2]^2} = 0$$

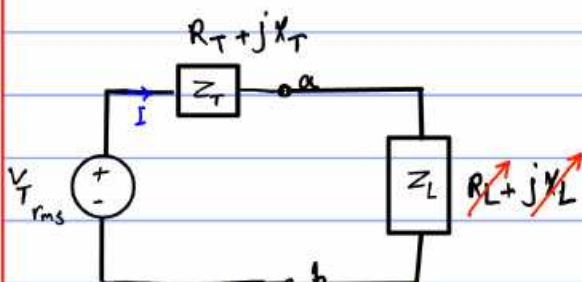
$$\textcircled{2} \quad \frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{|V_T|^2 [(R_T + R_L)^2 + (X_T + X_L)^2] - 2 R_L (R_T + R_L)}{[(R_L + R_T)^2 + (X_L + X_T)^2]^2} = 0$$

$$\textcircled{1} \quad X_L = -X_T$$

$$\textcircled{2} \quad R_L = \sqrt{R_T^2 + (X_L + X_T)^2}$$

$\Rightarrow$

$$Z_L = Z_T^*$$



حالت ۱: R_L و X_L هر دو متغیر باشد.

$$Z_L = Z_T^* \rightarrow R_L = R_T \text{ و } X_L = -X_T \quad \text{شرط تطبیق امپدانس}$$

$$Z_L = R_L + jX_L$$

حالت ۲: R_L متغیر و X_L ثابت باشد

$$R_L = |Z_T + jX_L| = \sqrt{R_T^2 + (X_L + X_T)^2} \quad \text{شرط تطبیق امپدانس}$$

حالت ۳: R_L ثابت و X_L متغیر

$$X_L = -X_T \quad \text{شرط تطبیق}$$

حالت ۴: انداز Z_L متغیر و زاویه Z_L ثابت (Z_L متغیر ولی $\frac{X_L}{R_L}$ ثابت) $|Z_L| = |Z_T|$: شرط تطبیق

حالت ۵: اگر $Z_L = R_L$ یعنی بار حقیقی خالص باشد

$$R_L = |Z_T| = \sqrt{X_T^2 + R_T^2}$$

حالت خاص: اگر مدار مقاومتی سرکه تطبیق امپدانس:

مضامی اول $R_L = R_T$

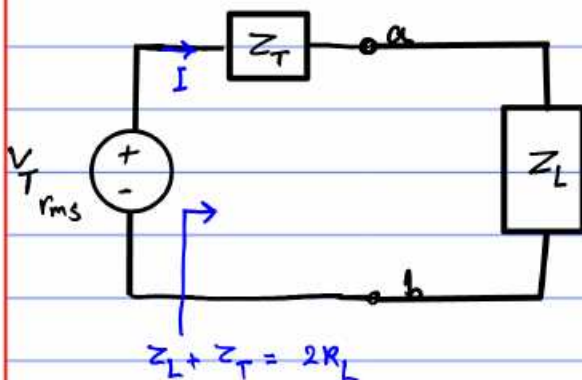
حالت خاص: اگر بار موهومی خالص $Z_L = X_L$

در این حالت مقاومتی ندارد و توان حقیقی مصرف کرد توان مینماید شود.

محاسبه توان در شرایط تطبیق امپدانس

$$Z_L = Z_T^*$$

شرط تطبیق

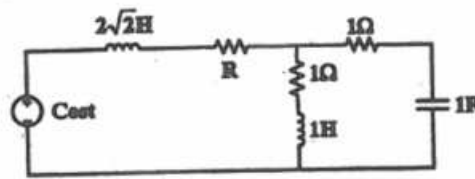


$$I = \frac{V_{T\text{ rms}}}{2R_L}, \quad P_L = R_L |I|^2 = \frac{1}{4} \frac{|V_T|^2}{R_L}$$

V_T مقدار موثر ولتاژ منبع

$$P_{L\text{ max}} = \frac{1}{4} \frac{|V_{T\text{ rms}}|^2}{R_L} = \frac{1}{8} \frac{|V_m|^2}{R_L}$$

برق (85) در مدار شکل زیر به ازاء چه مقدار R توان متوسط دریافتی آن حداکثر می شود؟



- ۱ (۱)
۳ (۲)
۹ (۳)
۱ + ۲\sqrt{۲} (۴)

$$Z_L = R$$

حقیقی خاص

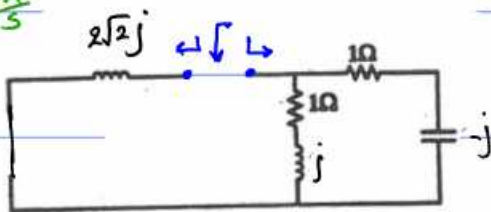
$$Z_L = R + j\omega L$$

① $X_L = -X_T$

② $R_L = |Z|_{\text{کس}} = |R_T + j(X_T + X_L)|$

چون بار X_L ندارد فقط رابطه ۲ استفاده می شود:

$\omega = 1 \text{ rad/s}$



$$Z_T = (1+j) \parallel (1-j) + 2\sqrt{2}j$$

$$Z_T = \frac{1+1}{2} + 2\sqrt{2}j = 1 + 2\sqrt{2}j$$

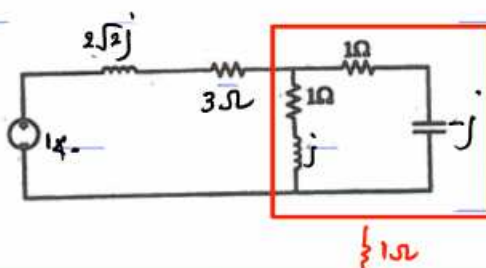
$$R = |1 + 2\sqrt{2}j| = \sqrt{1+8} = 3\Omega$$

✓ اگر $Z_L = R + jX_L$ ← سه تایی تطبیق $Z_L = Z_T^* = 1 - 2\sqrt{2}j$

✓ اگر $Z_L = jX_L$ ← سه تایی تطبیق $X_L = -X_T = -2\sqrt{2}j$

تدوین مهم: توان حقیقی R_L را محاسبه کنید.

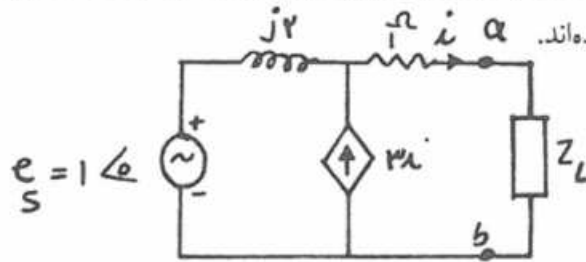
این رابطه بافزون $Z_L = Z_T^*$ اثبات شد ~~$P_L = \frac{1}{8} \frac{|V_T|^2}{R_L}$~~ : اشتباه



$$|I| = \frac{1}{|1+3+2\sqrt{2}j|} = \frac{1}{\sqrt{16+8}} = \frac{1}{\sqrt{24}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}$$

$$P_g = \frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{1}{2\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{1}{16} \text{ W}$$

در مدار زیر Z_L چقدر انتخاب شود تا بیشترین توان جذب آن گردد. مقدار در برق 73 فرکانس منبع داده شده اند.

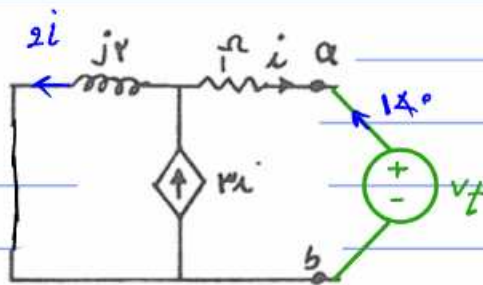


$$Z_L = 1 - j2 \quad -2$$

$$Z_L = 1 + j4 \quad -4$$

$$Z_L = 1 + j2 \quad -1$$

$$Z_L = 1 - j4 \quad -3$$



$$i = -1$$

$$v_t = 1 + 2j(2i)$$

$$\rightarrow Z_T = v_t = 1 - 4j$$

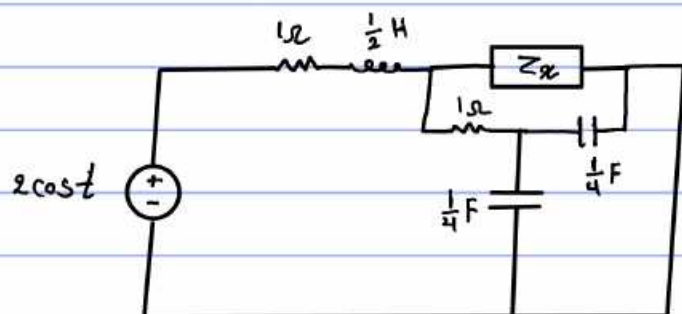
باقیه به دزیها، امپدانس فیم مختلط دارد پس شکل تطبیق امپدانس

$$Z_L = Z_T^*$$

$$Z_L = (1 - 4j)^* = 1 + 4j$$

$$P_L = \frac{1}{8} \frac{|V_T|^2}{R_L} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{8} \text{ W}$$

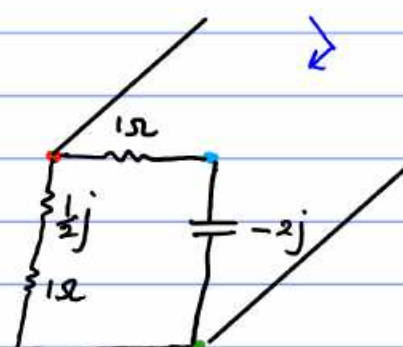
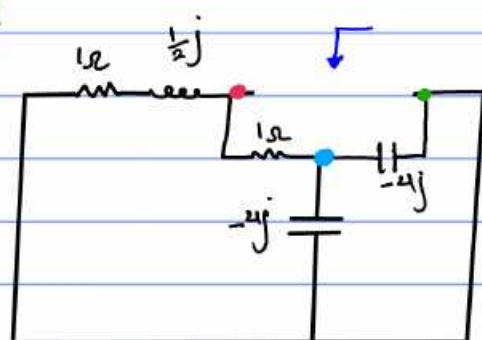
در مدار شکل زیر Z_X را بنحوی تعیین کنید که توان متوسط در آن ماکزیمم شود؟



۱. 1Ω ۲. $1 - j\frac{1}{2} \Omega$

۳. $1 + j\frac{1}{2}$ ۴. $2j$

$\omega = 1 \text{ rad/s}$



$$Z_T = (1 + \frac{1}{2}j) \parallel (1 - 2j) = \frac{(1+1) - \frac{3}{2}j}{2 - \frac{3}{2}j} = 1 + 0j$$

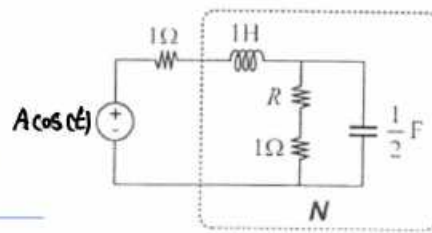
$Z_T = 1 \Omega$

۱) $X_L = -X_T \xrightarrow{X_T=0} \underline{X_L = 0}$

۲) $R_L = |Z_{\text{دورس}}| = |R_T + j(X_T + X_L)| \rightarrow R_L = |Z_T| = 1 \Omega$

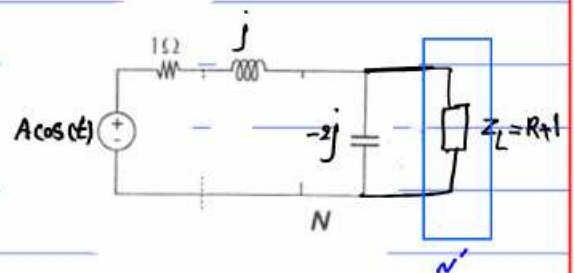
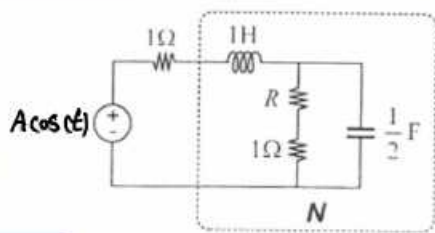
برق 87 — در مدار در حالت دائمی سینوسی زیر ماکزیمم توان N برابر $\frac{1}{8}$ وات است.

آنگاه :



- (۱) $R = 1\ \Omega$ و ولت $|A| = \frac{1}{2}$
 (۲) $R = 1\ \Omega$ و ولت $|A| = 1$
 (۳) $R = 3\ \Omega$ و ولت $|A| = 1$
 (۴) $R = 3\ \Omega$ و ولت $|A| = \frac{1}{2}$

✓ توان حقیقی فقط صرف مقاومت های N می شود یعنی توان حقیقی N برابر با توان حقیقی مشابه مقاومت



$$P_{N'} = P_N \quad , \quad Z_L = R + j$$

مطابقت

$$1) \quad X_L = -X_T$$

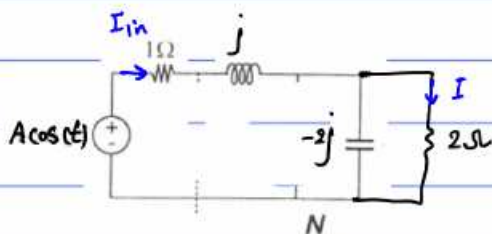
$$2) \quad R = |Z_{in}| = |R_T + j(X_T + X_L)|$$

$$X_L = \infty$$

$$R = |X_T + jX_T|$$

$$Z_T = (1+j) \parallel (-2j) = \frac{2-2j}{1-j} = \frac{2\sqrt{2} \angle -45^\circ}{\sqrt{2} \angle -45^\circ} = 2 \angle 0^\circ = 2\ \Omega$$

$$مطابقت \quad R+1 = |Z_T+1| = 2 \rightarrow R = 1\ \Omega$$



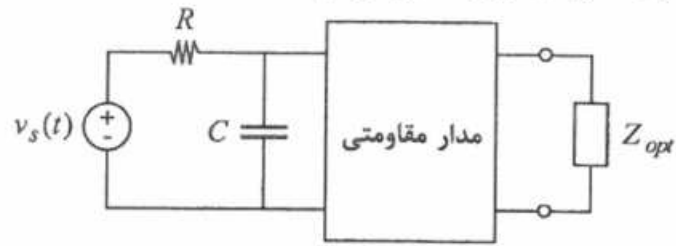
$$P_N = P_{2\Omega} = \frac{1}{2} \times 2 \times |I|^2 = \frac{1}{8} \rightarrow |I| = \frac{1}{\sqrt{8}}\ A$$

$$I_{in} = \frac{A}{1+j + 2 \parallel -2j} = \frac{A}{1+j + \frac{2}{j+1}} = \frac{A(1+j)}{2j+2} = \frac{1}{2} A$$

$$|I| = |I_{in}| \left| \frac{-2j}{2-2j} \right| = \frac{1}{2} A \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{8}} \rightarrow A = 1$$

برق 86

مدار شکل زیر در حالت دائمی سینوسی است. کدام گزینه به عنوان Z_{opt} (از حیث دریافت توان ماکزیمم) می تواند قابل قبول باشد؟



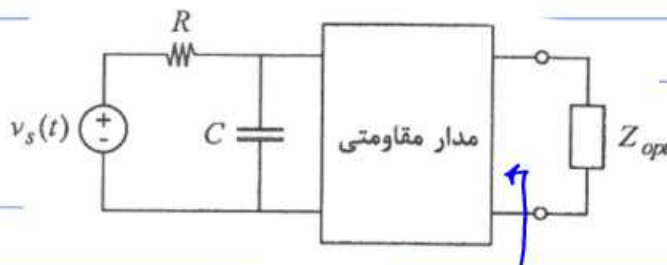
جواب:

(۴) $1+j$

(۳) $1-j$

(۲) $\sqrt{2}$

(۱) $j\sqrt{2}$



$$Z_T = R_{eq} - jX_{eq} \rightarrow Z_L = Z_T^* = R_{eq} + jX_{eq}$$

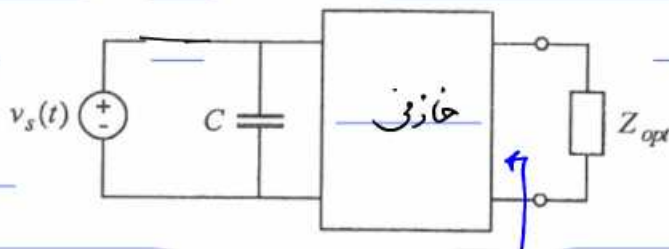
گزینه ۳ می تواند قابل قبول باشد.

$$X_L = -X_T \rightarrow X_L = 0$$

سوال: اگر مدار فاقد خازن بود؟

$$R_L = |Z| \rightarrow R_L = |R_{eq}|$$

بار باید حقیقی خالص باشد یعنی؟



$$Z_T = -jX$$

سوال:

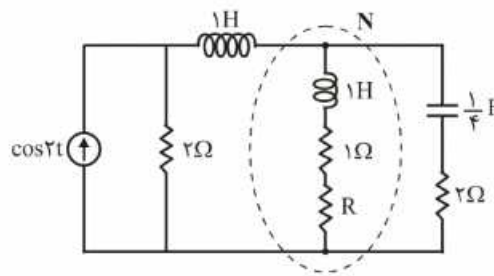
① $X_L = -X_T \rightarrow X_L = +jX$

$$Z_L = A + jB$$

⑤ $R_L = |Z| \rightarrow R_L = |0 + jX_T| = X$

به ازای چه مقداری از R توان متوسط N در حالت دائمی سینوسی ماکزیمم است؟

(معما - ۹۳)



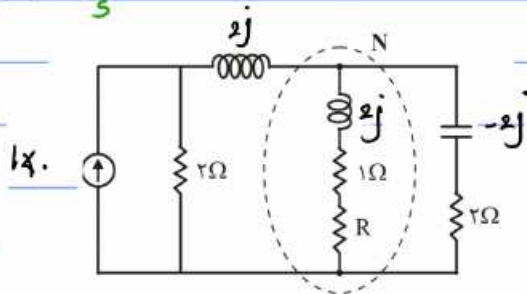
(۱) $\sqrt{2} - 1$

(۲) ۱

(۳) $2\sqrt{2}$

(۴) $2\sqrt{2} - 1$

$\omega = \frac{2\pi \times 1}{5}$



$Z_L = \frac{(R+1)}{R_L} + \frac{j2}{X_L}$

فرمول تطبیق

۱) $X_L = -X_T$

X_L بار کانت این رابطه کار برد دارد.

۲) $R_L = |Z| = |R_T + j(X_T + X_L)|$

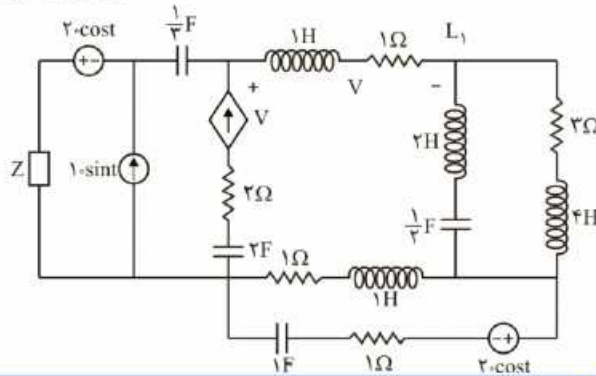
$Z_T = (2 + j2) \parallel (2 - j2) = 2 \Omega$

$R_L = |2 + j(0 + 2)| = 2\sqrt{2} = R + 1 \rightarrow R = 2\sqrt{2} - 1$

نزینه ۴

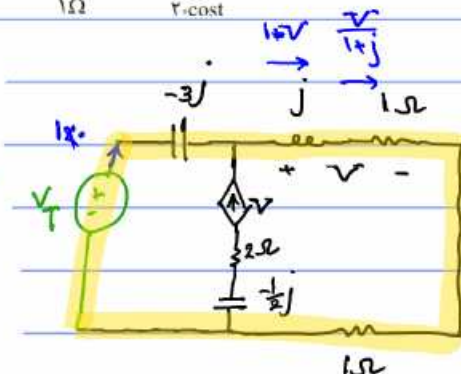
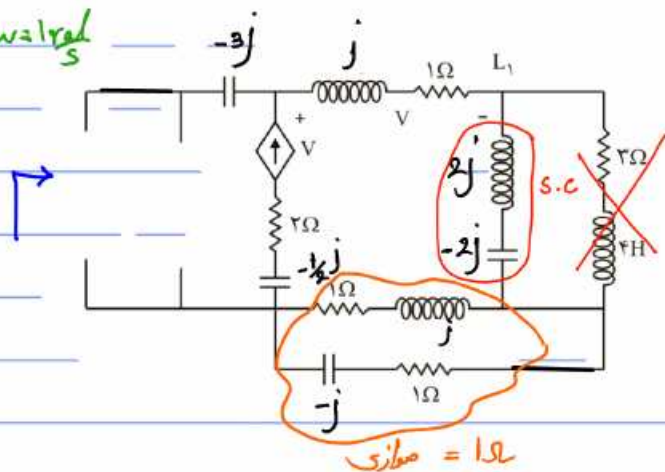
در مدار شکل بار امپدانسی Z برای اینکه توان مصرف شده در آن بیشینه باشد چقدر است؟

(معاداری - ۹۱)



- (۱) $2 + \frac{j}{2}$
(۲) $j - 1$
(۳) $2 - \frac{j}{2}$
(۴) $j + 1$

والتا



$$\Rightarrow 1 + V = \frac{V}{1+j} \rightarrow 1 = V \left(\frac{1}{1+j} - 1 \right) = V \left(\frac{-j}{1+j} \right) = 1$$

$$\rightarrow V = \frac{1+j}{-j} = j - 1$$

$$\text{KVL: } V_T = -3j + V + (1+V) \xrightarrow{V=j-1} V_T = -3j + 2(j-1) + 1$$

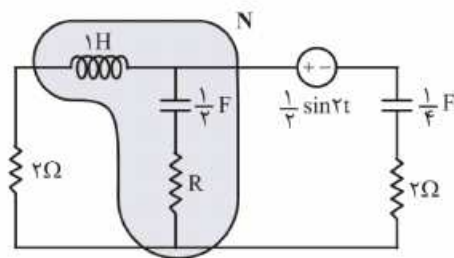
$$V_T = Z_T = -1 - j$$

$$\text{تطبیق: } Z_L = Z_T^* = -1 + j$$

نفرینه

به ازای چه مقداری از R توان متوسط N در حالت دائمی سینوسی ماکزیمم است؟

(هوش - ۹۳)



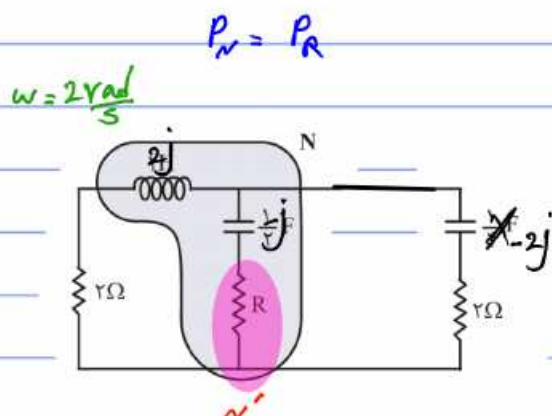
(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) $\sqrt{5}$

توان متربط N فقط صرف مقاومت R می شود.



$Z_L = R$

$Z_T = (2+j2) \parallel (2-j2) + (-j2)$

$Z_T = 2 - j$

نسبت تطبیق $X_L = -X_T$ را

۱) $R = |Z_T| = |2-j| = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5} \Omega$

حداکثر توانی که به بار مقاومتی R_L توسط شبکه نشان داده شده قابل تحویل است، کدام

(مهندسی کامپیوتر «گرایش هوش مصنوعی» - سراسری ۸۴)

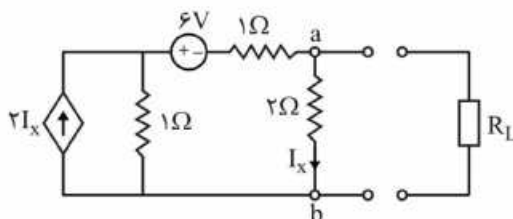
است؟

(۱) ۲/۲۵ وات

(۲) ۴/۵ وات

(۳) ۶ وات

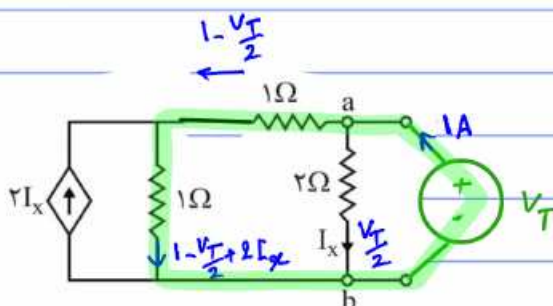
(۴) ۹ وات



مدار DC است و حالت دائمی میوهی نیست.

$$R_L = R_T$$

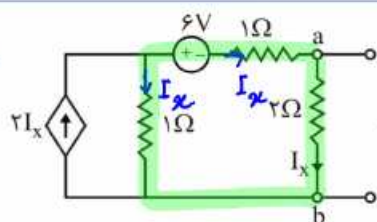
سریط تطبیق امپدانس



$$\text{با: } I_x = \frac{V_T}{2}$$

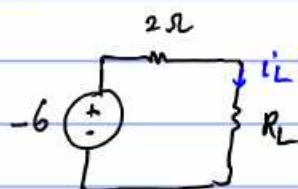
$$V_T = 1 - \frac{V_T}{2} + (1 - \frac{V_T}{2} + 2I_x)$$

$$\text{با: } V_T = 2 - V_T + V_T \rightarrow R_T = V_T = 2\Omega$$



$$-I_x + 6 + I_x + 2I_x = 0 \rightarrow I_x = -3A$$

$$V_{oc} = V_T = 2 \times -3 = -6V$$



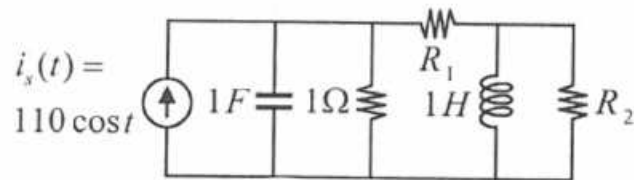
$$\text{سریط تطبیق: } R_L = R_T = 2\Omega$$

$$I_L = \frac{-6}{2R_L} = -\frac{6}{4} \rightarrow P_{L_{max}} = R_L \cdot I_L^2 = 2 \left(\frac{6}{4}\right)^2 = 4.5W$$

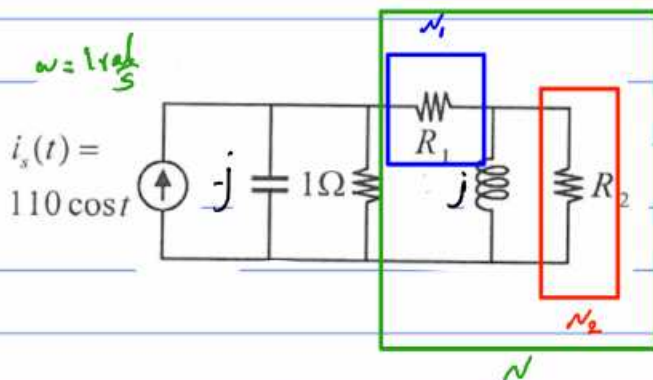
برق 88

در مدار شکل زیر توان متوسط (یا توان مصرفی) مقاومت R_1 برابر P_1 وات و توان متوسط (یا توان مصرفی) مقاومت R_2 برابر P_2 وات است. مقاومت های R_1 و R_2 به ترتیب چند اهمی باشند تا $P_1 + P_2$ حداکثر باشد؟

جواب:



$$\begin{aligned} R_1 = \frac{1}{2}, R_2 = \frac{1}{2} & (1) \\ R_1 = 0, R_2 = 1 & (2) \\ R_1 = 1, R_2 = 0 & (3) \\ R_1 = 2, R_2 = 2 & (4) \end{aligned}$$



مکانیزم سگن $P_{N_1} + P_{N_2}$
برای مکانیزم سگن $P_1 + P_2$ باید هر کدام به تنهایی ماکزیمم شود.

توان مصرفی N برابر است با $P_{N_1} + P_{N_2}$ (سلف توان مصرفی نمی کند)

$$Z_T = 1 \parallel -j = \frac{-j}{1-j}$$

$$Z_L = R_1 + j \parallel R_2 = R_1 + \frac{jR_2}{R_2 + j}$$

Z بار مکمل مثبت حقیقی، موهومی و وابسته R_1 و R_2 است

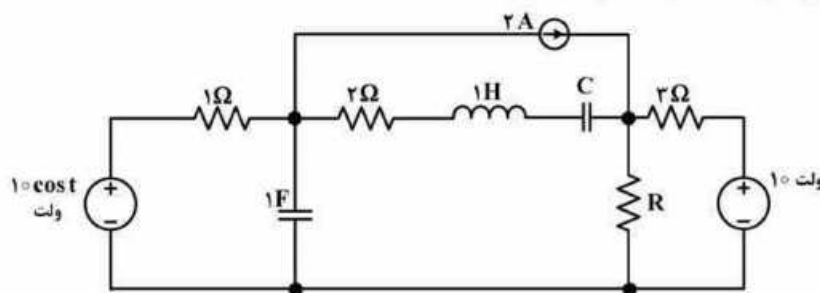
$$Z_L = Z_T^* \rightarrow R_1 + \frac{jR_2}{R_2 + j} = \left(\frac{-j}{1-j} \right)^* = \frac{j}{1+j}$$

$$R_2 = 1 \Omega \text{ و } R_1 = 0 \Omega$$

با مقایسه می توان گفت:

برق 94

در شبکه شکل زیر، که در حالت دائمی قرار دارد، مقدار ظرفیت خازن C باید چند فاراد باشد تا حداکثر توان متوسط به مقاومت R برسد؟

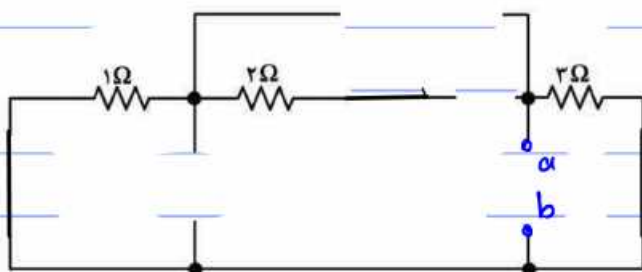


- (1) 2
- (2) $\frac{3}{2}$
- (3) 1
- (4) $\frac{1}{2}$

این مدار شامل 2 منبع با فرکانس های متفاوت است و برای رسیدن مانیم توانی از هر یک از منابع مقدار

متفاوت برای R حاصل می شود.

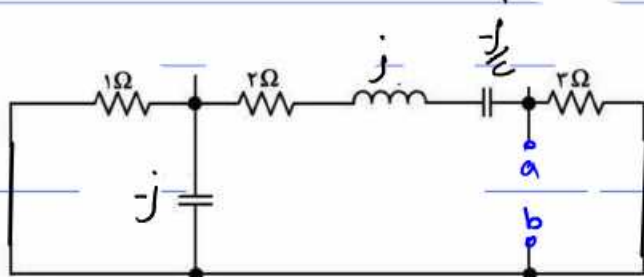
تحلیل امپدانس برای رسیدن مانیم توانی به R در فرکانس صفر یا DC:



$$R_T = R_{ab} = 3 \Omega$$

$$\text{if } R_L = R_T = 3 \Omega$$

بیشترین توانی DC به بار می رسد.



$$Z_T = [(1 \parallel -j) + (2 + j - \frac{j}{C})] \parallel 3 = [\frac{1}{j+1} + 2 + j(1 - \frac{1}{C})] \parallel 3$$

$$Z_L = R + j\omega L$$

$$\textcircled{1} X_L = -X_T \rightarrow$$

$$\textcircled{2} R_L = |Z|$$

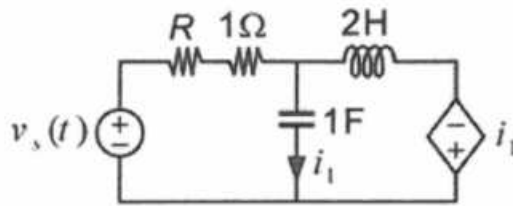
فست موهوی Z_T را صفر کنیم

$$\sum \{Z_T\} = \sum \left\{ \frac{1-j}{2} + 2 + j\left(1 - \frac{1}{C}\right) \right\} = 0$$

$$= \left(-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{C} \right) = 0 \rightarrow C = 2F$$

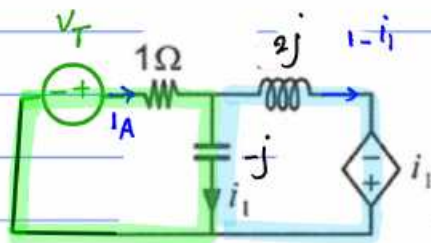
برق (92) وقتی در وضعیت دائمی سینوسی با فرکانس $\omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ، بیشترین توان متوسط

مقاومت R برابر $2\sqrt{5}$ وات است، مجموع توان های متوسط منابع ولتاژ چند وات است؟



$$\begin{array}{ll} -2\sqrt{5} & (2) \\ -2(\sqrt{5}+1) & (1) \\ 3\sqrt{5} & (4) \\ +2(\sqrt{5}+1) & (3) \end{array}$$

$M: \Rightarrow Z_L = R$ مقارصتی خالص



$$\textcircled{1} -V_T + 1 - jI_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{1-V_T}{j} = j(V_T-1)$$

$$\textcircled{2} jI_1 + 2j(1-I_1) - I_1 = 0$$

$$(j-2j-1)j(V_T-1) + 2j = 0$$

$$V_T-1 - jV_T + j + 2j = 0$$

$$Z_T = V_T = \frac{1-3j}{1-j}$$

سری تطبیق $R = |Z_L| = \frac{|1-3j|}{|1-j|} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5} \Omega$

$$P_R = R |I_e|^2 = 2\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{5} \times |I_e|^2 = 2\sqrt{5} \rightarrow |I_e|^2 = 2$$

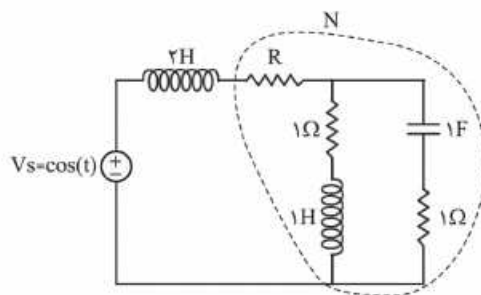
$$P_{\text{کل}} = (R+1) |I_e|^2 = (\sqrt{5}+1) \times 2 = 2(\sqrt{5}+1) \quad \text{توان مصرفی مقاومت}$$

$$\Rightarrow P_{\text{منابع}} = -P_{\text{مصرفی مقاومت}} = -2(\sqrt{5}+1)$$

ردنرینه: توان متوسط تولیدی منبع فقط مصرف مقاومت های مدار می شود. چون مقاومت R ، $2\sqrt{5}$ وات مصرف کرده مقاومت 1Ω اضع توان مصرف کرده و در مجموع توان مصرفی مدار مثبت تراز $2\sqrt{5}$ یا توان منبع منفی تراز $2\sqrt{5}$ است لذا فقط نرینه 1 می تواند جواب باشد.

بانک تست پوران پژوهش

در مدار زیر مقدار R چقدر باشد تا بیشترین توان به شبکه N برسد؟



(1) $\sqrt{5} + 1$

(2) 1

(3) $\sqrt{5}$

(4) 3

$$Z_L = R + (1+j) \parallel (1-j)$$

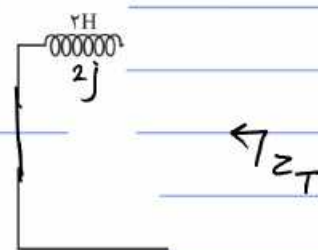
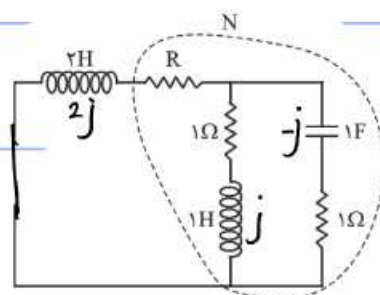
$$Z_L = R + 1 \quad \text{مقاومتی خالص}$$

$$Z_T = 2j$$

۱) $X_L = -X_T \rightarrow 0 = 2$ امکان پذیر نیست

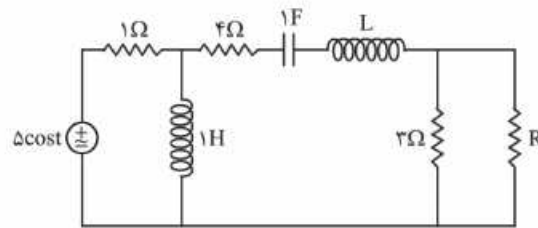
۲) $R_L = R + 1 = |Z| = |2j| = 2$

$$R + 1 = 2 \rightarrow \underline{R = 1 \Omega}$$



در شبکه زیر، که در حالت دائمی قرار دارد مقدار L چقدر باشد تا حداکثر توان متوسط به

مقاومت R برسد؟



(۱) $0.5H$

(۲) $2H$

(۳) $1H$

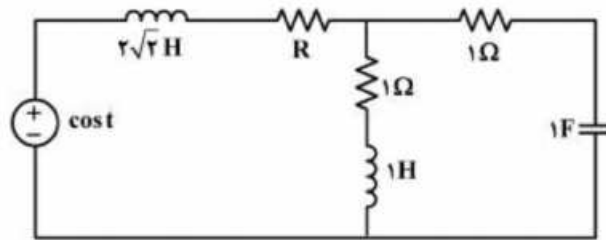
(۴) $3H$

حل به عهده دانشجو!

دکتری 95

در مدار زیر وقتی توان R در حالت دائمی سینوسی ماکزیمم است، مقاومت های 1Ω چند درصد توان حقیقی منبع را

مصرف می کنند؟

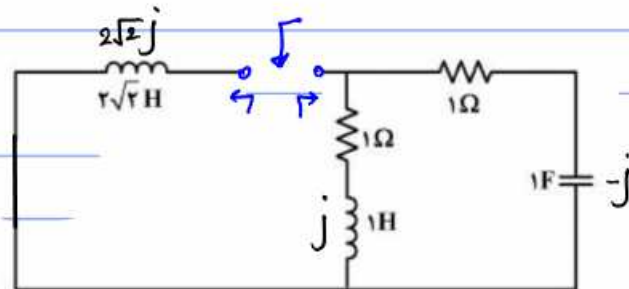


- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۵۰
(۴) ۷۵

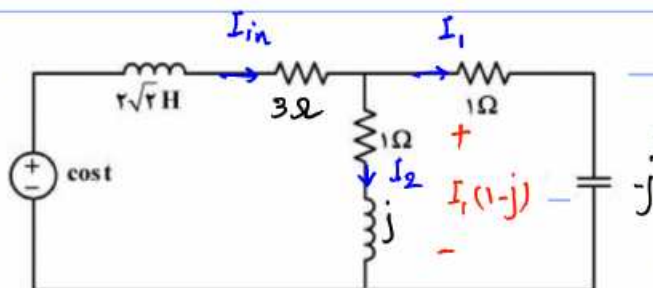
$$Z_L = R$$

$$Z_T = 2\sqrt{2}j + (1+j) \parallel (1-j)$$

$$Z_T = 2\sqrt{2}j + 1$$



نکته تطبیق: $R = |Z| = |1 + 2\sqrt{2}j| = \sqrt{1^2 + 2\sqrt{2}^2} = 3\Omega$



$$P_3 = P_{3\Omega} + P_{1\Omega} + P_{1\Omega}$$

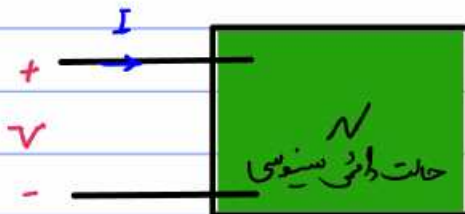
$$I_2 = \frac{I_1(1-j)}{1+j} = I_1 \frac{1-j}{1+j} = -jI_1$$

$$\frac{P_{1\Omega}}{P_{3\Omega}} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times |I_1|^2}{\frac{1}{2} \times 3 \times |I_{in}|^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times |I_1|^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times |I_2|^2} \quad I_{in} = I_1 + -jI_1 = (1-j)I_1$$

$$\frac{P_1}{P_3} = \frac{|I_1|^2}{|(1-j)|^2 |I_1|^2 + |I_1|^2 + |-jI_1|^2} = \frac{1}{\sqrt{2}^2 + 1 + 1} = \frac{1}{2 + \sqrt{2}^2} = \frac{1}{4} = 25\%$$

فرکانس تسدید (رزونانس) در حالت دائمی سینوسی

به پدیده هم فاز شدن ولتاژ و جریان در مدار فازی N تسدید یا رزونانس می گوئیم که این اتفاق در یک یا چند فرکانس خاص ایجاد می شود.



✓ در فرکانس تسدید (رزونانس) راکتانس امدیانس یا سوسپدانس ادمیتانس صفر هستند.

$$Z = R + jX \quad \text{یا} \quad Y = G + jB$$

$$\text{if } \omega = \omega_r \longrightarrow \begin{aligned} jX(\omega_r) &= 0 \\ jB(\omega_r) &= 0 \end{aligned}$$

✓ نکته لازم برای صفر شدن X در $Z = R + jX$ یا B در $Y = G + jB$ وجود هم ملف و هم خازن در شبکه N و حداقل درجه مدار ۲ باشد.

✓ در فرکانس تسدید داریم:

۱) $X=0$ و $B=0$

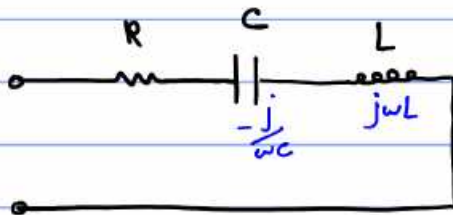
۲) $\theta_v = \theta_i \rightarrow \varphi = 0$

۳) $\cos \varphi = 1$ یا $\text{ضریب توان} = 1$

۴) $\Rightarrow S = P + jQ$ بیشترین توان متوسط یا مصرفی توان راکتیو Q صفر

محاسبه فرکانس تسدید

برای محاسبه فرکانس تسدید در مدارات سری **امپدانس** و برای مدارات موازی **ادمیتانس** را محاسبه کنید و نسبت موهومی ادمیتانس یا ادمیتانس را برابر صند قرار دهید و فرکانس ω_r را محاسبه کنید.



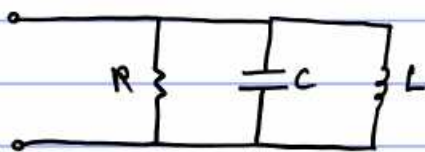
۱۱ مدار RLC سری

$$Z_{in} = R - \frac{j}{\omega C} + j\omega L = \underline{R + j\left(-\frac{1}{\omega C} + \omega L\right)}$$

$$\text{Im}\{Z_{in}\} = 0 \rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega_r = + \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ rad/s}$$

معنی در ضلع ac بافرکانس $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ به این مدار اعمال کنیم سلف و خازن امپدانس یکدیگر را خنثی کرده (sc)

و مدار معادل با یک مدار مقادمتی خواهد شد و $P=0$ و دامنه جریان مدار مانند سیم می شود. $I = \frac{V}{Z_{in}}$



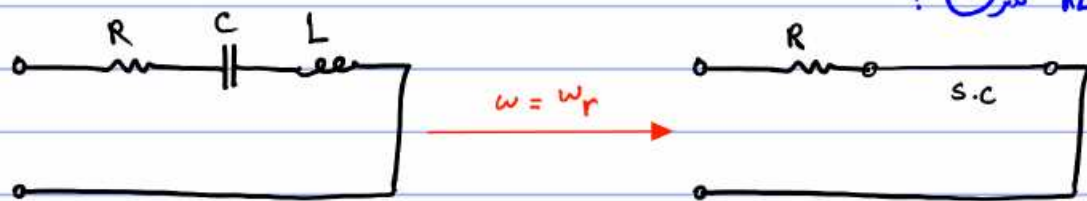
۱۲ مدار RLC موازی

$$Y = \frac{1}{R} + j\omega C - \frac{j}{\omega L} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

$$\text{Im}\{Y\} = 0 \rightarrow \omega C = \frac{1}{\omega L} \rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

✓ فرکانس تسدید محاسبه شده فقط برای این دو حالت ساده برقرار است و برای مدارات دیگر باید تحلیل

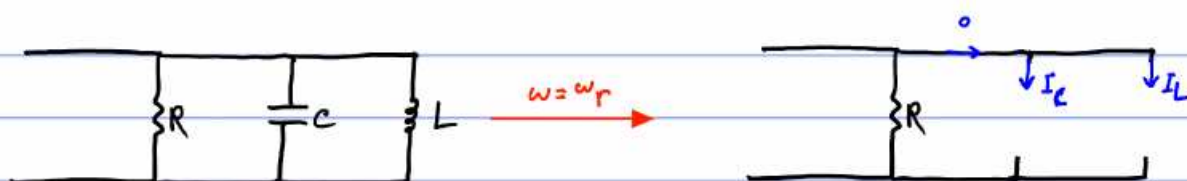
مدار RLC سری :



✓ اگر مدار RLC سری در حالت تشدید باشد معادل صلف و خازن از دوسرکل کنده معادل با **انضال کوتاه**

یعنی انضال کوتاه از دوسر صلف و خازن است و هر گاه به تنهایی انضال کوتاه **نیست!**

مدار RLC موازی :

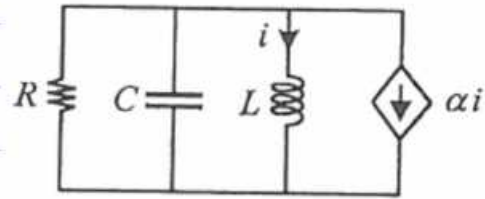


در فرکانس تشدید مجموع جریان های صلف و خازن موازی صفر است و معادل با مدار باز می باشد

باز هم تاکید می کنم به این معنا نیست که هر گاه جریان خازن صفر باشد ولی جمع جریان هایش صفر است.

برق 86

در مدار شکل زیر فرکانس تشدید کدام است؟

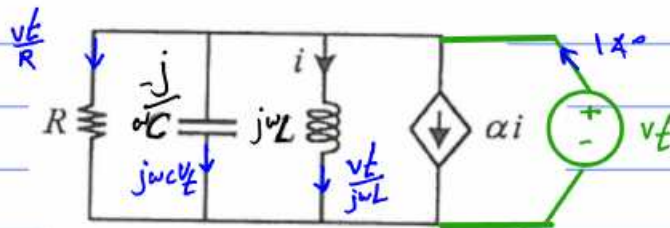


$$\sqrt{\frac{1+\alpha}{LC}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{1-\alpha}{LC}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{\alpha}{LC}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{\alpha-1}{LC}} \quad (4)$$



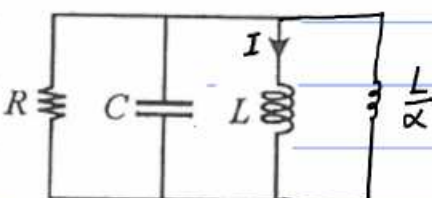
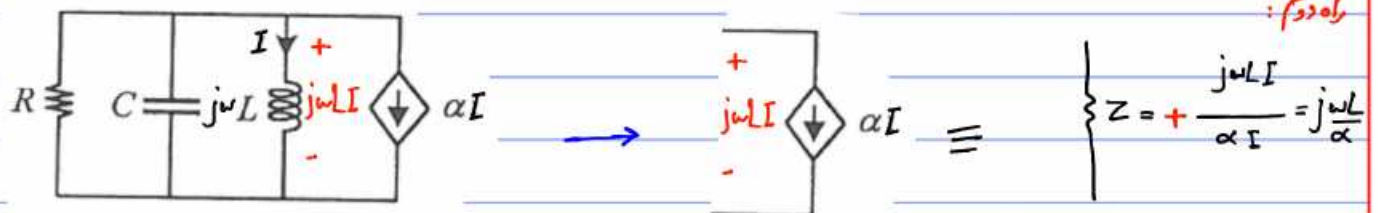
$$\Downarrow i = \frac{v_t}{j\omega L} \quad (1)$$

$$\text{KCL: } 1 = (\alpha i + i + j\omega C v_t + \frac{v_t}{R}) \quad (2)$$

$$\text{I.R: } 1 = (\alpha+1) \frac{v_t}{j\omega L} + v_t (j\omega C + \frac{1}{R})$$

$$Z_T = \frac{v_t}{1q} = \frac{1}{\frac{\alpha+1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{R}} \rightarrow Y = \frac{1}{Z} \rightarrow Y = \frac{\alpha+1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{R}$$

$$\text{Im}\{Y\} = \omega C - \frac{\alpha+1}{\omega L} = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{\alpha+1}{LC} \rightarrow \omega_r = \sqrt{\frac{\alpha+1}{LC}}$$



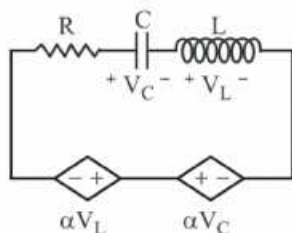
$$L_{eq} = \frac{L}{\alpha+1}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{L_{eq}C}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{L}{\alpha+1}C}} = \sqrt{\frac{\alpha+1}{LC}}$$

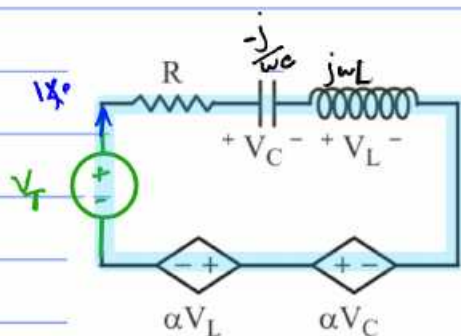
مقابل با سلف $\frac{L}{\alpha}$ است.

(مهندسی کامپیوتر «گرایش معماری» - سراسری ۹۲)

در مدار زیر فرکانس تشدید کدام است؟



(۱) $\sqrt{\frac{1-\alpha}{LC}}$ (۲) $\sqrt{\frac{1-\alpha}{(1+\alpha)LC}}$
(۳) $\frac{1}{\sqrt{(1+\alpha)LC}}$ (۴) $\sqrt{\frac{1+\alpha}{(1-\alpha)LC}}$



$$V_C = -j/\omega C \times I$$

$$V_L = j\omega L \times I$$

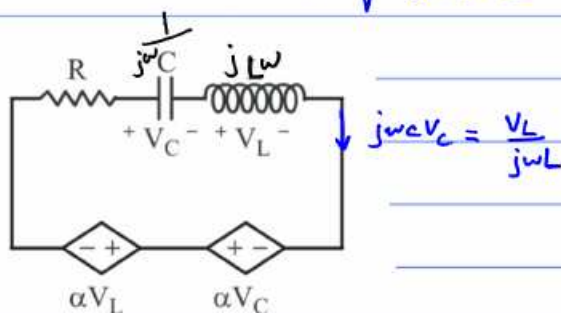
$$KVL: V_T = R + \frac{j}{\omega C} + j\omega L + \frac{\alpha j}{\omega C} + \alpha j\omega L$$

$$Z_T = \frac{V_T}{I_0} = R + j \left(\frac{\alpha-1}{\omega C} + (\alpha+1)\omega L \right)$$

$$Im\{Z_T\} = 0 \rightarrow \frac{\alpha-1}{\omega C} + (\alpha+1)\omega L = 0 \rightarrow (\alpha+1)\omega L = \frac{1-\alpha}{\omega C}$$

$$\omega_r = \sqrt{\frac{1-\alpha}{(\alpha+1)LC}}$$

فرکانس تشدید



مادر

$$Z = \frac{\alpha V_L}{\frac{V_L}{j\omega L}} = j\omega \alpha L$$

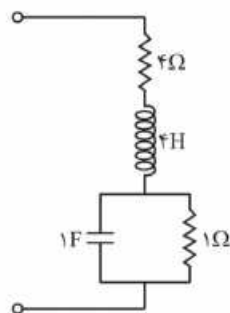
$$Z = \frac{\alpha V_C}{j\omega C V_C} = \frac{\alpha}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega \frac{C}{\alpha}} = -\frac{C}{\alpha} \text{ خازن}$$

معادل مان alpha L هادی

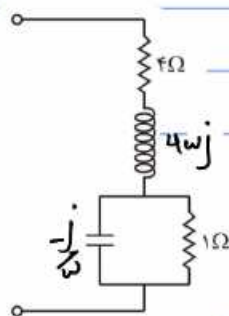
$$\omega_r = \sqrt{\frac{1}{L_{eq} C_{eq}}} = \sqrt{\frac{1}{(\alpha L + L) (C - \frac{C}{\alpha})}} = \sqrt{\frac{1-\alpha}{(\alpha+1)LC}}$$

(معماری کامپیوتر - سراسری ۸۸)

فرکانس تشدید مدار شکل مقابل کدام است؟ ($\omega_r = ?$)



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) فرکانس تشدید ندارد.



$$Z = 4 + 4j\omega + 1 \parallel \frac{1}{-j\omega} = 4 + 4j\omega + \frac{1}{j\omega + 1}$$

$$= 4 + 4j\omega + \frac{1-j\omega}{1+\omega^2}$$

$$\text{Im}\{Z\} = 4\omega - \frac{\omega}{1+\omega^2} = 0$$

$$\rightarrow 4\omega = \frac{\omega}{1+\omega^2} \rightarrow 4(1+\omega^2) = 1$$

$$\rightarrow \omega^2 = \frac{1}{4} - 1 = \frac{-3}{4} \quad \text{غیر ممکن}$$

باید حقیقی و مثبت باشد پس این مدار فرکانس تشدید ندارد.
 نزدیک به ۰

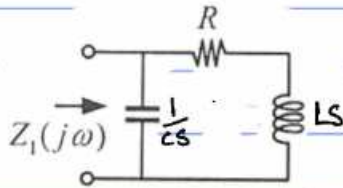
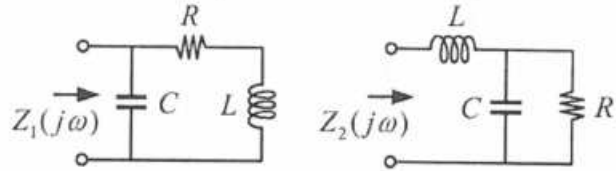
88 برق

برای آن که فرکانس تشدید دو مدار شکل زیر یکسان باشند، کدام شرط باید

برقرار باشد؟

جواب :

$$R = \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (1) \quad R = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2) \quad R = \frac{C}{L} \quad (3) \quad R = \frac{L}{C} \quad (4)$$

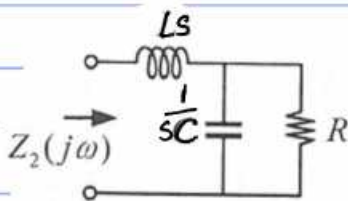


$$Z_1(s) = \frac{1}{Cs} \parallel (R + Ls) = \frac{\frac{1}{Cs} \cdot (R + Ls)}{\frac{1}{Cs} + R + Ls} = \frac{R + Ls}{1 + CLs^2 + RCs}$$

$$s = j\omega \rightarrow Z_1(j\omega) = \frac{R + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + jRC\omega} = \frac{(R + j\omega L)(1 - \omega^2 LC - jRC\omega)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + R^2\omega^2}$$

$$I_m\{Z\} = 0 \rightarrow -R^2\omega + \omega L(1 - \omega^2 LC) = 0 \rightarrow 1 - \omega^2 LC = \frac{R^2}{L}$$

$$\rightarrow \omega_1^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}$$



$$Z_2(s) = Ls + R \parallel \frac{1}{Cs} = Ls + \frac{R}{1 + RCs} \xrightarrow{s=j\omega} Z_2(j\omega) =$$

$$Z_2(j\omega) = Lj\omega + \frac{R}{1 + RCj\omega} = Lj\omega + \frac{R(1 - RCj\omega)}{1 + R^2\omega^2}$$

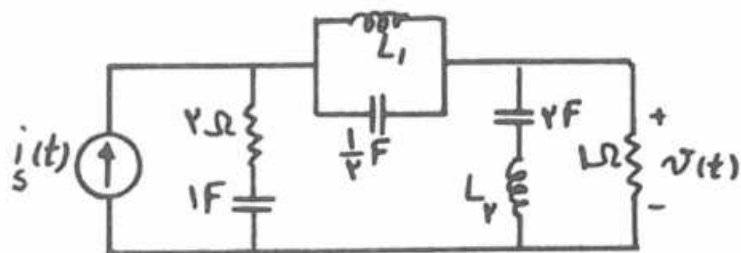
$$I_m\{Z_2(j\omega)\} = L\omega - \frac{R^2\omega}{1 + R^2\omega^2} = 0 \rightarrow 1 + \omega^2 R^2 - \frac{R^2}{L} = 0$$

$$\omega_2^2 = \frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2}$$

$$\omega_1^2 = \omega_2^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} = \frac{1}{LC} - \frac{1}{R^2 C^2} \rightarrow R^4 = \frac{L^2}{C^2} \xrightarrow{\sqrt{\quad}} R^2 = \frac{L}{C}$$

نتیجه ۳ $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$

در مدار شکل زیر L_1 و L_2 را چنان انتخاب کنید که برای ورودی $i_s(t) = 2\sin t + 3\cos 2t$ ولتاژ خروجی $v(t)$ جمله سینوسی با فرکانس ۱ یا ۲ نداشته باشد.



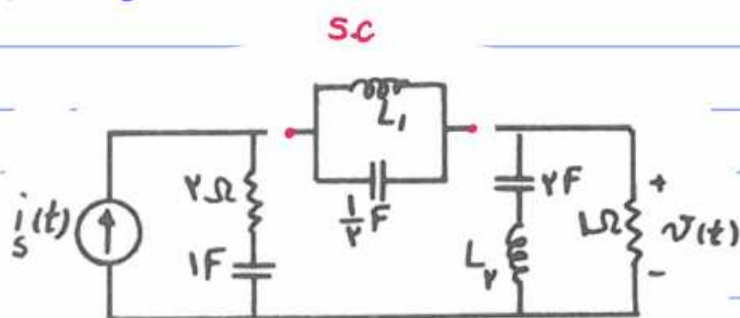
$$L_1 = \frac{1}{2}, L_2 = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$L_1 = \frac{1}{2}, L_2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$L_1 = \frac{1}{4}, L_2 = \frac{1}{4} \quad (3)$$

$$L_1 = \frac{1}{4}, L_2 = \frac{1}{4} \quad (3)$$

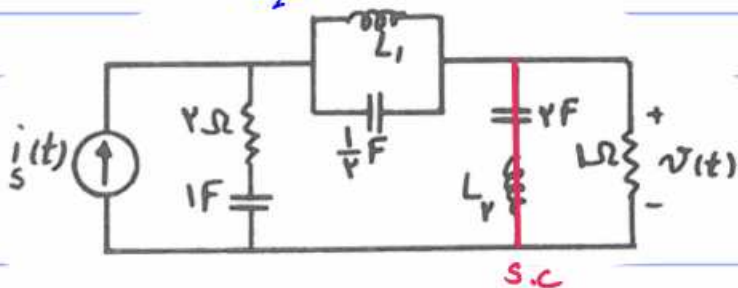
این مدار در حالت سلفی



س هدف فیلتر کردن یا عدم اجازه عبور

سیگنال و با فرکانس ۱ و ۲ می‌خوردی است.

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}L_1}}$$



SC $\equiv$ صاف

LC تسطیح

O.C $\equiv$ مدار می

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{2L_2}}$$

$$\omega_r = 1 = \frac{1}{\sqrt{2L_2}} \rightarrow L_2 = \frac{1}{2}$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}L_1}} = 1 \rightarrow L_1 = 1$$

$$\omega_r = 2 = \frac{1}{\sqrt{2L_2}} \rightarrow L_2 = \frac{1}{8}$$

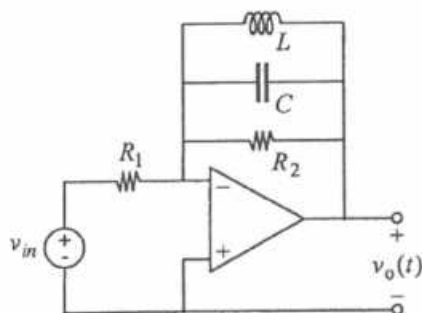
$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}L_1}} = 2 \rightarrow L_1 = \frac{1}{2}$$

نرسیده

برق 86

در مدار شکل مقابل

سینوسی است. در چه فرکانسی رابطه ورودی و خروجی به صورت $v_o(t) = k v_{in}(t)$ درمی آید که k یک مقدار ثابت است و مقدار k کدام است ؟



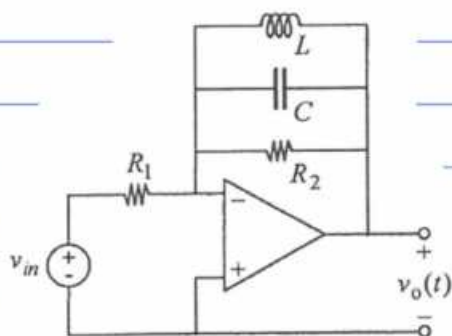
جواب :

$$k = -\frac{R_2}{R_1}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

$$k = -\frac{R_2}{R_1}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

$$k = -\frac{R_2}{R_1}, \quad \omega = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3)$$

$$k = -\frac{R_2}{R_1}, \quad \omega = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2)$$



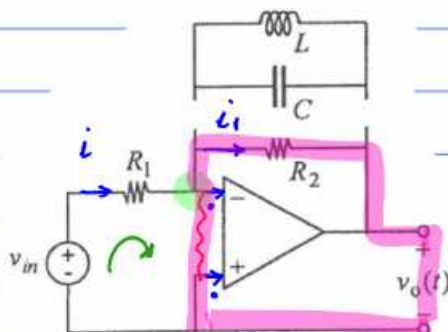
$$v_o = k v_i$$

باید اثر سلف و خازن از بین برود تا k عدد ثابت شود

وگرنه k وابسته به فرکانس خواهد بود.

اگر در فرکانس خاصی باشد LC ملاری مدار باز می شود

$$LC \text{ ملاری} \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$① \quad v_i = i R_1$$

$$\rightarrow v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_i$$

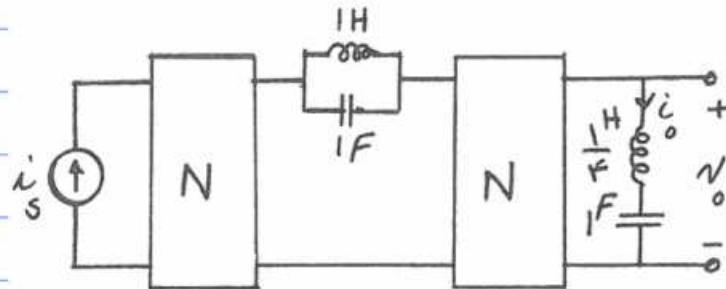
$$② \quad 0 + i_i R_2 + v_o = 0$$

ازینجا

83 برق

شبکه N از مقاومتهای خطی تغییرناپذیر با زمان ساخته شده است.

اگر $i_s(t) = \cos t + \cos 2t$ باشد، آنگاه در حالت دائمی کدامیک از متغیرهای $i_s(t)$ و $v_o(t)$ برابر صفر می باشد؟



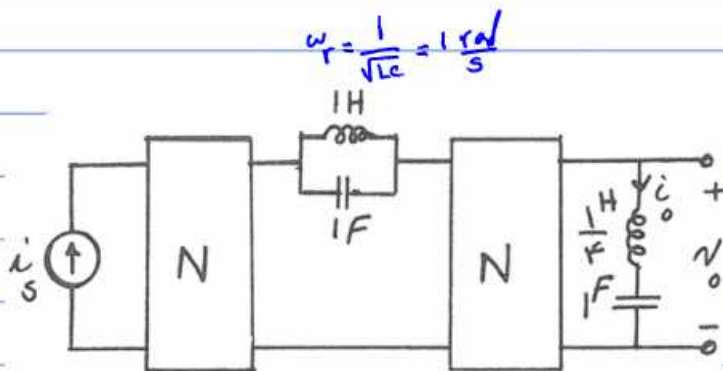
جواب:

(۱) فقط $i_s(t)$

(۲) فقط $v_o(t)$

(۳) هم $i_s(t)$ و هم $v_o(t)$

(۴) نه $i_s(t)$ و نه $v_o(t)$

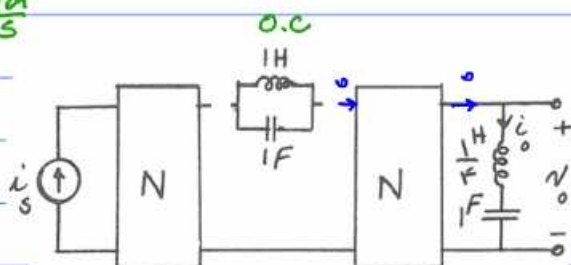


$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1/4}} = 2 \text{ rad/s}$$

شکل LC صافی در فرکانس $\omega = \omega_r = 1 \text{ rad/s}$ به حالت تسطیح خواهد شد و مدار باز می شود و شایه LC

سری در فرکانس $\omega = \omega_r = 2 \text{ rad/s}$ معادل با امتداد کوتاه است.

$$\omega = \omega_r = \frac{1 \text{ rad}}{\text{s}}$$

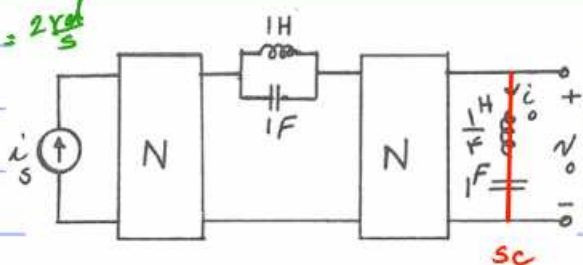


در این فرکانس جریان به خازن منتقل نمی شود.

$$i_o = 0 \text{ و } v_o = 0$$

$$i_L + i_C = 0 \text{ و } i_L \neq 0 \text{ و } i_C \neq 0$$

$$\omega = \omega_r = 2 \text{ rad/s}$$



$$v_o = 0$$

$$i_o \neq 0$$

$$v_C + v_L = 0 \text{ و } v_C \neq 0 \text{ و } v_L \neq 0$$

در هر دو فرکانس صفات که زیره ۲ جواب صحیح است.

برق 91

مدار مقابل در وضعیت دائمی سینوسی است. N_1 در حالت تشدید و بیشترین توان آن برابر سه وات است. توان راکتیو منبع چند وار (ولت آمپر راکتیو) است؟

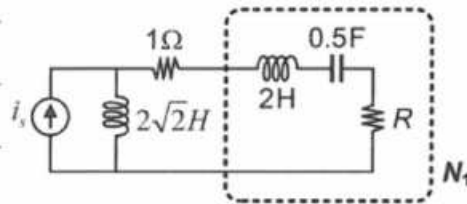
جواب:

$4\sqrt{2}$ (۴)

۸ (۳)

$-4\sqrt{2}$ (۲)

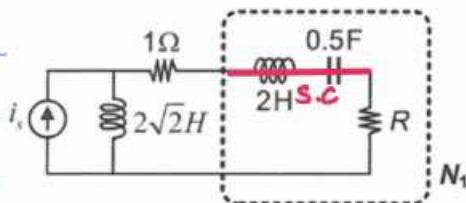
-۴ (۱)



$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

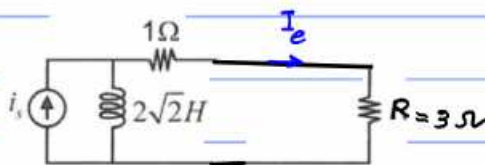
فرکانس مدار $1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است

$\omega = \omega_r$



در حالت تشدید N فقط مقاومتی خالص است.

شرایط تطبیق: $Z = R \rightarrow R_L = |Z_T| = |1 + 2\sqrt{2}j| = \sqrt{1+8} = 3\Omega$



$P_{3\Omega} = 3W = 3 \times |I_e|^2$

$\rightarrow |I_e|^2 = 1 \rightarrow |V_e|^2 = (1+3)|I_e|^2 = 4$

$X_L = \omega L = 1 \times 2\sqrt{2}$

توان راکتیو تحلیلی منبع صرف فقط سلف مدار می شود. $Q_L = \frac{|V_e|^2}{X_L} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$

معنی توان راکتیو منبع برابر $4\sqrt{2}$ VAR است. $\rightarrow$ گزینه ۲

برق 88

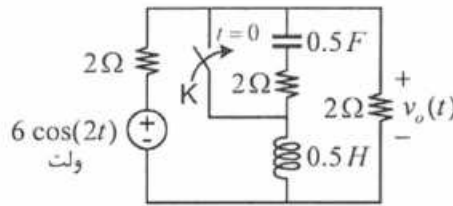
در مدار شکل زیر که در حالت دائمی قرار دارد، کلید K در لحظه $t = 0$ بسته می‌شود. بخش‌گذاری پاسخ $v_o(t)$ برای $t \geq 0$ کدام است؟

جواب:

(1) $-e^{-t}$

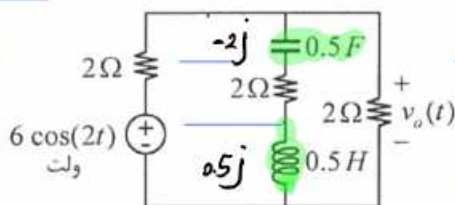
(2) $-\frac{3}{2}e^{-2t}$

(3) $\frac{1}{2}e^{-2t}$



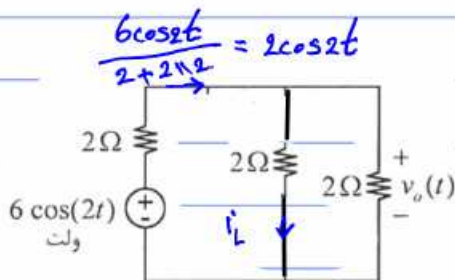
$v_o = v_{o_t} + v_{o_s}$
فازور
میان یا لابلای

ابتدا باید شرایط اولیه متغیرها را بدست آوریم.



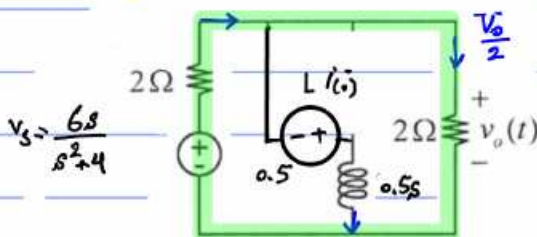
فرکانس مدار $\omega = 2$ است و LC سری در این فرکانس تشدید

است و معادل اتصال کوتاه هستند.



$$i_L(-) = i_L(+) = \frac{2 \cos 2t}{2} = \cos 2t \Big|_{t=0} = 1 \text{ A}$$

$$\frac{v_o}{2} + \frac{2}{5}v_o + \frac{1}{s}$$



$$v_s = 2 \left(\frac{v_o}{2} + \frac{2}{5}v_o + \frac{1}{s} \right) + v_o$$

$$v_s = \left(2 + \frac{4}{5} \right) v_o + \frac{2}{s}$$

$$\frac{v_o + 0.5}{0.5s} = \frac{2}{5}v_o + \frac{1}{s}$$

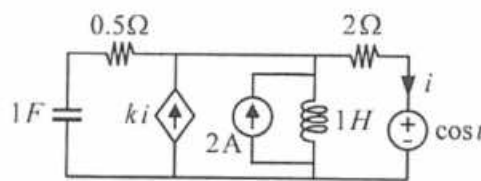
$$v_o = \left(v_s - \frac{2}{s} \right) / \left(2 + \frac{4}{5} \right)$$

$$v_o = \frac{\frac{6s}{s^2+4} - \frac{2}{s}}{2 + \frac{4}{5}} = \frac{\frac{6s^2}{s^2+4} - 2}{2s+4} = \frac{\frac{3s^2}{s^2+4} - 1}{s+2} = \frac{A}{s+2} + \frac{Bs+C}{s^2+4}$$

$$A = \frac{3s^2}{s^2+4} - 1 \Big|_{s=-2} = \frac{12}{8} - 1 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \rightarrow v_{o_t} = \frac{1}{2} e^{-2t}$$

سفر نه

برق 88 در مدار شکل زیر با فرض $k=2$ ، حالت دائمی جریان $i(t)$:



(۱) فرکانس های $\omega = 1$ و $\omega = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

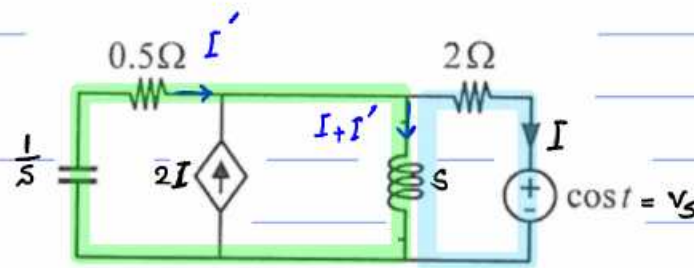
دارد.

(۲) فرکانس های $\omega = 1$ و $2\sqrt{3}$ دارد.

(۳) فرکانس های $\omega = 1$ و $\omega = 0$ و $\omega = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ دارد.

(۴) حالت دائمی ندارد.

منبع جریان ۲A سعی در حالت دائمی ندارد زیرا ملز در فرکانس DC اتصال کوتاه می شود و تمام جریان ۲A از سگن می شود. پس برای تعیین حالت دائمی جریان $i(t)$ منبع ۲A را حذف می کنیم.



kvl $(\frac{1}{s} + \frac{1}{2}) I' + s(I + I') = 0$

kvl $V_s = -2I + s(I + I')$

$$(s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2}) I' + sI = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} (s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2}) I' + sI = 0 \\ sI' + (s - 2)I = V_s \end{cases}$$

$$\det = (s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2})(s - 2) - s^2 = \cancel{s^2} - \frac{3}{2}s - \frac{2}{s} - \cancel{s^2} = -\frac{3}{2}s - \frac{2}{s}$$

$$I = \frac{V_s (s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2}) - 0}{\det} = \frac{\frac{s}{s^2 + 1} (s + \frac{1}{s} + \frac{1}{2})}{-\frac{3}{2}s - \frac{2}{s}} \times \frac{s}{s} =$$

$$I = - \left(\frac{s^2 + \frac{3}{2}s + 1}{(\frac{3}{2}s^2 + 2)(s^2 + 1)} \right)$$

$s = \pm j\sqrt{\frac{4}{3}} = \pm j\frac{2}{\sqrt{3}}$ $\omega = \frac{2}{\sqrt{3}}$
 $s = \pm j$ $\omega = 1$

فرکانس ها یا مخنجم I روی محور سز است حالت دائمی نیزی
ملزند

برق 86

معادلات حالت دائمی سینوسی یک مدار به صورت زیر است (ω فرکانس

منبع)، I_1 فازور i_1 و I_2 فازور i_2 :

$$\begin{cases} (j\omega - j\frac{2}{\omega})I_1 + (1 - j\frac{1}{\omega})I_2 = 0 \\ (-j\omega + j\frac{2}{\omega})I_1 + (1 + j\omega - j\frac{3}{\omega})I_2 = 1 \end{cases}$$

این مدار :

جواب :

(۱) با $\sqrt{2}$ ω حالت دائمی سینوسی دارد.

(۲) با $\sqrt{2}$ $\omega \neq$ حالت دائمی سینوسی با فرکانس ω دارد.

(۳) با $\sqrt{2}$ $\omega \neq$ حالت دائمی سینوسی با فرکانس های $\sqrt{2}$ و ω دارد.

(۴) به ازای هر ω حالت دائمی سینوسی دارد.

بله اگر نگه داشتیم یا فداستیم حالت دائمی را بررسی کنیم باید فرکانس های طبیعی مدار را بدست آوریم.

$$\frac{\det \{z\}}{\det \{y\}} = 0 \quad \text{فرکانس های طبیعی}$$

$$\det = (s^2 - 2)(4 - s^2 + 2s) = 0 \quad \text{فرکانس های طبیعی}$$

که $\omega = \sqrt{2}$ یکی از فرکانس های طبیعی است

یک نرم پاسخ کامل فم سینوسی یا کنیوسی با فرکانس $\omega = \sqrt{2}$ است. اگر ورودی با فرکانس $\omega = \sqrt{2}$ به

مدار اعمال کنیم پاسخ حالت دائمی نخواهد داشت.

غلط ۲۱

۲۲ علاوه بر فرکانس ورودی ω باید در حالت دائمی فرکانس $\omega = \sqrt{2}$ ظاهر شود.

✓ ۲۳

۲۴ به ازای فرکانس $\omega = \sqrt{2}$ پاسخ حالت دائمی ندارد.

اگر تابع تبدیل یک سیستم بصورت $H(s) = \frac{A}{s+4}$ باشد و ورودی سیستم

$10 \cos(4t + 30^\circ)$ باشد کدام عبارت صحیح است؟

(۱) پاسخ کامل بصورت $10\sqrt{2} \cos(4t - 15)$ می باشد.

(۲) پاسخ خصوصی بصورت $10\sqrt{2} \cos(4t - 15)$ می باشد.

(۳) پاسخ دائمی بصورت $10\sqrt{2} \cos(4t - 15)$ می باشد.

(۴) گزینه ۲ و ۳ صحیح است.

اگر پاسخ شبکه به ورودی پله واحد مفروض و برابر $s(t) = (2 - \frac{1}{4}e^{-2t} - te^{-2t})u(t)$

باشد، پاسخ دائمی سینوسی به ورودی $\cos 2t u(t)$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{4} \cos(t + \frac{\pi}{4})$

(۱) $\frac{1}{4} \cos(t - \frac{\pi}{2})$

(۴) $\frac{1}{4} \cos(t - \frac{\pi}{4})$

(۳) $\frac{1}{4} \cos(t - \frac{5\pi}{4})$

در مداری با ۳ فرکانس طبیعی تابع انتقال $\frac{V_o}{V_s} = \frac{s+4}{(s+2)^2(s+1)}$ را داریم. اگر

$v_s(t) = \cos 2t$ باشد، مقدار ماکزیمم $v_o(t)$ ($t \rightarrow \infty$)، کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

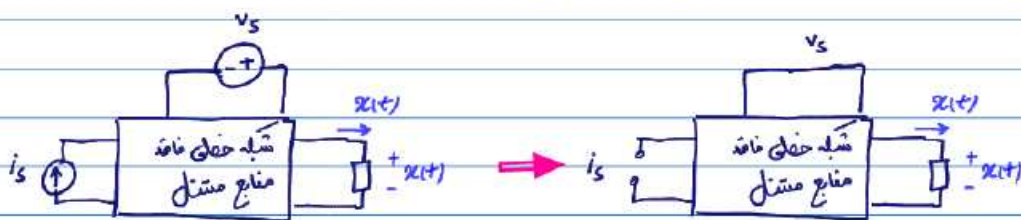
$\frac{1}{2}$ (۱)

فرکانس‌های طبیعی

فرکانس طبیعی یک سیستم یک شبکه
فرکانس‌های طبیعی یک شبکه

فرکانس‌های طبیعی متغیر $x(t)$:

مشکله خطی تغییر ناچیز با زمان $x(t)$ را در نظر بگیرید. می‌تواند هر تغییری اعم از ولتاژ یا جریان یا ولتاژ یا جریان یک سلف باشد. پاسخ ورودی صفر با شرایط اولیه معلوم $x(t)$ را به صورت زیر در نظر بگیرید.



$$x(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} + \dots$$

پایه جابجایی

✓ k_1 و k_2 را هم مقادیر ثابتی هستند که k_1 به شرایط اولیه مدار و k_2 به توپولوژی و مقادیر اجزای مدار و نوع منابع مستقل بستگی دارد.

✓ k_1 و k_2 فرکانس‌های طبیعی متغیر $x(t)$ گویند.

✓ اگر با شرایط اولیه کاری کنیم $k_1 = 0$ شود فرکانس طبیعی k_2 در متغیر $x(t)$ دیده نخواهد شد.

محاسبه فرکانس‌های طبیعی متغیر شبکه:

فرکانس‌های طبیعی متغیر $x(t)$ همان ریشه‌های معادله مشخصه معادله دیفرانسیل $x(t)$ است که چون معادله مشخصه راجع به ورودی ندارد می‌توان برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی متغیر $x(t)$:

۱. منابع مستقل را خاموش

۲. معادله مشخصه $x(t)$ را با روش همزن زین یا لاپلاس بدست آوریم.

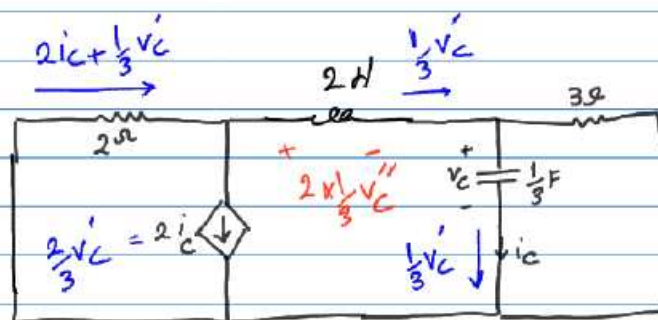
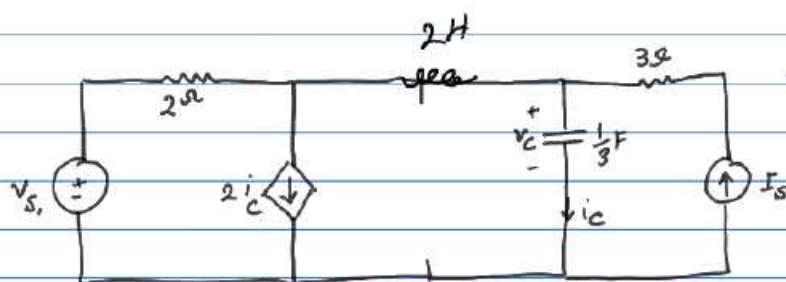
$$\Delta(s) = Q(s) = 0$$

$$Q(s) X(s) = 0 \quad \text{جابجایی}$$

$$\text{مثلاً } (s^2 + 2s + 4) I(s) = 0$$

مثال: فرکانس طبیعی متغیر $v_c(t)$ کدام است؟

بدون محاسبه فرکانس طبیعی $v_c(t)$ را نیز می‌توان گفت.



$$2\left(\frac{2}{3}v_c' + \frac{1}{3}v_c''\right) + \frac{2}{3}v_c'' + v_c = 0$$

$$2(v_c') + \frac{2}{3}v_c'' + v_c = 0 \rightarrow \frac{2}{3}s^2 + 2s + 1 = 0$$

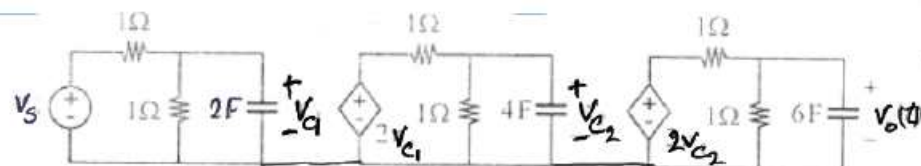
$$s^2 + 3s + \frac{3}{2} = 0$$

$$s_1, s_2 \checkmark$$

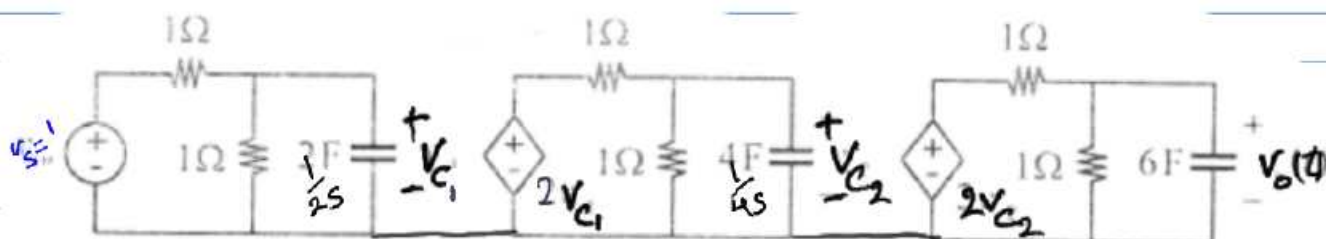
ریشه‌های s همان فرکانس طبیعی متغیر v_c است

(بقی ۸۷) - فرکانس های طبیعی متغیر خروجی $v_o(t)$ در مدار شکل زیر کدام است ؟

جواب :



$$\begin{aligned} & -3, -2, -1 \quad (2) & -3, -\frac{1}{2}, -1 \quad (1) \\ & -\frac{1}{3}, -2, -1 \quad (3) & -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1 \quad (3) \end{aligned}$$



$$v_{c1} = 1 \times \frac{\frac{1}{2s+1}}{1 + \frac{1}{2s+1}} = \frac{1}{2s+2}$$

$$v_{c2} = \left(2 \times \frac{1}{2s+2} \right) \times \frac{\frac{1}{4s+1}}{\frac{1}{4s+1} + 1} = 2 \times \frac{1}{2s+2} \times \frac{1}{4s+2}$$

$$v_o = 2v_{c2} \times \frac{\frac{1}{6s+1}}{\frac{1}{6s+1} + 1} = 2v_{c2} \times \frac{1}{6s+2}$$

$$\frac{v_o}{v_s} = 2 \times 2 \times \frac{1}{2s+2} \times \frac{1}{4s+2} \times \frac{1}{6s+2}$$

$$v_o (2s+2)(4s+2)(6s+2) = 4v_s$$

$\swarrow$ $\swarrow$ $\swarrow$
 -1 $-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{3}$

نقطه ۳

(سؤال ۷۷) کدامیک از عبارات زیر در مورد یک شبکه خطی تغییرناپذیر با زمان صحیح

نیست؟

۱- تعداد فرکانس‌های طبیعی هر متغیر شبکه با مرتبه معادله دیفرانسیل می‌نیمال برای

آن متغیر شبکه برابر است.

۲- اگر یک متغیر شبکه دارای فرکانس طبیعی $\pm j\omega_1$ باشد، به ازای ورودی $(\cos \omega_1 t)u(t)$ ، پاسخ حالت دائمی سینوسی برای این متغیر وجود ندارد.

۳- هر قطب یک تابع شبکه، حتماً یک فرکانس طبیعی متغیر خروجی آن تابع شبکه است.

۴- پاسخ گذرای هر متغیر شبکه فقط به فرکانس‌های طبیعی آن متغیر و شرایط اولیه شبکه بستگی داشته و مستقل از ورودی است.

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(s+z_1)(s+z_2)\dots}{(s+p_1)(s+p_2)\dots} \rightarrow$$

معادله دیفرانسیل

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(s+1)}{(s+1)(s+2)}$$

معادله دیفرانسیل

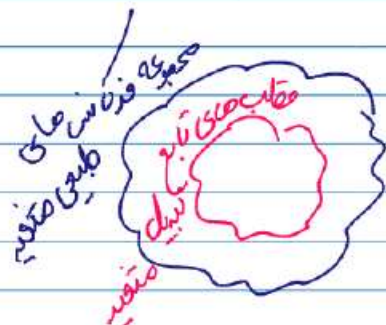
$$(s^2 + 3s + 2)V_o = (s+1)V_s \rightarrow V_o'' + 3V_o' + 2V_o = V_s' + V_s$$

صمیمی $s_1 = -1$ و -2 فرکانس‌های طبیعی

تابع شبکه

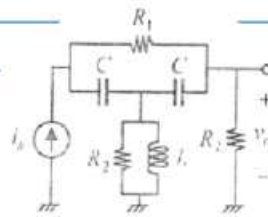
$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{s+1}{(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s+2} \rightarrow \begin{matrix} s=-2 \text{ قطب} \\ s=-1 \text{ حذف شده} \end{matrix}$$

نکته: هر قطب تابع تبدیل صفید (تابع شبکه صفید) یک فرکانس طبیعی است ولی هر فرکانس طبیعی جزء قطب‌های تابع شبکه آن صفید الزماً نیست. ممکنه حذف صفید قطب رخ داده باشه.



(ج۲ ۸۷) در مدار زیر تحت چه شرطی ولتاژ خروجی، مستقل از فرکانس تحریک برابر با

صفر است ؟



$$2R_1 = R_L = \sqrt{\frac{2L}{C}} \quad (1)$$

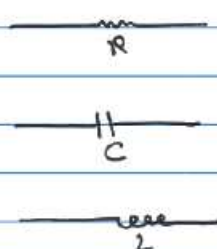
$$R_1 = 2R_L = \sqrt{\frac{2L}{C}} \quad (2)$$

$$R_1 R_L = \frac{2L}{C} \quad (3)$$

$$R_1 R_L = \frac{2L}{C} \quad (4)$$

باید تابع تبدیل $\frac{v_o}{i_s}$ نوشته شود و شرط صفر شدن v_o بررسی شود.

آند: i فرکانس طبیعی متغیر ولتاژ (جریان) که صاف باشد: i فرکانس طبیعی جریان (ولتاژ) صاف
نیز خلاصه بده. چرا؟



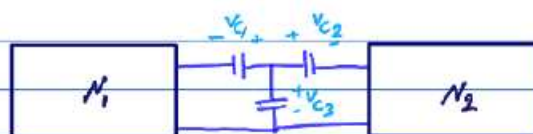
چون آند از تابع زمانی شق و اشکال بگیریم: i ها داریم
ظاهر می شوند. خاصیت تابع زمانی است.

فرکانس طبیعی صاف:

$$x_{zi}(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} + k_3 e^{s_3 t}$$

آند $x_{zi}(t) = k_3$ با $t \rightarrow \infty$ باشد

عوامل تولید فرکانس طبیعی صاف:



۱. گره (کانتست) فقط خازنی - متغیر ولتاژ خازن

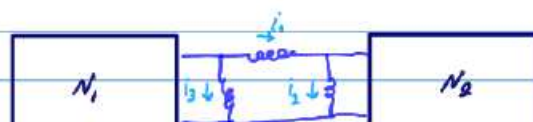
$$V_c = k_1 \rightarrow i_c = C \frac{dV_c}{dt} = 0$$

نکته: ولتاژهای زن می تواند فرکانس طبیعی صاف داشته باشد ولی جریان آن نمی تواند.

$$\text{if } i_c = k \rightarrow V_c = \frac{1}{C} \int k dt = \frac{1}{C} k t$$

مشاهده می شود ولتاژ خازن به مرور زمان به یک مقدار خطی می رسد و این همان فرکانس طبیعی صاف است.

۲. حلقه (مسیر بسته) فقط سلفی - متغیر جریان سلف



$$i_L = k \rightarrow V_L = L \frac{di_L}{dt} = 0$$

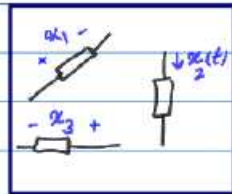
نکته: ولتاژ سلف نمی تواند فرکانس طبیعی صاف داشته باشد چرا که:

$$V_L = k_1 \rightarrow i_L = \frac{1}{L} \int V_L dt = \frac{1}{L} k_1 t$$

که غیر قابل قبول است

فردانش های طبیعی یک شبکه

فردانش های طبیعی شبکه دانه متغیر شبکه ۱، اجتماع کل فردانش های طبیعی تمام متغیرهای شبکه یا اجتماع قطب های تمام توابع شبکه مدار می باشد.

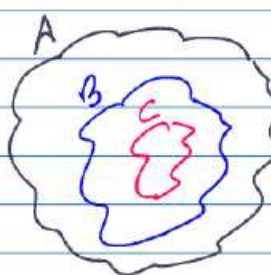


$$x_1(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t}$$

$$x_2(t) = k_1 e^{s_1 t} + k_3 e^{s_3 t} + k_4$$

$$x_3(t) = k_2 e^{s_2 t} + k_5 e^{s_5 t}$$

اگر فرض کنیم x_1 تا x_5 کل متغیرهای شبکه باشند که فردانش های طبیعی شبکه عبارتند از: (۵ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰)



A = مجموعه فردانش های طبیعی شبکه

B = مجموعه فردانش های طبیعی یک متغیر شبکه

C = قطب های تابع شبکه یک متغیر

یعنی مرتبه این مدار ۵ خواهد بود.

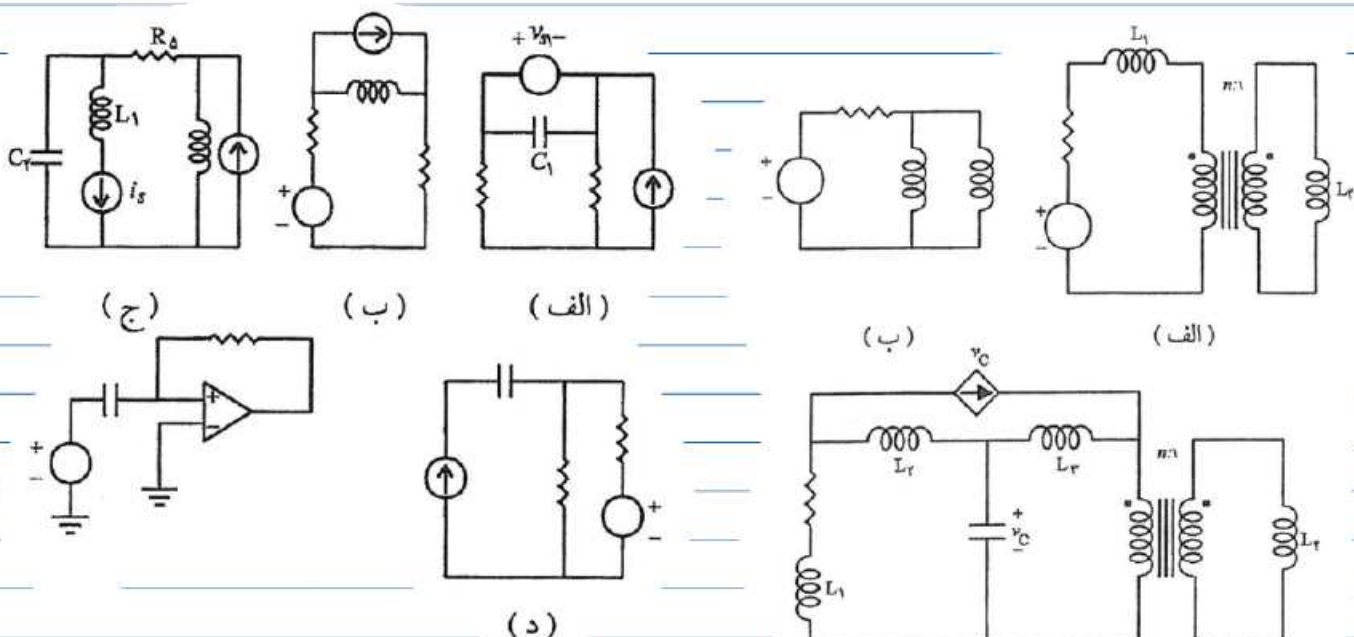
تعریف مرتبه مدار:

تعریف اول: تعداد متغیرهای حالت (ولتاژ خازن و جریان سلف) مستقل از هم

تعریف دوم: تعداد شرایط اولیه اختیاری که برای ولتاژ خازن ها و جریان سلف می توان در نظر گرفت.

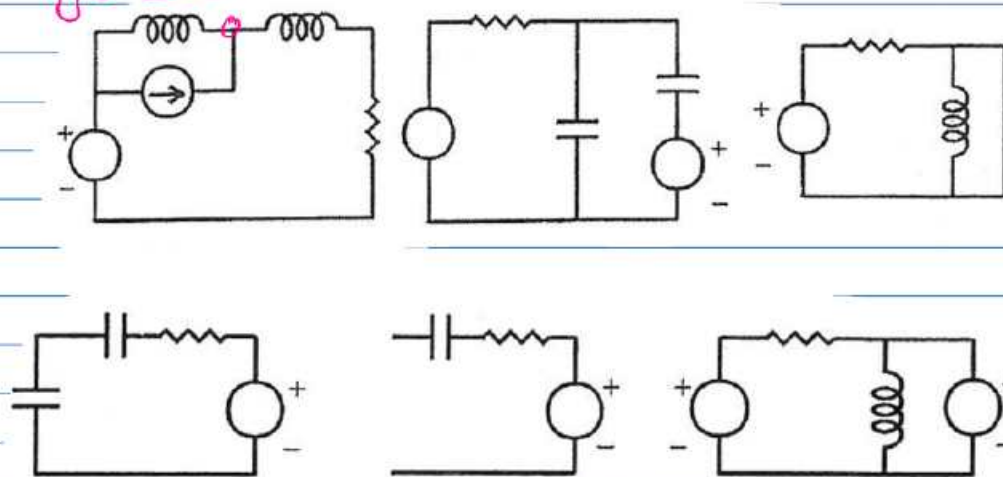
تعریف سوم: برابر اجتماع تعداد فردانش های طبیعی کل متغیرهای شبکه

تذکره: اصلاً با تعریف دوم می توان مرتبه مدار را تشخیص داد.



نمونه دهن

2-1



توضیح چهارم:

$$\begin{aligned}
 & \left(\text{تعداد حلقه‌های} \right) - \left(\text{تعداد سلف‌های} \right) + \left(\text{تعداد خازن‌های} \right) : \text{مدرجه مدار} \\
 & \quad \quad \quad \text{سلفی} \quad \quad \quad \text{ساده نموده} \quad \quad \quad \text{ساده نموده} \\
 & \quad \quad \quad \text{خازنی} \\
 & \quad \quad \quad \text{تعداد خازن‌های} \\
 & \quad \quad \quad \text{طبیعی} \\
 & \quad \quad \quad \left(\text{تعداد واسطه‌های خطی بین} \right) \\
 & \quad \quad \quad \text{متغیر حالت (ولتاژ خازن با} \\
 & \quad \quad \quad \text{جریان سلف)}
 \end{aligned}$$

بعد از ساده سازی قبول بالا استفاده شود. : فرکانس های طبیعی غیر صفر

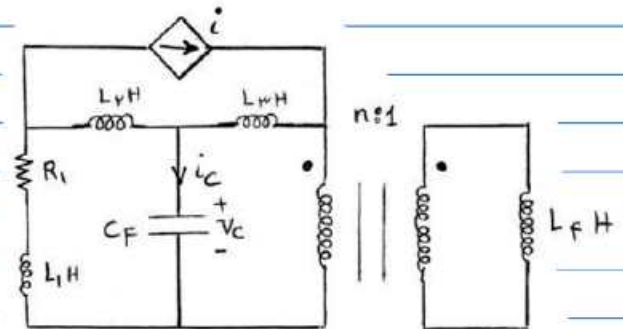
آنها خازن انتقال کوتاه یا مدار باز شده هستند یا با هم سری و موازی شوند.

$$\text{تعداد فرکانس های طبیعی غیر صفر} - \text{مدرجه مدار} = \text{تعداد فرکانس های طبیعی صفر}$$

(بقی ۹۳) - عین مدار داخل کتاب همدنی بری قشعین مرتبه

۵۳ - در مدار زیر با تغییر منبع وابسته از $i = v_c$ به $i = i_c$ درجه مدار (تعداد

فرکانس‌های طبیعی)

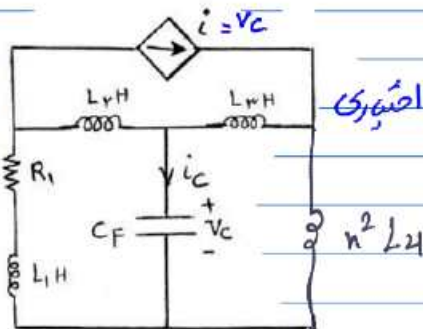


(۲) از دو به سه تغییر می‌یابد.

(۱) تغییر نمی‌کند.

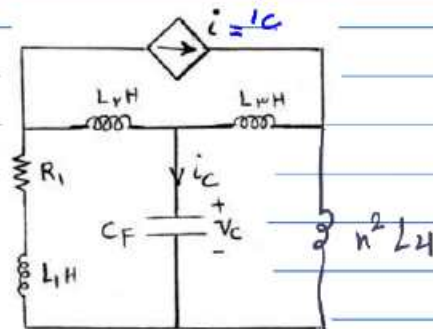
(۴) از سه به چهار تغییر می‌یابد.

(۳) از چهار به سه تغییر می‌یابد.



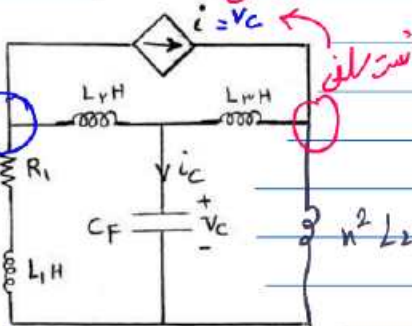
کتاب ۳ متغیر دانه اضوری

روش اول: صدوی



کتاب صدیبه ۳

مثل منبع جریان متغیر حالت

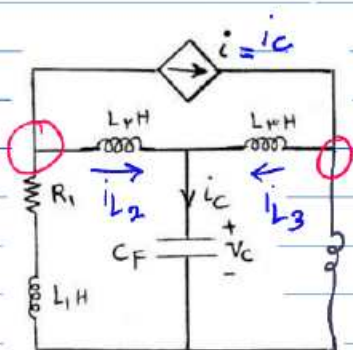


کانت بلنی

اینها کانت بلنی

$$\text{کانت کانت} = (1 + 1) - (1 + 1) = 3$$

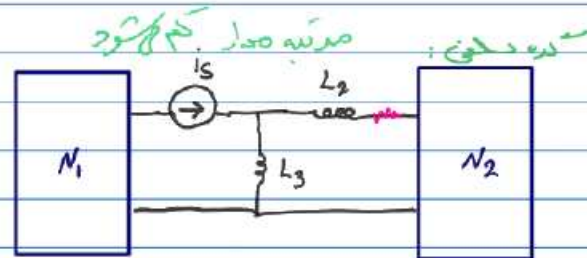
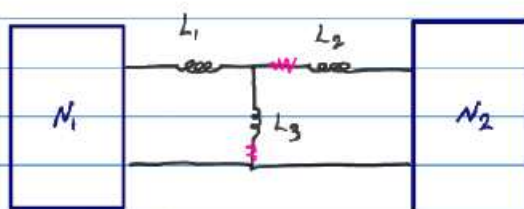
روش دوم: فیزیکی



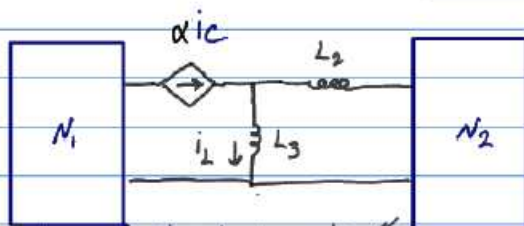
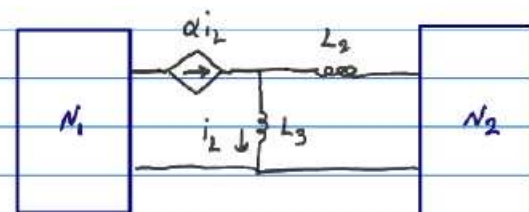
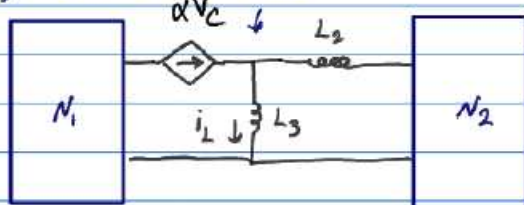
$$\text{کانت بلنی کانت بلنی} = (1 + 1) - (1 + 1) = 3$$

عنا وابگی حلقه ۲ و ۳ دارد. از همین متغیر حالت است.
 $i_c = i_2 + i_3$

حالات خاص که مدل مرتبه مدار

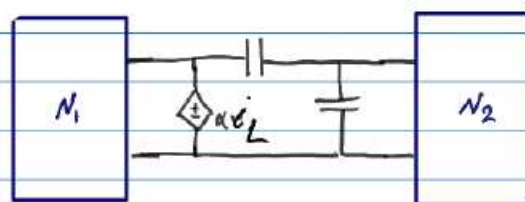
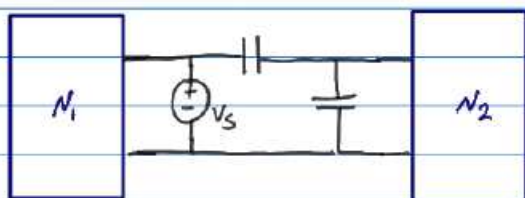
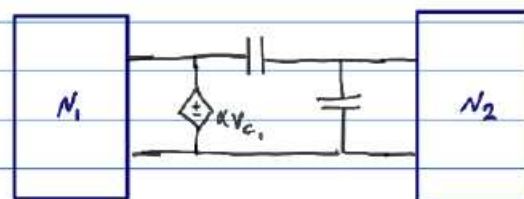
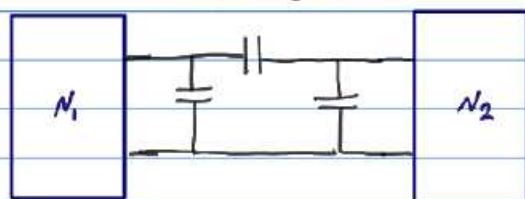


کانت تلف و بسته به متغیر حالت

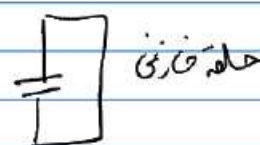
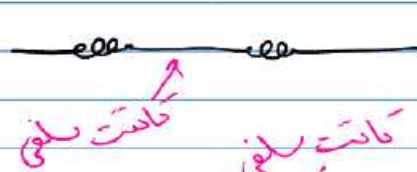


اگر بتوان عا را فقط در حسب لا یا یا V نوشت
کانت تلفی نیست

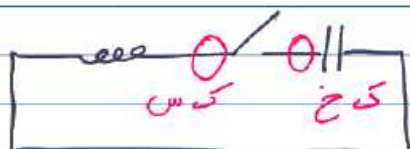
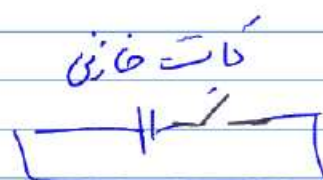
حالت خازنی: هر طایفه یک مرتبه کاهش می دهد



حالت خاص



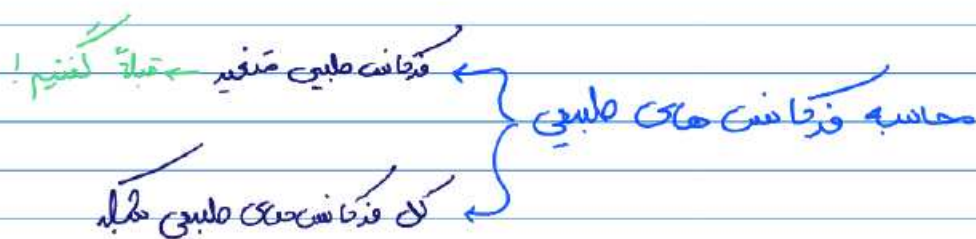
مدل مرتبه
با ضریب جریان منفی



باز = مرتبه ۱
بسته = مرتبه ۲

باز = مرتبه ۲
بسته = مرتبه ۱

خلاصه بحث فرکانس طبیعی

خازن + سلف $\rightarrow$ ۱ فرامین مرتبهحلقه خازنی $\rightarrow$ کاهش مرتبهکدره سلفی $\rightarrow$ کاهش مرتبهحلقه سلفی $\rightarrow$ ایجاد فرکانس طبیعی صفر
کدره! سطح خازنی $\rightarrow$ ایجاد فرکانس طبیعی صفر

محاسبه فرکانس های طبیعی کلی شبکه

۱. جهت آوردن ماتریس ادمپتانس $\rightarrow \det Y(s) = 0$ $\rightarrow$ اگر تعداد نره ها کم تر بود.۲. جهت آوردن ماتریس امپدانس $\rightarrow \det Z(s) = 0$ $\rightarrow$ اگر تعداد حلقه ها کمتر بود.۳. جهت آوردن ماتریس حالت $A \rightarrow \det (sI - A) = 0$

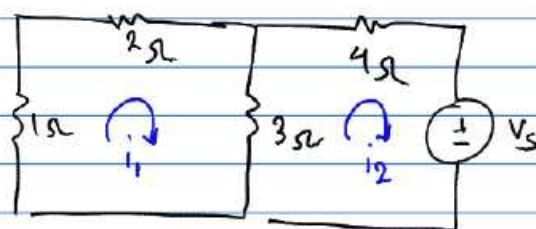
نکته: با خاموش کردن منابع مستقل و باز بستن شاخه های طبیعی غیر صفر پوست می (بند نهایی خود را) باز توجه به مدار

فرکانس های طبیعی صفر را تشخیص دهیم.

نکته: در صورتی که خازن ها و سلف ها را با هم ساده کنیم فرکانس های طبیعی صفر را جدت بگیریم.

ماتریس امپدانس

به تعداد حلقه مناسب جریان در نظر بگیریم.



KVL: $i_1 + 2i_1 + (i_1 - i_2)3 = 0$

$3(i_2 - i_1) + 4i_2 + V_s = 0$

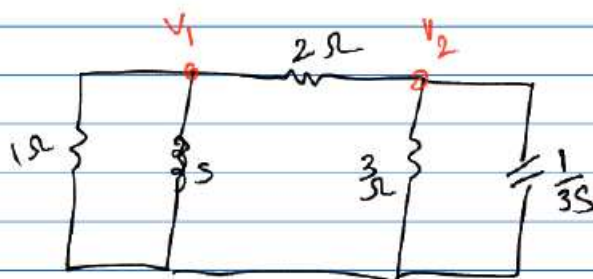
کل امپدانس های حلقه 1 Z_{11}

Z_{12}

منفی امپدانس های شاخه مشترک

$$\begin{bmatrix} 1+2+3 & -3 \\ -3 & 3+4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_s \end{bmatrix}$$

ادmittانس برای هر ترم یک ولت؟ در نظر بگیریم



کل ادmittانس های متصل به 1

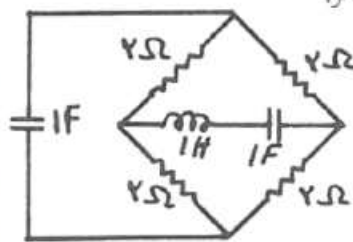
Y

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 3S \end{bmatrix}$$

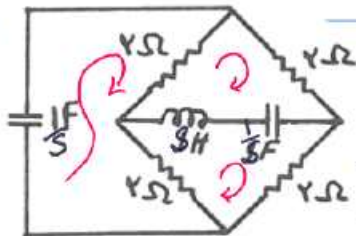
بین دو ترم با علامت منفی
کل ادmittانس

کل ادmittانس های متصل به 2

(بج ۷۹) فرکانس های طبیعی مدار مقابل عبارتند از:



$$\begin{aligned} & -1 \text{ و } -1 \\ & -\frac{1}{4} \text{ و } -\frac{1}{4} \\ & -2 \text{ و } -1 \\ & -\frac{1}{4} \text{ و } -1 \end{aligned}$$

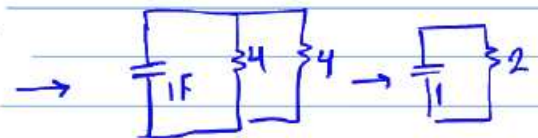
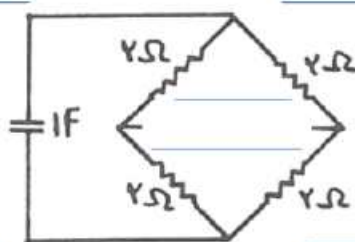
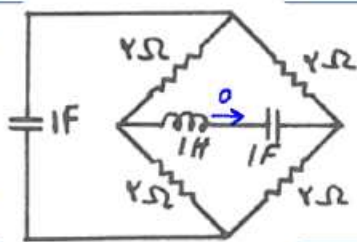


روش اول: ماتریس امپدانس

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \det Z = 0$$

روش دوم: می توان از دید هر المان مدار، رابطه کتبی فرکانس های طبیعی مدار را جست آورد.

چون مدار تقارن دارد این کار را می کنیم.
 تعادل پل و تستن $\rightarrow$ از دید خازن

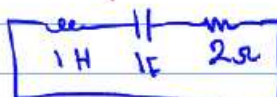
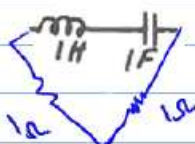
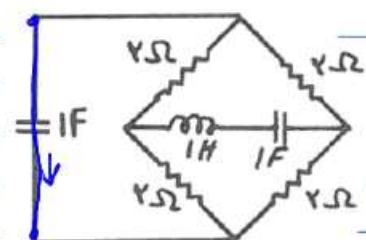
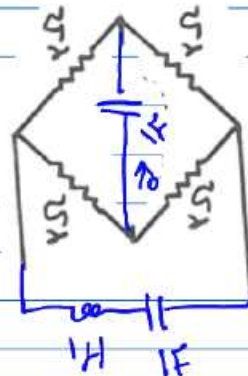
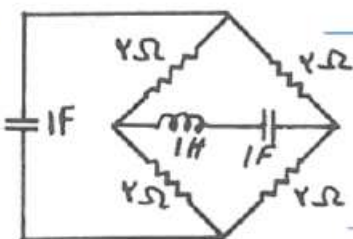


$$-\frac{1}{2} = \text{فرکانس طبیعی} \rightarrow T = 2s \text{ متباین}$$

$$\frac{1}{2} V'_C + 2V_C = 0 \rightarrow S = -\frac{1}{2}$$

از دید شانه وسط پل و تستن
 داریم که 1F در مقابل است.

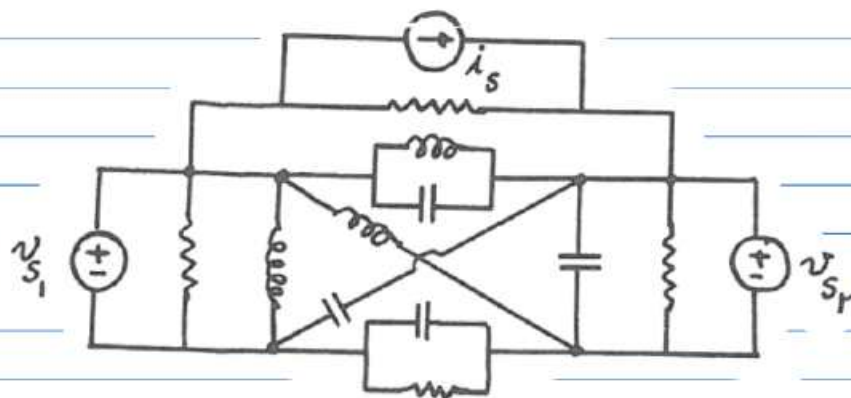
می توانیم از ۳ غلط هستند.



$$S^2 + 2S + 1 = 0 \rightarrow S = -1 \text{ و } -1$$

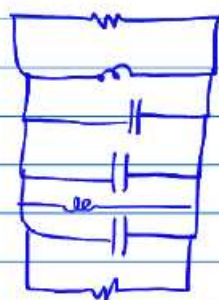
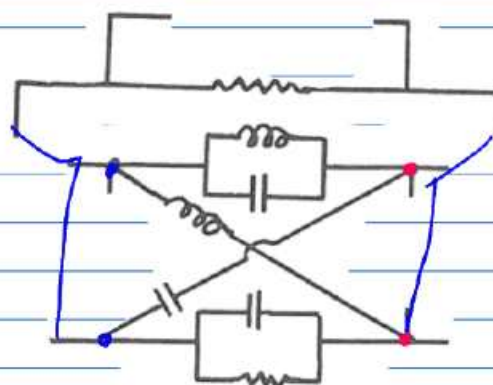
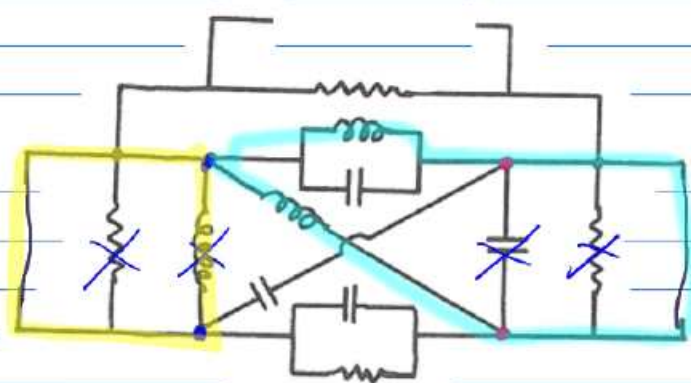
کل فرکانس های طبیعی = -1 و -1 و $-\frac{1}{2}$

بچه (۷) فضا نش‌های طبیعی غیر صفره قبله خطی تغییر فایزیه بازمان شکل زیر کدامند؟

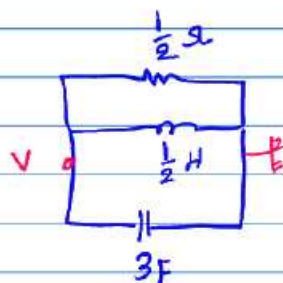


$$\begin{array}{llll} (-1 \pm j\sqrt{5}), \pm j & -2 & \frac{-1}{3}(1 \pm j\sqrt{5}) & -1 \\ -\frac{1}{3}(1 \pm j\sqrt{5}), \pm j, -1 & -4 & (-1 \pm j\sqrt{5}), -1 & -3 \end{array}$$

نکته: چون فضا نش‌های طبیعی غیر صفره را خواسته می‌توان معادله را ساده کرد.



if $R=C=L=1$



$$V \left(\frac{1}{3s} + \frac{1}{2}s + \frac{1}{2} \right) = 0 \rightarrow s^2 + \frac{3}{2}s + \frac{2}{3} = 0$$

تنها جذباتی به ۲ فضا نش طبیعی دارد که نزدیک ۱ است.

در مدار اصلی ۲ حلقه مغناطیسی داریم معادله با ۲ فضا نش طبیعی صفر

$$۴ = ۲ + ۲ = \text{درجه مدار}$$

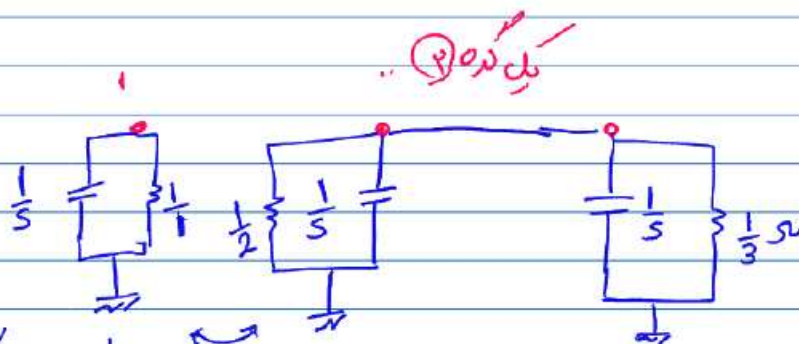
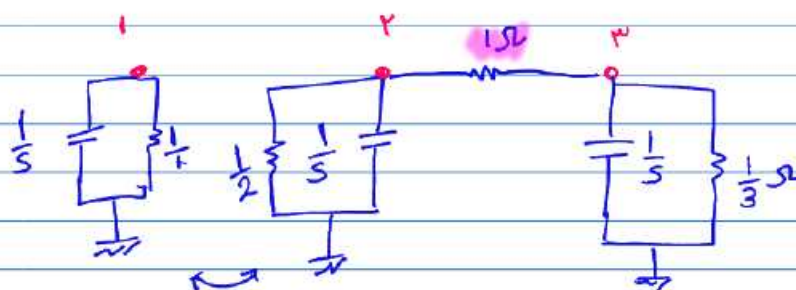
(بوق ۸۲) ماتریس ادمیتانس گره یک شبکه LTI به صورت داده شده در صفحه بعد است. اگر گره‌های ۲ و ۳ به یکدیگر اتصال کوتاه شوند، فرکانس‌های طبیعی شبکه جدید چقدر خواهند بود؟

$$Y_n = \begin{bmatrix} s+1 & 0 & 0 \\ 0 & s+3 & -1 \\ 0 & -1 & s+4 \end{bmatrix}$$

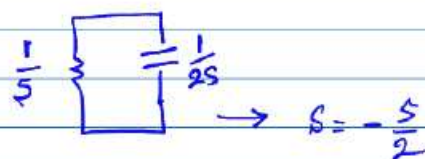
$$\begin{aligned} & \frac{-v + \sqrt{5}}{2} \text{ و } \frac{-v - \sqrt{5}}{2} \quad (2) & -1 \text{ و } -2.5 \quad (1) \\ & 3 \text{ و } -2.5 \quad (3) & -1 \text{ و } -3 \quad (3) \end{aligned}$$

۲، ۳ اتصال ندارند.

$$Y_n = \begin{bmatrix} s+1 & 0 & 0 \\ 0 & s+3 & -1 \\ 0 & -1 & s+4 \end{bmatrix} \rightarrow \text{۳ تا گره مستقل}$$



بدون فرکانس‌های طبیعی
 $s = -1$



نتایج: $s_1 = -1, s_2 = -2.5$

$$Y_{new} = \begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 0 & s+\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

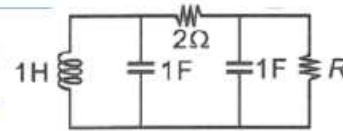
روش دوم: $\det Y_{new} = (s+1)(s+\frac{5}{2}) = 0$

$\det \{Y\} = 0 \rightarrow s_1 = -1$
 $s_2 = -\frac{5}{2}$

(برق ۹۰) اگر در پاسخ ورودی صفر مدار شکل زیر جمله Ae^{-t} وجود داشته باشد

(A ثابت)، مقدار R برابر چند اهم است؟

جواب:



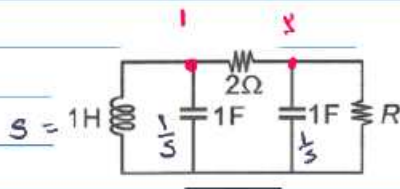
۱ (۲)

۳ (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

یعنی $s = -1$ یکی از فرکانس های طبیعی مدار است.



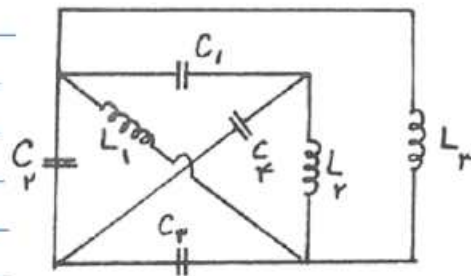
فرکانس اساسی $s = -1$

$$\det \{Y\} = 0$$

$$Y = \begin{bmatrix} -1 + -1 + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{R} \end{bmatrix}$$

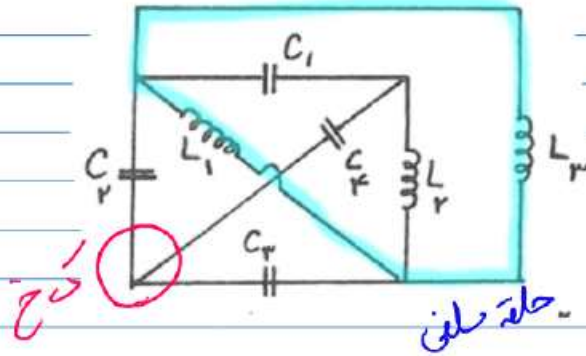
$$\det Y = -\frac{3}{2} \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{R} \right) - \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{3}{4} - \frac{3}{2R} - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow \underline{R = 3 \Omega}$$



در رابطه بامدار شکل مقابل کدام عبارت صحیح است؟

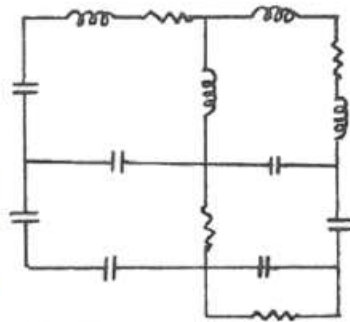
- ۱- سه فرکانس طبیعی صفر دارد.
- ۲- یک فرکانس طبیعی صفر دارد.
- ۳- فرکانس طبیعی صفر ندارد.
- ۴- هیچکدام از عبارات فوق صحیح نیست.



۲ فرکانس طبیعی صفر دارد.

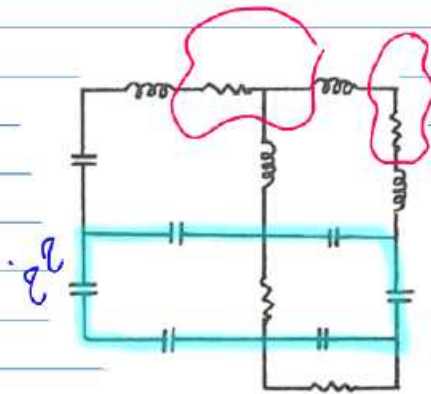
حالت تلفی

(بوق ۷۱) مرتبه مدار و تعداد فرکانسهای طبیعی غیر صفر در مدار شکل زیر چیست؟



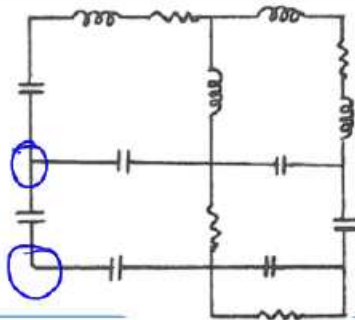
۲- ۱۱ و ۱۰
۴- ۸ و ۸

۱- ۱۱ و ۷
۳- ۷ و ۶



کسلی صخ

$$= 8 = (4 + 7) - (1 + 2) = \text{مدره}$$

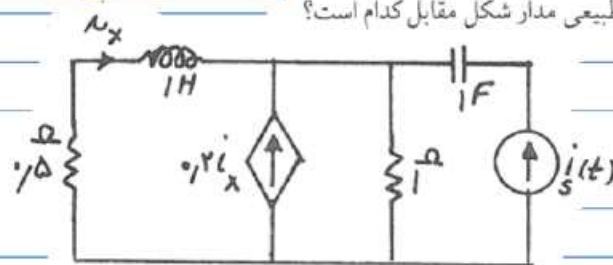


۰ = حله سلفی
۲ = کانت خازنی
۲ فرکانس طبیعی صفر →

$$6 = 8 - 2 = \text{تعداد فرکانس غیر صفر}$$

همچون یک از تزیینها صمیم نسبت

(پرت ۸۲) - فرکانس های طبیعی مدار شکل مقابل کدام است؟

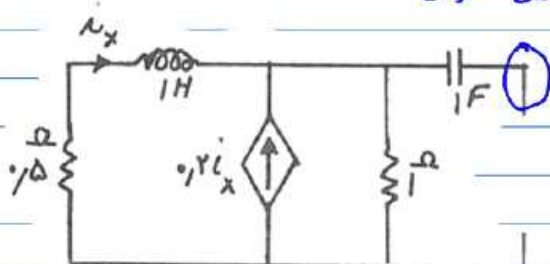


- جواب:
- (۱) -0.5
 - (۲) -1.5
 - (۳) -1.7 و صفر
 - (۴) $-j$ و $+j$

راه اول: ماتریس امپدانس یا ادمیتانس

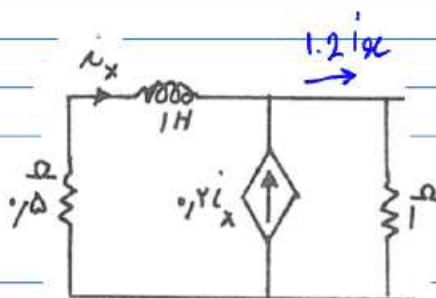
روش دوم: محاسبه مداری

کاست خازنی



یک کاست خازنی داریم که یک فرکانس طبیعی صفر

با ساده سازی فرکانس های طبیعی غیر صفر بدست می آید.



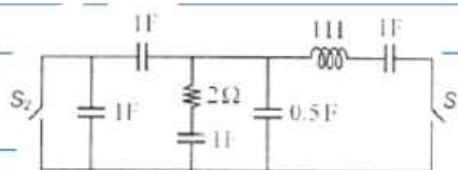
$$0.5 i_x' + i_x' + 1.2 i_x' = 0$$

$$i_L = i_x' \Rightarrow i_x' + 1.7 i_x' = 0$$

$$s = -1.7$$

(برق ۸۷) در مدار شکل زیر دو حالت باز بودن کلیدها و بسته بودن کلیدها را در نظر

بگیرید، کدام ادعا درست است؟



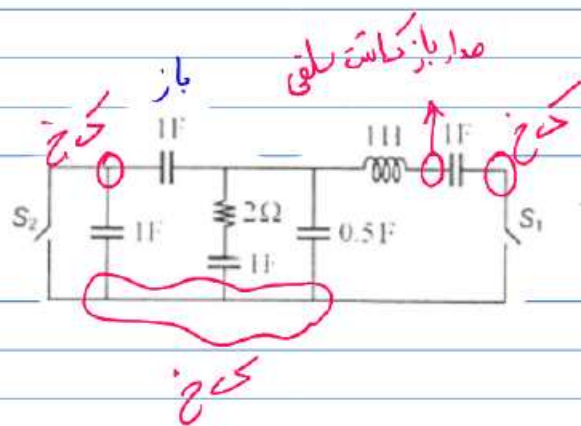
(۱) تعداد فرکانس‌های طبیعی در هر دو حالت ۵ است.

(۲) تنها فرکانس طبیعی غیر صفر در یک حالت برابر ۱- است.

(۳) تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر در یک حالت برابر تعداد فرکانس‌های طبیعی غیر صفر در

حالت دیگر است.

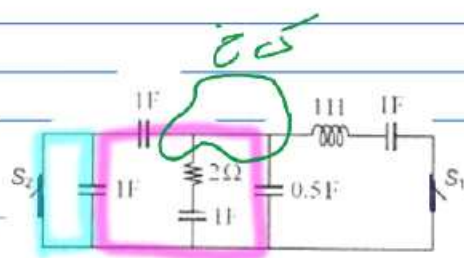
(۴) موارد ۲ و ۳ صحیح است.



$$N = (5 + 1) - (1 + 1) = 4$$

$$N_0 = 3 + 0 = 3$$

$$N - N_0 = 1$$

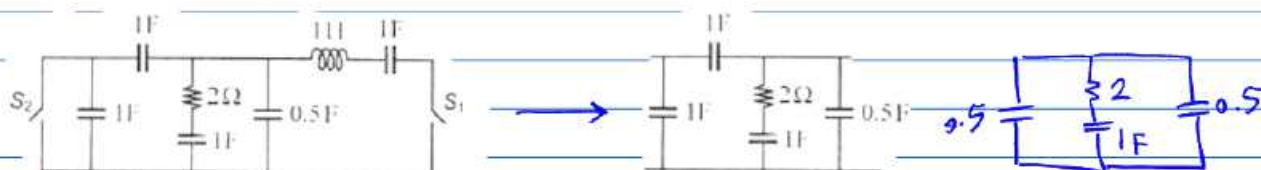


$$N = (5 + 1) - (2 + 0) = 4$$

$$N_0 = 1$$

$$N - N_0 = 3$$

برای محاسبه فرکانس طبیعی غیر صفر حالت اول مدار را می‌توان ساده سازی تحلیل می‌کنیم



نصفه ۴ جواب است.

$$\begin{cases} 2 \\ 1/2 \end{cases} \text{ مدتی } T = 1s \rightarrow S = -16$$

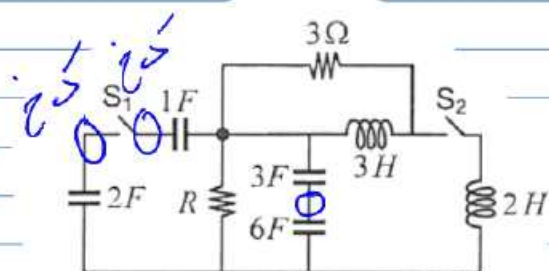
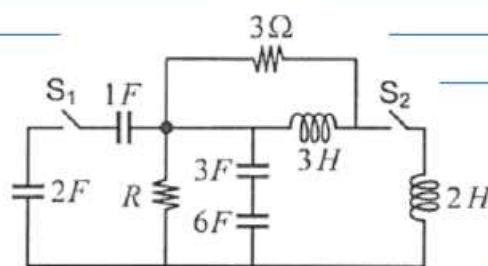
(برق ۸۸) در مدار شکل زیر R بر حسب Ω چقدر باشد تا در حالت باز بودن کلیدها

مقدار یکی از فرکانس‌های طبیعی مخالف صفر برابر $\frac{1}{10}$ تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر این

مدار باشد؟

جواب:

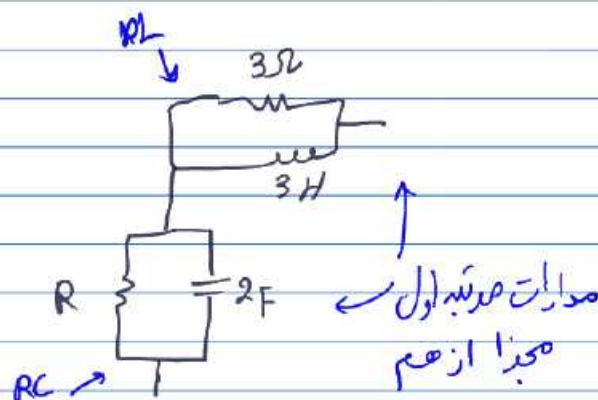
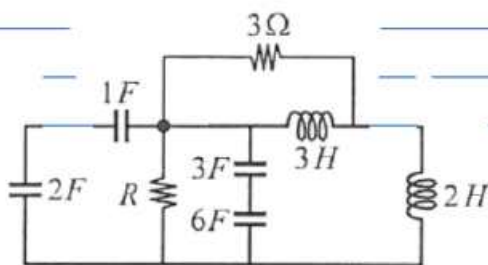
- (۱) $\frac{5}{2}$
- (۲) $\frac{5}{3}$
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{10}{27}$



۳ گاست حارثی

$$N_0 = 3$$

برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی غیر صفر مدار را ساده می‌کنیم.



$$\tau_{PL} = \frac{3}{3} = 1 \rightarrow S = -1$$

$$\tau_{RC} = 2R \rightarrow S = -\frac{1}{2R} = \frac{1}{10} \times 3 \rightarrow R = \frac{10}{6}$$

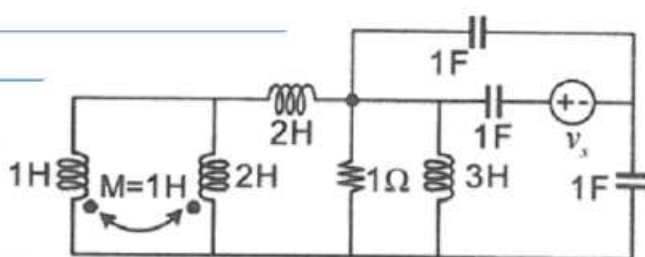
سوال گفته

$$R = \frac{5}{3} \Omega$$

(برق ۹۰) معادله مشخصه مدار شکل زیر کدام است؟ (معادله مشخصه مدار معادله‌ای

است که تمام فرکانس‌های طبیعی مدار را می‌دهد).

جواب:



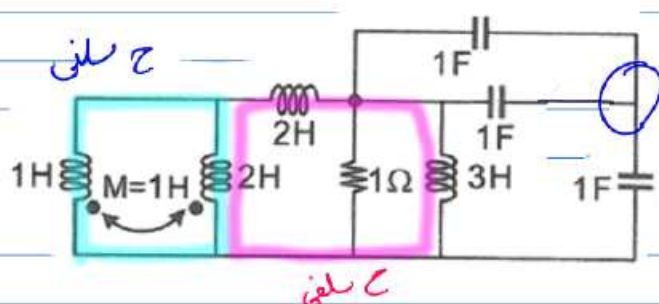
$$s^2(s^2 + s + 1) = 0 \quad (1)$$

$$s^2(2s^2 + 3s + 2) = 0 \quad (2)$$

$$s^2(s^2 + s + 1) = 0 \quad (3)$$

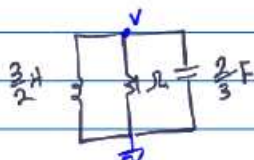
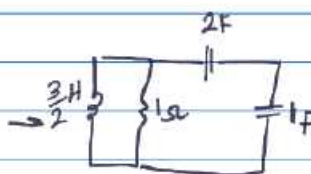
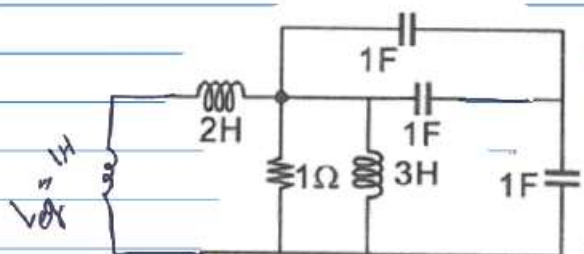
$$s^2(2s^2 + 3s + 2) = 0 \quad (4)$$

برای آنکه بدون مانتیس اصفهان فرکانس‌های طبیعی شبکه را بدست آوریم باید اول فرکانس‌های طبیعی مدار را مشخص کنیم تا بتوانیم جاسه مازای فرکانس‌های تکراری را بدست آوریم.



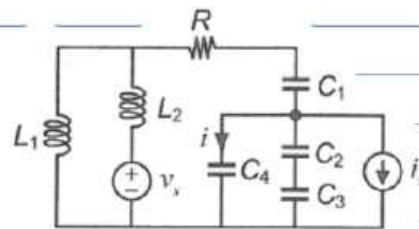
که

$$N_0 = 3$$



$$V(s^2 + \frac{3}{2}s + \frac{1}{1}) = 0$$

در نتیجه ۳ جواب است. $s^3(s^2 + \frac{3}{2}s + 1) = 0$



(برق ۹۱) ؛ در مدار شکل مقابل مقادیر المان‌ها

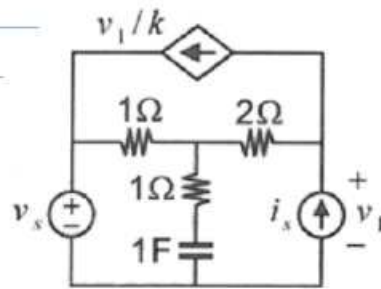
مثبت است. جریان i چند فرکانس طبیعی دارد؟

- (۱) دو فرکانس طبیعی مخالف صفر
- (۲) دو فرکانس طبیعی مخالف صفر و یک فرکانس طبیعی صفر
- (۳) دو فرکانس طبیعی مخالف صفر و سه فرکانس طبیعی صفر
- (۴) دو فرکانس طبیعی مخالف صفر و دو فرکانس طبیعی صفر

فرکانس طبیعی صفر فقط ولت‌ها و شارژین دارند داشته باشند. نه اینها صحیح است.

برق ۱۹۲ — فرکانس طبیعی مدار زیر، برابر $-\frac{1}{3}$

است. وقتی خازن اتصال باز است، چه مقاومتی از دو سر منبع جریان مستقل دیده می شود؟ (k ثابت)



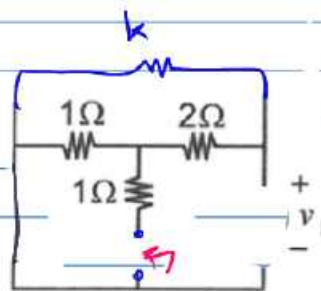
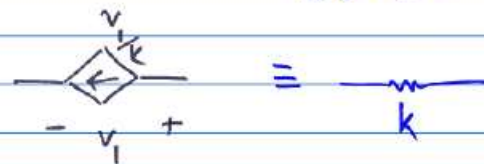
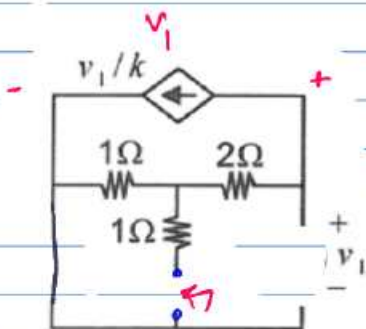
جواب:

- (۱) -4Ω
(۲) 3Ω
(۳) 8Ω
(۴) 12Ω

ابتدا باید کار را بدست آوریم.

مدار مدته اول است. برای مدار مدته اول ثابت زمانی عکس فرکانس طبیعی است.

$$s = -\frac{1}{3} \rightarrow \tau = 3 \text{ ثانیه مدته اول} \rightarrow R_{th} \times 1F = 3 \rightarrow R_{th} = 3\Omega$$

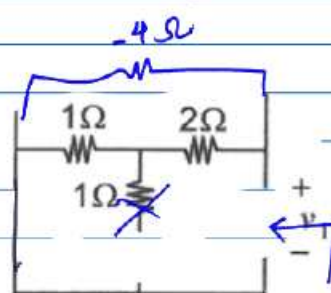
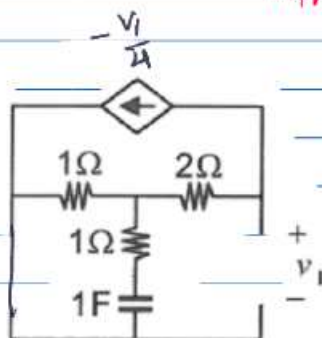


$$R_{th} = (2+k) \parallel 1 + 1$$

$$R_{th} = \frac{2+k}{3+k} + 1 = \frac{5+2k}{3+k}$$

$$R_{th} = 3 \rightarrow \frac{5+2k}{3+k} = 3 \rightarrow 9+3k = 5+2k$$

$$k = -4$$



$$R_{eq} = (2+1) \parallel -4 = \frac{3 \times (-4)}{-4+3} = +12$$

شرط داشتن فرکانس طبیعی صفر

مدار اگر فاقد منبع وابسته باشد با داشتن کانت خازنی یا حلقه ملنی فرکانس طبیعی صفر ایجاد می شود. ولی چون گره خازنی و حلقه ملنی هم با هم وابسته می توان فرکانس طبیعی صفر ایجاد کرد.

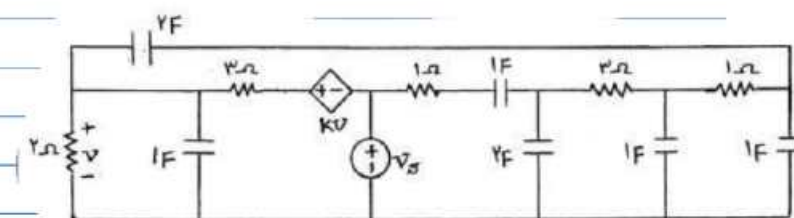
اگر مداری نخواهد فرکانس طبیعی صفر داشته باشد (بنا به منابع وابسته) باید در فرکانس صفر مدار جواب کلیتی داشته باشد. یعنی به صورت زیر عمل می کنیم

۱. تحلیل مدار در فرکانس صفر



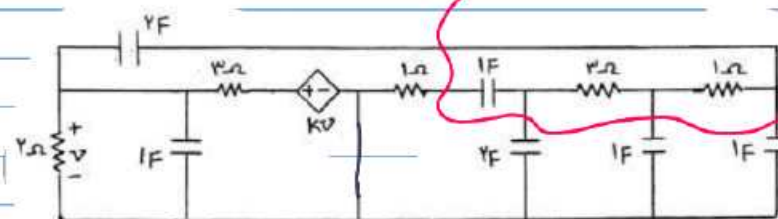
۲. تحلیل مدار مفادستی جهت داشتن جواب کلیتی

۴۶- به ازای چه مقدار k مدار دو فرکانس طبیعی صفر دارد؟ (بوق ۹۳)

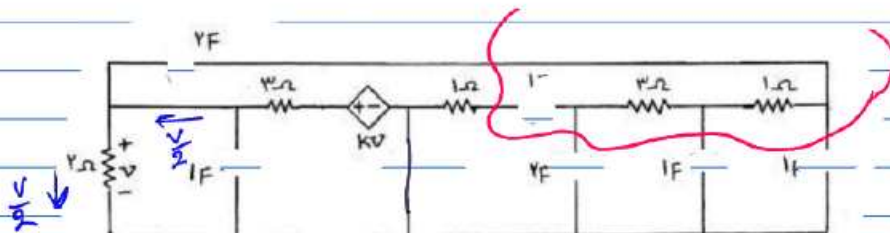


کانت خارجی ← یک فرکانس طبیعی صفر

$$\begin{array}{ll} -1 \text{ (2)} & -\frac{5}{2} \text{ (1)} \\ \frac{5}{2} \text{ (4)} & 3 \text{ (3)} \end{array}$$



چون ضریب وابسته داریم خدایار کانت خارجی ممکنه با ضریب وابسته فرکانس طبیعی صفر داشته باشیم



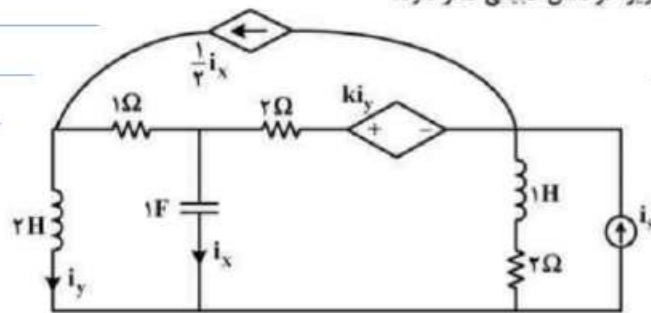
بای داشت جواب کلیتا kVL

نقص نشود

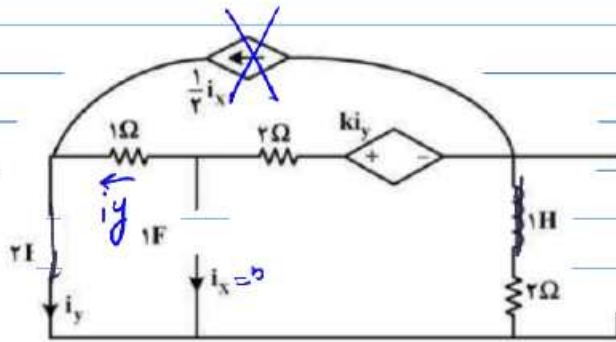
$$-kV + 3\frac{V}{2} + V = 0 \rightarrow V\left(\frac{5}{2} - k\right) = 0 \rightarrow k = \frac{5}{2}$$

برق ۹۴

به ازای چه مقدار k ، مدار شکل زیر، فرکانس طبیعی صفر دارد؟



- (۱) $-\frac{1}{5}$
- (۲) $\frac{1}{5}$
- (۳) 5
- (۴) -5

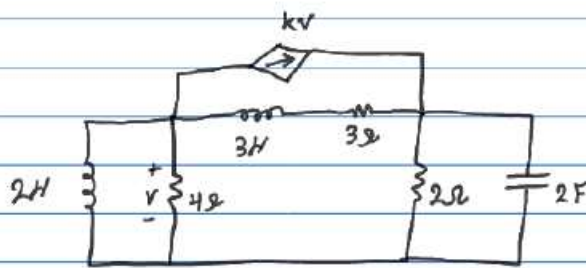


کامت خازنی و حلقه سلفی نداریم
فقط با ضمیم وابسته می توان فرکانس طبیعی
صفر ایجاد کرد.

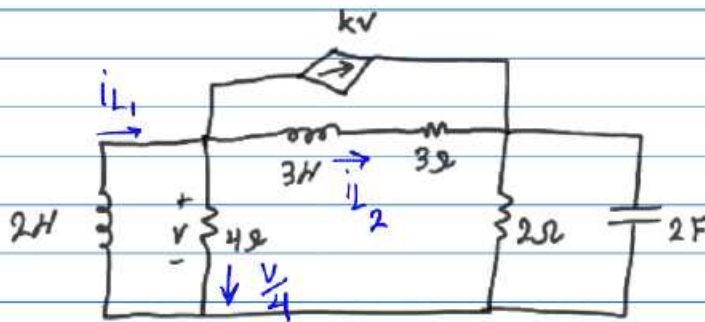
$$2i_y - k i_y + 3i_y = 0$$

$$i_y (5 - k) = 0 \rightarrow \underline{k = 5}$$

مثال: در مدار مشخص زیر به ازای چه مقدار k مرتبه مدار ۲ خواهد بود؟

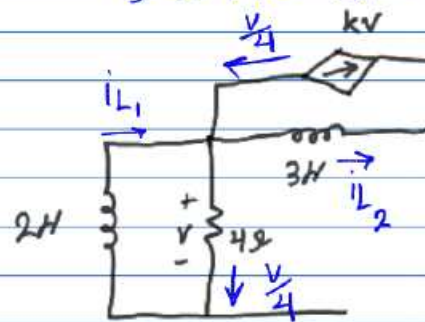


با نگاه سطحی مدار مرتبه ۳ است برای اینکه مرتبه کمتر شود باید کانت بلکی یا حلقه خازنی ایجاد کنیم.



اگر منبع وابسته جریان مقاومت را خنثی کند یک کانت بلکی ایجاد می شود.

$$\text{if } kv = -\frac{v}{4} \rightarrow$$

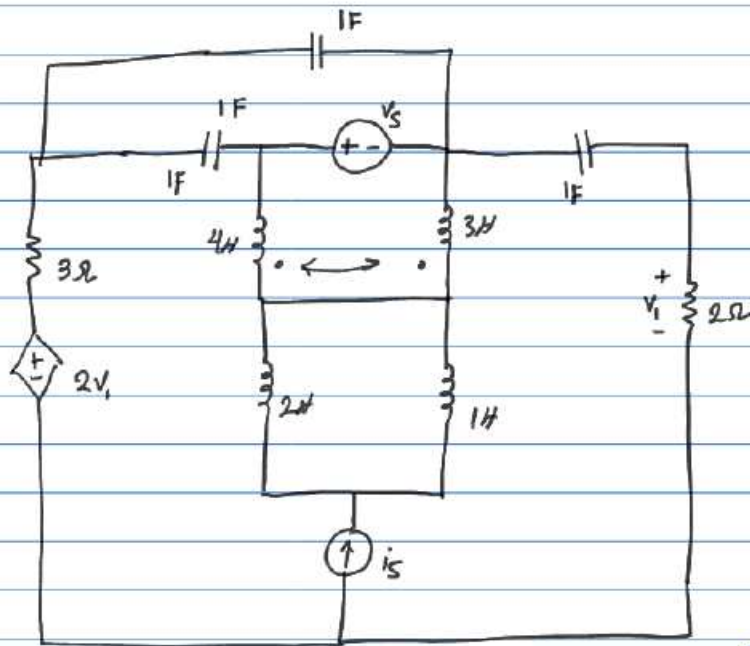


$$\rightarrow i_{L1} = i_{L2}$$

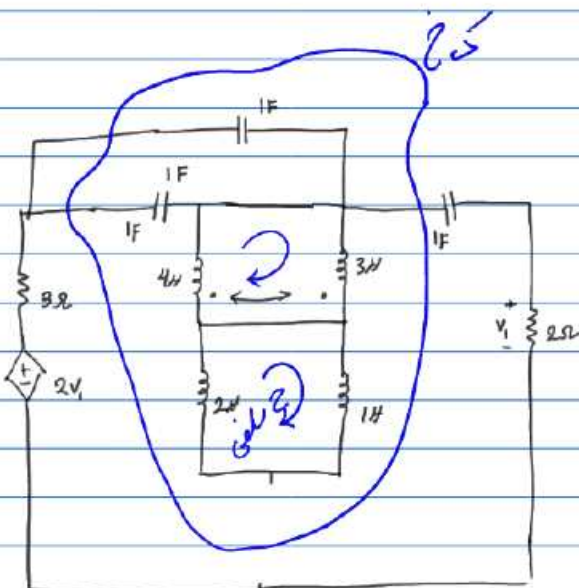
یک وابستگی حلقه بین L_1 و L_2 ایجاد می شود و باعث کاهش مرتبه خواهد شد.

مثال: معادله مشخصه مدار زیر کدام است؟

$$s^3(s + \frac{3}{2}) = 0$$

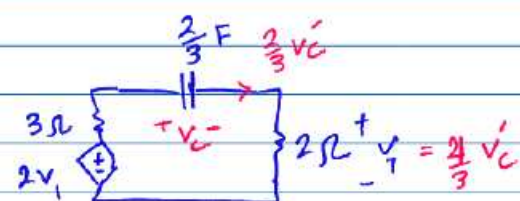
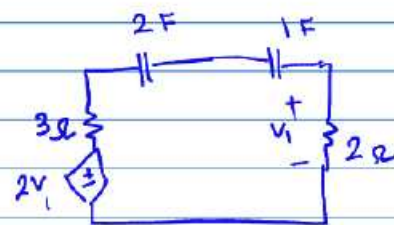
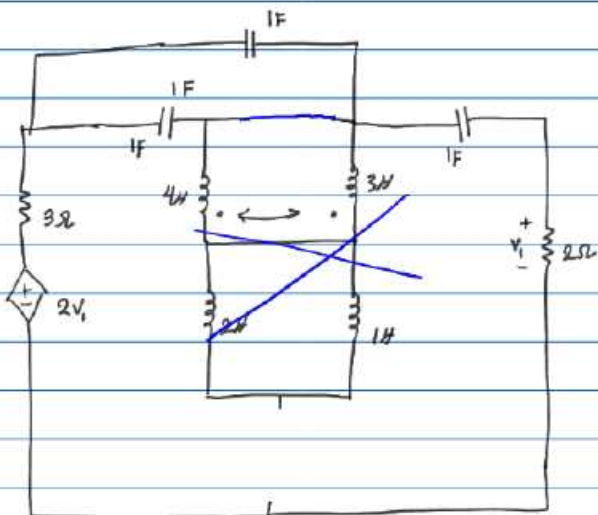


ابتدا دو گسسه می داریم و از هر یک یک حلقه می گذرانیم.



حلقه ۲
۱ کاست خازنی $\rightarrow N_0 = 3$

حال می توان مدار را ساده کرد و فرکانس های طبیعی خازن ها را بدست آورد.



$$V_c + \frac{4}{3}V_c' - \frac{8}{3}V_c' + 2V_c' = 0$$

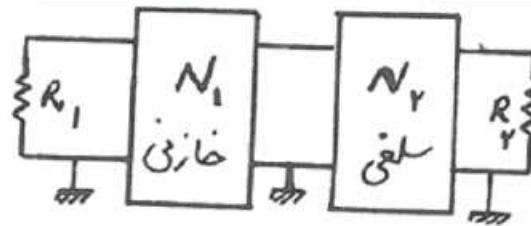
$$\leftarrow \frac{2}{3}V_c' + V_c = 0$$

$$s^3(s + \frac{3}{2}) = 0$$

(جواب ۱۸۰) - در شکل زیر N_1 منحصرأ از خازنهای مثبت و N_2 منحصرأ از سلفهای مثبت خطی و تغییرناپذیر با زمان تشکیل یافته‌اند. حداکثر تعداد فرکانس‌های طبیعی غیر صفر شبکه

چند است؟

جواب:

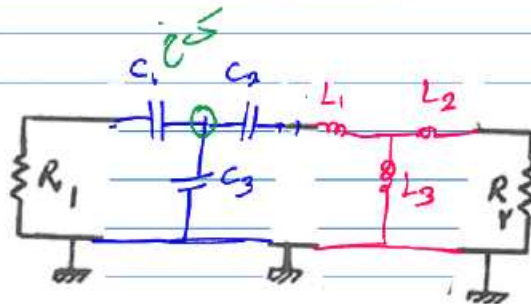


۴ (۲)

۵ (۳)

۲ (۱)

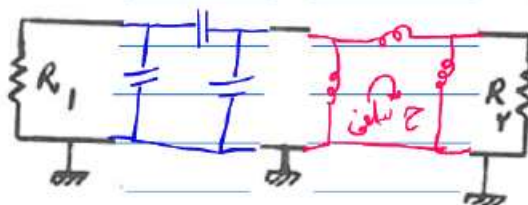
۶ (۳)



$$N = 6 - 1 = 5$$

$$N_0 = 1$$

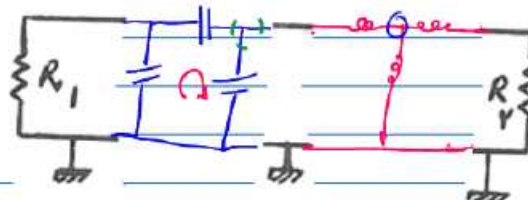
$$N - N_0 = 4$$



$$N = 6 - 1 = 5$$

$$N_0 = 1$$

$$N - N_0 = 4$$



$$N = 6 - 1 - 1 = 4$$

$$N_0 = 0$$

$$N - N_0 = 4$$

در سه حالت ۴ فرکانس طبیعی غیر صفر داریم.

می‌توان شرایط اولیه را طوری طراحی کرد تا آنکه فرکانس طبیعی را حذف کنیم.

۱. تمام منابع مستقل را خاموش

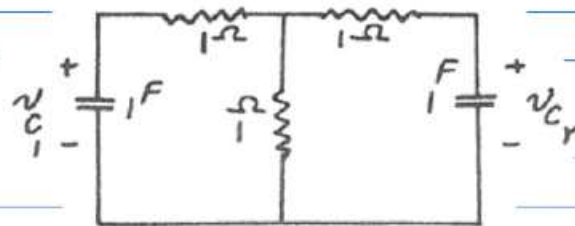
۲. شرایط اولیه عناصر رگت و خازن را به مدار اضافه می‌کنیم

۳. معادلات تغییرات را در حوزه لاپلاس می‌نویسیم $\leftarrow X(s) = \frac{P(s)}{Q(s)}$

۴. با محاسبه $P(s)$ می‌توان بعضی از ریشه‌های $Q(s)$ که فرکانس طبیعی است را حذف کنیم

(نقد ۶۹) در شبکه زیر، برای آنکه فرکانس طبیعی با قدر مطلق بیشتر در شبکه تحریک گردد

ولتاژهای اولیه لازم دوسر خازنها عبارتند از:



۱، ۳ - ۲

۱، -۱ - ۱

۳، ۳ - ۴

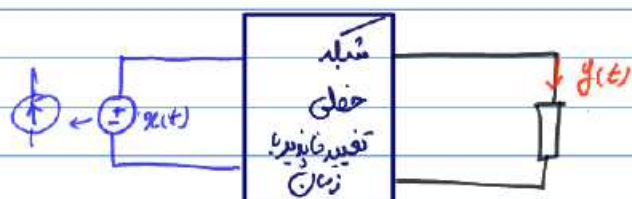
-۱، ۳ - ۳

توابع شبکه

برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی و پاسخ‌های ورودی صفر شبکه مورد توجه بود. ولی برای محاسبه تابع شبکه، پاسخ‌های حالت صفر مورد نظر هستند.

✓ تابع شبکه برای شبکه‌های خطی تغییرپذیر با زمان تعریف می‌شود. تابع شبکه همان تابع تبدیل کنترل است.

تعریف تابع شبکه: نسبت تبدیل خازن‌ها و پاسخ حالت صفر متغیر به تبدیل خازن‌ها و ورودی تابع شبکه نویسیم.



$$H(s) = \mathcal{L} \left\{ \frac{y(t)}{x(t)} \right\} = \frac{Y(s)}{X(s)} = k \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}$$

$$N(s) = 0 \longrightarrow H(s) \text{ صفرهای}$$

$$D(s) = 0 \longrightarrow H(s) \text{ قطب‌های}$$

نکته: اگر حذف صفر و قطب خاصه با همیم قطب‌های تابع شبکه فرکانس‌های طبیعی متغیر $y(t)$ است.

درصورتی که قطب‌های تابع شبکه زیر مجموعه‌ای از فرکانس‌های طبیعی شبکه است.

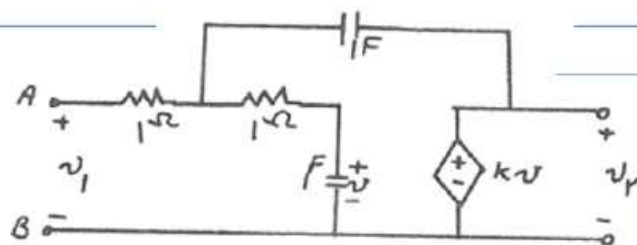
انواع توابع شبکه

ج) تابع شبکه اصفهانی انتقالی $H(s) = \frac{V_0}{I_s}$

الف) تابع شبکه دبره ولتاژ $H(s) = \frac{V_0}{V_s}$

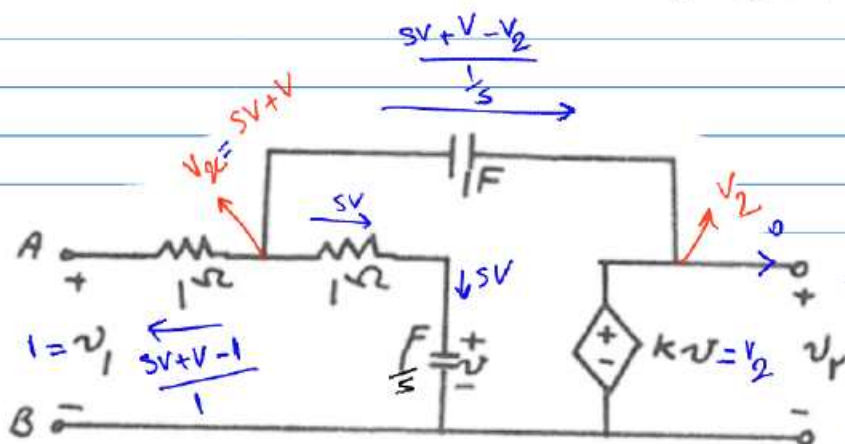
د) تابع شبکه اصفهانی انتقالی $H(s) = \frac{I_0}{V_s}$

ب) تابع شبکه دبره جریان $H(s) = \frac{I_0}{I_s}$



$$H(s) = \frac{k}{s^2 + (k-3)s + 2} \quad -2 \quad H(s) = \frac{k}{s^2 + (k-3)s + 1} \quad -1$$

$$H(s) = \frac{k}{s^2 + (3-k)s + 1} \quad -2 \quad H(s) = \frac{k}{s^2 + (3-k)s + 2} \quad -3$$



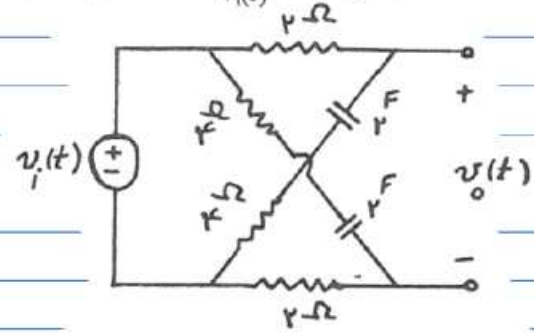
$$SV + V - 1 + SV + S(SV + V - V_2) = 0$$

$$V(s^2 + (3-k)s + 1) = 1$$

$$H(s) = \frac{V}{1} = \frac{1}{s^2 + (3-k)s + 1} \rightarrow V_2 = kV \rightarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{k}{s^2 + (3-k)s + 1}$$

در شبکه متقارن زیر تابع شبکه $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ برابر است با: (۷۷)

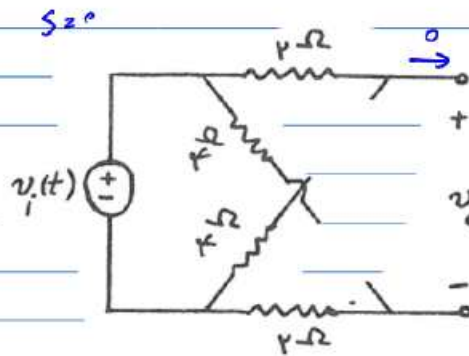


$$H(s) = \frac{2s+1}{12s+4} \quad -2$$

$$H(s) = \frac{2s+1}{12s+1} \quad -1$$

$$H(s) = \frac{4s+1}{12s+1} \quad -4$$

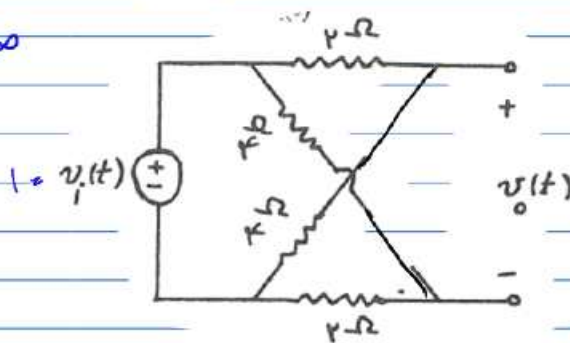
$$H(s) = \frac{4s+1}{12s+4} \quad -3$$



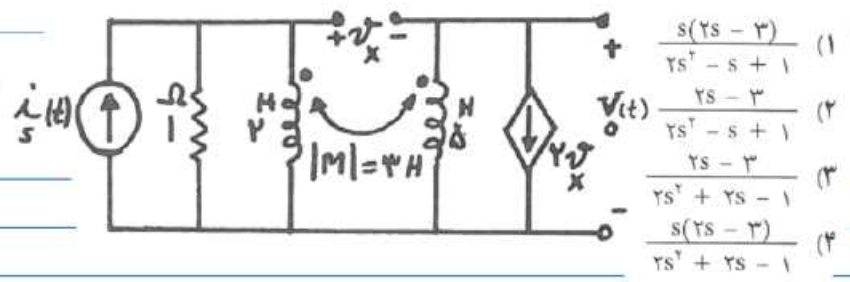
$$v_o = v_i$$

فرضه اولی

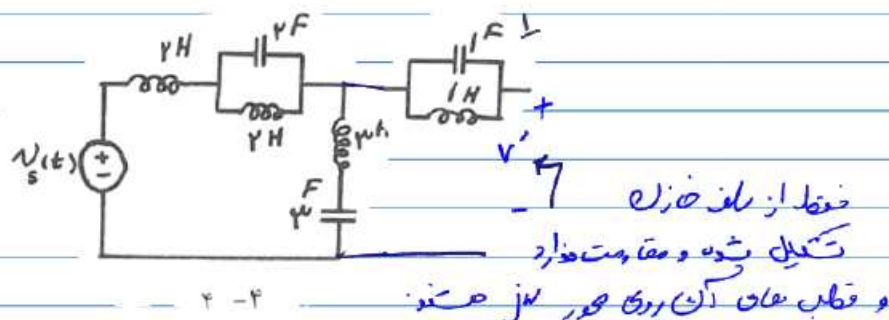
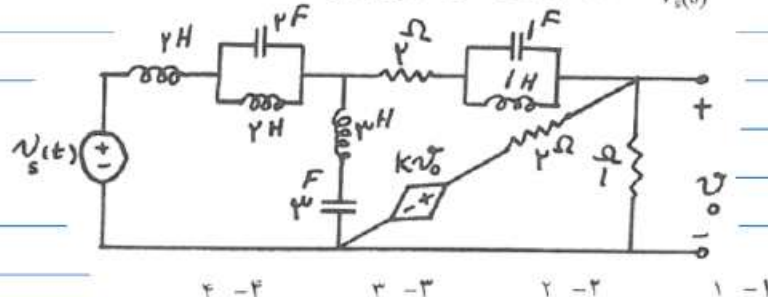
$s=\infty$



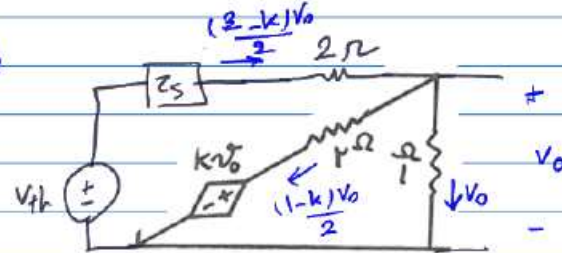
(ب) ۷۸ در مدار شکل صفحه بعد، تابع شبکه $H(s) = \frac{V_o(s)}{I_s(s)}$ کدام است؟



(جواب ۷۷) در مدار شکل زیر مقدار k چقدر باشد تا تمامی قطبهای تابع شبکه $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)}$ بر روی محور $j\omega$ قرار بگیرند؟



$$\frac{V'}{V_s} = \text{(برای سز)}$$



$$V_{th} = (2 + Z_s) \left(\frac{3-k}{2} \right) V_o + V_o$$

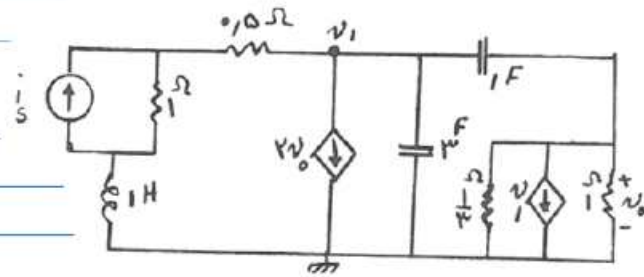
$$V_o = \frac{V_{th}}{(2 + Z_s) \left(\frac{3-k}{2} \right) + 1} = \frac{V_{th}}{Z_s \left(\frac{3-k}{2} \right) + (4-k)}$$

می دانیم Z_s قطب های تابع بر روی محور $j\omega$ است. برای آنکه مزج ریشه های بر روی محور $j\omega$ باشد باید $(4-k) = 0$ شود تا ریشه ها حباب جا نشوند.

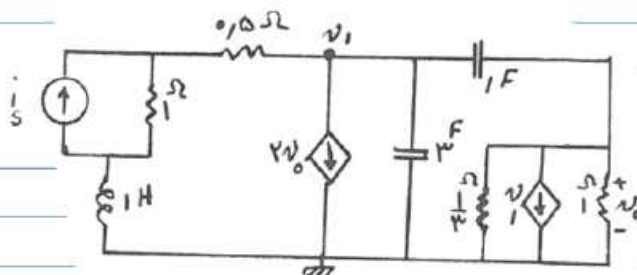
$$k = 4$$

V_{th} شامل قطب بر روی محور $j\omega$ است. و اگر $k=3$ باشد V_o قطب های V_{th} را شامل می شود.

(جواب ۸۵) مدار شکل زیر یک مدار پایدار نمایی (تمام فرکانس های طبیعی مدار در نیمه چپ صفحه مختلط) است. تابع شبکه $H = \frac{V_o}{V_i}$ را در نظر بگیرید. به ازای کدام ورودی، $V_o(\infty) = 0$ است؟



- $e^t u(t)$ (۱)
- $e^{11} u(t)$ (۲)
- $e^{11} u(t)$ (۳)
- $e^{\frac{1}{2}t} u(t)$ (۴)



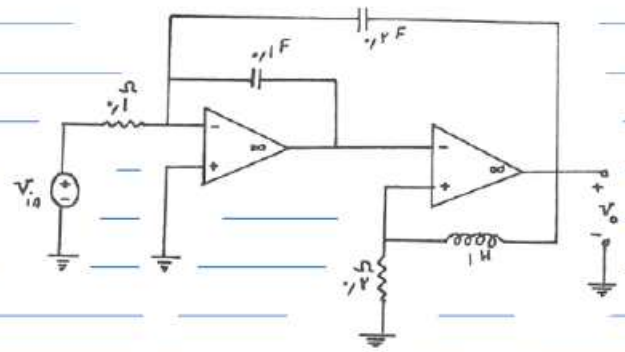
input $\rightarrow$

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}e^{+t} \frac{1}{s-1} \\ & \mathcal{L}e^{+t} \frac{1}{s-2} \\ & \mathcal{L}e^{3t} \frac{1}{s-3} \\ & \mathcal{L}e^{\frac{1}{2}t} \frac{1}{s-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

برای آنکه e^{at} ظاهر نشود باید ضریب $s=a$ باشد.

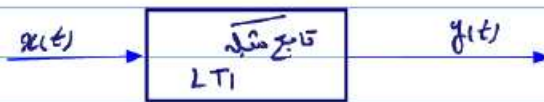
حال تابع تبدیل $\frac{V_o}{I_s}$ را بدست می آوریم.

(جواب ۷۱) ، برای مدار زیر در شرایط اولیه صفر $H(s)$ برابر است با: $\left(H(s) = \frac{V_o(s)}{V_{ia}(s)} \right)$



$\frac{s+1}{s(s+0.5)}$	-۲	$\frac{1 \cdot (2s+1)}{s(s+0.5)}$	-۱
هیچکدام	-۴	$\frac{-0.5(s+1)}{s(1 \cdot s+1)}$	-۳

چاهنگ حضورلی با قویه به تابع شکیل:



$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{(s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_n)}$$

if $x(t) = e^{at} \rightarrow X(s) = \frac{1}{s-a}$

$$\rightarrow Y(s) = X(s) \cdot H(s)$$

$$\rightarrow Y(s) = \frac{1}{s-a} \cdot \frac{N(s)}{D(s)} \xrightarrow{\text{تفلیک جزئی}} Y(s) = \frac{H(a)}{s-a} + \frac{k_1}{s+p_1} + \dots + \frac{k_n}{s+p_n}$$

باسنج حضورلی

چاسنج طلیلی

Ae^{at} , قطب تابع شکیل α	تابع شکیل	$AH(a)e^{at}$
Ae^{at} , قطب تابع شکیل α		$AH(a)t e^{at}$
$Au(t)$, قطب تابع شکیل $s=0$		$AH(0)u(t)$
$Au(t)$, قطب تابع شکیل $s=0$		$AH(0)t u(t)$
$A \cos(\omega t + \theta)$, قطب $s = \pm j\omega$		$A H(j\omega) \cos(\omega t + \theta + \angle H(j\omega))$
$A \cos(\omega t + \theta)$, قطب $s = \pm j\omega$		$A H(j\omega) t \cos(\omega t + \theta + \angle H(j\omega))$

سوال: چیدا t ضرب می شود؟

مقدم صند و قطب تابع شکیل:

آند $s=a$ صند تابع شکیل با $s=a$ یعنی $H(s) = \frac{(s-a)N(s)}{D(s)}$ آنداه باسج مدار به ورودی با فزایش طلیلی a صند

$$x(t) = e^{at} \rightarrow y(t) = 0$$

خواهد شد. یعنی باسج حضورلی با فزایش طلیلی a نداریم.

آند $s=a$ قطب تابع شکیل با $s=a$ یعنی $H(s) = \frac{N(s)}{(s-a)^n D(s)}$ آنداه باسج مدار به ورودی با فزایش طلیلی a چه نیات مراد

$$x(t) = e^{at} \rightarrow Y(s) = \frac{N(s)}{(s-a)^{n+1} D(s)} \rightarrow y(t) = \frac{1}{(s-a)^{n+1}} + \dots$$

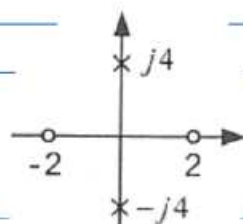
$t^n e^{at}$

اگر تابع $H(s)$ صفر صوری داشته باشد $\leftarrow H(j\omega) = 0$ $H(s) = \frac{(s^2 + \omega_p^2) N(s)}{D(s)}$ پاسخ حفری به ورودی سینوسی با فرکانس ω نخواهیم داشت.

اگر تابع $H(s)$ قطب صوری داشته باشد $\leftarrow H(j\omega) = \infty$ $H(s) = \frac{N(s)}{(s^2 + \omega_p^2) D(s)}$ پاسخ حفری به ورودی سینوسی با فرکانس ω بی نهایت خواهد بود.

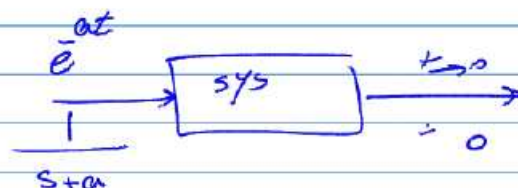
تمرین: ۴۲ نکته ۱۱ را با دقت بررسی و دلایل آن را بیان کنید.

(بوق ۸۸) محل صفرها و قطب‌های یک تابع شبکه در شکل زیر نشان داده شده است. اگر بدانیم بهره dc این شبکه ۱- است، به ازای کدام مقدار $a > 0$ ، ورودی به صورت $e^{-at}u(t)$ پاسخی به صورت $ke^{-at}u(t)$ ایجاد نخواهد کرد؟



(۴) یافتن چنین مقدار a ممکن نیست.

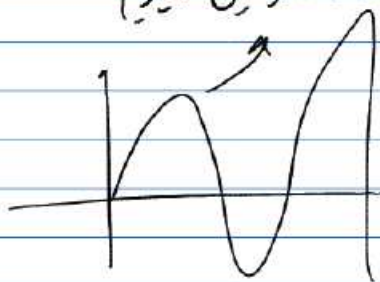
$$H(s) = k \frac{(s+2)(s-2)}{s^2+16}$$



پس باید صفه ورودی با صفه سیم برابر شود.

if input: e^{-2t} $\xrightarrow{L}$ $\frac{1}{s+2}$ $\rightarrow$ $\frac{(s+2)(s+2)}{s^2+16}$ $\rightarrow e^{+2t}$ (خواص داد)

سوال: چه ورودی اعمال شود تا مدخل سینوسی با دامنه افزایشی بگیریم.



باید قطب ورودی با قطب سیم برابر شود
توانش

if $\sin 4t$ یا $\cos 4t \rightarrow \boxed{} \rightarrow A t \sin(4t + \phi)$

(۷۰) شکل زیر صفرها و قطب‌های تابع تبدیل یک مدار را نشان می‌دهد. ضریب

ثابت تابع تبدیل را برابر ۱ فرض کنید. یک جمله از پاسخ پله این مدار بشکل

$K e^{-t} \cos(t + \varphi)$ است ($K > 0$) مقدار α را بنحوی تعیین کنید که K حداقل باشد.

حل: $\frac{1}{s}$



$$\alpha = 1 \quad -2$$

$$\alpha = 0 \quad -1$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad -4$$

$$\alpha = 2 \quad -3$$

$$G(s) = \frac{s+a}{(s+1)^2+1} = \frac{s+a}{s^2+2s+2}$$

$$Y(s) = R(s) \times G(s) = \frac{1}{s} \times \frac{s+a}{s^2+2s+2} = \frac{\frac{a}{2}}{s} + \frac{As+B}{s^2+2s+2}$$

$$\begin{matrix} \times s \\ s \rightarrow 0 \end{matrix} : \quad 0 = \frac{a}{2} + A \rightarrow A = -\frac{a}{2}$$

$$s \rightarrow 1 : \quad \frac{a+1}{5} = \frac{a}{2} + \frac{-\frac{a}{2}+B}{5} \rightarrow B = 1-\frac{a}{2}$$

$$Y(s) = \frac{\frac{a}{2}}{s} + \frac{-\frac{a}{2}s + (1-\frac{a}{2})}{(s+1)^2+1} = \frac{\frac{a}{2}}{s} + \frac{-\frac{a}{2}(s+1) + 1-\frac{a}{2}}{(s+1)^2+1}$$

$$y(t) = \frac{a}{2} - e^{-t} \left(\frac{a}{2} \cos t + (1-\frac{a}{2}) \sin t \right) =$$

$$= k \cos(t + \varphi)$$

$$k = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(1-\frac{a}{2}\right)^2} \rightarrow k_{\min} =$$

$$a=0 \quad k=1$$

$$a=1 \quad k=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a=2 \quad k=1$$

$$a=\frac{1}{2} \quad k=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\rightarrow k_{\min} = \frac{1}{2} \rightarrow a=1$$

نیز:

در یک مدار الکتریکی ورودی و خروجی با رابطه $v_{in} = 5e^{-2t}$ و $v_{out} = 3te^{-2t} + 2e^{-2t} \sin 6t$ داده شده‌اند. قطب‌های $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ چگونه خواهند بود؟

- ۱- یک قطب در $s = 2$ و یک قطب در $s = 3$ و یک قطب در $s = 6j$ و یک قطب در $s = -6j$
- ۲- یک قطب در $s = 2$ و یک قطب در $s = 3$ و یک قطب در $s = 0$
- ۳- یک قطب در $s = -2$ و یک قطب در $s = 6j$ و یک قطب در $s = -6j$
- ۴- یک قطب در $s = -2$ و یک قطب در $s = -3 - 6j$ و یک قطب در $s = -3 + 6j$

راه اول:

$$H(s) = \frac{\mathcal{L}\{v_o\}}{\mathcal{L}\{v_{in}\}} = \frac{\frac{3}{(s+2)^2} + 2 \times \frac{6}{(s+2)^2 + 36}}{\frac{5}{s+2}}$$

پاسخ دوم: فرکانس مروری $s = -2$ است که در خروجی با ضریب $t e^{-2t}$ ظاهر شده پس این فرکانس قطب سیستم است. فرکانس ۳ یا ۴

حول در خروجی $e^{3t} \sin 6t$ داریم و ورودی این را نداشته پس باید سیستم قطب $s = -3 \pm j6$ را داشته باشد. فرکانس ۵ جواب است.

(۹۷) در یک مدار الکتریکی ورودی و خروجی با رابطه $v_{in} = 5e^{-2t}$ و $v_{out} = 3te^{-2t} + 2e^{-2t} \sin 6t$ داده شده‌اند. قطب‌های $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ چگونه خواهند بود؟

۱- یک قطب در $s = 2$ و یک قطب در $s = 3$ و یک قطب در $s = 6$ و یک قطب در $s = -6$

۲- یک قطب در $s = 2$ و یک قطب در $s = 3$ و یک قطب در $s = 0$

۳- یک قطب در $s = -2$ و یک قطب در $s = 6$ و یک قطب در $s = -6$

۴- یک قطب در $s = -2$ و یک قطب در $s = 3 - 6j$ و یک قطب در $s = -3 + 6j$

(جواب ۷۶) پاسخ ضربه یک مدار خطی و تغییر ناپذیر با زمان برابر است با:

$$h(t) = \left(\frac{2}{3} e^{-2t} - \frac{1}{6} e^{-\frac{1}{2}t} \right) u(t)$$

پاسخ حالت دائمی این مدار به ورودی $e_i(t) = 1 + 2 \cos t$ برابر خواهد بود با:

$$\frac{2}{5} \cos t - 2$$

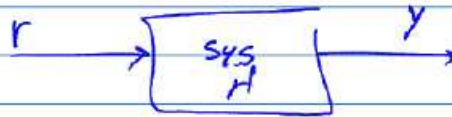
$$\frac{2}{\sqrt{5}} \cos t - 1$$

$$-2 \text{ هیچکدام}$$

$$\frac{2}{5} \cos(t + 90^\circ) - 3$$

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \frac{\frac{2}{3}}{s+2} - \frac{\frac{1}{6}}{s+\frac{1}{2}}$$

$$r = \frac{1}{s} + \frac{2s}{s^2+1}$$



$$\text{دائم: } y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s)$$

روش دوم: ورودی شامل قطب در مبدأ و $s = \pm j$ است حول تابع تبدیل صفری در مبدأ ندارد

ورودی ثابت (قطب $s=0$) در خدگی باید ظاهر شود و این خود یک ترم ماندگار است.

کدین ۴ جواب

(برق ۱۸۴) پاسخ ضربه مداری به صورت $h(t) = \sqrt{2} e^{-t} \cos(t + 45^\circ) u(t)$ می باشد. پاسخ حالت دائم سینوسی این مدار به ورودی $10 \cos(2t - 23/4^\circ) u(t)$ برابر است با:

$$4.5 \cos(2t + 5^\circ) u(t) \quad (۲) \qquad 4.5 \cos(2t - 5^\circ) u(t) \quad (۱)$$

$$-4.5 \cos(2t + 5^\circ) u(t) \quad (۴) \qquad -4.5 \cos(2t - 5^\circ) u(t) \quad (۳)$$

$$\sin \omega_c t \quad \boxed{H(j\omega)} \rightarrow A \sin(\omega_c t + \varphi)$$

$$h(t) = \sqrt{2} e^{-t} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos t - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin t \right) = e^{-t} (\cos t - \sin t)$$

$$\mathcal{L}[h(t)] = H(s) = \frac{s+1}{(s+1)^2+1} = \frac{1}{(s+1)^2+1} = \frac{s}{(s+1)^2+1}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega}{(j\omega+1)^2+1} \quad \omega=2$$

$$A = |H(j\omega)|_{\omega=2} = \frac{\omega}{|1-\omega^2+1+j\omega|} = \frac{\omega}{\sqrt{(2-\omega^2)^2+4\omega^2}} = \frac{2}{\sqrt{20}} = \frac{2}{2\sqrt{5}}$$

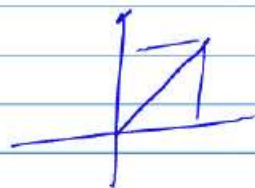
$$10 \cos(2t + 5^\circ) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} \times 10 = 4.5$$

$$\angle H(j\omega) \Big|_{\omega=2} = \frac{\pi}{2} - \angle \frac{j2\omega}{2-\omega^2} \Big|_{\omega=2} = 90^\circ - \left(\pi - \angle \frac{1}{1+2} \right)$$

مخرج

$$\angle = -90^\circ + \angle \frac{1}{2} \approx -27^\circ$$

$45^\circ < 9^\circ$



$$10 \cos(2t - 23^\circ) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{5}} \times 10 \cos(2t - 23^\circ - 27^\circ) = +4.5 \cos(2t - 50^\circ)$$

(برق ۶۹) تابع انتقال یک شبکه خطی تغییرناپذیر با زمان RLC به شکل

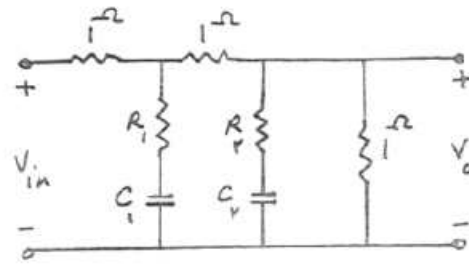
$$H(s) = \frac{k(s+d)}{s^2+as+b}$$
می‌باشد. هرگاه پاسخ شبکه به تحریک $x(t) = u(t) \cos t$ بصورت زیر باشد، ضرایب ثابت و حقیقی k, d, a و b عبارتند از:

$$y(t) = [e^{-t} \cos(t+30^\circ) + \frac{\sqrt{2}}{4} \cos(t+45^\circ)] u(t)$$

$$k=4, d=1, a=4, b=2-2 \quad \text{---} \quad k=4, d=0, a=4, b=5-1$$

$$\text{---} \quad k=1, d=0, a=4, b=5-3 \quad \text{---} \quad \text{۴- هیچکدام}$$

(برق ۸۴) تابع شبکه انتقال ولتاژ مدار شکل مقابل به صورت زیر است؟



$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{rs^2 + rs + 1}{As^2 + Bs + C}$$

مقادیر A، B و C کدام است؟

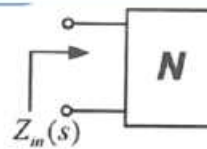
جواب:

A=۸ ، B=۱۳ ، C=۳ (۱)

A=۱۳ ، B=۸ ، C=۱ (۲)

A=۱۳ ، B=۱۳ ، C=۳ (۳)

A=۱ ، B=۳ ، C=۱ (۴)



رَبَق ۹۰) امپدانس ورودی یک قطبی N خطی و

$$Z_{in}(s) = \frac{s + \alpha}{s^2 + 4s + 8}$$

تغییرناپذیر با زمان به صورت

است. به ازای کدام مقادیر α این یک قطبی دارای فرکانس

تشدید حقیقی است؟

جواب:

$$\alpha < 2 \quad (2)$$

$$\alpha > 4 \quad (1)$$

(4) به ازای هیچ مقدار α مدار دارای فرکانس تشدید حقیقی نمی باشد.

$$2 < \alpha < 4 \quad (3)$$

فرض شود: $Z(j\omega) \rightarrow \Gamma_m \{Z(j\omega)\} z^0$

$$Z_{in} = \frac{j\omega + \alpha}{(8 - \omega^2) + 4j\omega} \times \frac{(8 - \omega^2) - 4j\omega}{(8 - \omega^2) - 4j\omega} = \frac{(j\omega + \alpha)[(8 - \omega^2) - 4j\omega]}{(8 - \omega^2)^2 + 16\omega^2}$$

$$\Gamma_m \{z\} = \frac{(8 - \omega^2) - 4\omega\alpha}{(8 - \omega^2)^2 + 16\omega^2} = 0 \rightarrow 8 - \omega^2 = 4\alpha$$

$$\omega^2 = 8 - 4\alpha$$

$$\omega = \pm \sqrt{8 - 4\alpha}$$

$$8 - 4\alpha > 0$$

فرض حقیقی و مثبت

$$\rightarrow \underline{\alpha < 2}$$

(پرو ۹۲) در مدار مرتبه سوم A، تابع انتقال $\frac{V_o}{V_s} = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$ و در مدار مرتبه سوم B

تابع انتقال $\frac{V_o}{V_s} = \frac{5}{(s+1)^2(s+2)}$ را داریم. در کدام مدار با $v_s(t) = \cos t$ حتماً $v_o(t)$ را داریم و با کدام دامنه سینوسی؟

- (۱) در مدار B با دامنه $\frac{1}{4}$ (۲) در مدار A با دامنه $\frac{1}{4}$
 (۳) در مدار A با دامنه $\sqrt{10}$ (۴) در مدار B با دامنه $\frac{\sqrt{5}}{2}$

در مدار A یک صفر با قطب صریحاً ساده شده است. البته می دانیم که صفر مرتبه ۱ با قطب مرتبه ۱ ساده شده حرکت آن نخواهد بود. قطب درجه ۲ ساده می شود. لذا صفر مدار A عاقل $(s+1)^2$ را نخواهد داشت که از انتقال فرکانس $\omega=1$ به خروجی جلوگیری کند.

مدار B هم که صفر قطبی ساده نشده اند و $\cos t$ به خروجی منتقل می شود. پس این بول خلو و در هر ۲ مدار فرکانس $\omega=1$ را در خروجی مشاهده می کنیم.

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{5}{(s+1)^2(s+2)} \rightarrow H(j\omega) = \frac{5}{(j\omega+1)^2(j\omega+2)}$$

$$\cos \omega t \rightarrow \boxed{} A \cos(\omega t + \phi)$$

$$A = |H(j\omega)|_{\omega=1} = \frac{5}{(\sqrt{2})^2(\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

دنبه ۴ جواب است.

$$V_o = V_s \times H(s) = \frac{s}{s^2+1} \times \frac{5}{(s+1)^2(s+2)} =$$

راه دوم:

$$= \frac{A}{(s+1)^2} + \frac{B}{s+2} + \frac{Cs+D}{s^2+1} + \frac{E}{s+1}$$

(جواب ۸۵) در یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان تابع تبدیل $H(s) = \frac{V_o}{I_i}$ قطب‌های $s = \pm j2$ را دارد. تمام فرکانس‌های طبیعی مدار به جز $\pm j2$ در نیمه چپ صفحه مختلط است. کدام بیان در این مدار درست است؟

جواب:

- (۱) مدار به ازای هیچ ورودی، پاسخ حالت دائمی سینوسی ندارد.
- (۲) مدار به ازای $\omega = 2$ پاسخ حالت دائمی سینوسی دارد.
- (۳) مدار به ازای $\omega = \cos t$ به شرط $H(\pm j) = 0$ ، پاسخ حالت دائمی سینوسی با فرکانس $\omega = 2$ دارد.
- (۴) مدار به ازای $\omega = \cos t$ به شرط $H(\pm j) = 0$ ، پاسخ حالت دائمی سینوسی با فرکانس $\omega = 1$ دارد.

(۱) مدار به ازای هیچ ورودی، پاسخ حالت دائمی سینوسی ندارد. $\omega = 2$ به ازای هر ورودی به جز فرکانس

(۲) مدار به ازای $\omega = 2$ با فرکانس $\omega = 2$ پاسخ حالت دائمی سینوسی دارد.

$$\cos 2t \rightarrow \frac{(\quad)}{(s^2+4)(\quad)} \rightarrow Y(s) = \frac{(\quad)}{(s^2+4)^2} + \frac{(\quad)}{(s^2+4)}$$

تا با یوار
↓
 $t \cos 2t$
 $t \sin 2t$

حالت دائمی سینوسی ندارد.

(۳) مدار به ازای $\omega = \cos t$ به شرط $H(\pm j) = 0$ ، پاسخ حالت دائمی سینوسی با فرکانس $\omega = 2$ دارد.

یعنی صفر فرکانس $\omega = 1$ دارد. $H(s) = \frac{(s^2+1)(\quad)}{(\quad)}$ $H(\pm j) = 0$ یعنی

if $\cos t \rightarrow \boxed{\quad} \rightarrow Y(s) = \frac{0}{s^2+1} + \frac{\quad}{s^2+4} + \dots$

پاسخ حالت دائمی سینوسی با فرکانس $\omega = 2$ دارد.

گزینه ۳ جواب

(جواب ۱۸۶) در مداری از مرتبه ۶ (یعنی با شش فرکانس طبیعی) توابع انتقال

$$H_1(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \quad \text{و} \quad H_2(s) = \frac{s^2}{(s+1)^2(s+3)}$$

و پاسخ ورودی صفر

$V = Ae^{-\frac{1}{2}t}$ معلوم است. کدام دسته از اعداد زیر فرکانسهای طبیعی معلوم مدار را نشان

می دهند؟

جواب:

(۱) $-\frac{1}{2}$ و -2 و -3 و -1 و -1 و -1 (۲) $-\frac{1}{2}$ و -2 و -3 و -1 و -1 و -4

(۳) $-\frac{1}{2}$ و -2 و -3 و -1 (۴) موارد ۱ یا ۲

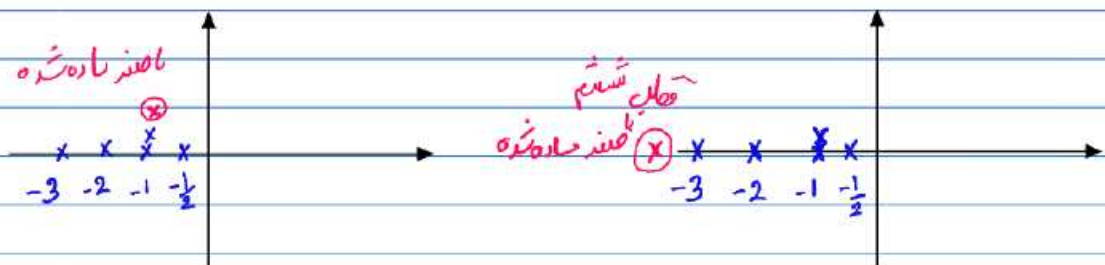
$$H_2(s) = \frac{s^2}{(s+1)^2(s+3)} \rightarrow s = -1, -1, -3$$

قطر

$$H_1(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)} \rightarrow s = -1, -2$$

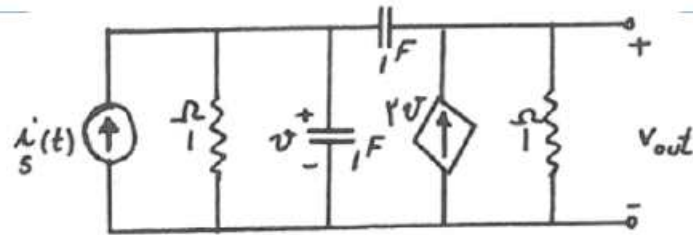
حقاً حداقل یک قطب $s = -1$ با صفر $s = -1$ ساده شده

$$V = Ae^{-\frac{1}{2}t} \rightarrow s = -\frac{1}{2}$$



باتوجه به حالات ممکنه کمترین ۴ جواب است.

(بوق ۷۵) اعمال کدام ورودی به مدار شکل زیر فقط فرکانسهای طبیعی مدار را در خروجی ظاهر می‌کند؟



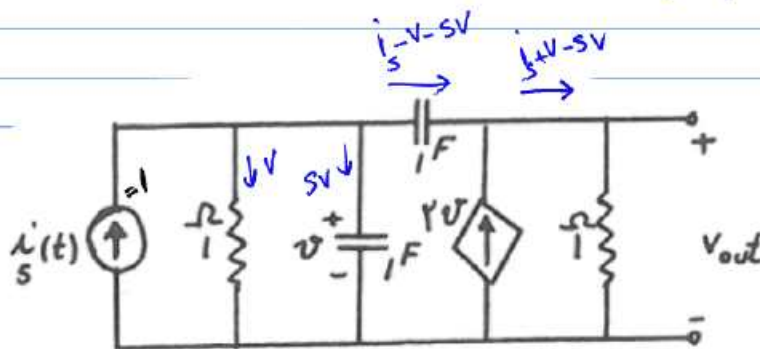
$i_s(t) = e^{-1/5}u(t)$ -۲

$i_s(t) = e^{-1/5}u(t)$ -۱

$i_s(t) = e^{-1}u(t)$ -۴

$i_s(t) = e^{-1}u(t)$ -۳

طایر صند سیم با فرکانس ورودی برابر باشد.



$$-v + \frac{1}{s} (i_s - v - 5v) + i_s + v - 5v = 0$$

$$(-s^2 - s - 1)v = -(s+1)i_s$$

$$\rightarrow \frac{v}{i_s} = \frac{s+1}{s^2+s+1}$$

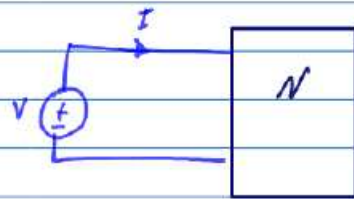
$$v_o = i_s + v - 5v \Rightarrow v_o = i_s + \frac{s+1}{s^2+s+1} i_s - 5 \frac{s+1}{s^2+s+1} i_s$$

$$\frac{v_o}{i_s} = \frac{s^2+s+1+s+1-5s(s+1)}{s^2+s+1} = \frac{s+2}{s^2+s+1}$$

$$s = -2 \Rightarrow \text{صند سیم}$$

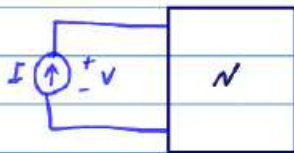
مزید

فرکانس های طبیعی مدار باز و اتصال کوتاه



$$Y = \frac{I(s)}{V(s)}$$

قطب های ادمیتانس هر ورودی، فرکانس طبیعی متناظری است که ورودی صفر باشد یعنی آند دوسر را اتصال کوتاه کنیم و فرکانس های طبیعی را بدست آوریم قطب های $Y(s)$ میخوانند. (فرکانس های طبیعی اتصال کوتاه)



$$Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)}$$

با توجه به تابع شبکه ادمیتانس، قطب های ادمیتانس هر درجه، فرکانس طبیعی متناظری است که ورودی صفر باشد یعنی آند درجه مورد نظر را مدار باز کنیم و از این دوسر فرکانس های طبیعی را بدست آوریم می توان قطب $Z(s)$ میخوانند بود. (فرکانس های طبیعی مدار باز)

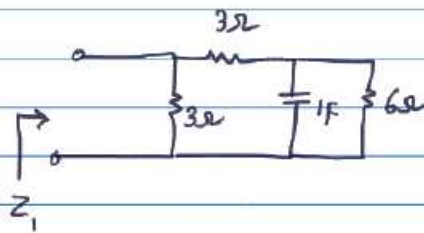
نکته: قطب های $Z(s)$ صفرهای $Y(s)$ هستند و بالعکس

جامع ترین مفهوم فرکانس های طبیعی اتصال کوتاه و مدار باز می توان ادمیتانس ورودی یا ادمیتانس ورودی یک شبکه را به طور ذهنی محاسبه کرد.

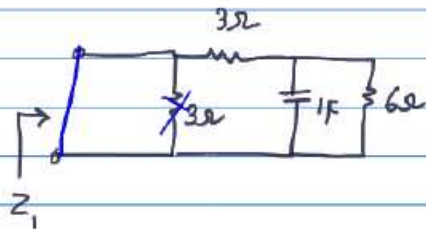
$$Z(s) = k \frac{\text{فرکانس های طبیعی اتصال کوتاه}}{\text{فرکانس های مدار باز}}$$

$$Y = k \frac{\text{فرکانس های طبیعی مدار باز}}{\text{فرکانس های اتصال کوتاه}}$$

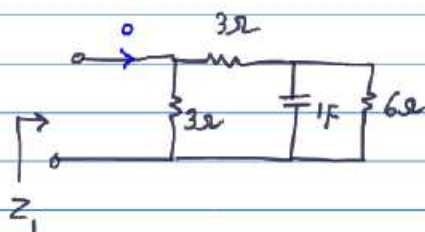
مثال: امپدانس نقطه تحریک Z_1 مدار زیر کدام است؟



$$Z_1 = k \frac{\text{درختش طبیعی اتصال کوتاه}}{\text{معار باز}}$$



$$\xrightarrow{\text{مدنه 1}} \tau = 1 \times (6 \parallel 3) = 2S \rightarrow S = -\frac{1}{2} \text{ } \underline{\underline{6}}$$

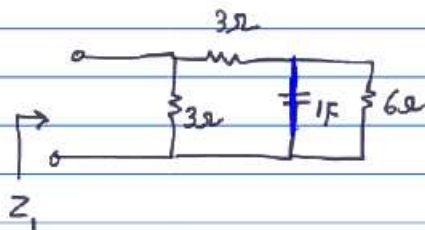


$$\rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 3+3 \\ \hline 1F \\ \hline \end{array} \quad Z = 1 \times 3 = 3S \rightarrow S = -\frac{1}{3}$$

$$Z = k \frac{s + \frac{1}{2}}{s + \frac{1}{3}}$$

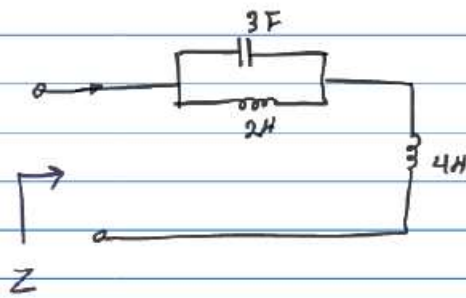
$$s \rightarrow \infty : \text{---} \text{---} \text{---} \rightarrow Z =$$

برای جابجایی k در فرکانس ∞ یا 0
معار را کوتاه می کنیم

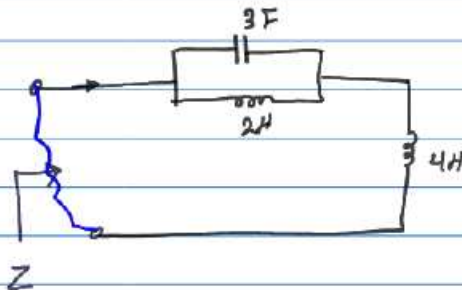


$$Z = \frac{3}{2} \xrightarrow{s=\infty} k = \underline{\underline{\frac{3}{2} \text{ } \underline{\underline{6}}}}$$

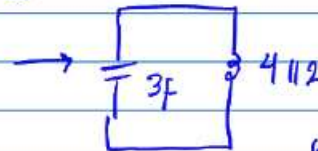
مثال: امپدانس ورودی مدار زیر را بدست آورید.



$$Z = k \frac{\text{نشان طبیعی افزایش توانه}}{\text{نشان طبیعی معاد باز}}$$

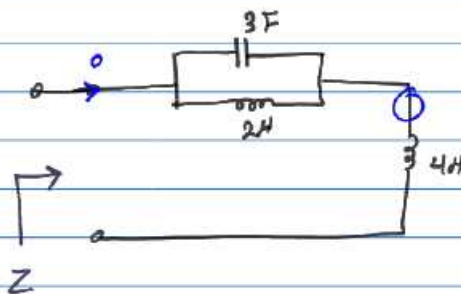


ملف ص موازی می شوند ← حالت سلفی ← $S=0$



مرتبه ۳

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_{eq} C}} = \frac{1}{2} \rightarrow \left(S^2 + \frac{1}{4} \right)$$

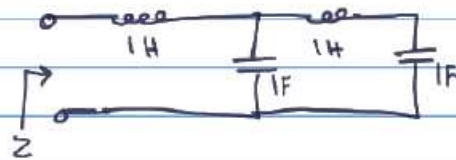


مرتبه ۲ چون حالت سلفی داریم

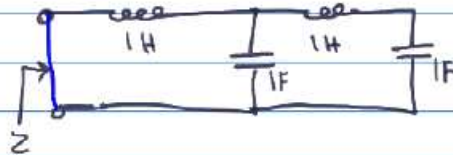
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{3 \times 2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \rightarrow \left(S^2 + \frac{1}{6} \right)$$

$$Z = k \frac{S \left(S^2 + \frac{1}{4} \right)}{\left(S^2 + \frac{1}{6} \right)}$$

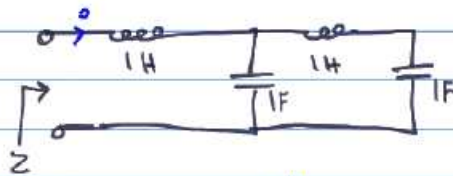
مثال: امپدانس دیده شده از مدار شکل مقابل کدام است؟



مدرتبه ۴ برای این مدار باید معادله دفرانسیل یا
دایره ص فرشت با فله فرکانس درست کرد.



مدرتبه ۳، کانت سلفی مدرتبه یک کم می شود.



کانت خازنی هم داریم پس $S=0$

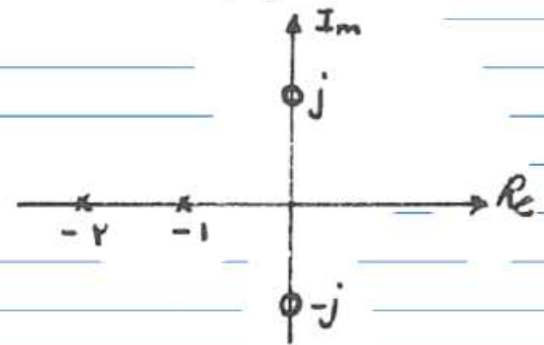
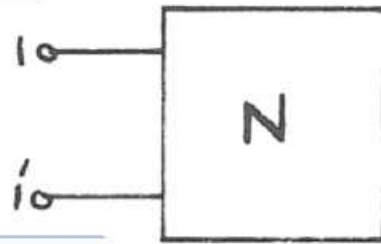


$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \times 1}} = \sqrt{2} \rightarrow (S^2 + 2)$$

$$Z = \frac{k (4 \text{ م. ۳})}{S (S^2 + 2)}$$

(جواب ۷۸) دیاگرام صفر و قطب امیدانس ورودی یک قطبی خطی و تغییرناپذیر با زمان N

در شکل زیر داده شده است:



اگر دو سر ۱ و ۱' را به یک منبع جریان ۱ آمپر وصل کنیم، پس از مدتی ولتاژ ثابت $\frac{1}{2}$ ولت در دو سر آن اندازه گیری می شود. امیدانس ورودی N کدام است؟

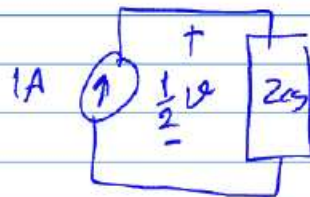
$$Z(s) = k \frac{s^2 + 1}{(s+1)(s+2)}$$

$$\frac{s^2 + 1}{(s+1)(s+2)} \quad (2)$$

$$\frac{(s+1)(s+2)}{2(s^2 + 1)} \quad (2)$$

$$\frac{2(s^2 + 1)}{(s+1)(s+2)} \quad (1)$$

$$\frac{(s+1)(s+2)}{s^2 + 1} \quad (3)$$



$$V(s) = \left(\frac{1}{s}\right) \times Z(s)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = \lim_{s \rightarrow 0} s V(s) \Rightarrow$$

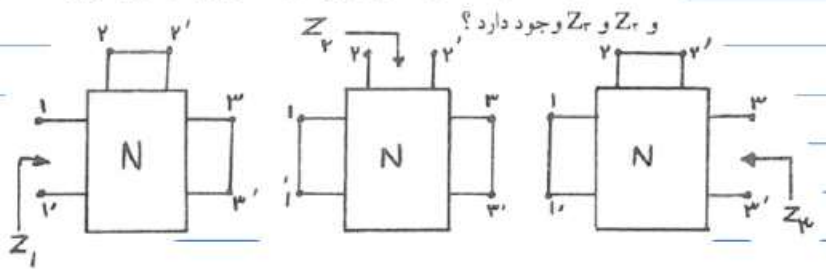
$$\frac{1}{2} = s \times \frac{1}{s} \times k \frac{s^2 + 1}{(s+1)(s+2)} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{k}{2}$$

$$s \rightarrow 0 \quad \quad \quad \underline{k = 1}$$

نرسیده ۲

(بک ۶۷) امیدانس ورودی یک سه قطبی خطی تغییرناپذیر یا زمان دلخواه N را در حالت‌های

مختلف در سه قطب آن طبق شکل‌های زیر تعریف می‌کنیم. چه ارتباطی میان Z_1



۱- قطب‌های Z_1 و Z_2 و Z_3 باهم برابر است.

۲- صفرهای Z_1 و Z_2 و Z_3 باهم برابر است.

۳- قطب‌ها و صفرهای Z_1 و Z_2 و Z_3 هیچ ارتباطی باهم ندارند.

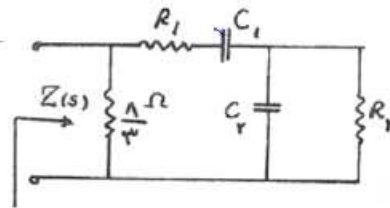
۴- بدون مشخص کردن سه قطبی N نمی‌توان در باره ارتباط آنها اظهار نظر کرد.

(بقیه ۷۱) در مدار داده شده، امپدانس ورودی $Z(s)$ دارای قطب‌های $s = -1$ و $s = -3$ و

صفرهای $s = -2$ و $s = -4$ است.

مقدار مقاومت R_1 در این شبکه

چقدر است؟



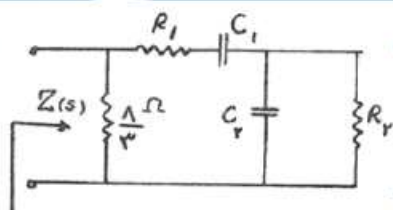
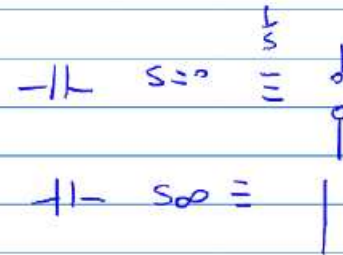
$$\frac{1}{0} \Omega - 2$$

$$\frac{64}{00} \Omega - 1$$

$$\frac{1}{3} \Omega - 4$$

$$1 \Omega - 3$$

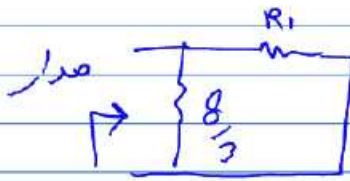
$$Z(s) = k \frac{(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)}$$



$$s=0 \rightarrow Z(s) = k \frac{8}{3}$$

$$\text{مدار} \left\{ \frac{8}{3} \right\} \rightarrow k \frac{21}{6}$$

$$s \rightarrow \infty : Z(s) = 1$$



$$\frac{8}{3} \parallel R_1 = 1 \rightarrow \frac{\frac{8}{3} \times R_1}{\frac{8}{3} + R_1} = 1$$

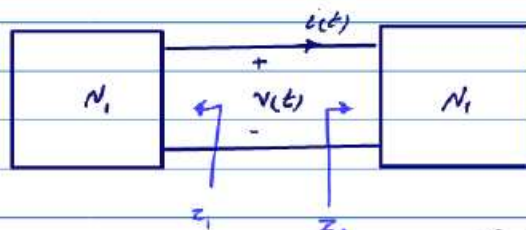
$$\frac{8}{3} R = \frac{8}{3} + R \rightarrow R = \frac{8}{5} \Omega$$

رابطه قطب ها با فرکانس های طبیعی شبکه

- ✓ هر قطب یک تابع شبکه، یک فرکانس طبیعی متغیر شبکه متناظر خود می باشد اما عکس این رابطه الزاماً برقرار نیست
- ✓ اگر با خاموش کردن منابع مستقل تغییری در ساختار مدار ایجاد نشود، قطب های تابع شبکه، همان فرکانس های طبیعی خواهند بود.

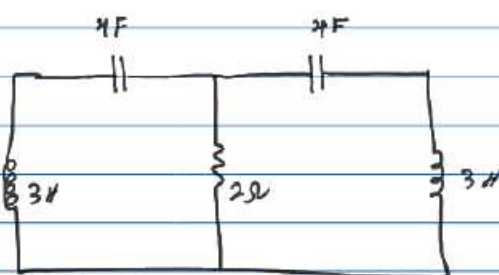
- ✓ فرکانس های طبیعی یک شبکه، تا قطب های امپدانس ها و ادمیتانس های نقطه تحریک را شامل می شوند. یعنی آنده فرکانس های طبیعی یک شبکه را می توان با محاسبه قطب های تا تابع امپدانس و ادمیتانس شبکه بدست آورد.
- تاما فرکانس های طبیعی را غیر صفر شبکه را می توان از طریق محاسبه صف های دترمینان شبکه نیز بدست آورد.

محاسبه فرکانس های طبیعی در شبکه موازی:

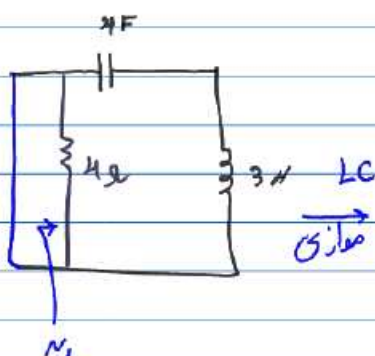
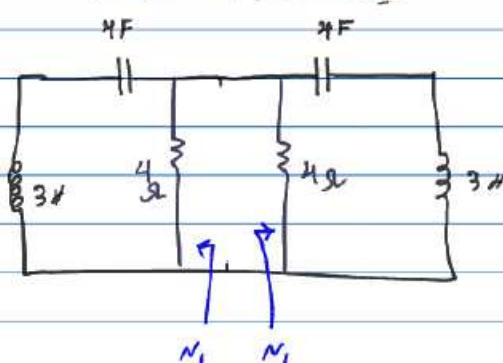


فرکانس های طبیعی $\gamma_1(t)$ قطب های z_1 و فرکانس های طبیعی $\gamma_2(t)$ صفرهای z_2 می باشد.

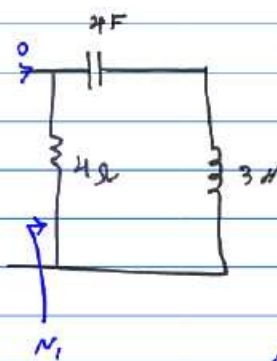
نتیجه: برای نوشتن شبکه موازی یکسان فرکانس طبیعی شبکه برابر کن صفر و قطب های N_1 و N_2 است.



مثال: فرکانس های طبیعی مدار زیر را محاسبه کنید.



$$\omega = \frac{1}{\sqrt{3 \times 4}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \rightarrow \left(s^2 + \frac{1}{12} \right)$$



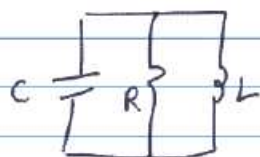
RLC
سری

$$s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} = 0$$

$$s^2 + \frac{4}{3}s + \frac{1}{12} = 0$$

کنفرانس ملی

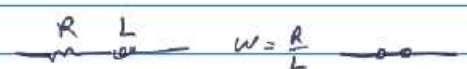
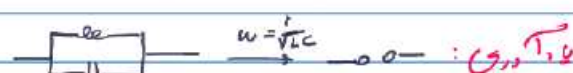
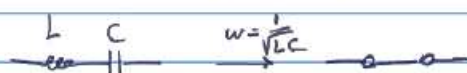
$$(s^2 + \frac{1}{12})(s^2 + \frac{4}{3}s + \frac{1}{12}) = 0$$



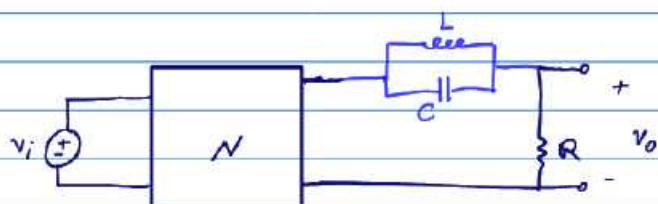
$$s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC} = 0$$

صفحه‌ی تابع گلبه

مقدمه: صفحه‌ای است که اند ورودی با آن فرکانس به مدار اعمال شود خروجی صفحه شود.



۱. (مقاومت LC موازی) سری: این شبکه در فرکانس تسویه خود یک حبه صاف انتقال خواهد داشت.



$$S = \pm j \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(S^2 + \frac{1}{LC})}{\dots}$$

حذف خازن موازی در فرکانس تسویه مدار باز می‌شود

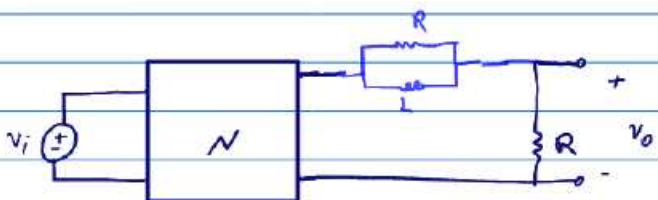
۲. (مقاومت LC سری) موازی:



$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(S^2 + \frac{1}{LC})}{\dots}$$

$$S = \pm j \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

حذف خازن سری در فرکانس تسویه اتصال کوتاه می‌شود



$$S = -\frac{R}{L}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(LS + R)}{\dots}$$

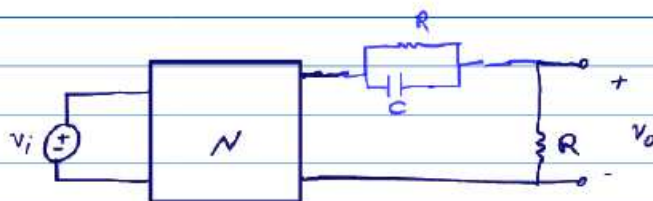
۳. (مقاومت موازی) افقی:



$$S = -\frac{R}{L}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(LS + R)}{\dots}$$

۴. (مقاومت سری) عمودی:

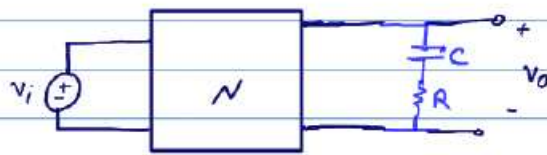


$$S = -\frac{1}{RC}$$

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(S + \frac{1}{RC})}{\dots}$$

۵. (مقاومت موازی) افقی:

۶- RC سری بازوی مجزبی:



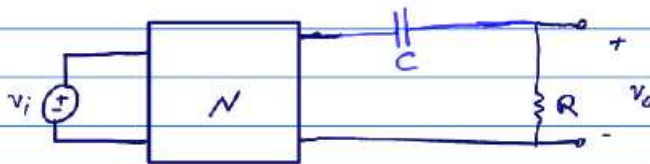
$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(S + \frac{1}{RC})}{(S + \frac{1}{RC})}$$

۷- L خالص و خازنی:



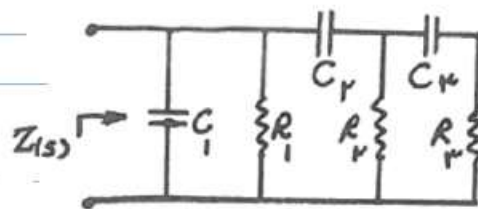
$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{(S) ()}{()}$$

۸- خازنی خالص سری



$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{S ()}{()}$$

(۷۷) کدام تابع می تواند بیانگر امپدانس یک قطبی شکل زیر باشد؟



$$Z(s) = \frac{(s+2)(s+4)(s+6)}{(s+1)(s+3)(s+5)} \quad (a)$$

$$Z(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{2s(s+3)(s+5)} \quad (b)$$

$$Z(s) = \frac{3s^2 + 18}{5s^3 + 20s^2 + 20s + 180} \quad (c)$$

$$Z(s) = \frac{s^2 + 9s + 18}{2s^3 + 52s^2 + 176s + 128} \quad (d) \quad \checkmark$$

جواب :

d - ۱ c - ۲ a - ۳ c و d - ۴

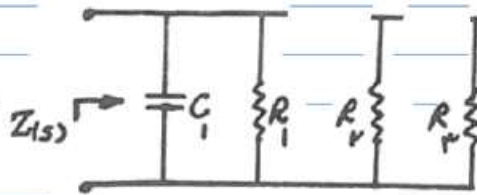


$Z(s) = 0 \rightarrow$ آکوتس باید $\rightarrow$ خط صاف است.

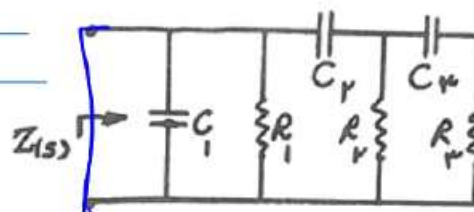
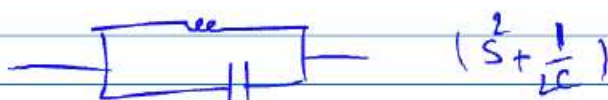
$s = 0$

$Z(s) = R_1 \rightarrow$ نوع مستقیم باید هند باید

لذنه b خط

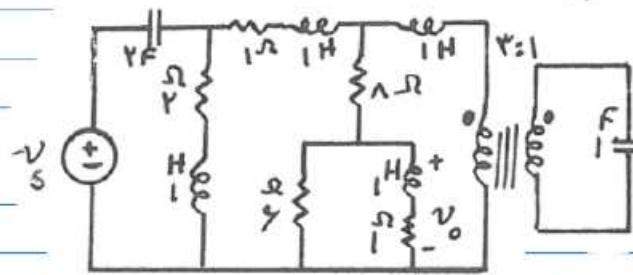


نفرینه صفر مختلف دارد $\rightarrow$ باید صفت هم تلف و هم خازن داریم



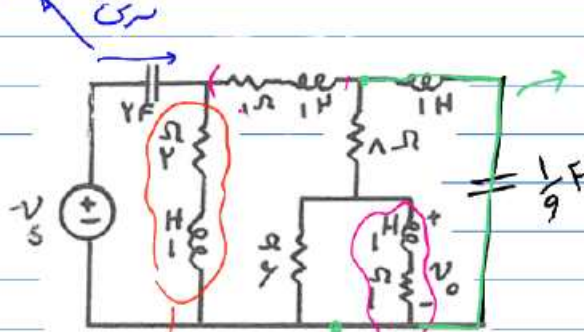
فرکانس های پایین اتصال کوتاه صحت Z را تولید می کند. و در این مدار نمی تواند موصوفی باشد. (LC خازنیم)

(بج ۸۰) : صف‌های انتقال تابع شبکه $H(s) = \frac{V_o}{V_i}$ کدام است ؟



- (۱) $0, -1, -7, \pm j$
- (۲) $0, -1, -2, \pm j$
- (۳) $0, -1, -7, \pm 3j$
- (۴) $0, -1, -2, \pm 3j$

فازل سری
صند در سری

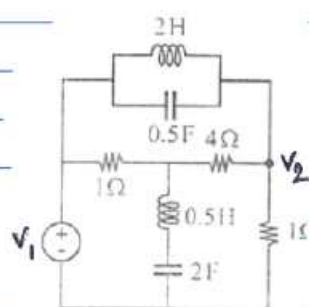


$$S^2 + \frac{1}{9} \rightarrow S = \pm 3j$$

$$\frac{S(S+2)(S+1)(S^2 + \frac{1}{9})}{()}$$

نکته: اگر ما راضی خواست شایه RL موازی با V_o دیار صند نبود چون وقتی که RL سری
ا‌عمل کوتاه می‌شود ولتاژش صفر می‌شود نه الزاماً جبران کن

(دور ۸۷) در مدار شکل زیر تابع تبدیل ورودی - خروجی $H(s) = \frac{V_2}{V_1}$ کدام است ؟



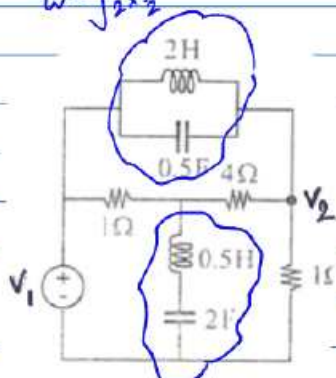
$$(1) \quad \frac{s^2 + 1}{(s+1)^2} \quad (2) \quad \frac{s^2 + 1}{(s+2)^2}$$

$$(3) \quad \frac{s^2 + 1}{s^2 + s + 1} \quad (4) \quad \frac{s^2 + 1}{(s+1)^2}$$

در این مدار با لامدار باز شدن V_2 صفر نمی شود (تبدیل از V_1 به V_2 منتقل می شود) فقط
حسین با اتصال کوتاه R_L هم V_2 صفر نمی شود (از بالا تبدیل منتقل می شود) فقط

ولی اند همزمان (با یک فرکانس خاص) هر ۲ شافه تشدید شوند خودی صفر می شود.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2 \times 2}} = 1$$



$$\omega = \frac{1}{\sqrt{2 \times \frac{1}{2}}} = 1$$

یعنی فرکانس تشدید هر ۲ شافه با هم برابر باشند.

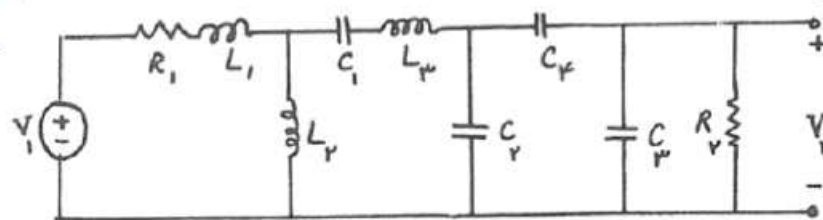
فرکانس صفر $s = \pm j$

$$\frac{V_2}{V_1} = k \frac{(s^2 + 1)}{(\quad)}$$

در فرکانس $s=0$ به سلف اتصال کوتاه و $V_2 = V_1$ می شود $H(0) = 1$ فرکانس ۲ برابر

معمولاً در این
↓

(۶۷) در تابع تبدیل $\frac{V_2(s)}{V_1(s)}$ در مدار زیر حداکثر چند قطب وجود دارد؟



جواب :

- ۱- هفت عدد قطب
- ۲- شش عدد قطب
- ۳- پنج عدد قطب
- ۴- چهار عدد قطب

کس ۵۸

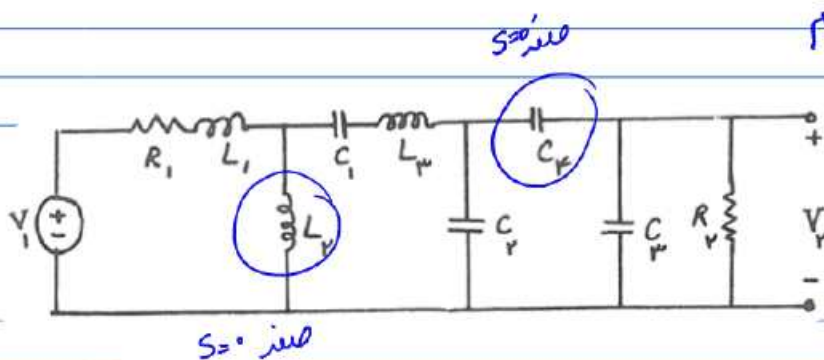
$$5 = (1 + 1) - (3 + 4)$$
 حواله ۵ قطب می تواند داشته باشد.

تک کانت خازنی $N_p = 1$: فرکانس طبیعی صفر

$$s(4 \text{ از ریم } 4) = 0$$
 کداده ۵

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2}{s}$$

۲ صفر انتقال داریم



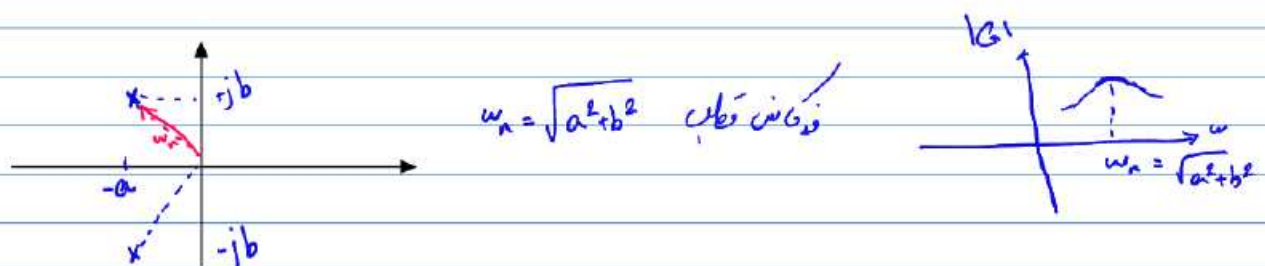
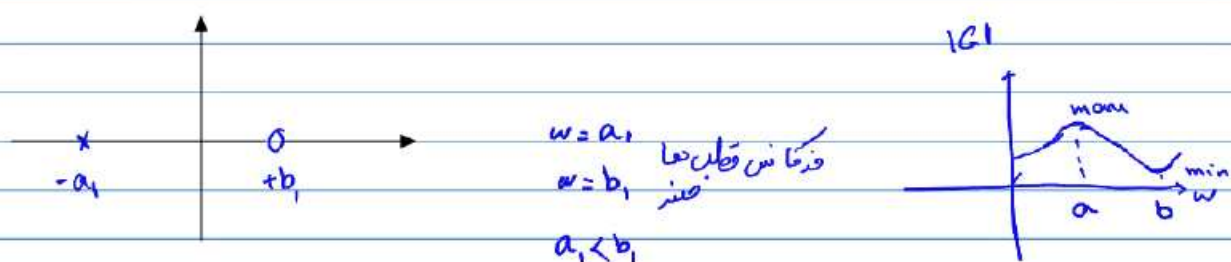
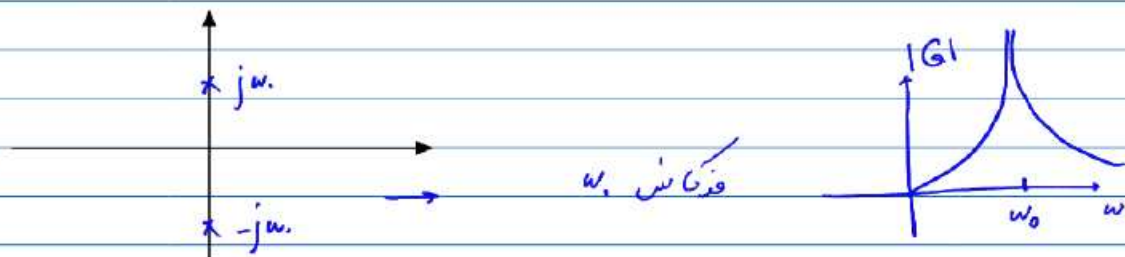
پاسخ فزکانی - فیلترها

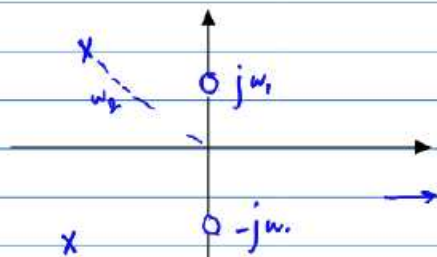
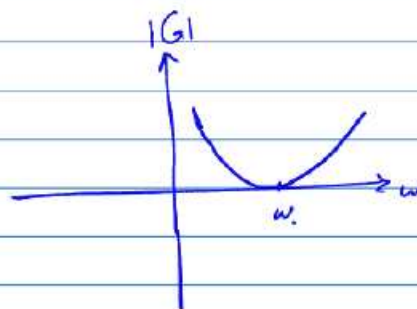
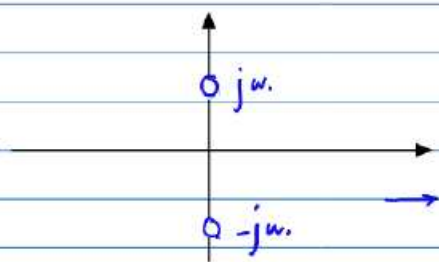
$$H(s) = k \frac{\prod_{i=1}^m (s+z_i)}{\prod_{j=1}^n (s+p_j)} \xrightarrow[\text{فیلتر}]{s=j\omega} H(j\omega) = |H(j\omega)| \angle H(j\omega)$$

نکات:

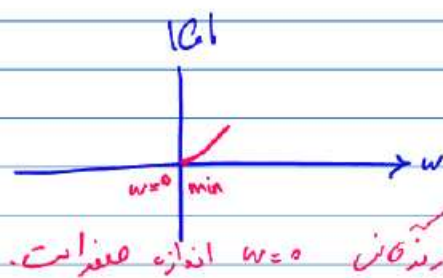
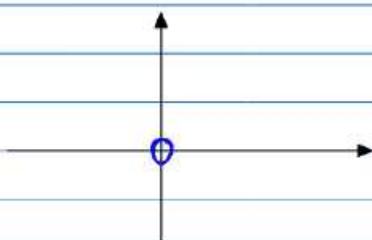
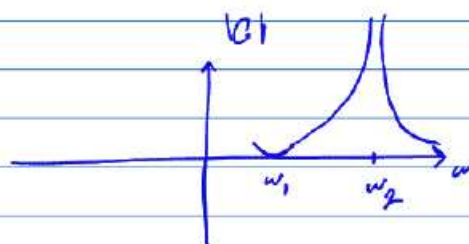
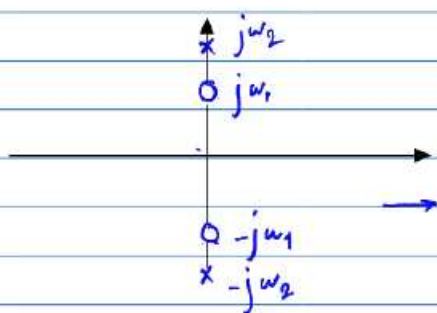
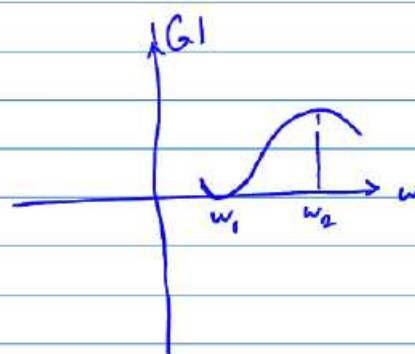
۱. $H(-j\omega) = H^*(j\omega)$
۲. $\text{Re}[H(j\omega)]$ و $|H(j\omega)|$ تابع زوج هستند
۳. $\text{Im}[H(j\omega)]$ و $\angle H(j\omega)$ تابع فرد از ω هستند.
۴. در فزکانس های نزدیک قطب نزدیک محور s — انداز تابع M که ماکزیمم محلی و تغییرات سریع فاز
۵. در فزکانس قطب روی محور s — انداز تابع M که بی نهایت خواهد شد
۶. در حوالی فزکانس های صفر نزدیک s — انداز تابع M که مینیمم محلی و فاز تغییرات سریع خواهد داشت
۷. در فزکانس صفر روی محور s — انداز تابع M که صفر می شود.

قبل از ادامه این مبحث، بحث دیگر بود را از حیزه کنترل مطالعه کنید.

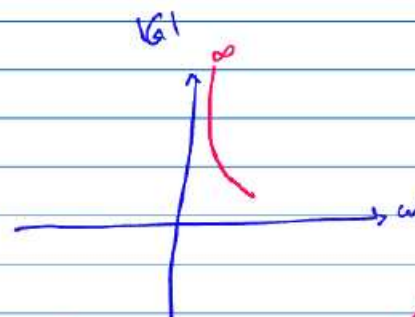
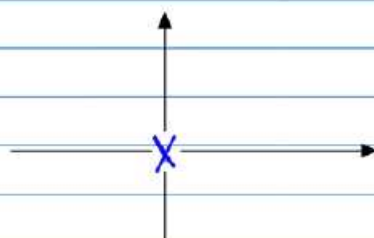




$$\omega_2 > \omega_1$$

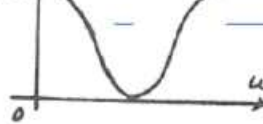


در نقطه $\omega=0$ اندازۀ صفر است.

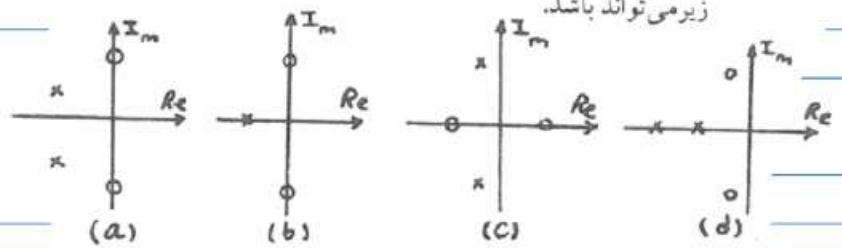


در نقطه $\omega=0$ اندازۀ صاف است

$|H(j\omega)|$



(۴۹) اندازه تابع تبدیل یک سیستم فیزیکی بصورت شکل مقابل است. دیاگرام صفر و قطب سیستم مذکور کدامیک از موارد زیر می تواند باشد.

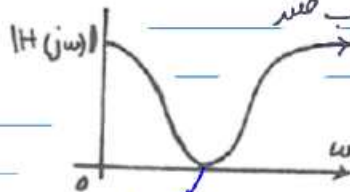


(b) - ۲

(a) - ۱

(d) - ۴

(c) - ۳

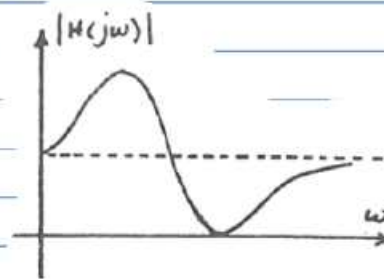


باید صفر باشد → شب صفر

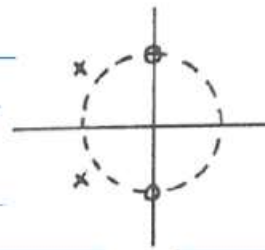
صفر و قطب متراست با جیب از نظر اندازه تفاوتی ندارد.

از جیب صفر روی محور ω انداز صفر شده

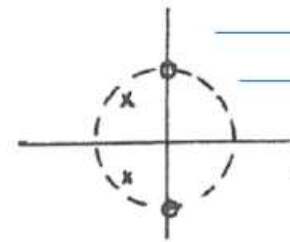
از آنجایی که عدد $|H(j\omega)|$ ← می رود باید که نزدیک a ثابت



(ب) ۷۳- اگر تابع $|H(j\omega)|$ بر حسب ω مطابق شکل مقابل باشد، آرایش صفر-قطب تابع شبکه (تابع تبدیل) چگونه است؟



-۲

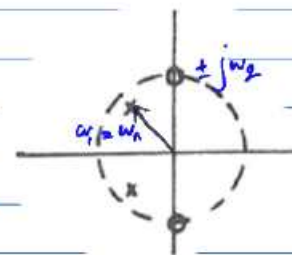
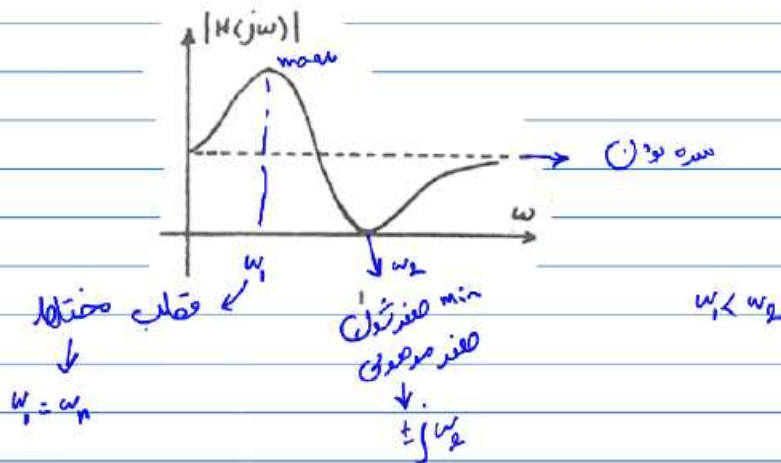


-۱



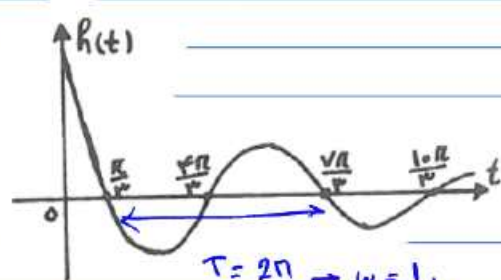
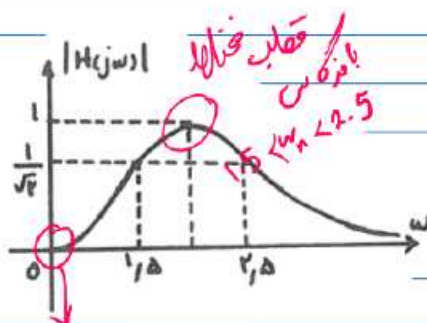
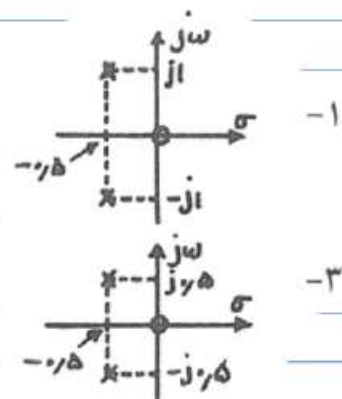
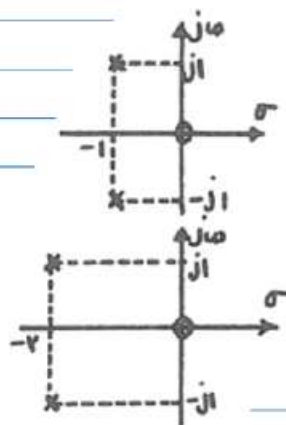
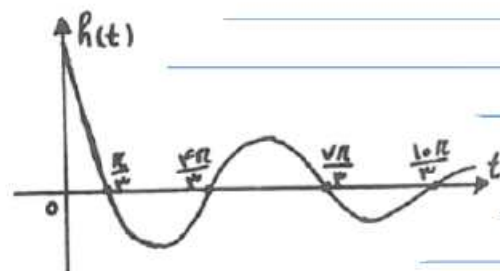
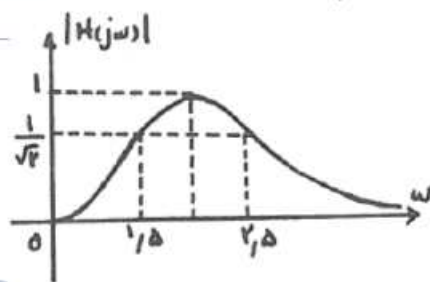
-۳

-۴ هیچکدام



فکانش نه شده قطب مختلف کوچکتر از صفر موهومی است - نزدیکه

سؤال (۶۵) - منحنی اندازه تابع شبکه و پاسخ ضربه یک مدار در زیر نشان داده شده است. نمایش صفرها و قطبهای تابع شبکه این مدار کدام است؟



صفر در صفا

بازرسی قطب فاصله
با فرکانس $\omega_n < 2.5$
فرکانس نوسان صفا حتی قطب مقدار صفری را داشته باشد
نزدیک ۳ رده شد

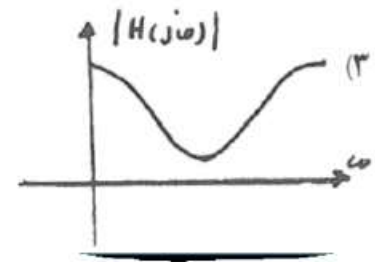
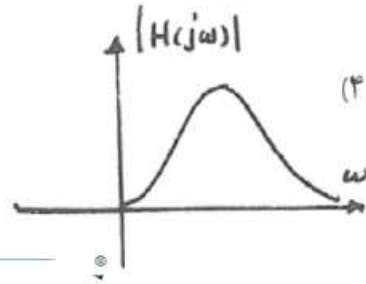
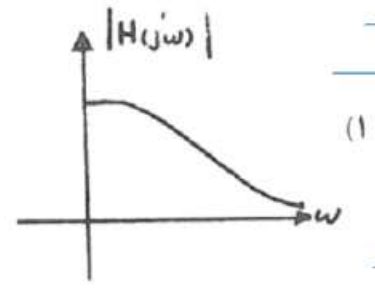
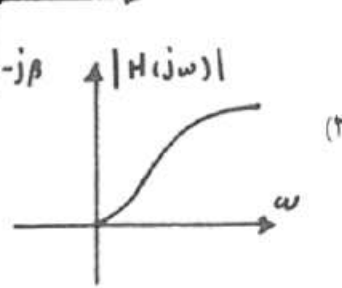
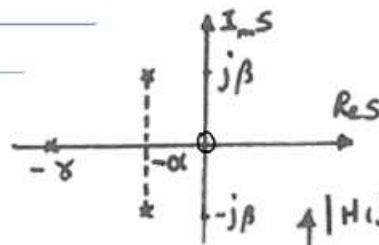
قطب: $-a \pm bj$ $\omega_n = \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow$

فرکانس ۱ $\omega_n = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 1^2} < 1.5$ X

فرکانس ۲ $\omega_n = \sqrt{1^2 + 1^2} < 1.5$ X

فرکانس ۳ $1.5 < \omega_n = \sqrt{2^2 + 1} < 2.5$

(بقی ۸۵) : دیاگرام صفر و قطب مربوط به تابع شبکه‌ای در شکل مقابل داده شده است. منحنی اندازه تابع شبکه کدام است ؟



$$\frac{s}{(s+\gamma)(s^2+2\alpha s+\alpha^2+\beta^2)}$$

در ابتدا در صفر $\leftarrow$ در فرکانس $\omega = 0$ $\leftarrow |G(j\omega)| = 0$

در نهایت در صفر $\leftarrow$ $|G(j\omega)| = 0$

در نهایت $\leftarrow$

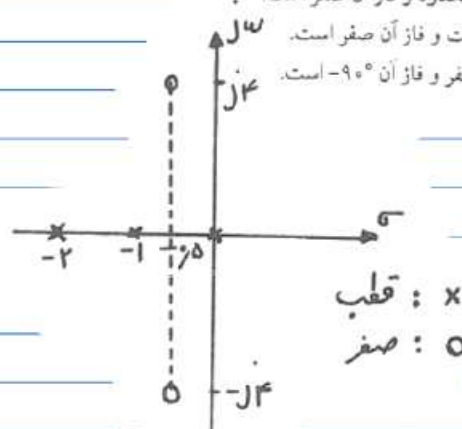
(ب) ۸۱: دیاگرام صفر - قطب تابع شبکه‌ای به صورت $H(s) = \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{j=1}^n (s + p_j)}$ در شکل زیر داده شده است. کدام یک از عبارات‌های داده شده در مورد دامنه و فاز تابع شبکه صحیح است؟
جواب:

(۱) در $\omega = \infty$ دامنه صفر و فاز آن نیز صفر است.

(۲) در $\omega = 0$ دامنه نامحدود و فاز آن صفر است.

(۳) در $\omega = 0$ دامنه ثابت و فاز آن صفر است.

(۴) در $\omega = \infty$ دامنه صفر و فاز آن -90° است.



$$T(s) = \frac{s^2 (s + 1 + j4)}{s(s+1)(s+2)}$$

$$1 + j4$$

$$\omega = 0^+$$

$$T(j\omega) = \frac{(1 + j4 - \omega^2) + j\omega}{j\omega(j\omega+1)(j\omega+2)}$$

$$\omega = 0^+ \rightarrow \infty \angle 0 - (90 + 0 + 0) = \infty \angle -90$$

$$\omega = +\infty \rightarrow 0 \angle \pi - (90 + 90 + 90) = 0 \angle -90$$

$$-\omega^2 + j\omega \approx -\infty + \epsilon j$$

نزدیک

(۸۷) منحنی اندازه تابع شبکه مداری به صورت شکل زیر است. حداقل تعداد قطب‌ها و

صفرهای تابع شبکه کدام است؟

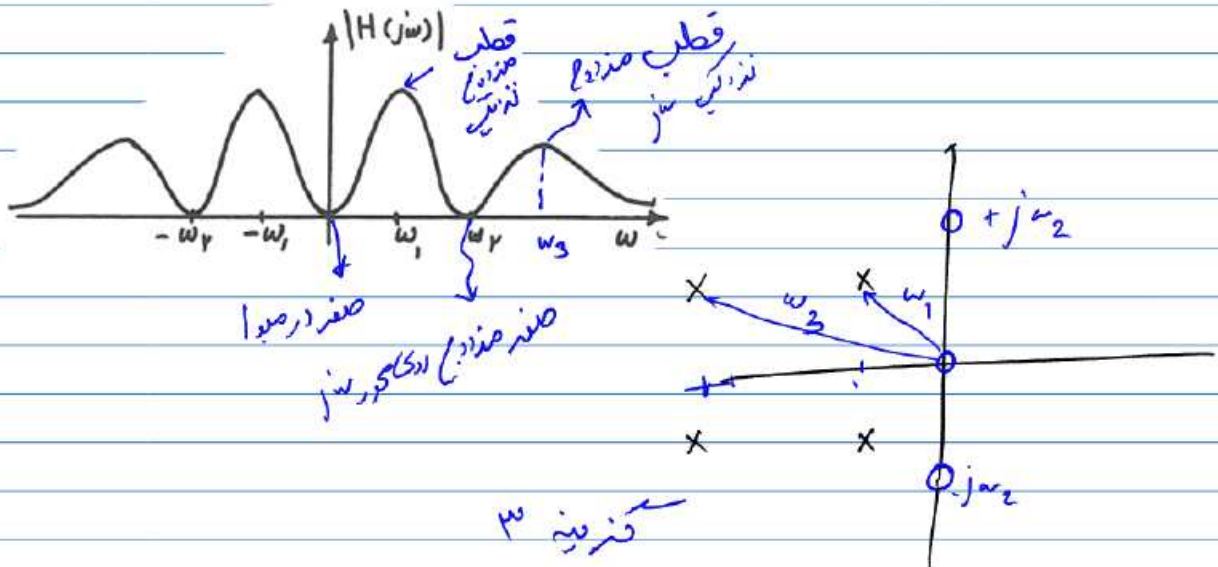
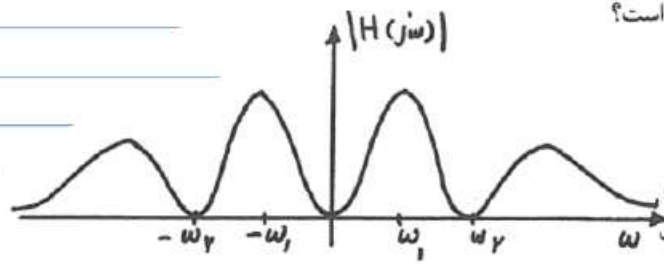
جواب:

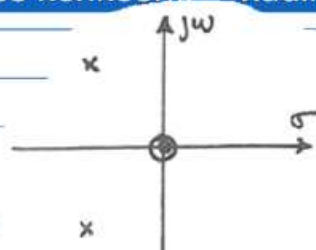
(۱) یک صفر و دو قطب

(۲) دو صفر و سه قطب

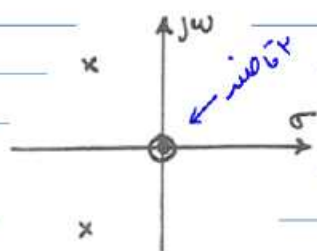
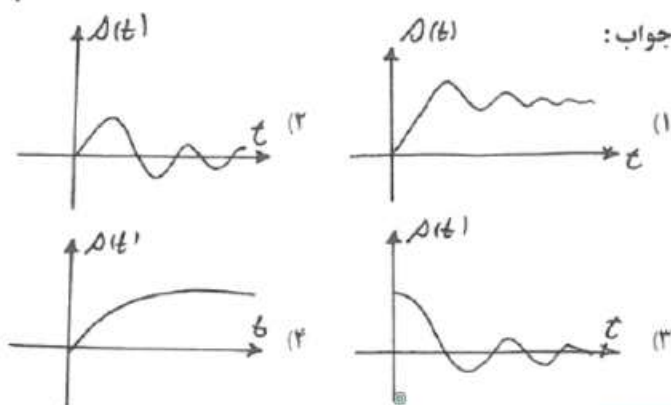
(۳) سه صفر و چهار قطب

(۴) چهار صفر و پنج قطب





(جواب ۸۳): اگر نمودار قطب و صفر شکل مقابل، مربوط به تابع شبکه یک مدار خطی تغییرناپذیر با زمان باشد، پاسخ پله این مدار در حوزه زمان برابر با کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟



$$H(s) = k \frac{s^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)}$$

$$S_e H = \frac{1}{s} \times k \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = k \frac{s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

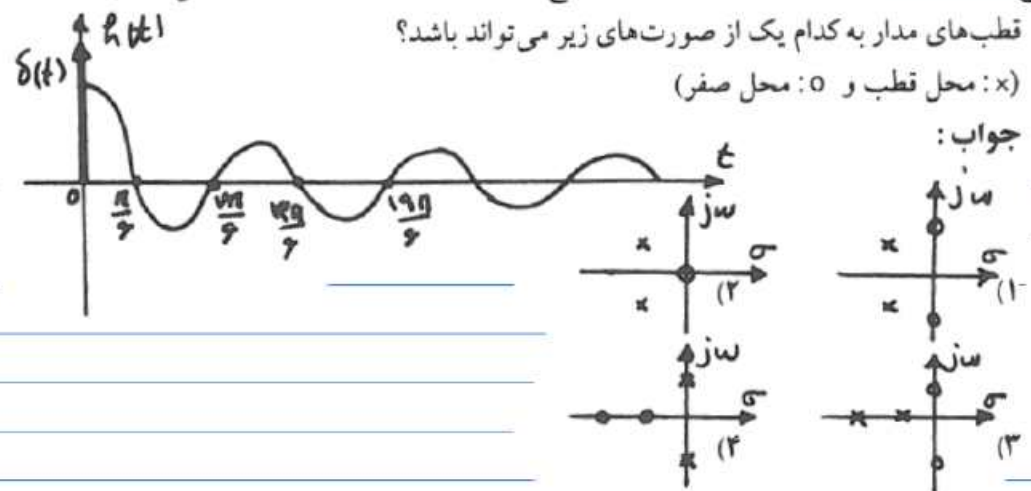
۰ < ζ < ۱

حوله تقابل فضاگاه دارد (بایار) نوسانی میرا شونده باشد. ۴ غلط

فقط نزدیک ۳ می‌تواند جواب باشد. $\lim_{s \rightarrow \infty} s Y(s) = 1$ IVT:

$\lim_{s \rightarrow \infty} s Y(s) = 0$ FVT:

(چون ۱۸۴) در یک فیلتر میان نگذر با پاسخ ضربه واحد داده شده $h(t)$ ، محل صفرها و قطب‌های مدار به کدام یک از صورت‌های زیر می‌تواند باشد؟
(x: محل قطب و 0: محل صفر)



داشته فرساخت ثابت مانده است پس باید قطب موصوفی روی محور s باشد.
محیطی حول صفر داریم تابع تبدیل باید سه باشد. گزینه ۴ جواب است.

دو قطبی، (۲ پورتی)



هر دو قطبی با ۲ ولتاژ و جریان ورودی و
خروجی تعریف می‌شود یعنی ۴ متغیر
برای تعریف یک دو قطبی نیاز داریم.

نحوه ارتباط این ۴ متغیر منجمله تعریف ۸ پارامتر می‌شود.

پارامتر امپدانس:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \underset{\substack{\text{ماتریس امپدانس} \\ Z_{2 \times 2}}}{Z} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$

پارامتر ادmittانس:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \underset{\substack{\text{ماتریس ادmittانس} \\ Y_{2 \times 2}}}{Y} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \\ I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 \end{cases}$$

وجود ندارد Y if $\det\{Z\} = 0 \rightarrow$
ماتریس Z وجود ندارد if $\det\{Y\} = 0 \rightarrow$

پارامتر هایبرید:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = H_{2 \times 2} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \\ I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2 \end{cases}$$

پارامتر معکوس هایبرید:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = G_{2 \times 2} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} I_1 = g_{11} V_1 + g_{12} I_2 \\ V_2 = g_{21} V_1 + g_{22} I_2 \end{cases}$$

وجود ندارد H if $\det G = 0 \rightarrow$
وجود ندارد G if $\det H = 0 \rightarrow$

چارمتر انتقال

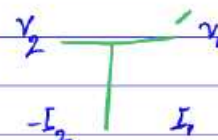
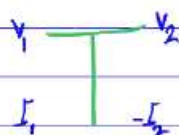
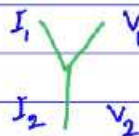
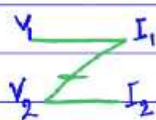
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = T_{2 \times 2} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_1 = A V_2 - B I_2 \\ I_1 = C V_2 - D I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = T' \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_2 = A' V_1 + B' I_1 \\ -I_2 = C' V_1 + D' I_1 \end{cases}$$

$$T = T'^{-1} \quad \& \quad T' = T^{-1}$$

ماتریس T و T' وارون دارند $\det\{T\} \neq 0$

$\det\{T'\} \neq 0$ و T وارون دارد

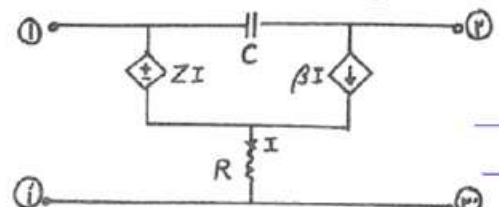


لعم حل : با k_{V2} و k_{I1} (بافتنه شرط اولیه صند) رابطه‌ها را طوری مرتب می‌کنیم که فقط متغیرهای درستی

(I_1 و I_2 و V_1 و V_2) طبق تعریف پارامتر انتقال پیدا کنند.

برای مدار دو قطبی داده شده ماتریس امپدانس کدامیک از جوابها می باشد ؟ (برق ۷۰)

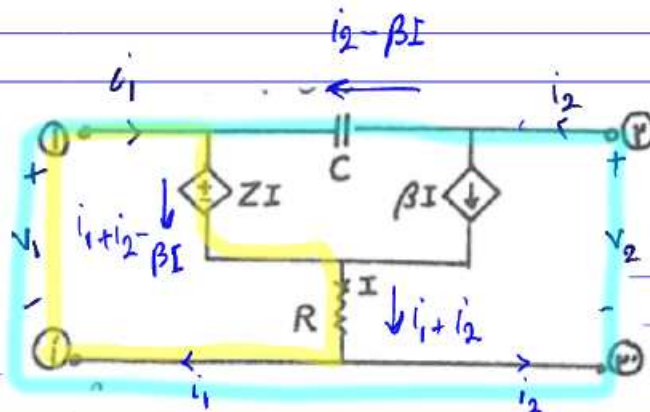
$$\begin{matrix} V_1 \\ V_2 \end{matrix} \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix}$$



$$Z = \begin{bmatrix} Z+R & R - \frac{\beta}{j\omega C} \\ Z & R - \frac{\beta}{j\omega C} \end{bmatrix} \quad \text{۱-}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z+R & R - \frac{\beta}{j\omega C} \\ Z+R & R - \frac{\beta}{j\omega C} \end{bmatrix} \quad \text{۲-}$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z+R & Z+R \\ Z+R - \frac{\beta}{j\omega C} & Z+R + \frac{1-\beta}{j\omega C} \end{bmatrix} \quad \text{۳- هیچکدام}$$



kcl $I = I_1 + I_2$

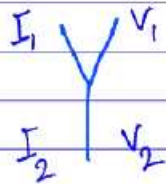
$$V_1 = ZI + RI \rightarrow V_1 = (Z+R)I_1 + (Z+R)I_2$$

$$V_1 = \frac{1}{Cs}(\beta I - I_2) + V_2 \rightarrow V_2 = (Z+R)I_1 + (Z+R)I_2 - \frac{1}{Cs}(\beta I_1 + (\beta-1)I_2)$$

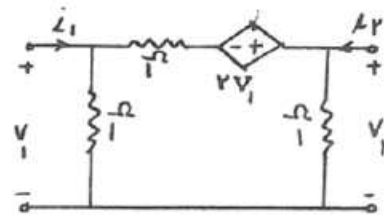
$$\begin{bmatrix} Z+R & Z+R \\ Z+R - \frac{\beta}{Cs} & Z+R + \frac{-(\beta-1)}{Cs} \end{bmatrix}$$

فرقی نیست

اگر فرقی هیچکدام نبود با یک معادله برای و توانیم بول حل کنیم



(بقیہ ۷۲)



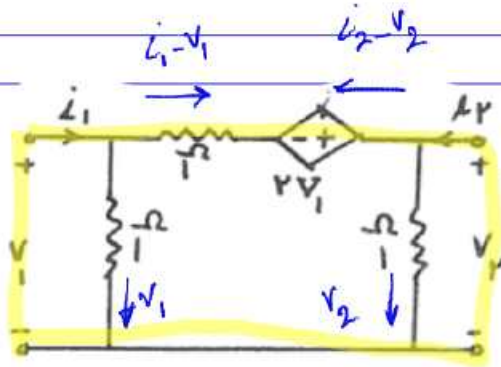
ماتریس ادمیتانس Y دو قطبی
مقابل عبارتست از:

$$Y = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad -2$$

-2 هیچکدام

$$Y = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad -1$$

$$Y = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad -3$$



→ ← $\text{KCL} \quad I_1 - V_1 = -(I_2 - V_2) \quad \textcircled{1} \rightarrow I_2 = V_1 + V_2 - I_1 \quad \textcircled{1}$

↙ $V_1 = I_1 - V_1 - 2V_1 + V_2 \quad \textcircled{2}$

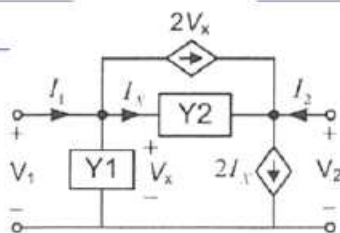
$\textcircled{2} \quad I_1 = 4V_1 - V_2 \quad \times$

$$Y = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$\textcircled{1} \rightarrow I_2 = V_1 + V_2 - (4V_1 - V_2) = -3V_1 + 2V_2$

(برق ۸۸) پارامترهای Y دو قطبی شکل زیر کدام است؟

$$\begin{matrix} I_1 & V_1 \\ I_2 & V_2 \end{matrix}$$

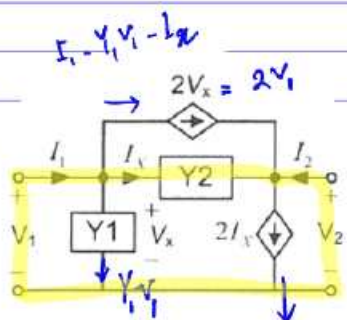


$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ Y_2 - Y_1 & -Y_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 + 2 & -Y_2 \\ Y_2 + 2 & -Y_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 - 2 & -Y_2 \\ Y_2 - 2 & -Y_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 + 2 & -Y_2 \\ -2 + Y_2 & -Y_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$



$$V_x = V_1$$

$$I_2 + I_x + 2V_1 = 2I_x$$

$$I_2 + I_x + 2V_1 = 2I_x \rightarrow I_x = \frac{I_2 + 2V_1}{2}$$

$$V_1 = \frac{I_x}{Y_2} + V_2 \rightarrow V_1 = \frac{I_2 + 2V_1}{2Y_2} + V_2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 2V_1 = I_1 - Y_1 V_1 - (I_2 + 2V_1) \quad (2)$$

$$\textcircled{1} \text{ مرتب } I_2 = (Y_2 - 2)V_1 + Y_2 V_2$$

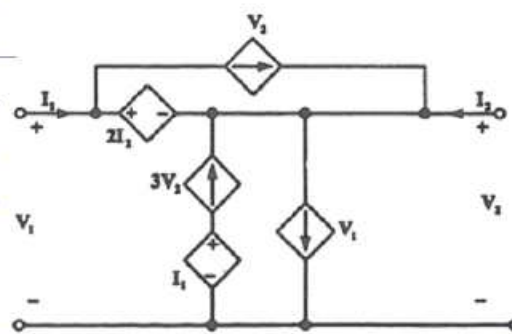
$$\textcircled{2} \text{ مرتب } I_1 = (2 + Y_1 + 2)V_1 + (Y_2 - 2)V_1 - Y_2 V_2$$

$$I_1 = (2 + Y_1 + Y_2)V_1 - Y_2 V_2$$

$$Y = \begin{bmatrix} 2 + Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ Y_2 - 2 & Y_2 \end{bmatrix}$$

ناتریس پارامترهای های برید H دو قطبی شکل زیر کدام است؟

(جواب ۸۵)



ناتریس:

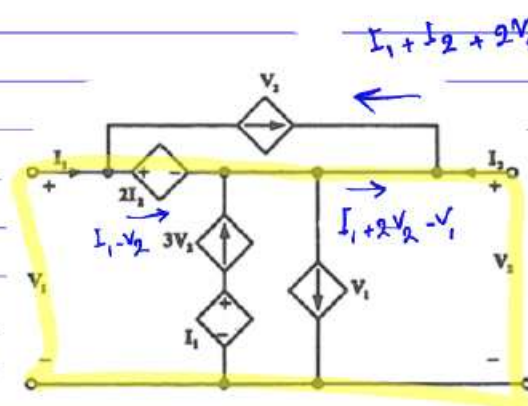
$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{matrix} V_1 & I_1 \\ I_2 & V_2 \end{matrix}$$



$$\rightarrow -V_2 = I_1 + I_2 + 2V_2 - V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = 2I_2 + V_2$$

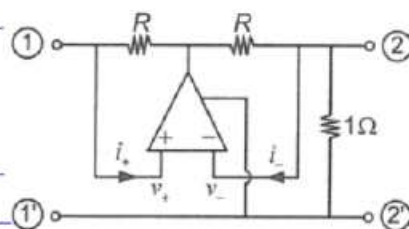
$$\text{با} \quad -V_2 = I_1 + \frac{V_1 - V_2}{2} + 2V_2 - V_1 \rightarrow V_1 = 2I_1 + 5V_2$$

فقط نذیر می‌توان جواب داد

سوال ۹۱

ماتریس انتقال دو قطبی زیر کدام است؟

(اپ آمپ ایده آل است یعنی $v_+ = v_-$ و $i_+ = i_- = 0$)



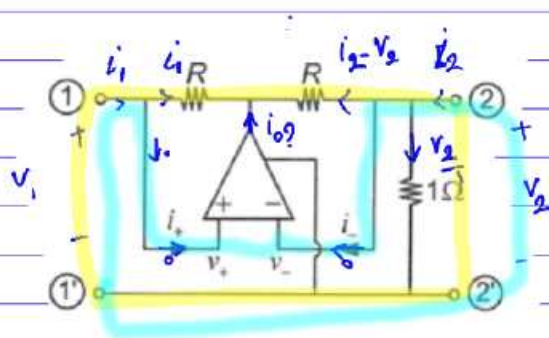
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} R & R \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$



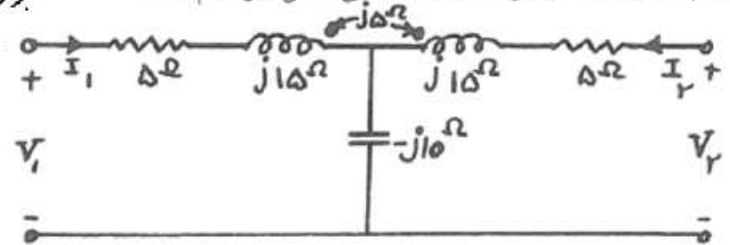
$$\begin{cases} (1) & v_1 = i_1 R - R(i_2 - v_2) + v_2 \\ (2) & v_1 = v_2 \end{cases} \rightarrow \left\{ \right.$$

$$\xrightarrow{i_2 \rightarrow 0} R i_1 = R(i_2 - v_2) \rightarrow i_1 = -v_2 + (-i_2)$$

$$v_1 = 0 i_2 + v_2$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{در اینجا جواب است.}$$

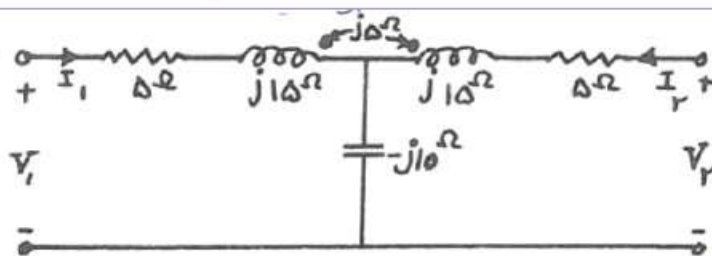
پارامترهای ماتریس انتقال T دو قطبی شکل زیر کدام است؟ برق ۷۷



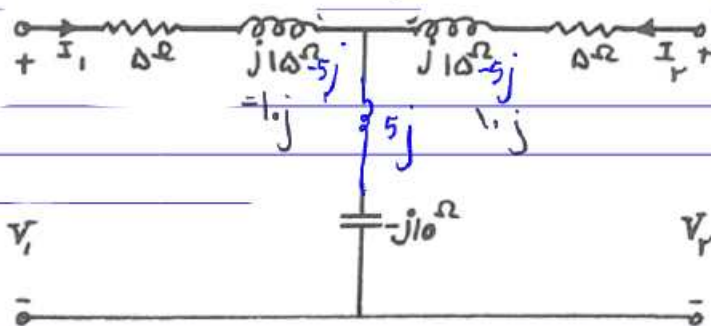
$$\begin{bmatrix} -1+j1 & -10-j5 \\ j0.2 & 1-j1 \end{bmatrix} \quad -2 \quad \begin{bmatrix} 1-j1 & 10-j5 \\ -j0.2 & 1-j1 \end{bmatrix} \quad -1$$

$$\begin{bmatrix} 1-j1 & -10+j5 \\ -j0.2 & -1+j1 \end{bmatrix} \quad -3 \quad \begin{bmatrix} -1+j1 & -10+j5 \\ j0.2 & -1+j1 \end{bmatrix} \quad -2$$

$$\begin{bmatrix} V_1 & V_2 \\ I_1 & -I_2 \end{bmatrix} = T$$



تبدیل
تدریجی T



$$V_1 = (5 + j15 - j5) I_1 - j5 I_2$$

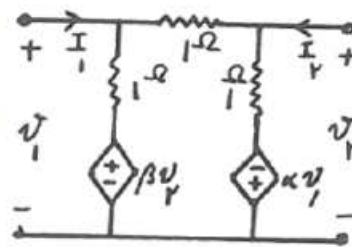
$$V_2 = (5 + j15) I_2 - j5 I_1$$

باید این ۲ معادله را به حسب T

مدرتب کنیم

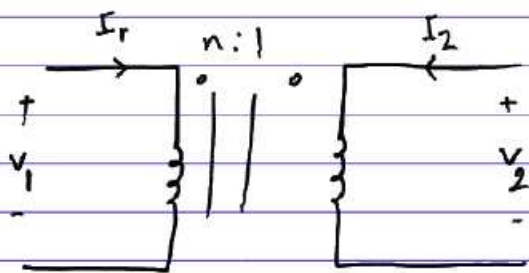
سازیم ۴ جواب

برق



ماتریس ادمیتانس Y دو قطبی شکل
مقابل به ازای کدام مقادیر α و β به
صورت $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ درمی آید؟

- ۱- $\beta = -1$, $\alpha = 1$
۲- $\alpha = \beta = 1$
۳- $\alpha = \beta = -1$
۴- $\beta = 1$, $\alpha = -1$



دو قطبی ترانس

$$H = \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = nV_2$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

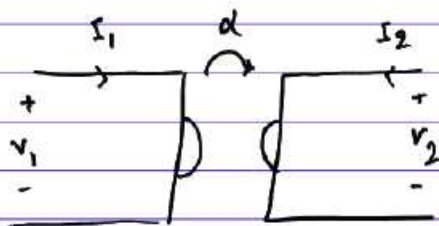
$$I_1 = -\frac{1}{n} I_2$$

نکته: اگر $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد حالت خاصی از ترانس با $n=1$ می باشد.

برای ترانس پارامتر Z تعریف نمی شود. $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$

برای ترانس پارامتر Y تعریف نمی شود. $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$

قبلاً هم گفته بودیم که ترانس ایده آل یک مقاومت (اصولاً) ندارد.



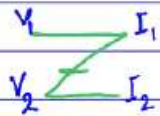
دو قطبی ترانزور

$$\begin{cases} V_1 = \alpha I_2 \\ V_2 = -\alpha I_1 \end{cases} \quad Z = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ -\alpha & 0 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\alpha} \\ \frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

هم ندارد. $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$ برای ترانزور پارامتر H تعریف نمی شود.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} : T = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{|\Delta| \neq 0} T' = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\alpha} \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

محاسبه کلی از درایونی ماتریس پارامترها:

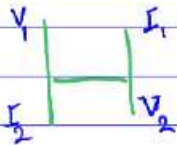


$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$Z_{22} = \frac{V_2}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

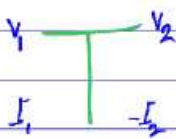
$$Z_{12} = \frac{V_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}$$

$$Z_{21} = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$$



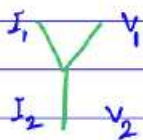
$$h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2=0}$$

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1} \Big|_{V_2=0}$$



$$A = \frac{V_1}{V_2} \Big|_{I_2=0}$$

$$B = \frac{V_1}{-I_2} \Big|_{V_2=0}$$



$$C = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{I_2=0}$$

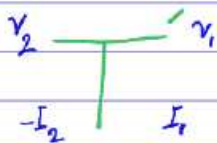
$$D = \frac{I_1}{-I_2} \Big|_{V_2=0}$$



$$g_{11} = \frac{I_1}{V_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$g_{21} = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0}$$

$$g_{12} = \frac{I_1}{I_2} \Big|_{V_1=0}$$



حساب کلی از درایونی ماتریس پارامترها:

پارامترهای برید h_{11} مدار شکل مقابل کدام است؟

۱) ۸۹

جواب:

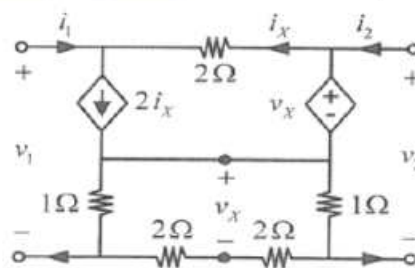
۲) -۱

۱) -۳

۳) ۳

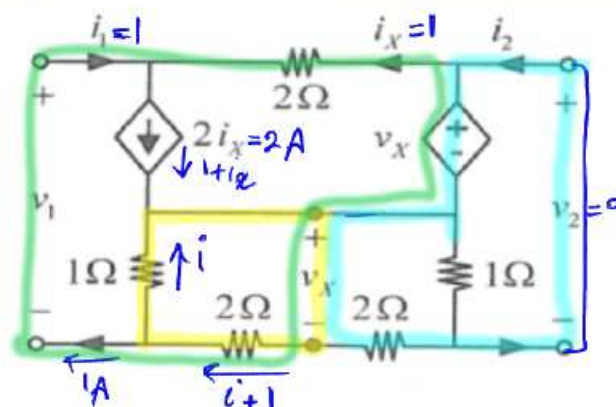
۳) ۱

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2$$



$$\begin{matrix} V_1 \\ I_1 \end{matrix} \parallel \begin{matrix} I_2 \\ V_2 \end{matrix} \Rightarrow h_{11} = \frac{V_1}{I_1} \Big|_{V_2=0}$$

$$\frac{V_1}{I_1}$$



$$2i_x = 1 + i_x \rightarrow i_x = 1A$$

$$i + v_x + 2(i+1) = 0 \rightarrow v_x = -3i - 2 \quad (1)$$

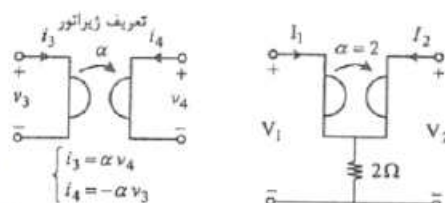
$$0 + v_x + v_x - 2(i+1) = 0 \rightarrow v_x = i + 1 \quad (2)$$

$$\text{by } -3i - 2 = i + 1 \rightarrow i = -\frac{3}{4}$$

$$v_x = \frac{1}{4}$$

$$V_1 = -2 + \underbrace{v_x}_{\frac{1}{4}} + \underbrace{v_x}_{\frac{1}{4}} + 2(i+1) \rightarrow V_1 = -1$$

(برق ۸۲) در دوقطبی شکل زیر ماتریس انتقال T کدام است؟ (تعریف ژیراتور در شکل داده شده است)



جواب:

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

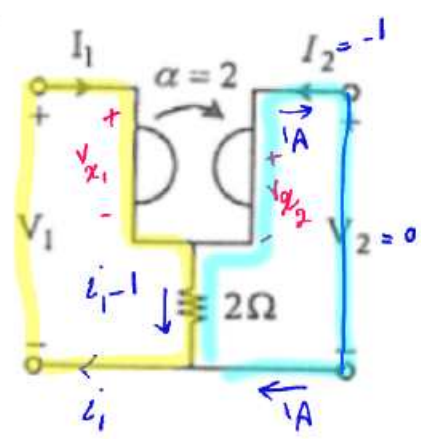
(۲) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$

درایه D غنای فریندها متفاوت اند $D = \frac{i_1}{-i_2} \Big|_{v_2=0} = i_2 = -1 \rightarrow D = i_1$



شرایط $v_2 = \frac{i_1}{2}$ $i_1 = 2v_{x2}$ (۱)
 $-i_A = -2v_{x1}$ (۲) $\rightarrow v_{x1} = \frac{1}{2}$

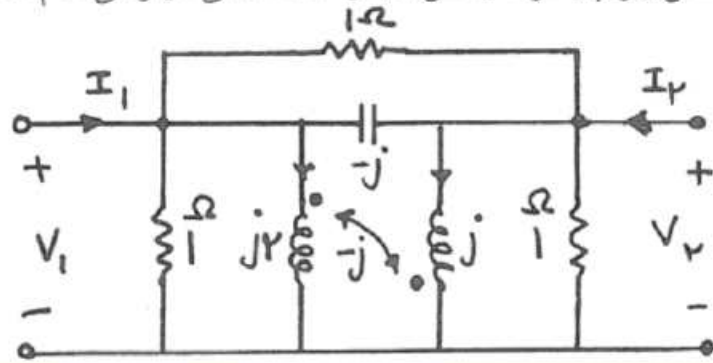
$v_1 = v_{x1} + 2(i_1 - 1)$

$0 = v_{x2} + 2(i_1 - 1)$

$0 = \frac{i_1}{2} + 2(i_1 - 1) \rightarrow \frac{5}{2} i_1 = 2 \rightarrow i_1 = \frac{8}{5} = 1.6$

مقدار جواب

(برق ۸۳) در دو قطبی شکل زیر، پارامتر ادمیتانس y_{12} در حالت دائمی سینوسی کدام است؟



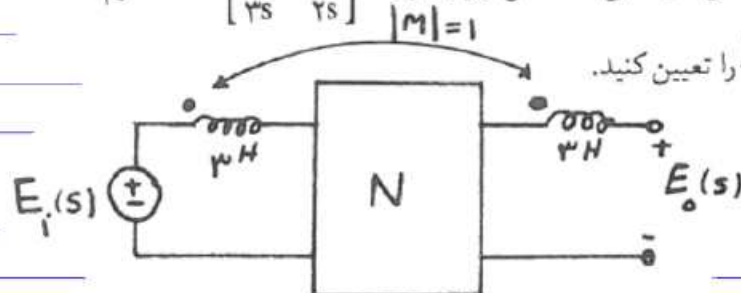
- (۱) ۲
- (۲) $-(1 + 2j)$
- (۳) $1 - 2j$
- (۴) $2 - j$

$$\begin{matrix} I_1 & y & V_1 \\ I_2 & & V_2 \end{matrix}$$

$$y_{12} = \frac{I_1}{V_2} \Big|_{V_1=0} \rightarrow y_{12} = 2 \Big|_{V_1=0, V_2=1}$$

(پرو ۷۳) ماتریس امپدانس دو قطبی N شکل زیر بصورت $Z = \begin{bmatrix} s & 4s \\ 3s & 2s \end{bmatrix}$ معلوم است.

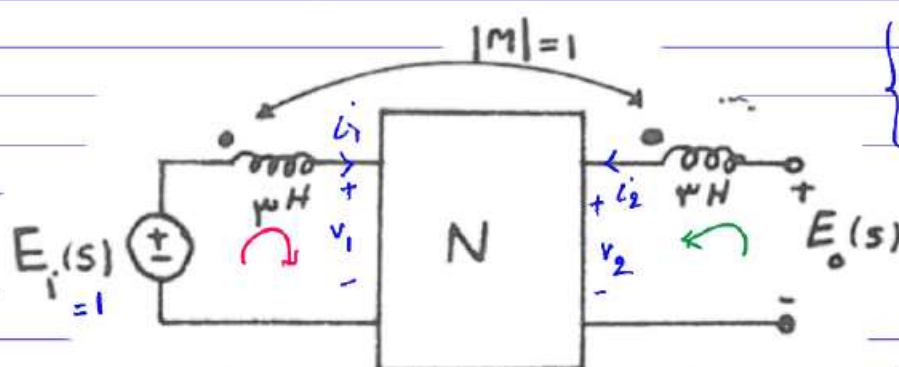
نسبت $\frac{E_o(s)}{E_i(s)}$ را تعیین کنید.



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

-1 صفر

$$\frac{1}{3} - 3$$



$$\begin{cases} v_1 = s i_1 + 4 s i_2 & (1) \\ v_2 = 3 s i_1 + 2 s i_2 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{E_o}{E_i=1} = ?$$

جوابی

$$\text{red arrow } 1 = 3 s i_1 - s i_2 + v_1 \rightarrow 1 = 4 s i_1 - 3 s i_2 \rightarrow i_1 = \frac{1 + 3 s i_2}{4 s}$$

$$\text{green arrow } e_o = 3 s i_2 - s i_1 + v_2 \rightarrow e_o = 5 s i_2 + 2 s i_1$$

$$e_o = 5 s i_2 + \frac{1 + 3 s i_2}{2} \xrightarrow[\text{جوابش صفات}]{\text{ولتاژ خدیی}} \xrightarrow{i_2=0} e_o = \frac{1}{2}$$

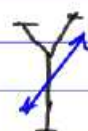
در قطب متقابل

مداری که شرط هم پایداری را ارضا کند آن مدار متقابل است. مدارات آ. پ. ا. ص. و مدارات منطقی هم پایداری نیستند ولی کدوم مدارات مقاومتی خارجی را می توان به تدریج تعادل دارند. مداراتی که یک ضلع وابسته داشته باشند حتما متقابل نیست ولی اگر بیش از یک ضلع وابسته داشته باشد ممکن است متقابل باشد و باید بررسی کنیم.

شرط تعادل:



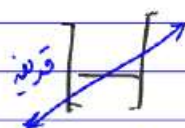
$$Z_{12} = Z_{21}$$



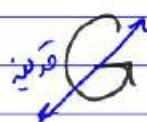
$$Y_{12} = Y_{21}$$

$$|T| = 1$$

$$\det T = 1$$



$$h_{12} = -h_{21}$$



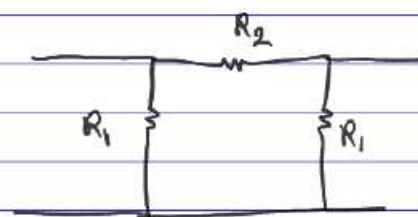
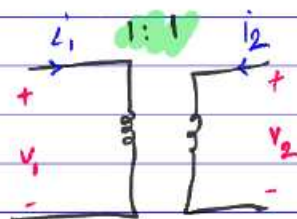
$$g_{12} = -g_{21}$$

$$|T'| = 1$$

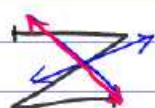
$$\det T' = 1$$

شرط تعادل:

اگر یک مدار از دو طرف یکسان باشد مدار متقابل است.

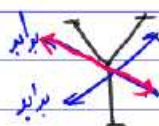


شرط تعادل:



$$Z_{12} = Z_{21}$$

$$Z_{11} = Z_{22}$$



$$Y_{12} = Y_{21} \text{ و } Y_{11} = Y_{22}$$



$$\det H = 1$$

$$h_{12} = h_{21}$$

$$\det G = 1$$

$$g_{12} = -g_{21}$$

$$|T| = 1$$

$$\det T = 1$$

$$A = D$$

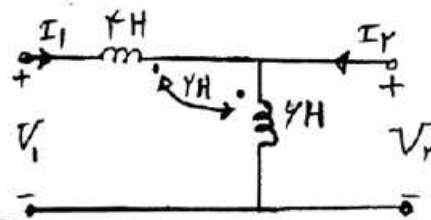
$$|T'| = 1$$

$$\det T' = 1$$

$$A' = D'$$

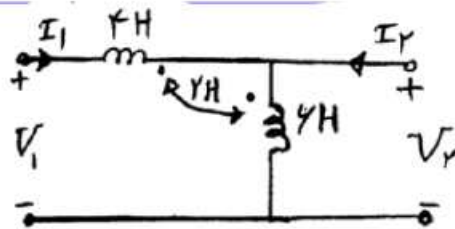
نکته: اگر ۲ قطب متقابل باشد حتما متقابل هم هست و عکس این قضیه برقرار نیست.

این دو دقیقه ۹۲



دو قطبی شکل روبه‌رو، کدام است؟

- (۱) فقط متقارن
- (۲) فقط متقابل
- (۳) هم پاسخ و متقارن
- (۴) هم پاسخ و متقابل



$$V_1 = 4s I_1 - 2s (I_1 + I_2) + 6s (I_1 + I_2) - 2s I_1$$

$$V_2 = 6s (I_1 + I_2) - 2s (I_1)$$

$$\begin{matrix} V_1 \\ V_2 \end{matrix} \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix}$$

$$\rightarrow Z = \begin{bmatrix} 6s & 4s \\ 4s & 6s \end{bmatrix}$$

$$Z_{21} = Z_{12} \text{ متقابل}$$

$$Z_{11} = Z_{22} \text{ و } Z_{21} = Z_{12} \rightarrow \text{متقارن است}$$

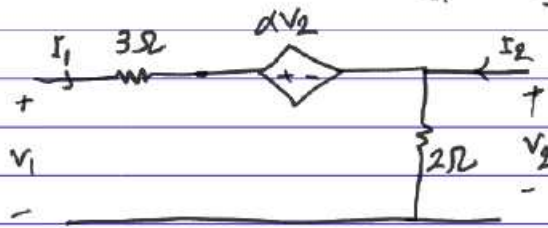
هم متقارن و هم متقابل

هم پاسخ

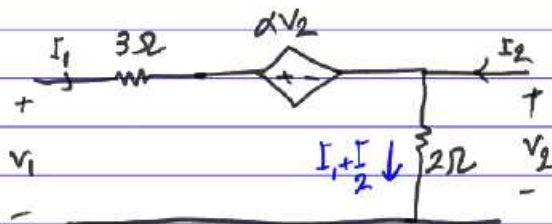
هم متقابل

در نتیجه ۳ کاملترین پاسخ را دارد.

مثال ۱: به ازای چه مقداری از α مدار شکل زیر متقابل است؟



۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$$① \quad V_1 = 3I_1 + \alpha V_2 + 2(I_1 + I_2)$$

$$② \quad V_2 = 2(I_1 + I_2)$$

$$\textcircled{1, 2} \rightarrow V_1 = 3I_1 + 2\alpha(I_1 + I_2) + 2(I_1 + I_2)$$

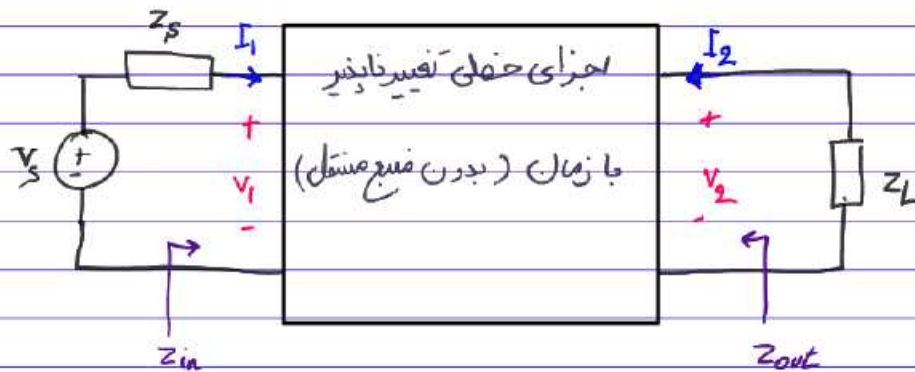
$$V_2 = 2(I_1 + I_2)$$

$$Z = \begin{bmatrix} 5+2\alpha & 2\alpha+2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow 2\alpha+2=2 \rightarrow \alpha=0$$

نکته: مداری که فقط یک ضلع وابسته دارد حتما متقابل نیست. اگر بیش از یک ضلع وابسته داشته باشد شاید متقابل باشد. برای این سوال $\alpha=0$ تا ضلع وابسته نداشته باشد.

۲ قطبی ختم شده

اگر یک پورت یک دو قطبی به یک بار وصل شده باشد می‌توانیم در قطبی ختم شده است.
مثلاً یک دو قطبی به یک منبع ولتاژ V_S و یک بار از قطب دیگر متصل می‌شود.
هدف می‌سبب رابطه بین V_1 و I_1 (امپدانس ورودی) و رابطه V_2 و I_2 (لین ولتاژ) و ... است.



$$\text{kvl: } V_S = Z_S I_1 + V_1 \quad (1)$$

$$\text{kvl: } Z_L I_2 + V_2 = 0 \quad (2)$$

$$\text{رابطه ۲ قطبی} \quad V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \quad (3)$$

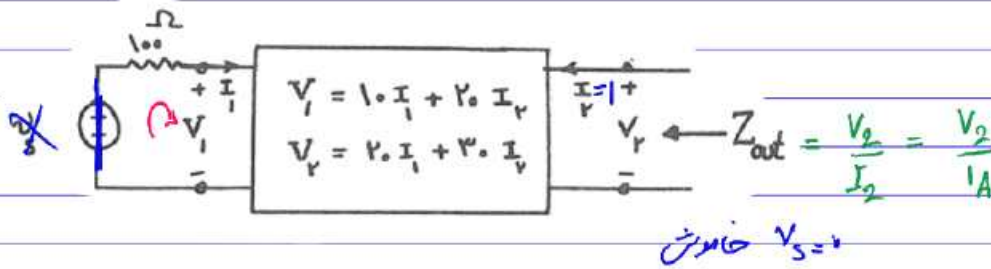
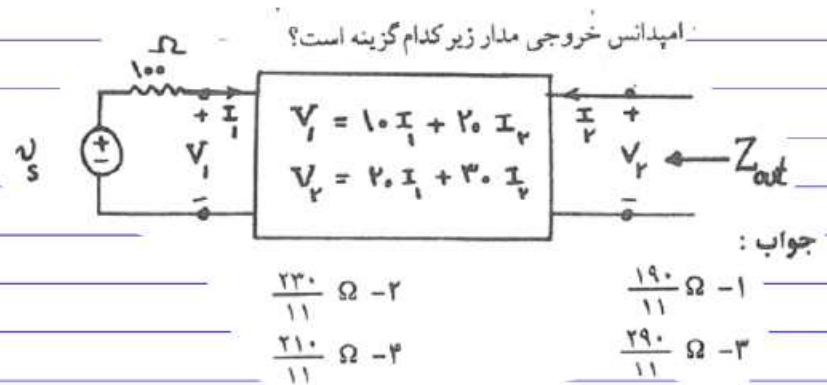
$$V_2 = Z_{22} I_2 + Z_{21} I_1 \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12} \times Z_{21}}{Z_{22} + Z_L} = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D} \xrightarrow{Z_L = \infty} Z_{in} = \frac{A}{C}$$

$$Z_{out} = \frac{V_2}{I_2} = Z_{22} - \frac{Z_{12} \times Z_{21}}{Z_{11} + Z_S} = \frac{DZ_S + B}{CZ_S + A} \xrightarrow{Z_S = 0} Z_{out} = \frac{B}{A}$$

$$\frac{V_2}{V_S} = \frac{Z_{12} Z_L}{(Z_{11} + Z_S)(Z_{22} + Z_L) - Z_{12} Z_{21}} \xrightarrow{Z_L = \infty} \frac{V_2}{V_S} = \frac{Z_{12}}{(Z_{11} + Z_S)}$$



$$\left. \begin{aligned} 100 I_1 + V_1 &= 0 \\ V_1 &= 10 I_1 + 20 (1) \end{aligned} \right\} \rightarrow -100 I_1 = 10 I_1 + 20 \rightarrow I_1 = -\frac{20}{110} = -\frac{2}{11}$$

$V_2 = 20 I_1 + 30 (1) \quad (3)$

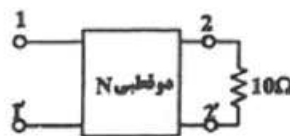
مقدار V_2 را در (3) جایگزین می‌کنیم

$$V_2 = 20 \left(-\frac{2}{11} \right) + 30 = -\frac{40}{11} + 30 = \frac{330 - 40}{11} = \frac{290}{11} (\Omega)$$

$$Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12} \times Z_{21}}{Z_{11} + Z_s} = 30 - \frac{20 \times 20}{10 + 100} = \frac{290}{11} \quad \text{پس گزینه دوم صحیح است}$$

دو قطبی N دارای ماتریس پارامترهای امپدانس $Z = \frac{10s}{s^2 + 25}$ است. ارشاد ۸۵

این دو قطبی را به مقاومت ۱۰ اهمی ختم می‌کنیم، مدار را تعیین کنید.



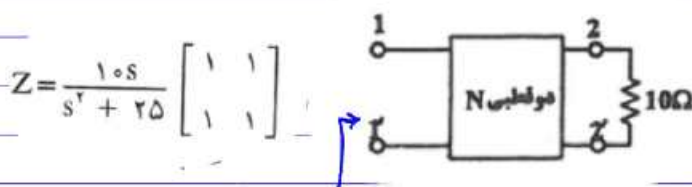
- ۱ (۱)
- ۵ (۲)
- ۱۰ (۳)
- $\frac{1}{5}$ (۴)

گینت $Q = \frac{\omega}{2\alpha}$

معادله مشخصه: $s^2 + 2\alpha s + \omega^2 = 0$

پس باید معادله مشخصه یا فرکانس مدار طبیعی را بدست آوریم.

پایه کاری: در فرکانس طبیعی گینت اگر فرکانس مدار را حساب کنیم قطب‌های امپدانس خواهد شد. یعنی اگر در مدار باز (حالت مدار) قطب‌های امپدانس را حساب کنیم حتماً فرکانس طبیعی خواهد بود.



$Z_s = 10s$

$Z_L = 10\Omega$

$$R_{in} = Z_{in} = \frac{(1 \times 1) \times \left(\frac{10s}{s^2 + 25} \right)^2}{\frac{10s}{s^2 + 25} + 10}$$

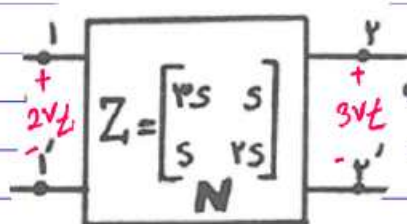
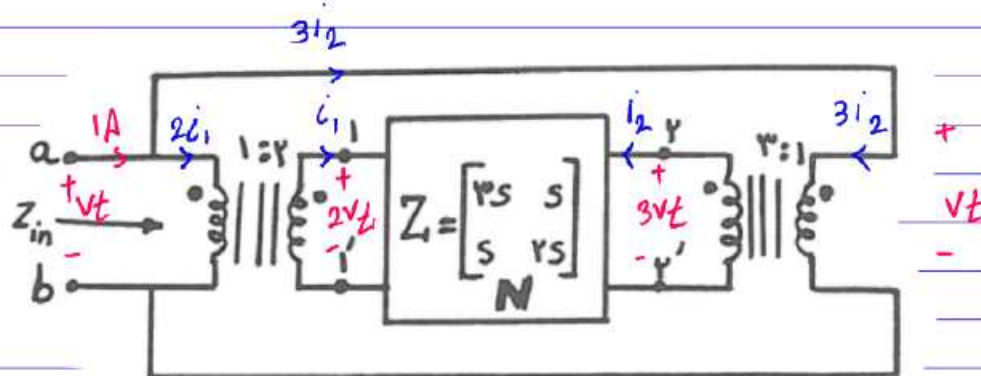
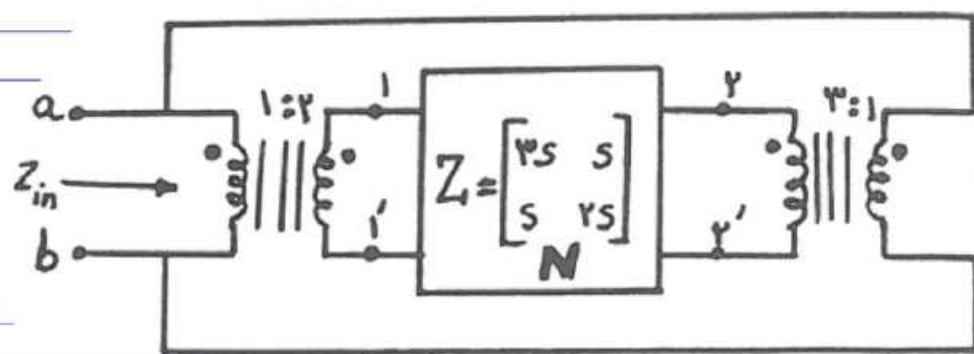
$$Z_{in} = \frac{10s}{s^2 + 25} = \frac{100s^2}{10s(s^2 + 25) + 10(s^2 + 25)^2} = \frac{10s(10s + 1.5s^2 + 25)}{(s^2 + 25)(10s + 1.5s^2 + 25)}$$

$$= \frac{(100s^3 + 2500s)}{(s^2 + 25)(1.5s^2 + 10s + 25)} = \frac{10s}{s^2 + s + 25}$$

خارج امپدانس مدار باز همان فرکانس مدار طبیعی است.

$Q = \frac{\sqrt{25}}{1} = 5$

در مدار شکل زیر، با توجه به ماتریس امپدانس داده شده برای دو قطبی N ، برقی V_T امپدانسی که از سرهای a و b دیده می شود برابر است با:



$$\rightarrow 2V_T = 3s i_1 + s i_2 \quad (1)$$

$$3V_T = s i_1 + 2s i_2 \quad (2)$$

$$\text{KCL: } 1 = 2i_1 + 3i_2 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2)} \quad 9s i_1 + 3s i_2 = 2s i_1 + 4s i_2 \rightarrow 7s i_1 = s i_2 \rightarrow i_2 = 7i_1$$

$$\xrightarrow{(3)} \quad 1 = 2i_1 + 3(7i_1) \rightarrow i_1 = \frac{1}{23} \rightarrow i_2 = \frac{7}{23}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow 2V_T = 3s \left(\frac{1}{23} \right) + s \left(\frac{7}{23} \right) = \frac{10}{23} s$$

$$\rightarrow R_i = \frac{V_T}{I_A} = \frac{5}{23} \Omega \quad \text{معادل 5 هانری}$$

روش دوم: این سوال را می توان بعداً با اتصال معادل حل کرد.

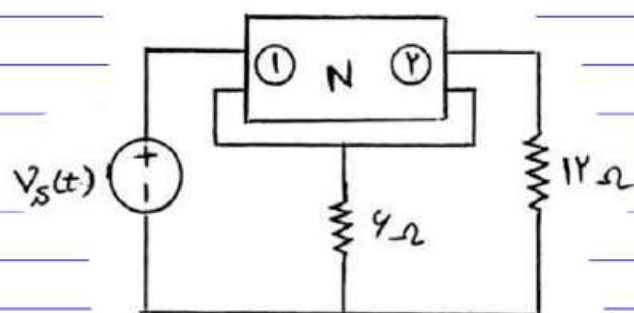
$$T_{eq} = T_1 T_2 T_3$$

بعداً گفته می شود.

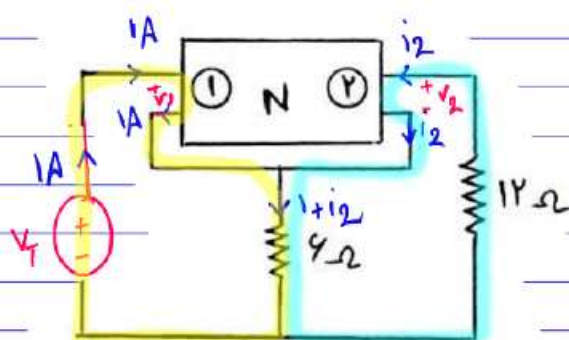
ارشد ۹۳

ماتریس امپدانس دو قطبی N به صورت $\begin{bmatrix} r_s & r_s \\ r_s & q_s \end{bmatrix}$ و منبع مستقل به صورت

است. $v_s(t) = 2 \cos(2t)$ است. امپدانس مدار از دو سر منبع مستقل برابر است با:



و $\begin{bmatrix} r_s & r_s \\ r_s & q_s \end{bmatrix}$ است



$2 + 2j \text{ (A)}$

$1 + 2j \text{ (A)}$

$4 + 4j \text{ (A)}$

$6 + 4j \text{ (A)}$

$v_t = v_1 + 6(1 + i_2) \quad (1)$

$12 i_2 + v_2 + 6(1 + i_2) = 0 \quad (2)$

نقطه ۲ $v_1 = 4s(1) + 3s i_2 \quad (3)$

$v_2 = 3s(1) + 9s i_2 \quad (4)$

$12 i_2 + (3s + 9s i_2) + 6 + 6 i_2 = 0 \rightarrow i_2 = -\frac{3s + 6}{9s + 18} = -\frac{1}{3}$

$v_1 = 4s + 3s(-\frac{1}{3}) = 3s$

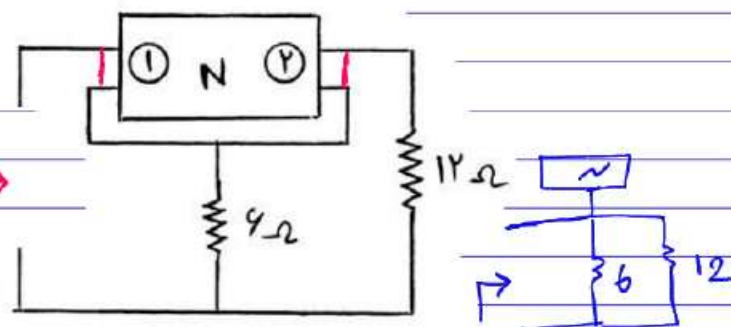
بنابراین $v_t = 3s + 6(1 - \frac{1}{3}) = 3s + 4 \xrightarrow{s=j\omega} 6j + 4$

روش دوم: تفاوت نرینجها در عدد ثابت است $R + ps$ یعنی می توان

مدار را در فرکانس $s=0$ تحلیل کرد و مقدار عدد ثابت نرینجها را بدست آورد.

$$S = \begin{bmatrix} r_s & r_s \\ r_s & r_s \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

R_{in}



$$\begin{aligned} \rightarrow V_1 &= 0 + 0 \\ V_2 &= 0 + 0 \end{aligned}$$

$$R_{in} = 12 \parallel 6 = \frac{12}{3} = 4 \Omega$$

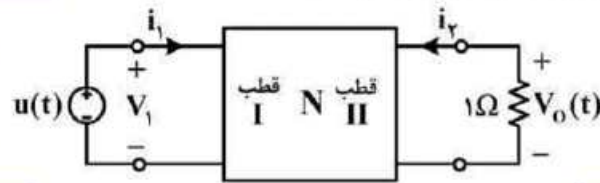
فقط زیاده ۴ جواب است.

پارامتر Y_{21} از ماتریس ادمیتانس و پارامتر A از ماتریس انتقال $T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ برای دو دهنه خطی و ارشد ۹۴

تغییرناپذیر با زمان N به صورت زیر داده شده‌اند:

$$Y_{21} = \frac{-s}{s+2}, A = \frac{1}{s}$$

پاسخ حالت صفر برای خروجی $V_o(t)$ در آزمایش شکل زیر، کدام است؟



(۱) $e^{-2t}u(t)$

(۲) $e^{-3t}u(t)$

(۳) $(1-e^{-2t})u(t)$

(۴) $(1-e^{-3t})u(t)$

$$\begin{matrix} i_1 & V_1 \\ i_2 & V_2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} V_1 & V_2 \\ i_1 & -i_2 \end{matrix}$$

$$i_2 = \frac{-s}{s+2} V_1 + \frac{1}{s+2} V_2 \xrightarrow{V_2=0} \left. \frac{i_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{-s}{s+2} \quad \textcircled{1}$$

$$V_1 = \frac{1}{s} V_2 - B i_2 \xrightarrow{V_2=0} \left. \frac{i_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = \frac{-1}{B} \quad \textcircled{2}$$

$$\xrightarrow{1,2} B = \frac{s+2}{s}$$

مدار $\begin{cases} V_1 = \frac{1}{s} \\ i_2 = -V_o \end{cases}$

$$\xrightarrow{\textcircled{2}} \frac{1}{s} = \frac{1}{s} V_o - \left(\frac{s+2}{s} \right) (-V_o)$$

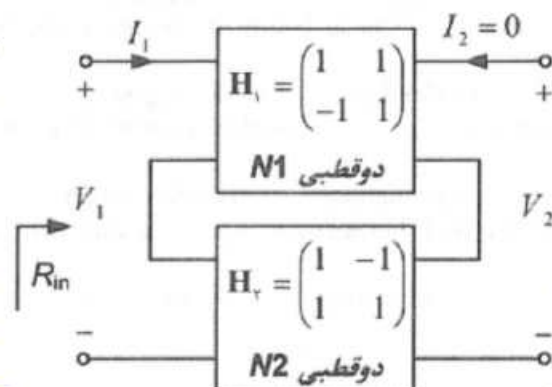
$$1 = V_o + (s+2)V_o \rightarrow V_o = \frac{1}{s+3}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} V_o(t) = e^{-3t}$$

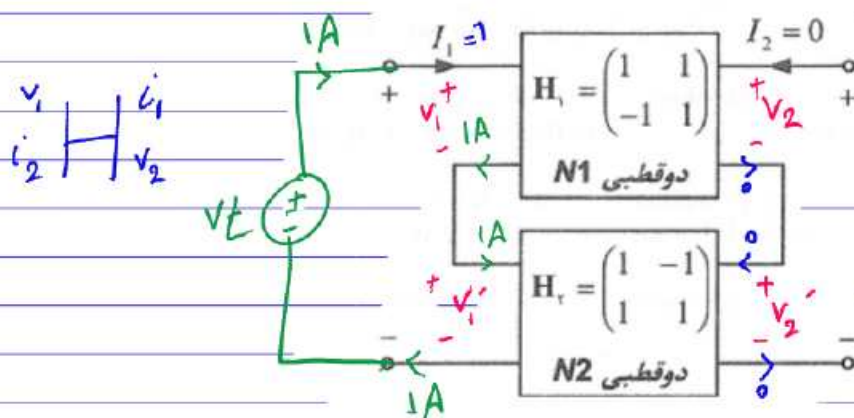
۹۲ ارشد

در اتصال دو تا دوقطبی شکل زیر، مقاومت ورودی کل با $I_r = 0$ چند اهم است؟

(H_1 و H_r ماتریس‌های هایبرید هستند و بعد از اتصال دوقطبی‌ها تغییر نمی‌کنند).



- $\frac{1}{4}$ (۱)
- $\frac{1}{2}$ (۲)
- 4 (۳)
- 2 (۴)



$$V_t = V_1 + V_1'$$

$$N_1 \begin{cases} V_1 = 1 + V_2 \\ 0 = -(1) + V_2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} V_1 = 2 \\ V_2 = 1 \end{matrix}$$

$$N_2 \begin{cases} V_1' = 1 - V_2' \\ 0 = 1 + V_2' \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} V_1' = 2 \\ V_2' = -1 \end{matrix}$$

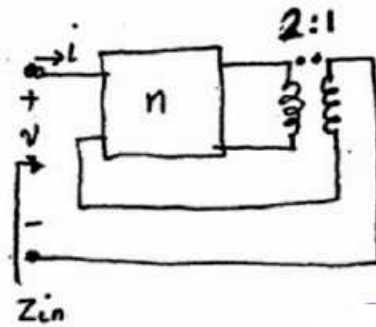
$$V_t = V_1 + V_1' = 2 + 2 = 4 \Omega$$

انرژی 91

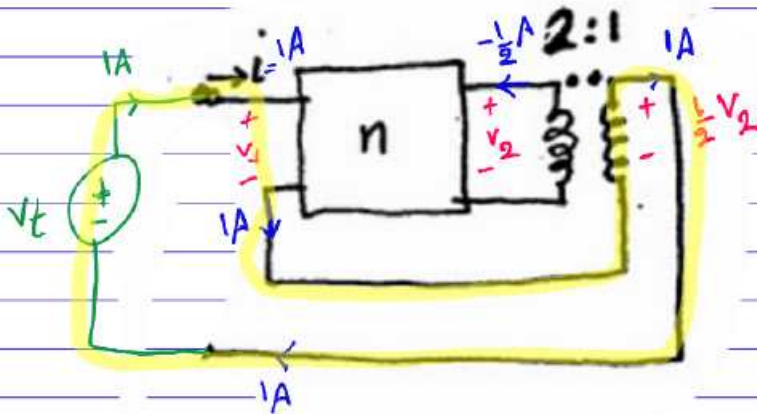
در مدار زیر امپدانس ورودی Z_{in} چند اهم است؟

(پارامترهای امپدانس دو قطبی: n برابر با اهم 10 ، $Z_{12} = Z_{21} = 10$ اهم، $Z_{11} = 1$ اهم و $Z_{22} = 4$ اهم است.)

- 8 (1)
- 2 (2)
- 1 (3)
- 12 (4)



$$\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 10 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \end{matrix} \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \end{matrix}$$



$$v_1 = 1(1) + 10\left(-\frac{1}{2}\right) = -4$$

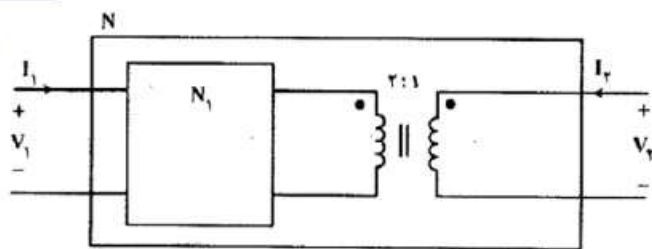
$$v_2 = 10(1) + 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 8$$

$$v_{in} = v_1 - \frac{1}{2}v_2 = -4 - 4 = -8 \Omega$$

(دلتی ۹۵)

در مدار زیر، N متقابل و ماتریس انتقال N_1 به صورت $T_1 = \begin{bmatrix} s & 1 \\ s-1 & a \end{bmatrix}$ است.

ماتریس انتقال N ، کدام است؟ a مقداری ثابت است.



$$\begin{bmatrix} s & 1 \\ s-1 & a \end{bmatrix} \quad (1)$$

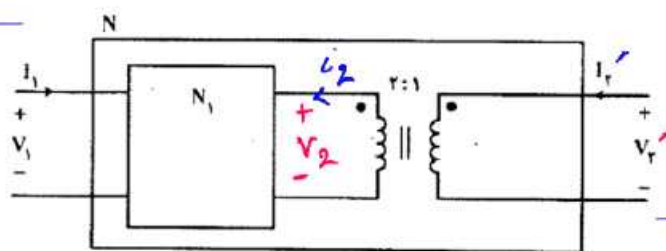
$$\begin{bmatrix} \frac{s}{2} & 2 \\ \frac{(s-1)}{2} & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2s & 1 \\ 2(s-1) & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 2s & \frac{1}{2} \\ 2(s-1) & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 & V_2 \\ I_1 & -I_2 \end{bmatrix} T$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} s & 1 \\ s-1 & a \end{bmatrix}$$



$$N_1 \begin{cases} V_1 = sV_2 - I_2 \\ I_1 = (s-1)V_2 + a(-I_2) \end{cases}$$

$$\text{مدار} \begin{cases} I_2' = 2I_2 \\ V_2' = \frac{1}{2}V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_1 = s(2V_2') - \frac{1}{2}I_2' \\ I_1 = (s-1)(2V_2') + a(-\frac{1}{2}I_2') \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2s & \frac{1}{2} \\ 2(s-1) & \frac{a}{2} \end{bmatrix}$$

$$N' \text{ متقابل} = \det T' = 1 \rightarrow as - (s-1) = 1$$

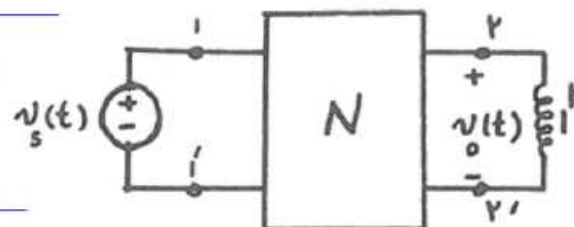
$$\rightarrow a = 1$$

$$T' = \begin{bmatrix} 2s & \frac{1}{2} \\ 2(s-1) & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

روش دوم:

(بوق ۷۶-۷۵)

پارامترهای C و D از ماتریس انتقال $T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ برای یک دو قطبی متقابل و متقارن N بصورت $C = 4s$, $D = 2s^2 + 1$ داده شده اند. اگر از این دو قطبی در ترکیبی بصورت شکل زیر استفاده شود، در اینصورت تابع شبکه $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)}$ برابر است با:



$$\begin{aligned} \frac{2s^2 + 1}{2s^4 + 3s^2 + 5s^2 + 1} & -1 \\ \frac{2s^2 + 1}{2s^2 + 19s^2 + 2} & -2 \\ \frac{1}{s^2 + 3s^2 + 1} & -3 \\ \frac{1}{3s^2 + 2} & -4 \end{aligned}$$

قدرت = 1

$$A = D \rightarrow A = 2s^2 + 1$$

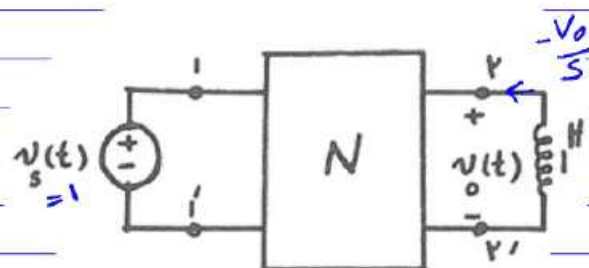
$$\det T = 1 \rightarrow (2s^2 + 1)^2 - B(4s) = 1 \rightarrow 4s^4 + 4s^2 + 1 - 4BS = 1$$

$$4s^4 + 4s^2 - 4BS = 0$$

$$B = \frac{s^3 + s}{1}$$

$$T = \begin{bmatrix} 2s^2 + 1 & s^3 + s \\ 4s & 2s^2 + 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

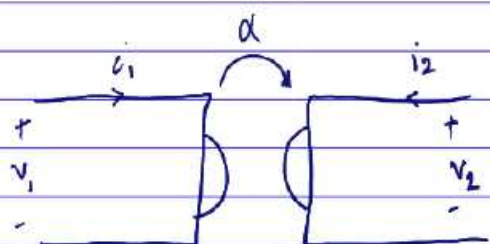


$$\begin{cases} 1 = (2s^2 + 1)V_o - (s^3 + s)i_2 \\ i_2 = -\frac{V_o}{s} \end{cases}$$

$$V_o = \frac{1}{2s^2 + 1 + s^2 + 1} = \frac{1}{3s^2 + 2}$$

تریاتور

در این قسمت با خواص تریاتور بیشتر آشنا خواهیم شد

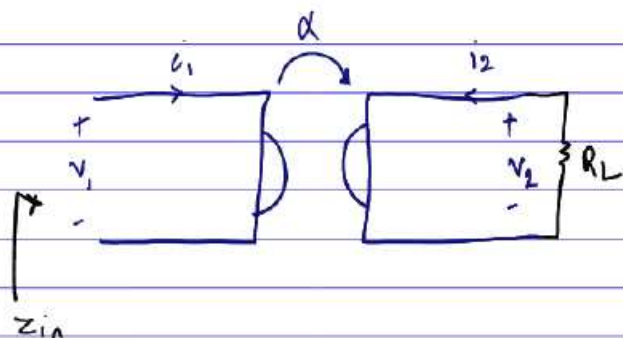


$$V_1 = \alpha i_2$$

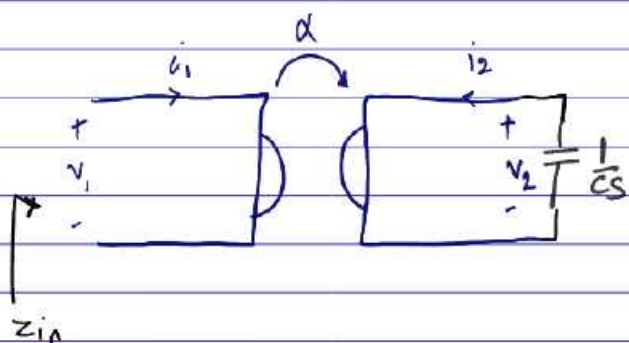
$$V_2 = -\alpha i_1$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ i_1 \end{bmatrix} T \begin{bmatrix} V_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \rightarrow T = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

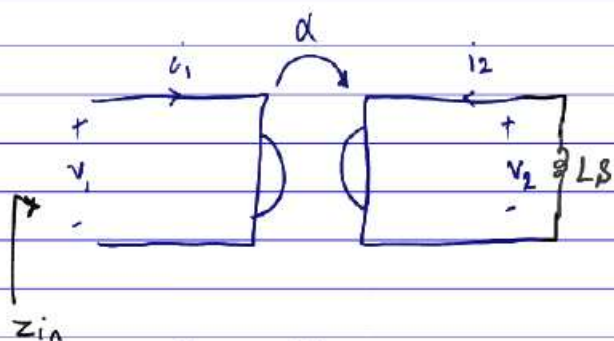
نمونه‌های مختلف



$$Z_{in} = \frac{AR_L + B}{CR_L + D} = \frac{0R_L - \alpha}{-\frac{1}{\alpha}R_L + 0} = \frac{\alpha^2}{R_L}$$



$$Z_{in} = \frac{A \frac{1}{CS} + B}{C \frac{1}{CS} + D} = \frac{\alpha^2}{CS} = \frac{\alpha^2}{CS}$$



$$Z_{in} = \frac{ALS + B}{CLS + D} = \frac{\alpha^2}{LS} = \frac{\alpha^2}{LS}$$

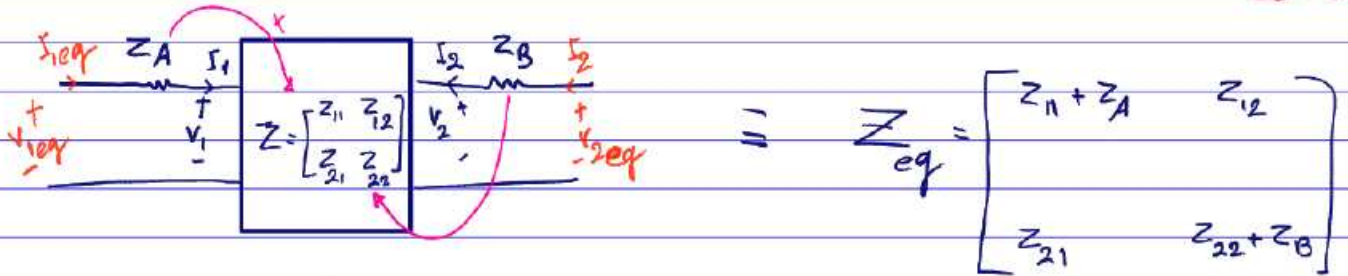
تریاتور: در مدارات مجتمع (IC ها) ترانزیستور و خازن وجود دارد ولی به دلیل ایجاد نویز تلف

امکان جابجایی تلف نیست لذا با تبدیل ترانزیستور خاصیت تریاتوری ایجاد و با خازن تلف می‌کنند

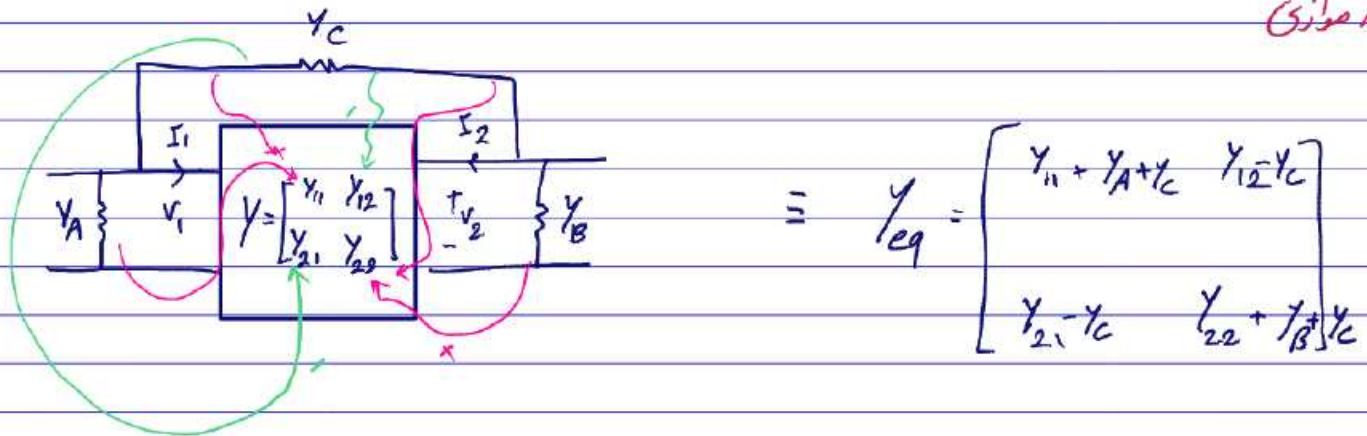
توسعه در قطبی ها

اگر ما تئیس دو قطبی را بدانیم با اضافه کردن الزام به خروجی و ورودی می توان ما تئیس جدید را بدست آورد.

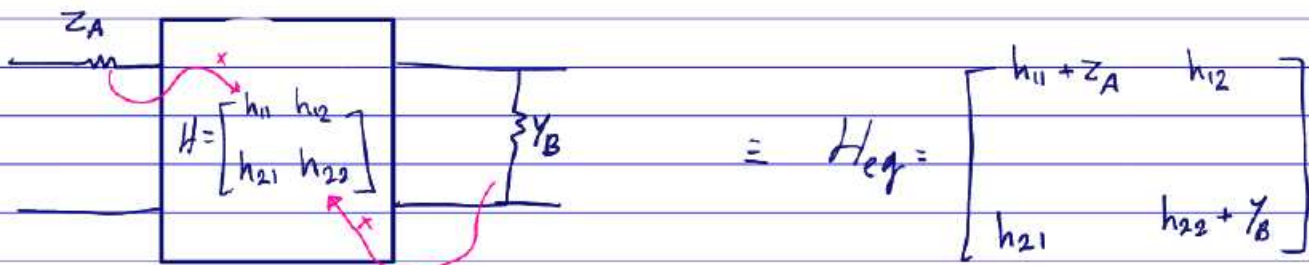
توسعه سری



توسعه موازی



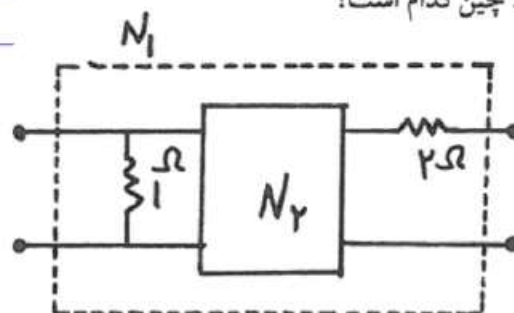
توسعه سری موازی



$$\begin{bmatrix} V_1 & I_1 \\ I_2 & V_2 \end{bmatrix} H$$

(۱۴۰۹) ماتریس امپدانس دو قطبی N_Y به صورت $Z = \begin{bmatrix} s+3 & s \\ s & s+1 \end{bmatrix}$ معلوم است. پارامتر

y_{11} دو قطبی N_1 نشان داده شده در درون خط چین کدام است؟



$$\frac{s+4}{s+3} \quad (2)$$

$$\frac{3s+4}{3s+3} \quad (4)$$

جواب:

$$\frac{5s+12}{6s+9} \quad (1)$$

$$\frac{s+6}{3s+5} \quad (3)$$

$$Z = \begin{bmatrix} s+3 & s \\ s & s+1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow Z_{eq} = \begin{bmatrix} s+3 & s \\ s & s+1+2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{eq} = \begin{bmatrix} s+3 & s \\ s & s+3 \end{bmatrix}$$

$$Y_{eq} = Z^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s+3 & -s \\ -s & s+3 \end{bmatrix}}{(s+3)^2 - s^2} =$$

$$Y_{eq} = \frac{1}{6s+9} \begin{bmatrix} s+3 & -s \\ -s & s+3 \end{bmatrix}$$

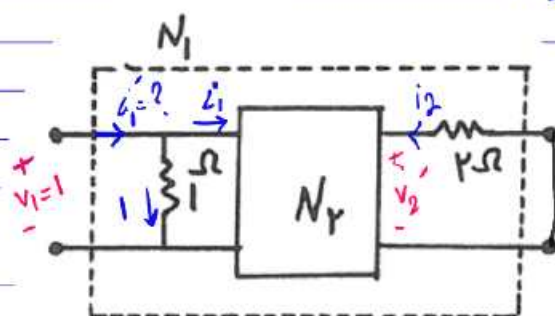
$$Y_{eq_2} = Y_{eq_1} + 1\Omega = \frac{s+3}{6s+9} + 1 = \frac{7s+12}{6s+9}$$

نیزه ۱

$$Z = \begin{bmatrix} s+3 & s \\ s & s+1 \end{bmatrix}$$

$$y_{11} = \left. \frac{i_1}{v_1} \right|_{v_2=0} \Rightarrow Y_{11} = \left. i_1 \right|_{v_1=1, v_2=0}$$

راه دوم:

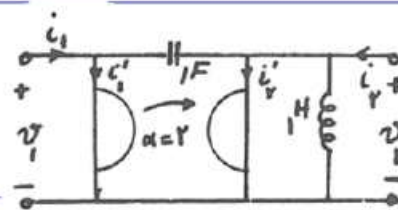


$$1 = (s+3)i_1 + si_2 \quad (1)$$

$$v_2' = +si_1 + (s+1)i_2 \quad (2)$$

$$\text{مدار} \begin{cases} v_2' = -2i_2 \quad (3) \\ i_1' - 1 = i_1 \quad (4) \end{cases}$$

$$\rightarrow i_1' = \frac{7s+12}{6s+9}$$



ماتریس ادمیتانس دو قطبی

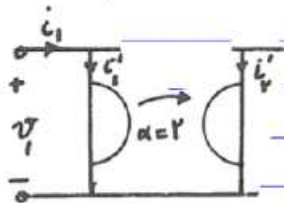
(برق ۷۸)

شکل مقابل کدام است؟ (در مورد ژیراتور داریم)

$$(v_2 = -\alpha i_1 \text{ و } v_1 = \alpha i_2)$$

$$Y = \begin{bmatrix} s & \alpha/s + s \\ -\alpha/s + s & s + \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (2) \quad Y = \begin{bmatrix} s & -\alpha/s - s \\ \alpha/s - s & s + \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (1)$$

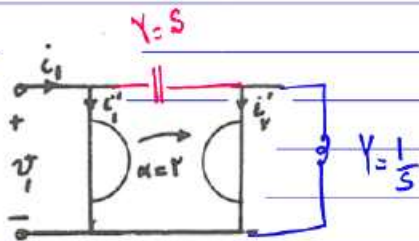
$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & \alpha/s + s \\ \alpha/s - s & s + \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (3) \quad Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} & -\alpha/s - s \\ -\alpha/s + s & s + \frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad (4)$$



$$v_1 = 2 i_2$$

$$v_2 = -2 i_1$$

$$\rightarrow Y = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

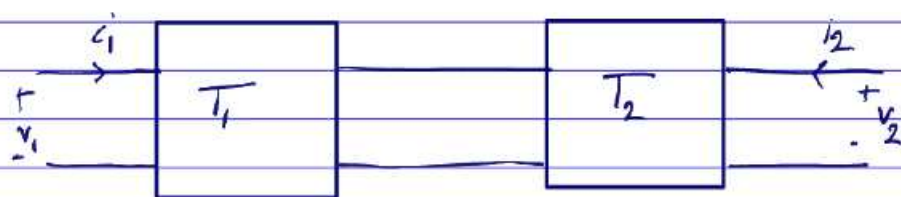


$$Y_{new} = \begin{bmatrix} 0 + s & -\frac{1}{2} - s \\ \frac{1}{2} - s & 0 + \frac{1}{s} + s \end{bmatrix}$$

دریافت جواب است.

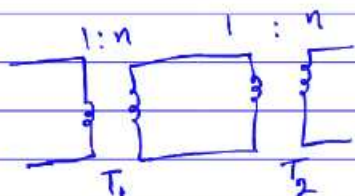
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

اتصال دو قطبی ها



اتصال آبجکتیوی
اتصال پورت خروجی یک قطبی

به پورت ورودی دیگری با همان پلاریته

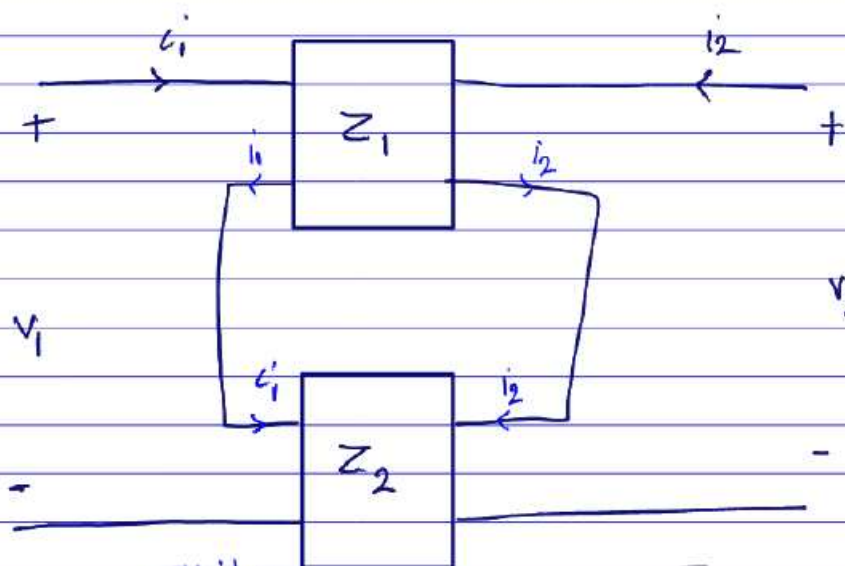


$$T = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$T_{eq} = T_1 T_2 \neq T_2 T_1$$

$$T_{eq} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n^2} & 0 \\ 0 & n^2 \end{bmatrix}$$

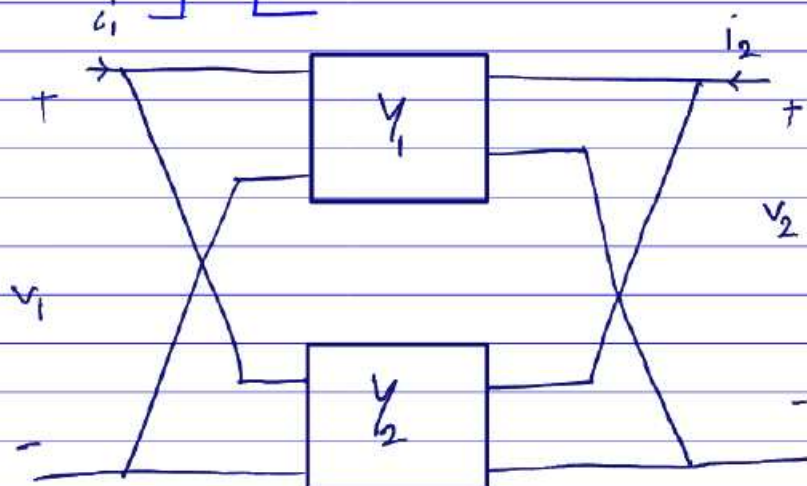
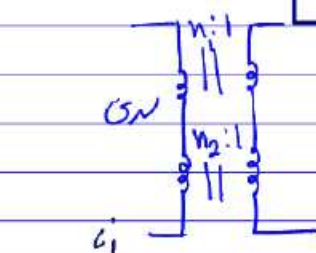
اتصال سری



از دو طرف سری هستند. هم حجت

ردوم پورت اول N_1 به سربال پورت اول N_2

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2$$

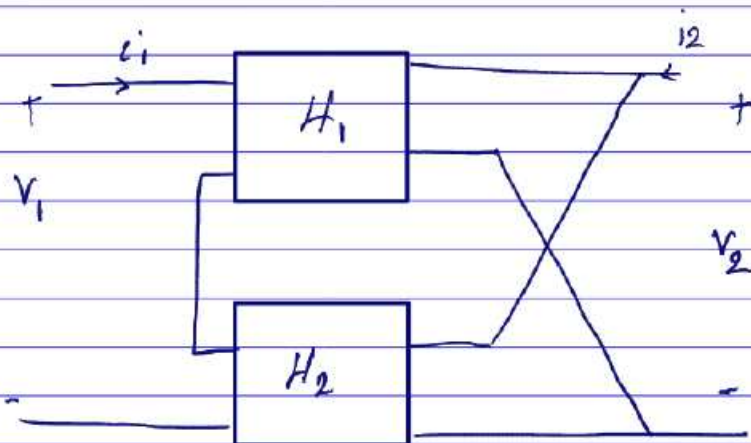


اتصال موازی

هم پلاریته از ۲ طرف

$$Y_{eq} = Y_1 + Y_2$$

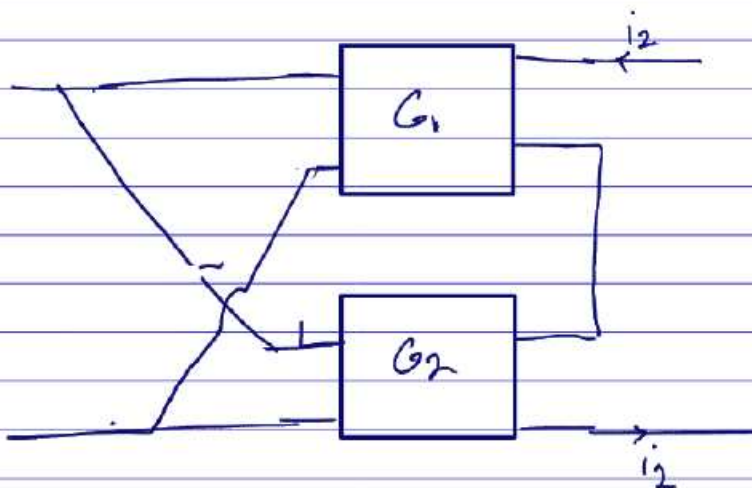
اتصال سری موازی



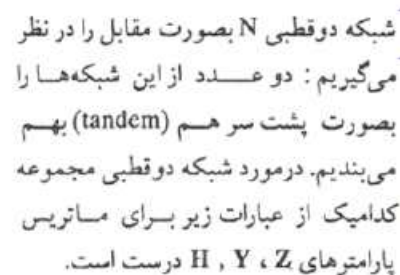
طرف اول سری طرف دوم موازی

$$H_{eq} = H_1 + H_2$$

اتصال موازی سری



$$G_{eq} = G_1 + G_2$$



۲- ماتریس پارامترهای Z و H وجود ندارد و Y وجود دارد.

۳- فقط پارامترهای Z وجود دارد.

۴- ماتریس پارامترهای Z و Y وجود ندارد و H وجود دارد.

$$\text{N: } \begin{matrix} v_1 = \alpha i_2 \\ v_2 = -\alpha i_1 \end{matrix} \Rightarrow T = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{eq} = T \cdot T = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(تذنی است که $n=1$ است $\rightarrow$ $\mathbb{Z}$ و $\mathbb{Z}$ ندارد و چون $deT \neq 0 \rightarrow T'$ هم دارد.

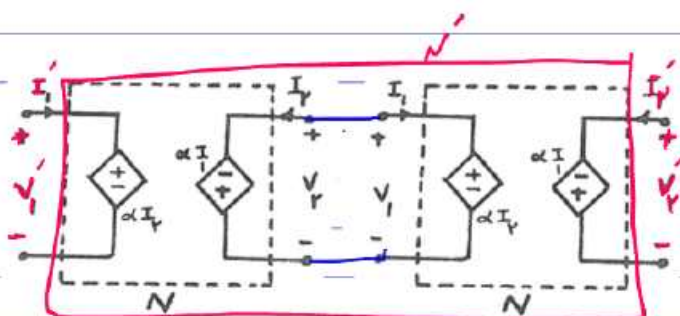
پہلے : T_{eq} کا حساب :
$$\begin{cases} V_1 = V_2 \\ I_1 = -I_2 \end{cases}$$

مسئله ۲ هم خواند.

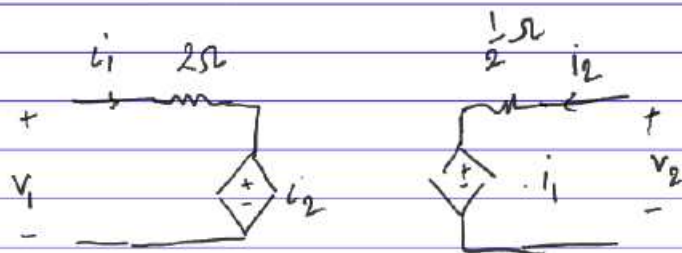
فرمول اول Z درست

v_1, z_1
 v_2, z_2

$$\begin{matrix} v_1 & & i_1 \\ & H & \\ i_2 & & v_2 \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = H$$



$$Z = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \rightarrow \det = 0 \rightarrow \text{نداره } Y$$



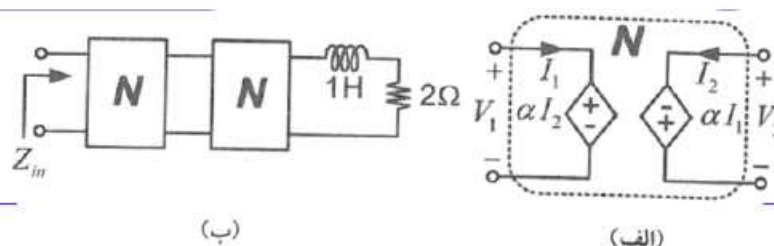
$$\begin{cases} V_1 = 2i_1 + i_2 \\ V_2 = \frac{1}{2}i_2 + i_1 \end{cases}$$

$$i_1 = \frac{1}{2}V_1 - (V_2 - i_1) \rightarrow 0 = -\frac{1}{2}V_2$$

↓
 (V=0k) و i را با V رابطه نداره
 و i با V رابطه نداره

(برق ۹۰) با فرض دو قطبی N به صورت شکل (الف)، امپدانس ورودی مدار شکل (ب)

کدام است؟



جواب:

(۱) $2s+1$

(۲) $s+1$

(۳) s

(۴) $s+2$

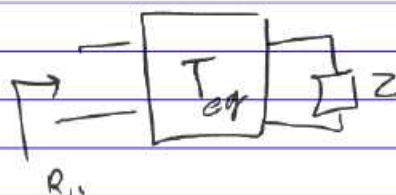
$$N: \begin{cases} V_1 = \alpha i_2 \\ V_2 = -\alpha i_1 \end{cases}$$

$$N: T = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

$$N: T_N = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

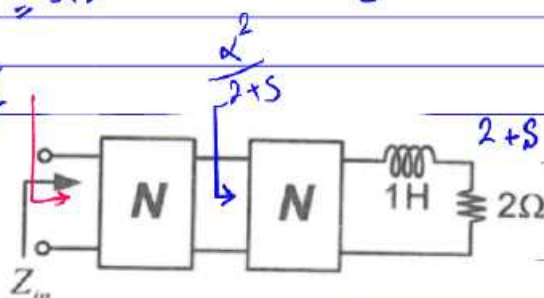
$$T_{N_{eq}} = T_N \cdot T_N = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z_{in} = \frac{AR_L + B}{CR_L + D} = \frac{1 \times Z_L + 0}{0 \times Z_L + 1} = Z_L = 2 + s$$



روش دوم: ژبراتور مقاومت دیده شده از طرف اول $\frac{\alpha^2}{2}$ بود

$$\frac{\alpha^2}{s+2} = s+2$$



ماتریس انتقال دو قطبی شکل زیر کدام است؟

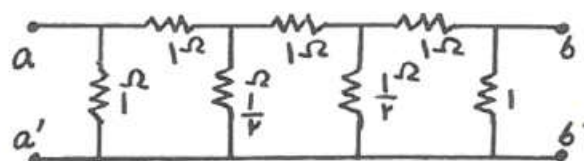
جواب:

$$T = \begin{bmatrix} 26 & 15 \\ 40 & 20 \end{bmatrix} (2)$$

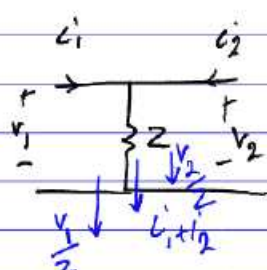
$$T = \begin{bmatrix} 26 & 15 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} (1)$$

$$T = \begin{bmatrix} 26 & 15 \\ 45 & 26 \end{bmatrix} (3)$$

$$T = \begin{bmatrix} 26 & 15 \\ 21 & 20 \end{bmatrix} (4)$$



راه اول: مدار متعادل از دو طرف $T_{11} = T_{22}$ باشد فرضیه ۴

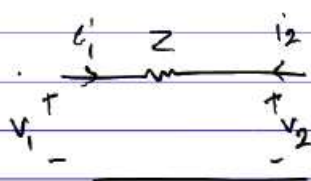


$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = v_2$$

$$\frac{v_2}{2} = i_1 + i_2 \rightarrow i_1 = \frac{v_2}{2} - i_2$$

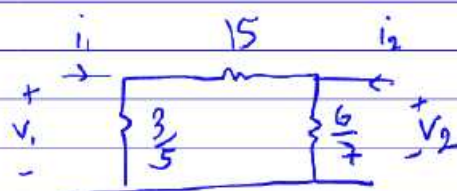
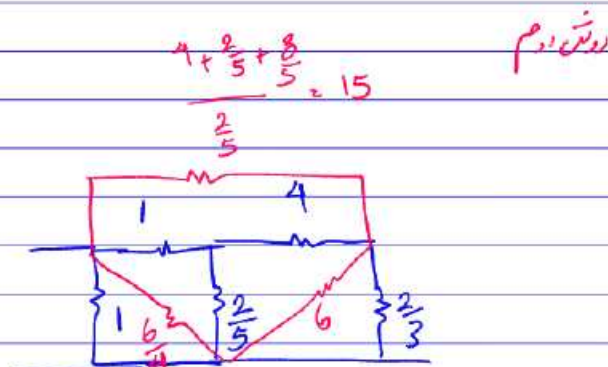
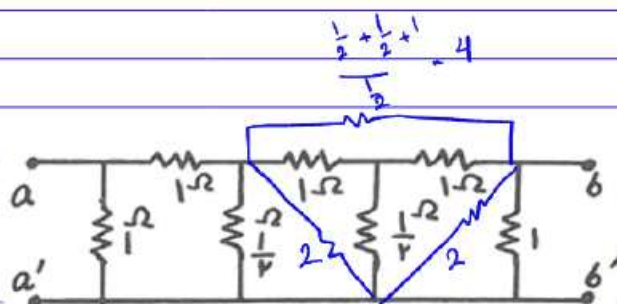


$$v_1 = -i_2 Z + v_2$$

$$i_1 = -i_2$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & +Z \\ 0 & +1 \end{bmatrix}$$

$$T_{eq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$



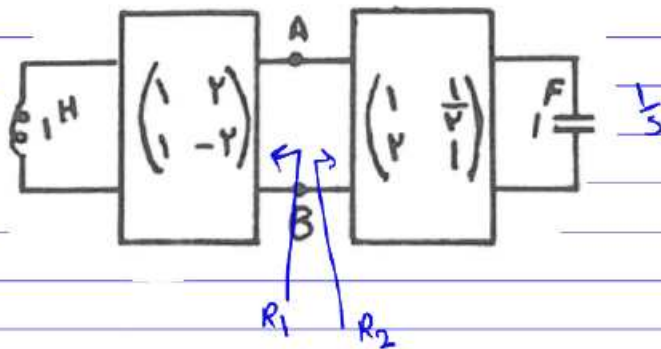
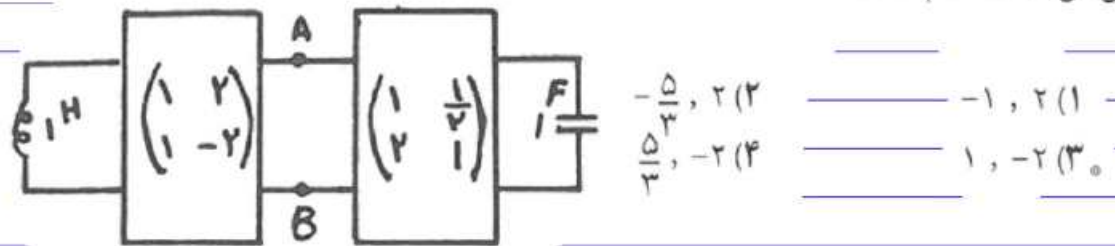
روشن کوم: این مدار از بی‌خط مداری متقارن است پس برای T باید

$$\det T = 1$$

$$A = D$$

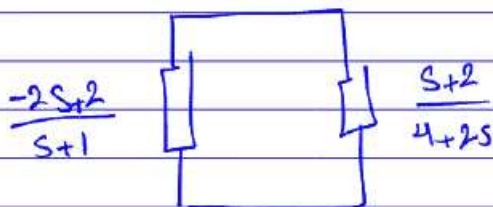
فقط از نیمی ۴
→ جواب است

در مدار شکل زیر، دو قطبی‌ها با پارامترهای انتقال توصیف شده‌اند. فرکانسهای طبیعی کل شبکه کدام است؟



$$R_1 = \frac{DR_2 + B}{CR_2 + A} = \frac{-2S + 2}{S + 1}$$

$$R_2 = \frac{\frac{1}{S} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{S} + 1} = \frac{2 + S}{4 + 2S}$$



$$\frac{S+2}{4+2S} + \frac{-2S+2}{S+1} = 0$$

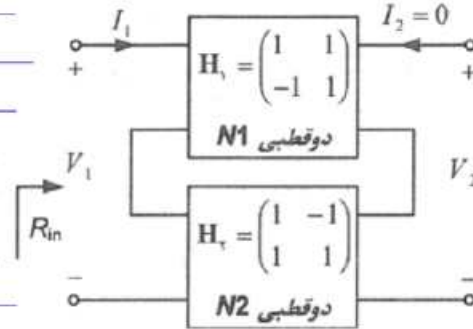
$$(S+2)(S+1) + (-2S+2)(4+2S) = 0$$

$$-3S^2 - S + 10 = 0 \rightarrow S_1 = 2, S_2 = \frac{5}{3}$$

برق ۹۲

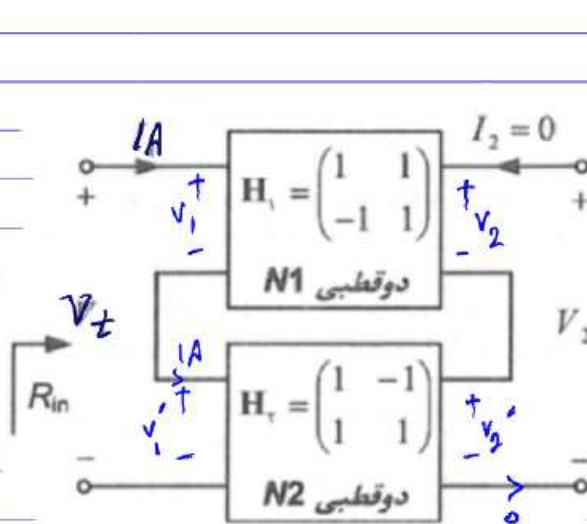
در اتصال دو تا دوقطبی شکل زیر، مقاومت ورودی کل با $I_2 = 0$ چند اهم است؟

(H_1 و H_2 ماتریس‌های هائیرید هستند و بعد از اتصال دوقطبی‌ها تغییر نمی‌کنند).



جواب:

- $\frac{1}{4}$ (۱)
- $\frac{1}{2}$ (۲)
- 4 (۳)
- 2 (۴)



$$\begin{matrix} V_1 & I_1 \\ \hline V_2 & I_2 \end{matrix}$$

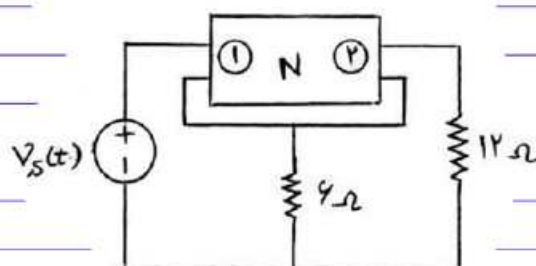
$$N_1: \begin{cases} V_1 = 1 + V_2 \rightarrow V_1 = 2 \\ 0 = -1 + V_2 \rightarrow V_2 = 1 \end{cases}$$

$$N_2: \begin{cases} V_1' = 1 - V_2' \rightarrow V_1' = 2 \\ 0 = 1 + V_2' \rightarrow V_2' = -1 \end{cases}$$

$$V_{in} = V_1 + V_1' = 2 + 2 = 4$$

(برق ۹۳) ماتریس امپدانس دو قطبی N به صورت $\begin{bmatrix} r_s & r_s \\ r_s & q_s \end{bmatrix}$ و منبع مستقل به صورت

است. $v_s(t) = 20 \cos(2t)$ امپدانس مدار از دو سر منبع مستقل برابر است با:

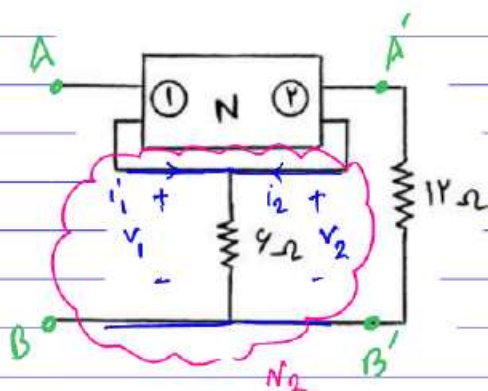


$2 + 2j$ (۲)

$1 + 2j$ (۱)

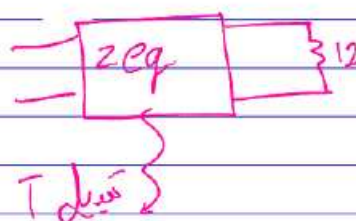
$4 + 6j$ (۴)

$6 + 4j$ (۵)



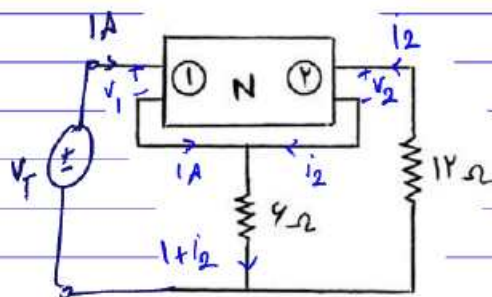
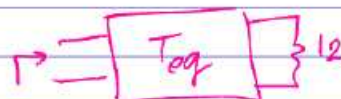
با هم سری N_1 و N_2

$N_{eq} = Z_1 + Z_2$



و منبع $\begin{bmatrix} r_s & r_s \\ r_s & q_s \end{bmatrix}$

$Z_{in} = \frac{AR_L + B}{CR_L + D}$



روش دوم: کلاسیک

برای ولت مدار $\begin{cases} v_t = v_1 + 6(1+i_2) \\ 12i_2 + v_2 + 6(1+i_2) = 0 \end{cases}$

در مقابل $\begin{cases} v_1 = 4s + 3si_2 \\ v_2 = 3s + 9si_2 \end{cases}$

$12i_2 + (3s + 9si_2) + 6(1+i_2) = 0 \rightarrow i_2 = \frac{-(3s+6)}{9s+18} = -\frac{1}{3}$

$$V_1 = 4s + 3s \left(\frac{-(3s+6)}{9s+18} \right) = \underline{3s/6}$$

$$\xrightarrow{*} V_L = 3s + 6 \left(1 - \frac{1}{3} \right) = 3s + 4 \xrightarrow[n=2]{s=j\omega} V_L = 6j + 4$$

← نزدیک جواب

گراف و روش های منظم

تا به اینجا روش های تحلیل انواع مدارات را آموختیم و می توانیم فصل می خواهیم برای تجزیه و تحلیل و تقسیم خواص یک شبکه به هر پیچیدگی که باشد روش های منظمی را به وجود آوریم. دلیل دیگر این است که با ارائه روش های منظم و الگوریتمی می توان مدارات شبکه ها را با نوشتن برنامه های کامپیوتری با هر میزان پیچیدگی تحلیل کرد.

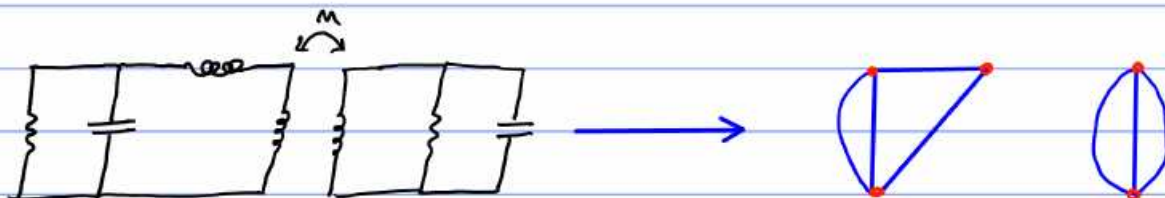
از آنجایی که KCL و KVL هیچ نوع فرضی در مورد ماهیت اجزای یک شبکه در نظر نمی گیرد طبیعی است که برای ساده تر کردن شبکه به صورت یک **گراف**، می توان اجزای مدار را نادیده گرفت.

مفهوم گراف:

از این به بعد هر وقت ما از شبکه G صحبت می کنیم منظور مدل شبکه G است نه ممکن است خطی یا غیر خطی، اکتیو یا پسیو، تغییر پذیر یا زمان یا تغییر ناپذیر یا زمان، توزیع مغناطیسی یا بدون توزیع مغناطیسی باشد.

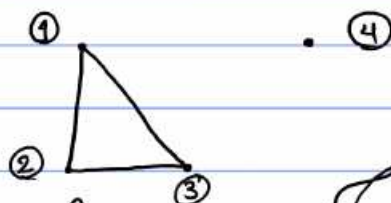
✓ از آنجایی که معادلات KVL و KCL به ماهیت اجزای مدار بستگی ندارند طبیعی است که می توان از ماهیت این اجزا صرف نظر کرد.

برای این منظور هر جزء شبکه G را با یک **شافت** و دو سر آن را با **دو** مشخص می کنیم و شبکه حاصل **گراف** مدار مورد نظر است.



✓ حائظ بر آن باشید که مساعده می کنید با وجود دو سلف ترویج گراف متناظر m را نمایش می دهد چرا که m به ماهیت سازه های n بستگی دارد و یک خاصیت گراف n است

منظور از گراف دسته ای از گره ها به همراه دسته ای از شاخه ها است به شکل اینکه هر شاخه در هر سرش به یک گره ختم شده باشد.



حالات خاص گراف

گراف می تواند در حالت خاص گره ای داشته باشد هیچ شاخه ای به آن متصل نباشد.

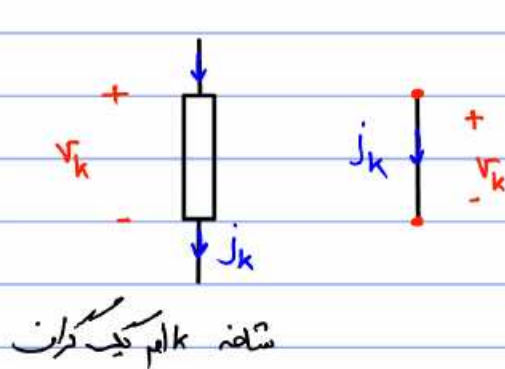
در حالت خاص دیگر گراف می تواند شامل شاخه ای باشد که از دو سرش با یک گره ختم شده **خود حلقه**



خود حلقه

✓ با گراف های خود حلقه ای در این درس کار نداریم.

جریان و ولتاژهای قراردادی



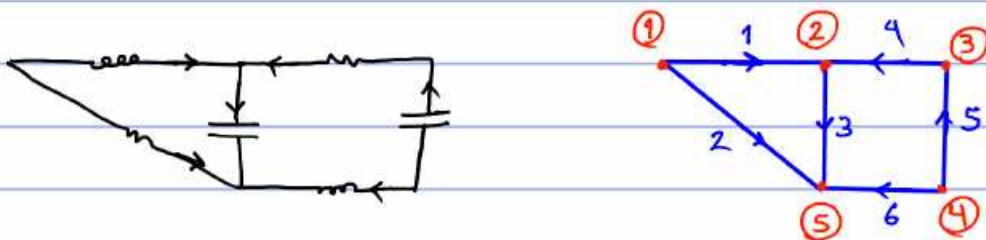
قرارداد می کنیم برای شماره های یک گران جریان باید در جهت تعریف شود و از ولتاژ v_k به $-$ باشد.

جریان شماره ها را با شماره می دهیم و با j تعریف

با یکی تعریف جریان حلقه های جریان مسها استفاده می شود و برای جریان شماره ها باید از j که بگیریم.

جریان حبه دار

اگر جریان شماره را در مدار تعریف شده باشد گران حاصل شامل شماره هایی است که جریان های آن به صورت حبه دار مشخص است.



با شماره گذاری شماره ها و گران را توصیف کرد مثلاً شاخه ۴ متصل به ۲ و ۳ و ۵ و از گره ۳ خارج به گره ۲ وارد می شود.

ماتریس تلاقی گره با شاخه

از نظر تحلیلی هر تال یک گراف جهت دار را با مشخص کردن تمام شاخه ها و گره ها و اینکه کدام شاخه وارد کدام گره می شود و از کدام گره خارج می شود توصیف کنیم.

فرض کنید گراف از p شاخه و n گره تشکیل شده باشد و تمام گره ها و شاخه ها به طور دلخواه شماره گذاری شده باشد. ماتریس تلاقی گره با شاخه A_a به یک ماتریس مستطیلی با n

سطر و p ستون گفته می شود که جمله سطر n ام ستون k ام (که n و k) یعنی a_{ik} به صورت

زیر تعریف می شود:

$$a_{ik} = \begin{cases} +1 & \text{اگر شاخه } k \text{ به گره } n \text{ خارج شده} \\ -1 & \text{اگر شاخه } k \text{ به گره } n \text{ وارد شده} \\ 0 & \text{اگر شاخه } k \text{ با گره } n \text{ تلاقی نداشته} \end{cases}$$

ارتباط شاخه k با گره n

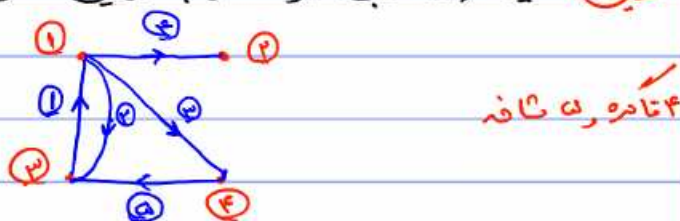
✓ چون هر شاخه فقط از یک گره خارج می شود و به یک گره وارد می شود، هر ستون ماتریس A_a فقط شامل یک $+1$ و یک -1 بوده و بقیه درایه های آن صفر است.



ماتریس تلاقی گره با شاخه A_a

تعیین: یک گراف جهت دار مطابق با ماتریس تلاقی زیر را رسم کنید:

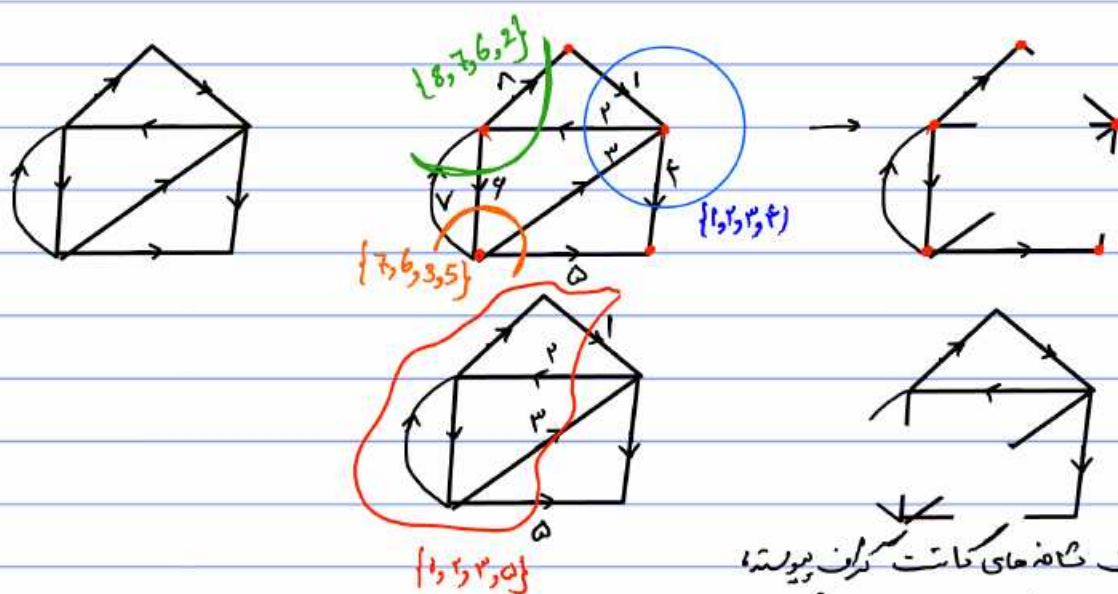
$$A_a = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$



کاشت و قانون جریان کیرسف

کاشت تعریف کنی تری از گره است و برای گره به این صورت تعریف می شود:

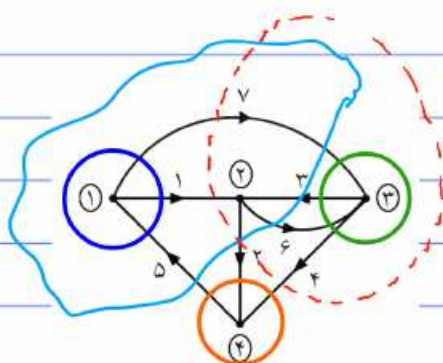
با حذف شاخه های یک کاشت گره به ۲ بخش مجزا تقسیم می شود.



با حذف شاخه های کاشت گره پیوسته به ۲ گره جدا از هم تبدیل می شود.

✓ با حذف تمام شاخه های کاشت گره به ۲ گره جدا از هم تبدیل می شود.

✓ اگر تمام شاخه های یک کاشت به یک شاخه حذف شوند گره باید پیوسته باقی ماند.



$\{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $\{6, 7\}$

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $\{7\}$

قانون جریان کیرسف: برای هر گره در هر لحظه از زمان برای هر یک از کاشت های آن مجموعه

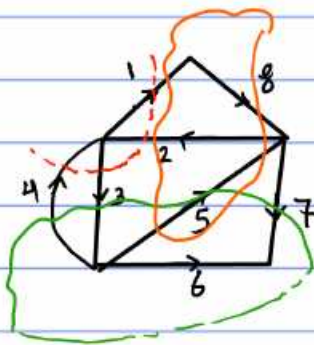
جبری جریان تمام شاخه های کاشت مساوی صفر است. یا مجموع جری جریانه های شاخه های ورودی به

کاشت برابر با مجموع جریان های شاخه های خروجی از آن کاشت است.

نمونه نوشتن KCL برای گانت:

۱. یک جهت قراردادی برای گانت تعیین کنید مثلاً جهت از داخل به خارج سطح گانت

۲. برای هر یک از درون مجموع جبری، جریان شاخه های مرافق جهت قراردادی گانت با علامت مثبت و شاخه های مخالف با علامت منفی با یکدیگر جمع می شوند.

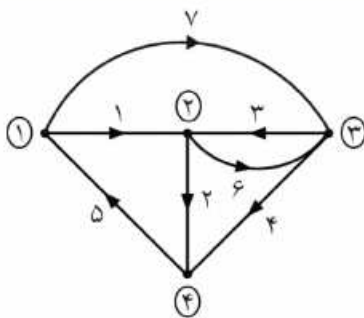


$$+j_1(t) - j_2(t) + j_3(t) - j_4(t) = 0 \quad \text{برای هر شاخه ها}$$

$$-j_7 + j_5 - j_3(t) + j_4(t) = 0$$

$$+j_8 + \cancel{j_4} - \cancel{j_2} + \cancel{j_5} - \cancel{j_5} - j_1 = 0 \rightarrow j_8 - j_1 = 0$$

مثال: قانون KCL را برای گره های گراف زیر بنویسید.



$$\textcircled{1} \quad +j_1 + j_7 - j_5 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad +j_2 + j_6 - j_3 - j_1 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad +j_3 + j_4 - j_6 - j_7 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad +j_5 - j_2 - j_4 = 0$$

معادلات حاصل از KCL دوها، از یکدیگر مستقل خطی هستند یعنی با ضرب یک معادله در در یک عدد یا جمع

یک یا چند معادله، معادله دیگر حاصل نمی شود. معادله ۱ + معادله ۲ ≠ معادله ۳

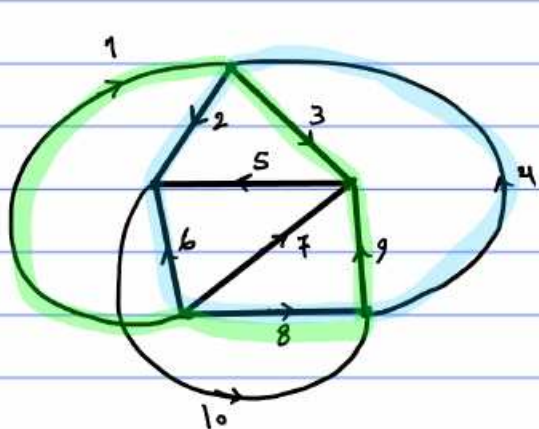
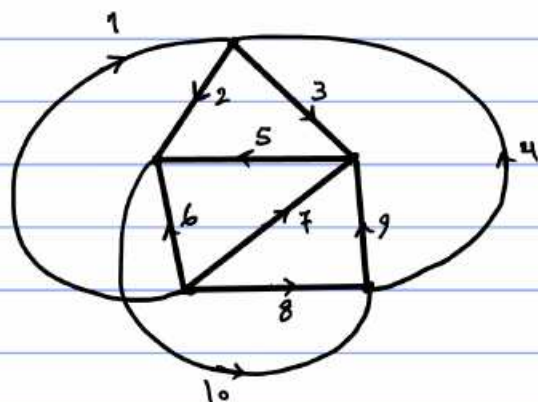
قانون ولتاژ کیرشهف

برای هر گره فشرده و در هر لحظه از زمان و برای هر یک از حلقه های گن ، جمع جبری ولتاژ تمام مسافت های که در یک حلقه قرار دارند صفر است و ارتباطی با ماهیت و جنس مسافت ها ندارد.

اعمال قانون کال برای گران

۱) یک جهت قرار داری برای kvl در حلقه های گران تعیین

۲) ولتاژ مسافت های گران را چنانچه با جهت قرار داری مطابقت داشت با علامت مثبت و در غیر اینصورت با علامت منفی جمع کنید.

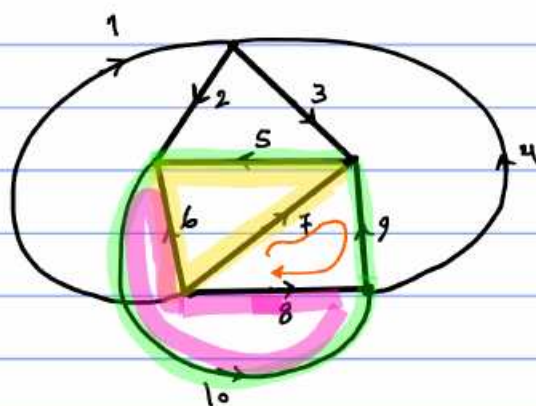


$$+v_4 + v_2 - v_6 + v_8 = 0$$



$$v_1 + v_3 - v_9 - v_8 = 0$$

تمرین: برای گراف صنف قبل kvl را برای حلقه‌های $\{5, 9, 10\}$ ، $\{5, 6, 7\}$ و $\{6, 8, 10\}$ و $\{7, 8, 9\}$ به کار ببرید و آیا این معادلات به طوری خطی مستقل هستند؟



$$\{5, 9, 10\} : +v_5 + v_{10} + v_9 = 0 \quad (A)$$

$$\{5, 6, 7\} : +v_6 - v_5 - v_7 = 0 \quad (B)$$

$$\{6, 8, 10\} : +v_6 + v_{10} - v_8 = 0 \quad (C)$$

$$\{7, 8, 9\} : -v_7 - v_8 + v_9 = 0 \quad (D)$$

راه اول: با نگاهی به مدار یا گراف اگر یک حلقه بزرگ، با حلقه‌های کوچک برش داده شود می‌توان

گفت معادلات مستقل خطی نیستند یعنی معادلات اضافی بر حسب معادلات موجود نوشته است.

در این گراف سه حلقه کوچک، حلقه اول بزرگ را تشکیل می‌دهند.

راه دوم:

$$- (B) - (D) + C = (A) \rightarrow \text{تکلیب خطی از معادلات B, C, D معادله A}$$

را می‌سازد و می‌توان گفت این معادلات مستقل خطی نیستند و یکی از آنها اضافه است.

تجزیه تحلیل گره

شبه دلتا n که دارای n گره و b شاخه می باشد را در نظر بگیرید. در این شبه گره روی هم رفته b شاخه و b جریان شاخه وجود دارد که باید تعیین شوند.

ابتدا به طور دلتا، یک گره مبدا انتخاب می کنیم و بقیه گره ها با علامت ①، ②، ③ و ... ⑤ تعیین می کنیم.

استناد kcl

اکنون kcl را در گره های ①، ② و ... ⑤ به کار می بریم یعنی در تمام گره ها به غیر از دو مبدا kcl را اعمال می کنیم. بهین ترتیب یک دستگاه n معادله جبری خطی از b مجهول $i_1, i_2, \dots, i_b$ خواهیم داشت.

✓ n معادله جبری خطی حل می شود، به حسب i_1 و i_2 و ... i_b که از به کار بردن kcl در هر یک از گره ها به جز گره مبدا به دست می آید یک دسته معادلات مستقل خطی تشکیل می دهند. این دسته معادلات را می توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$A \mathbf{z} = \mathbf{0} \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_b \end{bmatrix}$$

$A = (a_{ik})$ یک ماتریس $n \times b$ است

$$a_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر شاخه } k \text{ از گره } i \text{ خارج شود} \\ -1 & \text{اگر شاخه } k \text{ به گره } i \text{ وارد شود} \\ 0 & \text{اگر شاخه } k \text{ با گره } i \text{ تلاقی نداشته باشد} \end{cases}$$

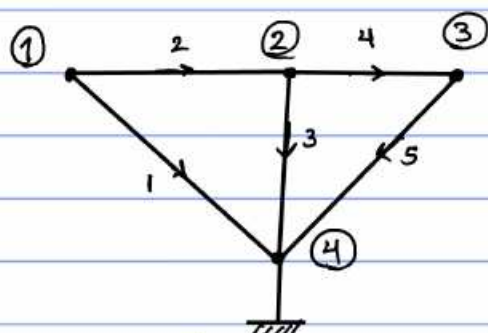
و بنابراین $A \mathbf{z}$ یک بردار n بعدی است

آنها را می توان با یک قاعده بیان شده برای ماتریس A با ماتریس تلافی گره با اضافه A_g که قبلاً گفته شد

کاملاً یکسان است با این تفاوت که برای A_g ، kcl را برای تمام گره های نوشتیم و برای $n+1$

مسطر است. یعنی می توان ماتریس A را از حذف سطر متناظر با گره صبنادر ماتریس A_g

بدست آورد و A را ماتریس تلافی مختصر گره می گیریم.



مثال: ماتریس A یا ماتریس تلافی مختصر گره را

برای این گره دان بنویسید.

$$j = \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ j_4 \\ j_5 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{array}{ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \text{گره} \\ \textcircled{1} & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & \\ \textcircled{2} & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & \\ \textcircled{3} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & \end{array}$$

$$\rightarrow \text{معادلات } kcl \rightarrow A j = 0 \rightarrow \begin{array}{ccccc|c} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & j_i \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & j_1 \\ & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & j_2 \\ & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & j_3 \\ \hline & j_4 & j_5 & & & & \end{array} = 0$$

$$\text{مثلاً } j_1 + j_2 = 0$$

$$-j_2 + j_3 + j_4 = 0$$

$$-j_4 + j_5 = 0$$

مشاهده می شود این ۳ معادله حلقه معادله گره هستند که با اصل kcl در گره های $\textcircled{1}$ ، $\textcircled{2}$ و $\textcircled{3}$ بدست می آید.

همچنین چون هر کدام شامل متغیری هستند که در دیگری وجود ندارد و ترکیبی خطی از آنها دیگری را نتیجه نمی دهد هر سه مستقل خطی هستند. (گره مرجع حذف شود)

برق 92)

گراف مداری پنج گره و نه شاخه دارد. تعداد ولتاژهای مستقل از هم مدار برابر

کدام است؟

(۱) تعداد معادلات KCL مستقل از هم مدار (۲) تعداد جریانهای مستقل از هم مدار

(۳) تعداد معادلات KVL مستقل از هم مدار (۴) $\frac{5}{6}$ تعداد معادلات KVL مستقل از هم مداربلی گراف n گره ای و $n-1$ گره غیر مرجع داریم که ولتاژ این گره ها از هم مستقل اند یعنی $n-1$ ولتاژ مستقل داریم به عبارتی دیگر بلی هر گره می توان معادله KCL نوشت یعنی $n-1$ معادله

KCL مستقل از هم داریم.

A A_a
 فقط $n-1$ تعداد معادله KCL
 ولتاژ

فرسینه ۱ جواب صحیح است.

استنباط kvl با ماتریس A

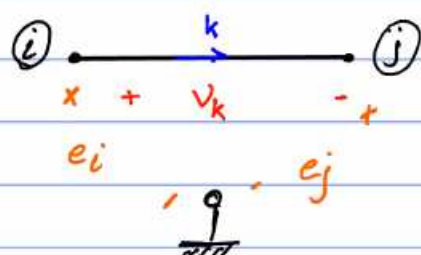
خوب کنید $e_1, e_2, \dots, e_n$ ولتاژهای گره های ①، ②، ...، ⑦ نسبت به گره صفا باشند. با داشتن

ماتریس تلافی گره دشانه مختصر شده A می توان متغیرهای ولتاژ گره ها را با دستگاه معادله

زیر بدست آورد.

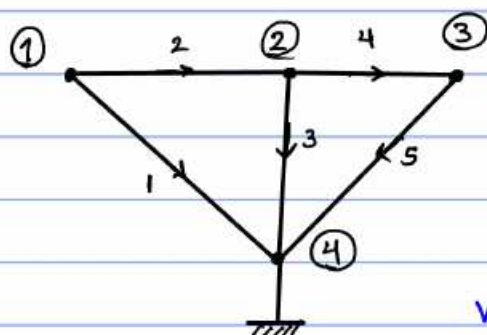
$$V = A^T e$$

که A^T ترانزاده ماتریس تلافی مختصر شده A و V بردار ولتاژهای شاخه ها و e بردار ولتاژهای گره ها است



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{b1} & c_{b2} & \dots & c_{bn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

A^T



$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix}$$

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = A^T e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

$$v_1 = e_1, v_2 = e_1 - e_2, v_3 = e_2, v_4 = e_2 - e_3, v_5 = e_3$$

تجزیه تحلیل معادلات دره برای یک شبکه (نظری)

در مورد شبکه هایی که تنها از مقاومت یا رسانایی و منابع مستقل تشکیل می شوند (به ویژه اجزای تدریج یا منابع وابسته ندارند) می توان معادلات دره ها را به طور نظری نوشت.

$$\sum_n e = i_s$$

$Y_{n \times n}$: ماتریس ادمیتانس

n : تعداد گره ها

$e_{n \times 1}$: بردار ولتاژ گره ها نسبت به مرجع

$i_{s, n \times 1}$: بردار منابع جریان متصل به گره ها

Y_{ii} : مسای مجموع رسانایی یا ادمیتانس تمام شاخه های متصل به گره i است

Y_{ik} : صنف مجموع رسانایی یا ادمیتانس تمام شاخه هایی است که بین گره i و k است

اگر تمام منابع ولتاژ را به ضلع جریان تبدیل کنید در این صورت i_{sk} مسای مجموع جری جریان های تمام منابعی است که وارد گره k و جهت وارد گره به گره k را مثبت در نظر می گیریم.

✓ در حوزة فازدر و تابلاس هم به همین ترتیب ماتریس ها و بردارها نوشته می شود.

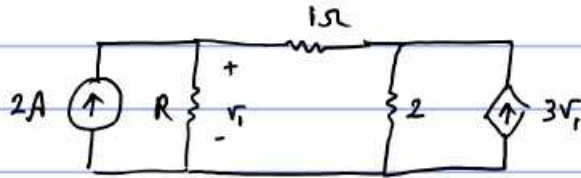
✓ اگر شبکه از مقاومت (ادمیتانس) و منابع مستقل تشکیل شده باشد ماتریس ادمیتانس دره یک ماتریس متقارن است یعنی $Y_{ik} = Y_{ki}$

✓ اگر تمام رسانایی ها یا ادمیتانس ها و مقاومت ها برای شبکه خطی تغییر نپذیرد بارها Y_{ii} مثبت باشد

$$\det(Y_n) > 0 \text{ خواهد بود.}$$

✓ اگر $\det(Y_n) \neq 0$ باشد مدار جواب یکتا دارد.

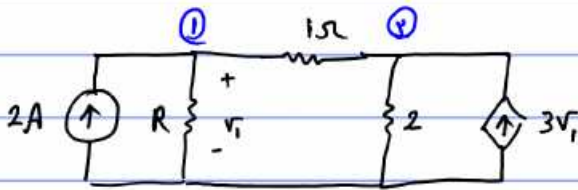
مثال ۱



۱. معادلات گره را به صورت نظری

۲. مقدار R را طوری تعیین کنید که مدار جواب یلنا داشته باشد.

$$Y \cdot e = i_s$$



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R}+1 & -1 \\ -1 & \frac{1}{2}+1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3v_1 \end{bmatrix}$$

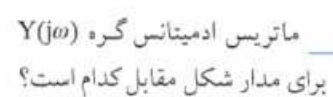
به طرف چپ منتقل کنیم

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R}+1 & -1 \\ -1-3 & \frac{1}{2}+1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۳. جواب یلنا

$$\det(Y) = \left(\frac{1}{R}+1\right)\left(\frac{3}{2}\right) - 4 \neq 0$$

$$\frac{3}{2R} + \frac{3}{2} - 4 \neq 0 \rightarrow \frac{3}{R} \neq 5 \rightarrow R \neq \frac{3}{5}$$



$$\begin{bmatrix} 1+j & -j \\ -j & j \end{bmatrix} \quad (r) \quad \begin{bmatrix} 1+j & j \\ j & j \end{bmatrix} \quad (r)$$

✓ در عدد گراف رابطه $L = b - n_f + 1$ برقرار است که L تعداد مبس‌های درونی، n_f تعداد لب‌ها با احتساب گره منبع، b تعداد مبس‌ها است.

$b = 8$ و $L + 1 = 5$ ، $n_f = 5$ $4 = 8 - 5 + 1$ ✓

✓ مشاهده نمودار ماتریس M_a یک خاصیت مشترک با ماتریس تلافی گره ها A_g مات و تری
عناصر هر یک از سقن ها به جز یک ۱ و یک -۱ بقیه صفر هستند چرا که هر شاخه حداقل با ۲ مس
ارتباط دارد.

استنباط kvl :

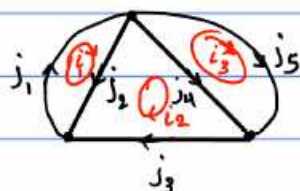
فرض کنید kvl را در مس های ۱، ۲ و ... L اعمال کنیم (مس بیرونی را در نظر نمی گیریم) در این صورت
هر یک از عبارت های حاصل یک معادله جبری خطی ممکن بر حسب ولتاژهای شاخه ها است.

✓ L معادله جبری خطی ممکن بر حسب v_1 و ... v_b که از اعمال kvl به هر یک از مس ها حاصل
می شوند (به جز مس بیرونی) یک دسته از L معادله خطی مستقل را تشکیل می دهد.

$$MV = 0$$

قانون kvl :

درایه های M شبیه M_a نوشته می شود با این تفاوت که سطر مربوط به مس بیرونی حذف شده است.



$$L = b - n_f + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$$

مثال: تعداد مس ها

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

مس ها ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

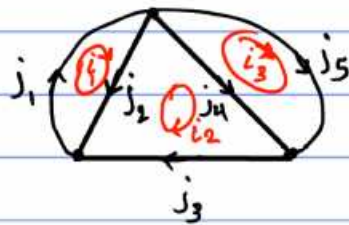
$$MV = 0 \Rightarrow \begin{aligned} v_1 + v_2 &= 0 \\ -v_2 + v_3 + v_4 &= 0 \\ -v_4 + v_5 &= 0 \end{aligned}$$

چون kvl ها با یک M مختصر شده حاصل شد این معادلات از یکدیگر مستقل خطی هستند.

استیلا kcl

فرض کنید جریان های مس ها را با i_1 و i_2 و i_3 تعریف کرده باشیم جریان مشافه ها را می توان با رابطه زیر بدست آورد:

$$j = M^T i$$



مثال ۱:

$$M^T = \begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 2 & 3 & \text{مس ها} \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & -1 & 4 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}$$

↑
مشافه ها

$i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$

$$j = M^T i \Rightarrow \begin{aligned} j_1 &= i_1 \\ j_2 &= i_1 - i_2 \\ j_3 &= i_2 \\ j_4 &= i_2 - i_3 \\ j_5 &= i_3 \end{aligned}$$

تجزیه تحلیل مش برای یک شبکه (نظری)

برای یک شبکه معادله زیر برقرار است:

$$Z \cdot I = E_s$$

Z : ماتریس امپدانس

I : بردار جریان مش ها

E_s : بردار منابع ولتاژ متقل

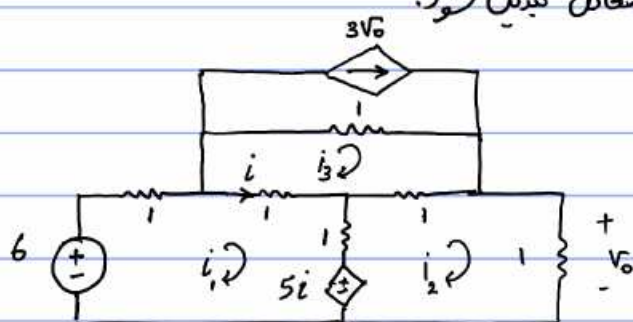
مجموع امپدانس های موجود در مش i ام = (عناصر قطراصلی) Z_{ii}

Z_{ij} = - (مجموع امپدانس های موجود بین مش i و j)

بردار E_s بین صورت تکلیلی می دهیده اند منبع ولتاژ به صورت علامت مثبت و

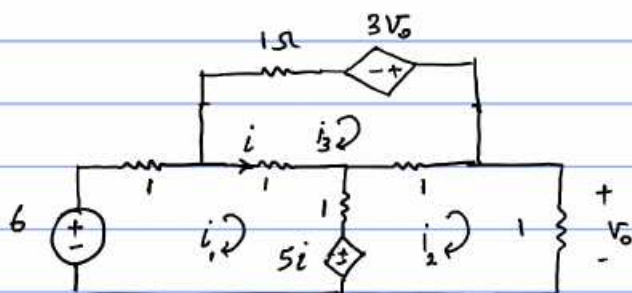
اگر منبع ولتاژ به صورت E_s با علامت منفی قوف می کنیم که I جهت جریان مش است.

✓ منابع جریان باید با تبدیلات به منبع ولتاژ معادل تبدیل شود.



مثال: معادلات تحلیل مش را بنویسید

ابتدا منابع جریان را به منابع ولتاژ تبدیل کنیم.



$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6 \\ +5i \\ +3V_0 \end{bmatrix}$$

$$i = i_1 - i_3$$

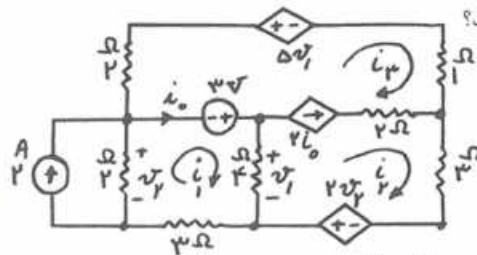
$$V_0 = i_2 \times 1$$

جاذبای

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -6 & 3 & 4 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

برق 77

در مدار شکل زیر دستگاه معادلات مش بر حسب جریانهای i_1 ، i_2 ، i_3 ، i_0 برابر کدام گزینه است؟



$$\begin{bmatrix} 9 & -4 & 0 \\ 20 & -13 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad -1$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -4 & 0 \\ 20 & -13 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad -2$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -4 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad -3$$

$$\begin{bmatrix} 9 & -4 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad -4$$

$$\textcircled{1} \quad -3 + 4(i_1 - i_2) + 3i_1 + 2(i_1 - 2) = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} \quad v_x + 2(i_2 - i_3) + 3i_2 - 2 \times 2(2 - i_1) = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{3} \quad 2i_3 + 5 \times 4(i_1 - i_2) + i_3 + 2(i_3 - i_2) - v_x + 3 = 0 \quad \textcircled{3}$$

$$i_0 = i_1 - i_3 \quad \textcircled{4}$$

باجفت v_x

$$\begin{aligned} 9i_1 - 4i_2 &= 7 \\ 20i_1 - 13i_2 + 3i_3 &= 5 \\ 2i_1 - i_2 - i_3 &= 0 \end{aligned} \rightarrow \begin{vmatrix} 9 & -4 & 0 \\ 20 & -13 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{vmatrix}$$

نمیباشد

- ✓ در شبکه ای که تعداد مش ها کمتر از تعداد گره ها باشد بهتر است از روش تحلیل مش استفاده شود و در جا تعداد گره ها کمتر از مش ها باشد بهتر است از روش تجزیه تحلیل گره استفاده شود.
- ✓ برای شبکه هایی که از مقاومت ها و منابع مستقل تشکیل شده باشد، ماتریس امپدانس یک ماتریس متقارن است.

- ✓ در شبکه ای که تمام مقاومت ها مثبت و فاقد ضعیف وابسته است در این صورت $\det(z) \neq 0$ است.

ماتریس امپدانس مش برای یک مدار پسیو RLC (بدون منابع وابسته) به صورت زیر داده شده است. کدام یک از پاسخ های زیر قابل قبول است؟

اتوماسیون 91

$$(2) \begin{bmatrix} 1+2j & -(3-j) \\ -(3-j) & 5+6j \end{bmatrix}$$

$$(1) \begin{bmatrix} 5+j & -1+j \\ -2+j & 5+3j \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 2+j & -(1+2j) \\ -(1+2j) & 5+4j \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} -2+j & -2+j \\ -2+j & 6+5j \end{bmatrix}$$

مدار بدون منبع وابسته ← ماتریس امپدانس مش و ماتریس ادmittانس گره متقارن است. به ترتیب ا غلط

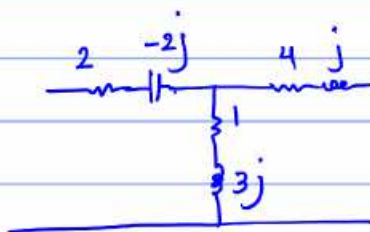
$$Z = \begin{vmatrix} \text{مجموع امپدانس حلقه اول} & \text{منهای امپدانس مشترک حلقه ۲} \\ \text{مجموع امپدانس حلقه دوم} & \text{منهای امپدانس مشترک حلقه ۲} \end{vmatrix}$$

مدار سیر ← فاقد مقاومت ضعیف $R > 0$

ترتیب ۱، ۳، مجموع امپدانس های حلقه اول منفی ۳ اهم غیر قابل قبول (باید پسیو باشد)

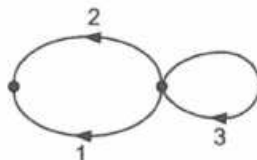


$$(4) \begin{bmatrix} 2+j & -(1+2j) \\ -(1+2j) & 5+4j \end{bmatrix}$$

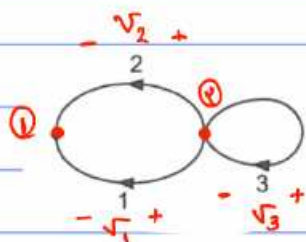
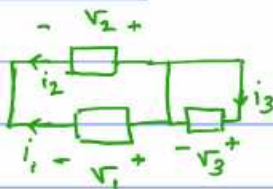


ترتیب ۴ میزنند ماتریس امپدانس RLC پسیو باشد.

برق 91- در مدار سه شاخه ای با گراف داده شده، کدام ادعا درست است؟



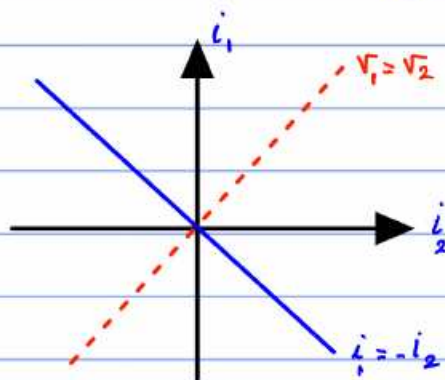
- ۱) ولتاژها روی خط موازی صفحه جریانها قرار دارند.
- ۲) ولتاژها روی یک صفحه گذرنده از مبدأ قرار دارند.
- ۳) ولتاژها روی خط عمود بر صفحه جریانها قرار دارند.
- ۴) جریانها روی یک خط گذرنده از مبدأ قرار دارند.



$$i_1 + i_2 = 0 \rightarrow i_1 = -i_2$$

$$V_1 = V_2$$

$$V_3 = 0$$



باتوجه به شکل می توان گفت
ولتاژها V_1 و V_2 عمود بر صفحه
جریانها هستند.

پاسخ صحیح: قضیه تلان که می خواهیم گفت.

تجزیه تحلیل حلقه و کات مت

در قسمت قبل روش منظم مس و واره را ارائه کردیم و در اینجا می خواهیم ۲ تعمیم کلی از روش های مس و واره که به ترتیب حلقه و واره هستند ارائه کنیم. روش منظم حلقه و داشت نسبت به مس و واره افضای بیشتری داشته و همچنین برای ارائه الگوریتم منظم برای نوشتن معادلات حالت برای دایره ها کاربرد دارند.

درخت (T): یک زیرگراف از گراف اصلی را درخت می گویند به روشی که آنکه:

۱. گره زیرگراف متصل به هم باشد.
۲. شامل حلقه نباشد.
۳. تمام گره های گراف اصلی را دربر داشته باشد.

لینک: شاخه هایی از یک گراف که در درخت (T) نباشد.

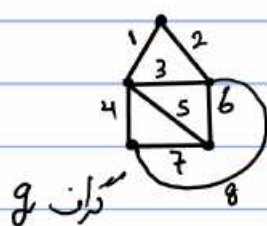
برای هر گراف تعداد زیادی درخت تعیین می شود که اگر دارای n گره باشد تعداد درخت های آن به صورت

زیر محاسبه می شود:

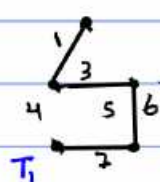
$$n! - 2$$

$$n! = \text{تعداد درخت ها}$$

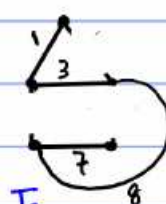
مثلاً اگر گره داشته باشد $5 = 125$ درخت تعیین می شود.



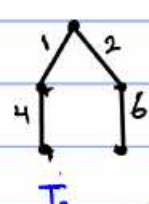
گراف ۹



T1

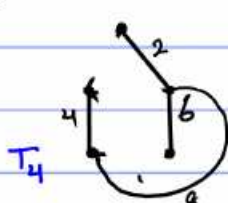


T2

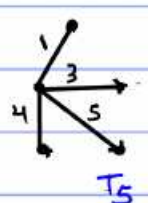


T3

مثال:



T4



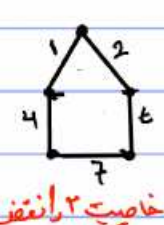
T5



خاصیت ۳ رانقض می کند



خاصیت ۱ رانقض می کند



خاصیت ۲ رانقض می کند

خواص حلقه ها، کانت ها و درخت ها

فرض کنید درختی با n گره و b شاخه داشته باشیم:

۱- میان هر جفت گره روی درخت یک مسیر یکتا وجود دارد.

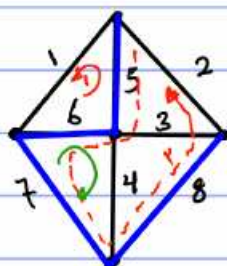
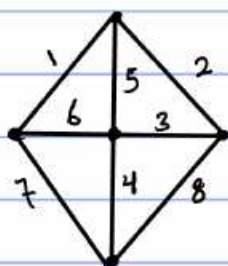
۲- $n-1$ شاخه درخت و $b-(n-1)$ تعداد لینک وجود دارد.

۳- هر لینک T و مسیر یکتای میان گره های 2 سر آن روی درخت **حلقه یکتایی** تشکیل می دهد که این حلقه را **حلقه اساسی** متناظر با آن لینک می گوئیم.

۴- هر شاخه درخت T همراه با بعضی از لینک ها، **کانت یکتایی** تشکیل می کند که این کانت را **کانت اساسی** متناظر با آن شاخه درخت گوئیم.

حلقه اساسی: حلقه ای است که شامل یک لینک و بقیه شاخه های درخت باشد.

کانت اساسی: کانتی است که شامل یک شاخه درخت و بقیه لینک ها باشد.



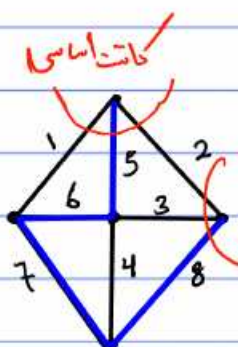
درخت

حلقه های اساسی: $\{1, 5, 6\}$

$\{2, 8, 7, 6, 5\}$

$\{4, 7, 6\}$

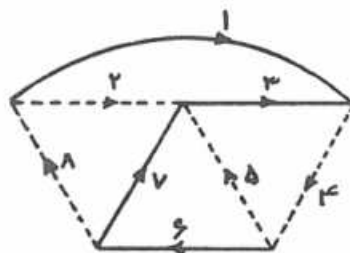
$\{6, 3, 8, 7\}$



کانت اساسی

کانت های اساسی: $\{2, 3, 8\}$ و $\{5, 2, 1\}$

برق 74



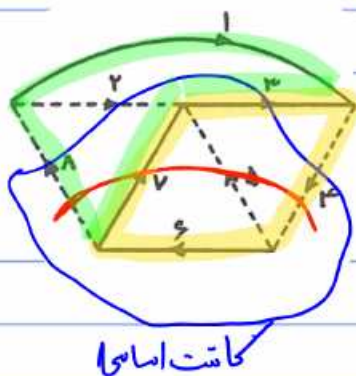
در درخت انتخاب شده در گراف شکل
مقابل شاخه درختها با خطوط پر ولینکها
با خط چین مشخص شده اند. در ارتباط
با درخت انتخاب شده کدام یک از
بیانهای زیر درست نمی باشد.

۱- شاخه های ۲۳۴۸ و ۴۵۷۸ کات ستهای اساسی و ۳۴۷۶ و ۱۳۷۸ حلقه های اساسی هستند.

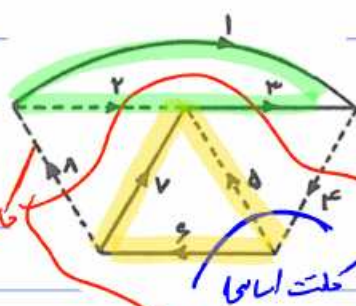
۲- شاخه های ۴۵۶ و ۲۳۴۸ کات ستهای اساسی و ۵۶۷ و ۱۲۳ حلقه های اساسی هستند.

۳- شاخه های ۱۲۸ و ۲۳۴۸ و ۴۵۷۸ کات ستهای اساسی و ۵۷۶ و ۱۲۳ و ۱۳۷۸ حلقه های اساسی هستند.

۴- شاخه های ۲۳۴۸ و ۱۳۵۶ کات ستهای اساسی و ۱۳۷۸ و ۳۴۵ حلقه های اساسی هستند.



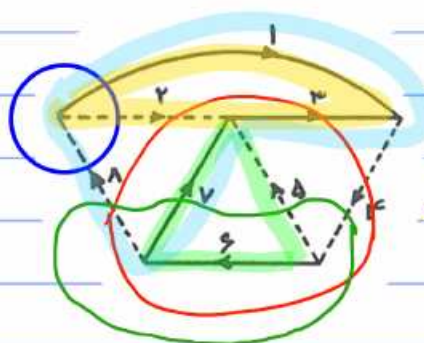
نفرین ۱ صحیح است



نفرین ۲ صحیح است

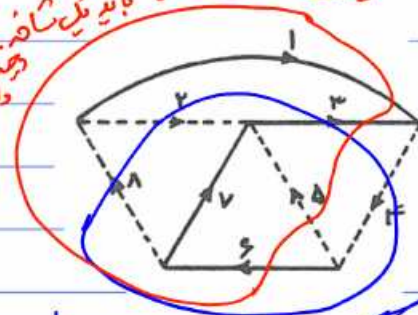
کات اساسی

کات اساسی



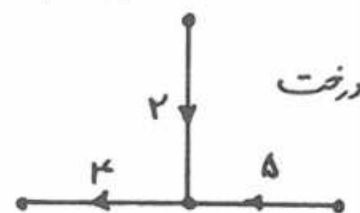
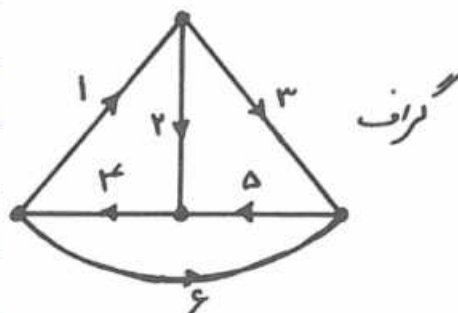
نفرین ۳ صحیح است

کات اساسی نیست! باید یک شاخه جهت داشته باشد.

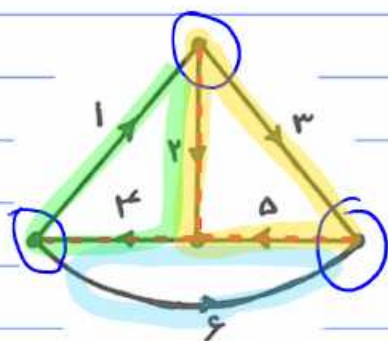


نفرین ۴ غلط است و جواب سوال است.

برق 81 - گراف یک شبکه و درخت مربوط به آن در شکل های زیر داده شده اند. حلقه ها و کات ست های اساسی آن کدام است؟



- (1) کات ست های اساسی
حلقه های اساسی
(2) کات ست های اساسی
حلقه های اساسی
(3) کات ست های اساسی
حلقه های اساسی
(4) کات ست های اساسی
حلقه های اساسی



گزینه ۱ غلط : { ۱, ۲, ۳ } کات ست نیست

گزینه ۲ غلط : { ۵, ۶, ۴ } کات ست نیست

گزینه ۴ غلط : { ۲, ۵, ۱, ۶ } کات ست است ولی کات ست اساسی نیست (۲, ۵ حلقه دارند)

فقط گزینه ۳ صحیح است .

برق 84 - ماتریس تلاقی مختصر شده گرافی چنین است:

شاخه ها → ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

کدام شاخه ها درختی از این گراف را تشکیل می دهند؟

جواب:

۲۳۴۵ (۴)

۱۳۵۸ (۳)

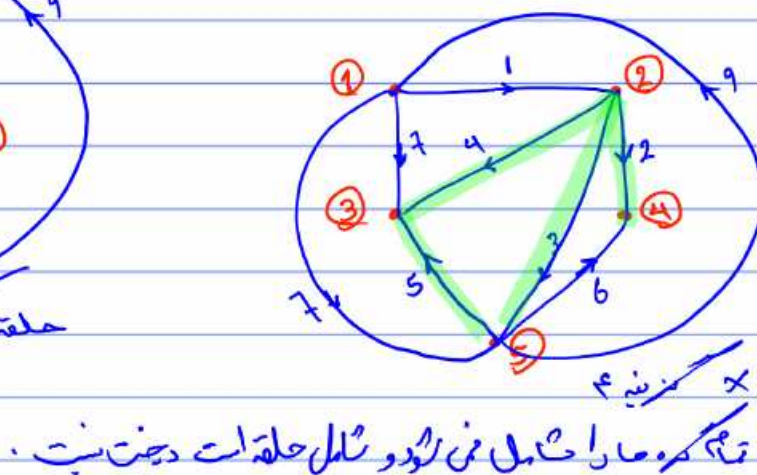
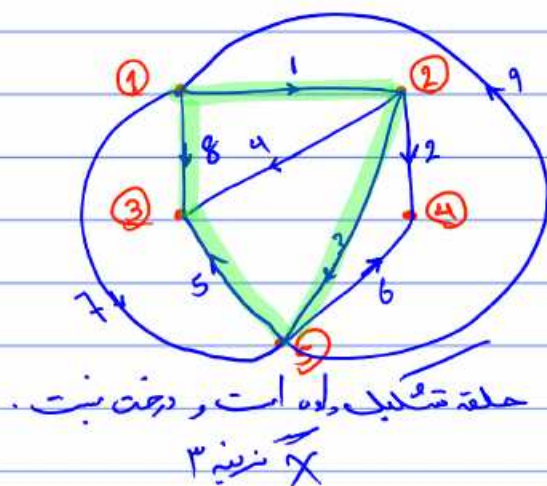
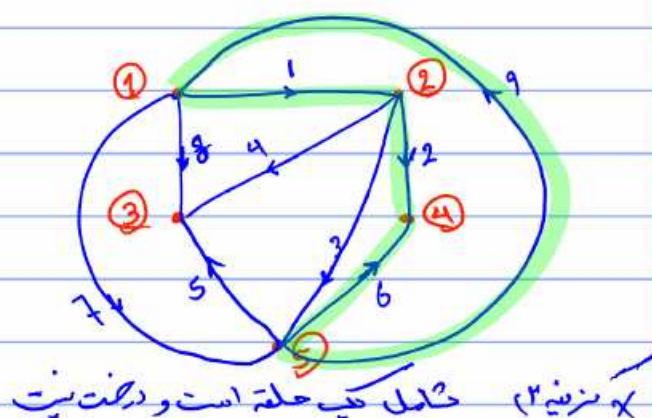
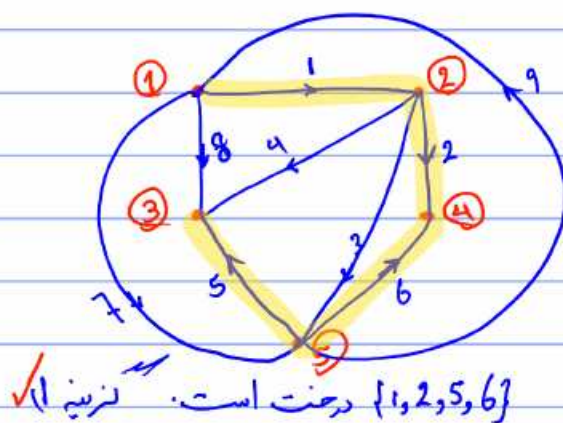
۱۲۶۹ (۲)

۱۲۵۶ (۱)

شاخه ها → ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$n_f = n + 1 = 4 + 1 = 5$ ~~گروهها~~



ماتریس تلاقی گره و شاخه شبکه‌ای به صورت زیر داده شده است. کدام یک از مجموعه شاخه‌های زیر یک درخت برای گراف

این شبکه محسوب می‌شود؟

اتوماسیون 91

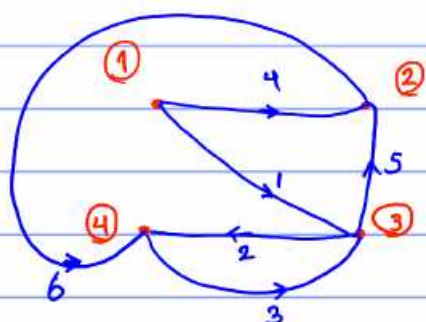
$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

{1, 2, 3, 4} (4)

{1, 2, 6} (3) ✓

{1, 3} (2)

{1, 6} (1)



فقط 3 شاخه = $n - 1 = 4 - 1 = 3$ تعداد شاخه‌های درخت

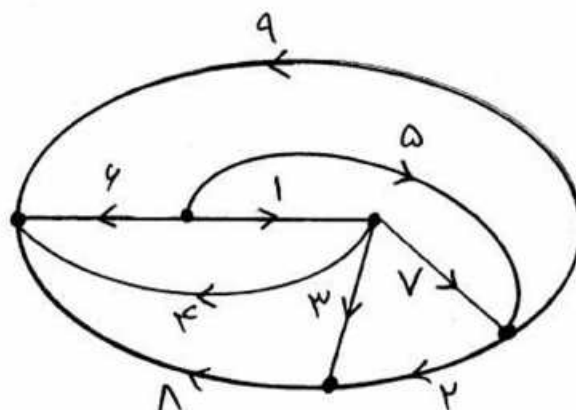
درجه 2 تمام گره‌ها را ندارند و غلط

درجه 4 شامل حلقه است غلط

برق 93

در گراف متصل زیر، مجموعه شاخه‌های $\{1, 2, 3, 6\}$ به عنوان درخت انتخاب

می‌شوند. کدام یک از حلقه‌های زیر، یک حلقه‌ی اساسی این درخت نمی‌باشد؟

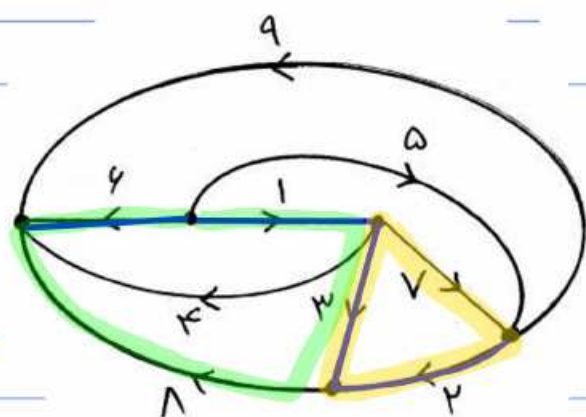


(2) $\{1, 4, 6\}$

(1) $\{1, 3, 8, 6\}$

(4) $\{2, 3, 7\}$

(3) $\{1, 7, 6, 9\}$



حلقه اساسی: فقط شامل یک لینک باشد

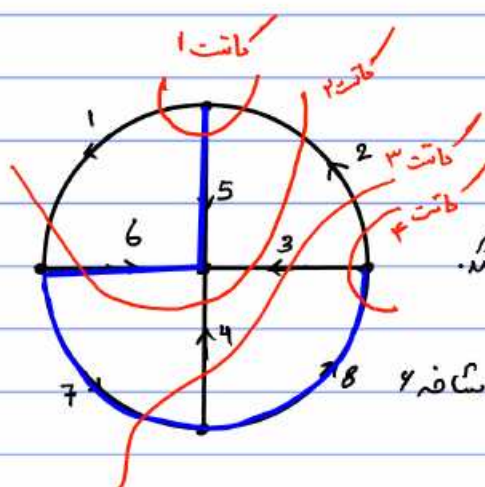
درخت 3 شامل 2 لینک است، غلط است.

حلقه درخت 3 است.

تجزیه تحلیل گاهت

تجزیه تحلیل گاهت سببه تجزیه تحلیل گاه است. با این تفاوت که در kcl ها را به جای گره ها برای گاهت های اساسی می نویسیم. ابتدا یک درخت انتخاب می کنیم و گره را T می نامیم سپس شاخه ها شماره گذاری می کنیم یعنی گره ها از ۱ تا n و شاخه درخت ها از $n+1$ تا $n+m$ می باشد.

و داریم برای هر شاخه درخت داده شده یک گاهت اساسی یکتایی تعریف می شود.



برای گره داده شده، درخت بارنگ آبی تعریف شده است.

متناظر با هر شاخه درخت باید یک گاهت اساسی تعریف شده باشد.

مثلاً گاهت ۱ متناظر با شاخه درخت ۵ یا گاهت ۲ متناظر با شاخه ۶

✓ برای هر گاهت یک جهت قراردادی در نظر بگیرید و kcl را مطابق با روش ترم اعمال کنید.

✓ جهت قراردادی هر گاهت باید هم جهت با شاخه درخت باشد.

گاهت ۱: $J_1 - J_2 + J_5 = 0$

گاهت ۲: $-J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_6 = 0$

گاهت ۳: $-J_2 - J_3 - J_4 + J_7 = 0$

گاهت ۴: $-J_2 - J_3 + J_8 = 0$

✓ kcl در گاهت اساسی، جریان درخت را به حسب جریان گره ها می دهد.

حال این معادلات را به فرم ماتریس مرتب کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \\ J_7 \\ J_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Q 4×1 8×1

به طور کلی چنانچه kcl را برای هر یک از n گات است اساسی اعمال کنیم یک دستگاه جبری خطی n با n مجهول $i_1, i_2, \dots, i_n$ بدست می آید. که این دسته معادلات از n معادله مستقل خطی تشکیل شده می دهند.

n تعداد گات اساسی
 b تعداد شاخه های جریان ها

معادلات kcl برای گات اساسی : $\sum_{b=1}^b i_b = 0$

نوشتن ماتریس Q شبیه ماتریس A است.

$$q_{ik} = \begin{cases} +1 & \text{اگر شاخه } k \text{ متعلق به گات } i \text{ باشد و هم جهت باشد} \\ -1 & \text{اگر شاخه } k \text{ متعلق به گات } i \text{ باشد و خلاف جهت باشد} \\ 0 & \text{اگر شاخه } k \text{ متعلق به گات } i \text{ نباشد} \end{cases}$$

ماتریس Q را ماتریس گات اساسی گوئیم.

$$Q = \left[\begin{array}{c|c} E & I_n \\ \hline \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|ccc} E & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \hline & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right]$$

→ شاخه ها
تعداد گات
تعداد شاخه ها
تعداد گات

با داشتن ماتریس Q می توان ولتاژ هر شاخه را بر حسب ولتاژ گات های درختها بیان کرد.

$$v = Q^T e$$

$$Q = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{matrix} v \\ 8 \times 1 \end{matrix} = \begin{matrix} Q^T e \\ 8 \times 4 & 4 \times 1 \end{matrix}$$

ولتاژ مشافه ضلعت ۱ - ولتاژ مشافه ضلعت ۲

$$v_1 = e_1 - e_2$$

$$v_2 = -e_1 + e_2 - e_3 - e_4$$

$$v_3 = e_2 - e_3 - e_4$$

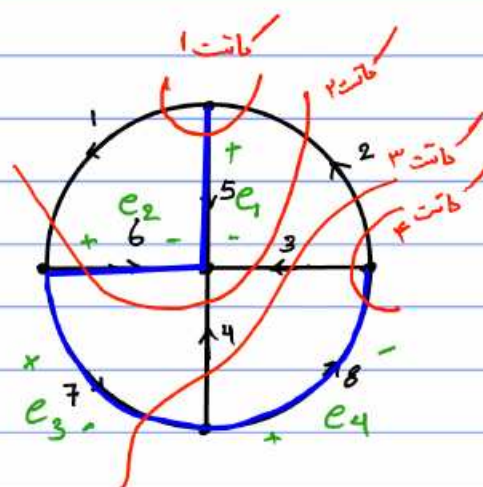
$$v_4 = e_2 - e_3$$

$$v_5 = e_1$$

$$v_6 = e_2$$

$$v_7 = e_3$$

$$v_8 = e_4$$



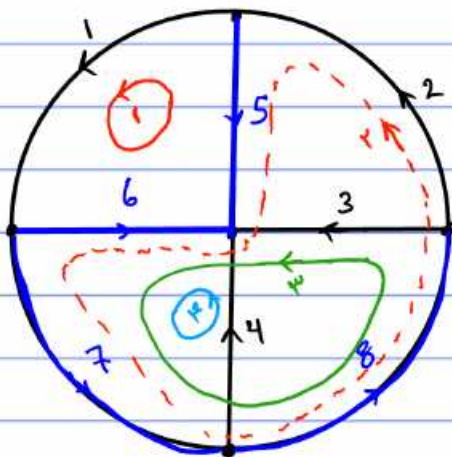
$$QJ = 0$$

خلاصه :

$$v = Q^T e$$

تجزیه تحلیل حلقه

تجزیه تحلیل حلقه تصمیم یافته تجزیه تحلیل مس است. ابتدا یک درخت برای گراف مورد نظر انتخاب می کنیم و می دانیم هر گونیک یک حلقه اساسی متناظر با خودش را تعریف می کند. برای هر حلقه باتوجه به جهت گونیک آن حلقه یک جهت قراردادی تعریف می کنیم و معادلات KVL را می نویسیم.



شماره گذاری گراف به این صورت است که ابتدا گونیک ها از 1 تا 4 و شاخه های درخت از 5 تا 8

گونیک 4 ← حلقه اساسی

حلقه 1: $v_1 - v_5 + v_6 = 0$
 حلقه 2: $v_2 + v_5 - v_6 + v_7 + v_8 = 0$
 حلقه 3: $v_3 - v_6 + v_7 + v_8 = 0$
 حلقه 4: $v_4 - v_6 + v_7 = 0$

✓ KVL در حلقه اساسی مولتاژ شاخه گونیک را به حسب ولتاژهای شاخه های درخت می نویسیم.

معادلات KVL را می توان به فرم ماتریسی مرتب کنیم.

حلقه های اساسی

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

حلقه 1 شاخه های درخت

8

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

معادله جبری خطی گان با مجهول های v_1 و v_6 که از اعمال KVL در هر حلقه اساسی بدست می آید که متقل خطی هستند.

B_{nb} و بیان ماتریس حلقه اساسی می‌نویسیم.

$$B^T = 0$$

درایه‌های B را مانند ماتریس مس می‌توان به‌فهم زیر نوشت:

$$b_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{اگر شاخه } k \text{ در حلقه } i \text{ باشد و جهت‌های قراردادی آنها یکسان باشد} \\ -1 & \text{اگر شاخه } k \text{ در حلقه } i \text{ باشد و جهت‌های قراردادی آنها مخالف باشد} \\ 0 & \text{اگر شاخه } k \text{ متعلق به حلقه } i \text{ نباشد} \end{cases}$$

$$B = \left[\begin{array}{c|c} I_p & F \\ \hline \text{لنگر} & \text{مضافیت} \end{array} \right]$$

ارتباط جابجایی شاخه‌ها و حلقه‌ها به کمک B

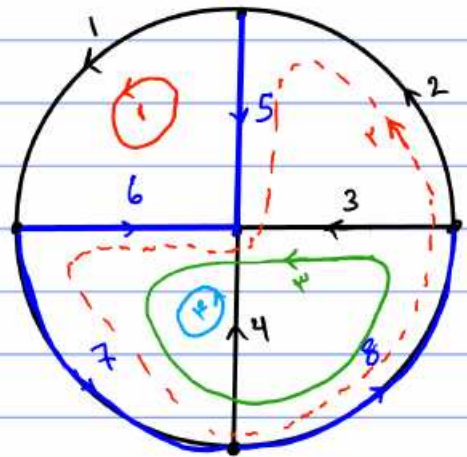
$$j = B^T i$$

B^T ترانپوز ماتریس حلقه اساسی
نماینده حلقه‌ها

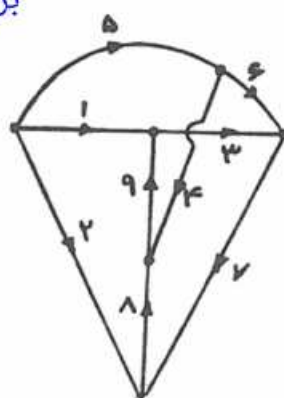
به عنوان مثال برای مثال قبل

$$J = B^T i \rightarrow \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \\ j_4 \\ j_5 \\ j_6 \\ j_7 \\ j_8 \end{array} & \begin{array}{c|c} \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} & \begin{array}{c} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{array} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{aligned} J_1 &= i_1 \\ J_2 &= i_2 \\ J_3 &= i_3 \\ J_4 &= i_4 \\ J_5 &= -i_1 + i_2 \\ J_6 &= i_1 - i_2 - i_3 - i_4 \\ J_7 &= i_2 + i_3 + i_4 \\ J_8 &= i_2 + i_3 \end{aligned}$$



برق 74



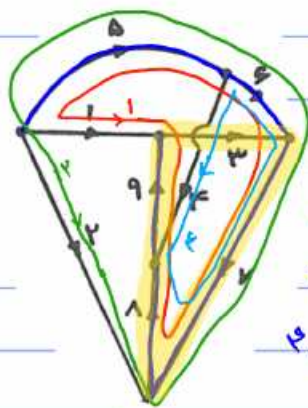
در گراف شکل مقابل ماتریسی که ولتاژ شاخه های v_1, v_2, v_3, v_4 را بر حسب ولتاژ شاخه های v_5, v_6, v_7, v_8 و v_9 بیان می کند به چه صورت است؟

$$-1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad -2 \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-3 \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad -4 \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اگر شاخه های 5 تا 9 را درخت انتخاب کنیم و برای گنج های 1 تا 4 kvl در حلقه اساسی متناظر بنویسیم ولتاژ لیک ها بر حسب شاخه های درخت حاصل می شود.

حلقه اساسی شامل یک لیک + شاخه های درخت

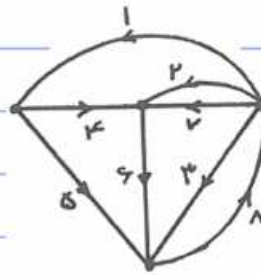


$$\begin{aligned} \text{حلقه 1: } & v_1 - v_5 - v_8 - v_7 - v_6 - v_5 = 0 \\ \text{حلقه 2: } & v_2 - v_7 - v_6 - v_5 = 0 \\ \text{حلقه 3: } & v_3 + v_7 + v_8 + v_9 = 0 \\ \text{حلقه 4: } & v_4 - v_8 - v_7 - v_6 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ v_9 \end{bmatrix}$$

نیزه صحیح است.

برق 75



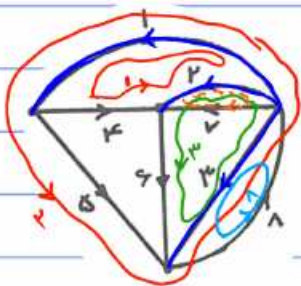
در گراف شکل مقابل اگر ماتریس حلقه های اساسی متناظر با درختی با شاخه های ۱ و ۲ و ۳ را بنویسیم این ماتریس به صورت $[F, I]$ درمی آید. زیرماتریس F به کدام صورت زیر است؟

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad -2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad -1$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad -3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad -3$$



$$B = \left[\begin{array}{c|c} F & I \\ \hline \text{شاخه ها} & \text{حلقه ها} \end{array} \right] =$$

حلقه های اساسی

حلقه ۱ $v_1 - v_2 + v_4 = 0$
 حلقه ۲ $v_1 - v_3 + v_5 = 0$
 حلقه ۳ $v_2 - v_3 + v_6 = 0$
 حلقه ۴ $-v_2 + v_7 = 0$
 حلقه ۵ $v_3 + v_8 = 0$

$$\rightarrow B = \left[\begin{array}{cccccccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

F $I_{5 \times 3}$

درخت را صحیح است.

ماتریس تلاقی مختصر شده برای گراف جهت دار یک مدار به صورت زیر داده شده است:

$$A = \begin{matrix} \xrightarrow{\text{شماره شاخه ها}} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

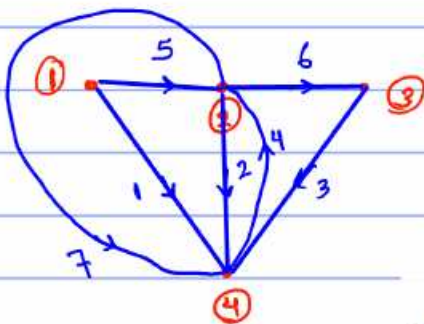
ولتاژهای کدام یک از دسته شاخه های زیر را می توان به عنوان متغیرهای مستقل انتخاب کرده و ولتاژ سایر شاخه ها را برحسب آنها بیان کرد؟

- (۱) $\{2, 4, 7\}$ (۲) $\{2, 5, 6\}$ (۳) $\{3, 4, 6\}$ (۴) $\{3, 5, 7\}$

با نوشتن KVL در حلقه های اساسی می توان ولتاژ لینک را بر حسب ولتاژ شاخه های درخت برریم یعنی ولتاژ شاخه های درخت متغیر مستقل و ولتاژ لینک متغیر وابسته است.
سب متغیرهای مستقل شاخه های درخت هستند.

$$A = \begin{matrix} \xrightarrow{\text{شماره شاخه ها}} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$n_g = n + 1 = 3 + 1 = 4 \quad \text{گره}$$



$\{3, 5, 7\}$ ✗
گره را ندارد.

$\{3, 4, 6\}$ ✗
حلقه دارد.

$\{2, 5, 6\}$ ✓
درخت است.
 $\{2, 4, 7\}$ ✗
شکل حلقه دارد.

خلاصه در رابطه کرف

ماتریس تلافی مختصر شده : A_a $\xrightarrow[\text{سطرهای زمین}]{\text{خزده زمین}}$ $A = \begin{bmatrix} \text{شافت} \\ \text{ماتریس تلافی نره و شافت} \end{bmatrix}$ $\xrightarrow[\text{نره ها}]{\text{سطرهای زمین}}$

$$AJ = 0 \quad \text{قانون kcl}$$

بردار J جریان شافت ها

$$V = A_a^T \cdot e$$

e بردار ولتاژ نره ها نسبت به زمین

حاصل می شود : m_a $\xrightarrow[\text{مسک بیرونی دلخت}]{\text{سطر شافت با}}$ $m = \begin{bmatrix} \text{شافت ها} \\ \text{ماتریس تلافی مس و شافت} \end{bmatrix}$ $\xrightarrow[\text{مس ها}]{\text{سطر شافت با}}$

$$mV = 0 \quad \text{قانون kvl}$$

$$J = m_a^T i$$

i بردار جریان مس ها

ماتریس حالت اساسی : $Q = \begin{bmatrix} E : I_n \\ \text{شافت دخت} \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{n+l}$ $Q = \begin{bmatrix} I_n : -F^T \\ \text{شافت دخت} \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{n+l}$

$$QJ = 0 \quad \text{قانون kcl برای حالت}$$

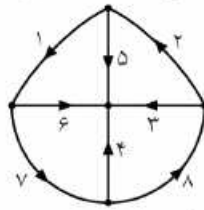
$$V = Q^T e$$

V بردار ولتاژ لینک
 e بردار ولتاژ شافت دخت

ماتریس حلقه اساسی : $B = \begin{bmatrix} I_n : F \\ \text{شافت} \end{bmatrix}$ $\xrightarrow{\text{حلقه اساسی لینک}}$ $B = \begin{bmatrix} -E^T : I_n \end{bmatrix}$

$$BQ^T = 0 \\ QB^T = 0$$

برای گراف شکل روبرو ماتریس کاتست Q به فرم $Q = [E \mid I]$ تعریف می شود ماتریس E کدام است؟



$$E = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

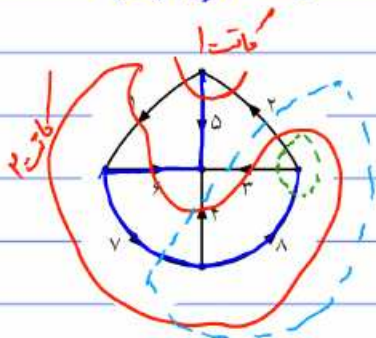
$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

لینک داریم $8 - 4 = 4 \rightarrow 4$ مسافه درخت داریم $n_f = 5$

زیر ماتریس دوم ماتریس ولج است $\leftarrow$ مسافه های درخت $Q = [E \mid I]$
از مسافه های لینک شماره گذاری شده است.

لینک $1, 2, 3, 4$
درخت $5, 6, 7, 8$



$$J_1 - J_2 + J_5 = 0$$

$$-J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_6 = 0$$

$$-J_2 - J_3 - J_4 + J_7 = 0$$

$$-J_2 - J_3 + J_8 = 0$$

$$QJ = 0$$

$$\rightarrow Q =$$

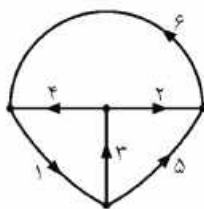
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E

نفرینده!

ماتریس کات است $Q = [I \mid E]$ برای گراف روبرو در نظر گرفته شده است ماتریس E

کدام است؟



$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ +1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$E = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

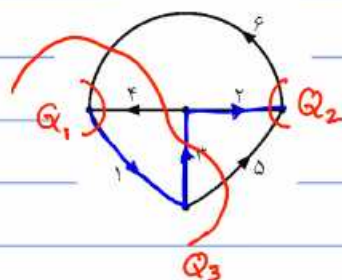
$$Q = \begin{bmatrix} I & E \end{bmatrix}$$

↓ ↓
نیکما رجت ما

۳. اضافه رجت $\rightarrow n_t = 4$

درجت: 1, 2, 3

لیک: 4, 5, 6



$$Q_1: J_1 - J_4 - J_6 = 0$$

$$Q_2: J_2 + J_5 - J_6 = 0$$

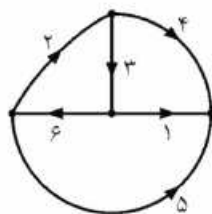
$$Q_3: J_3 - J_4 + J_5 - J_6 = 0$$

$$QJ = 0$$

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & J_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & J_2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & J_3 \\ \hline & I & & E & & & \\ \hline & & & & & & J_4 \\ & & & & & & J_5 \\ & & & & & & J_6 \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

نزینه ۲

ماتریس حلقه $B = [I \mid F]$ برای گراف زیر در نظر گرفته شده است. ماتریس F کدام است؟



$$F = \begin{bmatrix} +1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ +1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & +1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

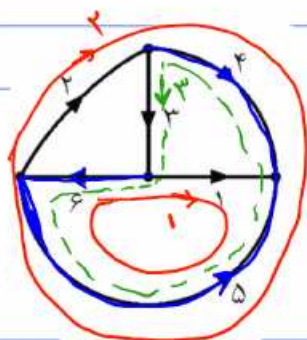
$$B \mathbf{v} = 0$$

$$B = \begin{bmatrix} I & F \end{bmatrix}$$

شماره حلقه شاخه ها

بازنویس فرم B باید ابتدا لینک ها و سپس شاخه ها در دسترس قرار دهیم.

$$\text{لینک } 3 = 6 - 3 = 3 \rightarrow b - 4 = 4 - 1 = 3 \rightarrow n_f = 4$$



$$\text{loop 1: } v_1 - v_2 - v_3 = 0$$

$$\text{loop 2: } v_3 + v_4 - v_5 = 0$$

$$\text{loop 3: } v_1 - v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 = 0$$

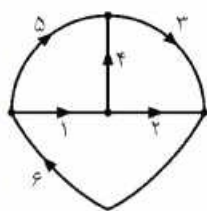
$$B \mathbf{v} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{I} \quad \underline{F}$

مرتبه 3 صحیح است.

گراف شکل زیر را در نظر بگیرید. ولتاژهای v_1 و v_3 و v_5 را بر حسب v_2 و v_4 و v_6 مرتب کرده و ماتریس F را بدست آورید.



$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

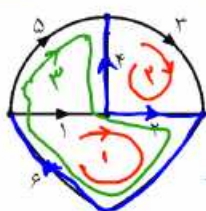
$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

KVL در ماتریس حلقه اساسی ولتاژ کنیک بر حسب ولتاژ شاخه های درخت بدست می آید.

یعنی شاخه ۲، ۴ و ۶ درخت هستند.



$$\text{loop 1: } v_1 + v_2 + v_6 = 0$$

$$\text{loop 2: } -v_2 + v_3 + v_4 = 0$$

$$\text{loop 3: } v_2 + v_5 + v_6 - v_4 = 0$$

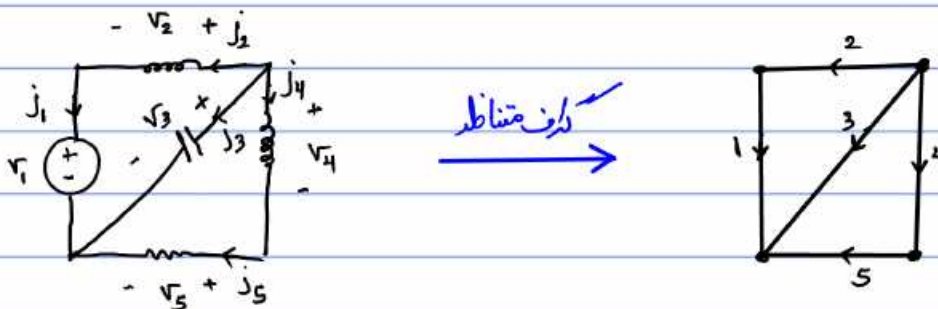
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_3 \\ v_5 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}}_F \begin{bmatrix} v_2 \\ v_4 \\ v_6 \end{bmatrix}$$

نهایی!

قضیه تلگان

این قضیه بسیار کلی است و برای هر شبکه فشرده که شامل هر تعداد اجزای **خطی** یا **غیر خطی**، **پسیو** یا **اکتیو**، **تغییر پذیر** یا **تغییر ناپذیر** با زمان باشد معتبر است. این قضیه ناشی از این حقیقت است که قضیه تلگان تنها به دو قانون kvl و kcl بستگی دارد.

شبکه دلخواه را به صورت گراف در نظر بگیرید و برای ولتاژ شاخه ها v_k و جریان شاخه ها i_k جهت های مدار داری متناظر انتخاب کنید. مثلاً



قضیه تلگان $\sum_{k=1}^b v_k i_k = 0$: $v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3 + v_4 i_4 + v_5 i_5 = 0$

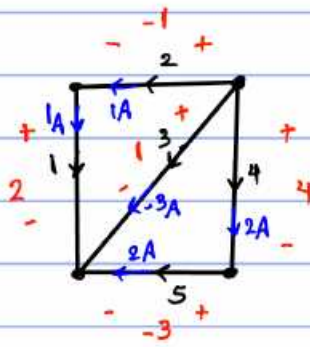
v_k ها **دلخواه** هستند و تنها محدودیت آن ارضای kvl در گراف

i_k ها **دلخواه** هستند و تنها محدودیت آن ارضای kcl در گراف

یعنی برای این قضیه می توان هر دسته جریان یا ولتاژ را در نظر گرفت به شرط آنکه kvl و kcl نقض نشود.

مثلاً فرض کنید به طرز دلخواه ولتاژهای شاخه ها و جریانهای شاخه ها به صورت زیر انتخاب شود:

$v_1 = 2$	$v_2 = -1$	$v_3 = 1$	$v_4 = 4$	$v_5 = -3$
$i_1 = 1$	$i_2 = 1$	$i_3 = -3$	$i_4 = 2$	$i_5 = 2$



این دسته ولتاژها kVL را ارضای کنند.
این دسته جریاها kCL را ارضای کنند.

سپ با این ولتاژها و جریان‌های دلخواه می‌توان گفت:

$$\sum_{k=1}^5 v_k j_k = 0 \rightarrow 2 - 1 - 3 + 8 - 6 = 0$$

قضیه تگلان برای این تلف با دسته دیگری از ولتاژها و جریان‌های اختیاری $\hat{v}_k$ و $\hat{j}_k$ که kVL و kCL را ارضای کنند برقرار است یعنی:

$$\sum_{k=1}^b \hat{v}_k \hat{j}_k = 0$$

حق می‌توان قضیه تگلان را برای ولتاژها v_k و دسته جریان‌های دلخواه دیگر $\hat{j}_k$ هم اعمال کرد.

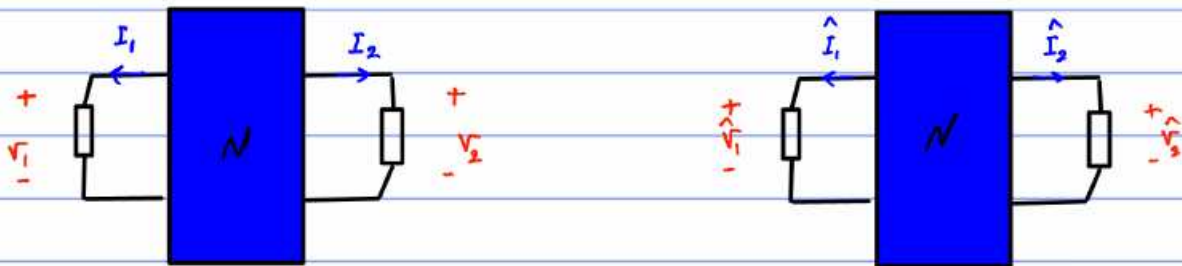
$$\sum_{k=1}^b v_k \hat{j}_k = 0$$

همچنین قضیه تگلان برای جریان‌های j_k و دسته ولتاژهای دلخواه دیگر $\hat{v}_k$ هم برقرار است.

$$\sum_{k=1}^b \hat{v}_k j_k = 0$$

کاربرد قضیه تلگان

قضیه تلگان دارای نتایج شگفت آمیزی است. به عنوان مثال دو شبکه ذخیره مد نظر بگیرید.
تنها محدودیت آنجا یکسان بودن پهنای باند آنها باشد. فرض کنید در هر یک از این شبکه ها جهت
قدر دای یکسانی انتخاب کرده باشیم.



$$\sum_{k=1}^b v_k i_k = \sum_{k=1}^b \hat{v}_k \hat{i}_k = 0 \quad \text{یا} \quad \sum_{k=1}^b v_k \hat{i}_k = \sum_{k=1}^b \hat{v}_k i_k = 0$$

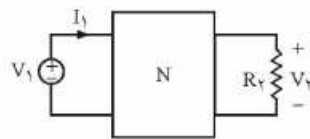
$$v_1 \hat{i}_1 + v_2 \hat{i}_2 = \hat{v}_1 i_1 + \hat{v}_2 i_2 \quad *$$

نتیجه :

✓ جهت ها قدر دای در هر دو شبکه باید یکسان باشند در غیر این صورت جریان را در یک منفی ضرب کرده
و جهت ها را یکسان کنید.

✓ رابطه * برای مدار مقاومتی در حوزه زمان و برای مدارات RLC در حوزه فازور یا لابلاس صادق
است.

شبکه N از تعدادی مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان ساخته شده است. به ازای دو مقدار R_T اندازه گیری های زیر بدست آمده است. مقدار $\hat{V}_T$ را حساب کنید.



$R_T = 5\Omega$	$\hat{R}_T = 8\Omega$
$V_1 = 4V$	$\hat{V}_1 = 7V$
$I_1 = 2A$	$\hat{I}_1 = 3A$
$V_T = 3V$	$\hat{V}_T = ?$

- (1) $\frac{9}{8}$
(2) $\frac{9}{80}$
(3) $\frac{80}{9}$
(4) $\frac{8}{9}$

۲. آزمایش که گران می گنمایند است ← قضیه تللاخ

رعایت جهت قراردادی رعایت جهت قراردادی

$$V_1 (-\hat{I}_1) + V_2 \hat{I}_2 = \hat{V}_1 (-\hat{I}_1) + \hat{V}_2 (\hat{I}_2)$$

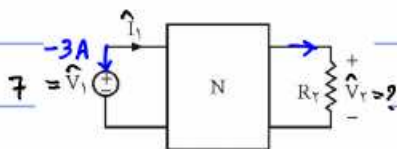
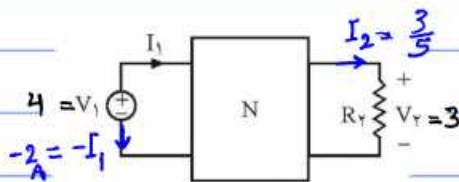
$$4(-3) + 3 \times \left(\frac{\hat{V}_2}{8}\right) = 7(-2) + \hat{V}_2 \left(\frac{3}{5}\right)$$

$$-12 + \frac{3}{8} \hat{V}_2 = -14 + \frac{3}{5} \hat{V}_2$$

$$2 = \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{8}\right) \hat{V}_2 \rightarrow 80 = (24 - 15) \hat{V}_2$$

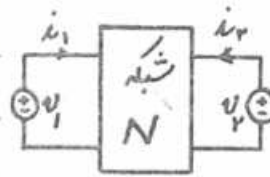
$$\hat{V}_2 = \frac{80}{9}$$

نزینه ۳



برق 67

شبکه N فقط از عناصر RLC پسو تغییرناپذیر با زمان خطی تشکیل شده است. اندازه گیریهای زیر در شبکه N انجام شده است:



$$v_1 = 4 \cos(\omega t + 60^\circ) \quad v_2 = 0$$

$$i_1 = \cos(\omega t + 80^\circ), \quad i_2 = 2 \cos(\omega t + 70^\circ)$$

مطلوبست پیدا کردن جریان i_1 اگر

$$v_2 = \cos(\omega t + 20^\circ) \text{ و } v_1 = 2 \cos(\omega t + 10^\circ)$$

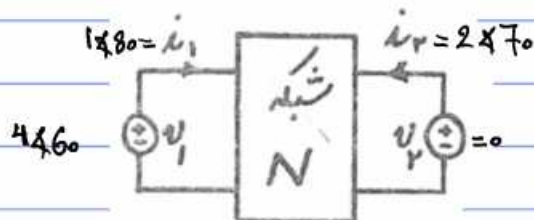
$$\cos(\omega t + 60^\circ) - 2$$

$$2 \cos(\omega t + 90^\circ) - 1$$

$$2 \cos \omega t - 4$$

$$\cos(\omega t + 30^\circ) - 3$$

برای شبکه در هر ۲ گزیناسی کلیدان ← از قضیه تلگان

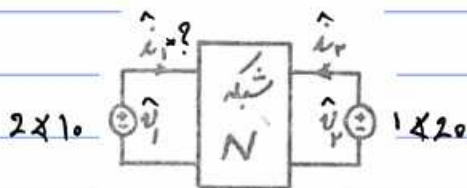


Laplace

phasor

RLC

چون هر ۲ طرف دیگرم تولید میازی به تغییر جهت قدراری نیست

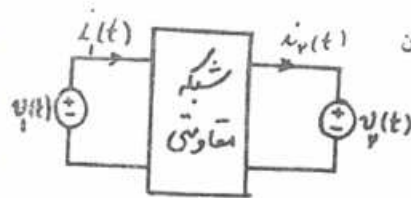


$$v_1 \hat{i}_1 + v_2 \hat{i}_2 = \hat{v}_1 \hat{i}_1 + \hat{v}_2 \hat{i}_2 \rightarrow 4460 \times \hat{i}_1 + 0 = 2410 \times 1480 + 1420 \times 2470$$

$$\hat{i}_1 = \frac{2490 + 2490}{4460} = \frac{4490}{4460} = 1.43 \xrightarrow{P^{-1}} \hat{i}_1 = 1 \cos(\omega t + 30^\circ)$$

نرینه ۳

برق 67



در شبکه مقاومتی خطی تغییرناپذیر با زمان
شکل مقابل اطلاعات زیر داده شده است:

$$v_1(t) = 30t, \quad v_2(t) = 0$$

$$i_1(t) = 5t, \quad i_2(t) = 2t$$

برای اطلاعات $v_1(t) = 30t + 60$ و $v_2(t) = 60t + 15$ و $i_1(t)$ بچه
صورت خواهد بود؟

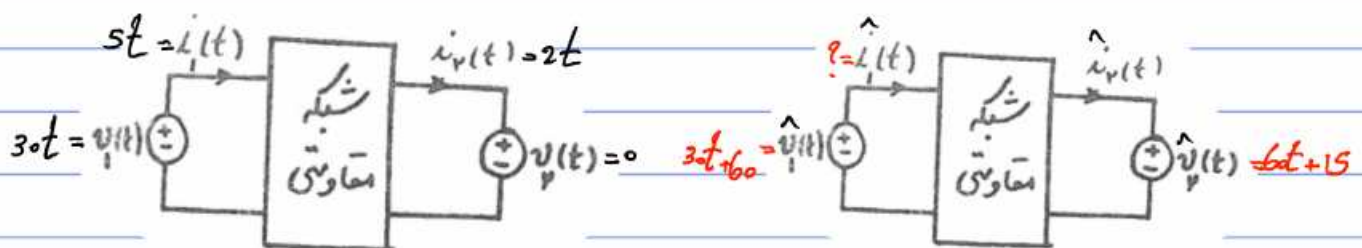
$$i_1(t) = -4t - 1 \quad -2$$

$$i_1(t) = 5t + 10 \quad -1$$

$$i_1(t) = 9t + 11 \quad -3$$

$$i_1(t) = t + 9 \quad -3$$

چون مدار مقاومتی قضیه تلگان در همواره زمان درست می شود.



$$v_1(-\hat{i}_1) + v_2(\hat{i}_2) = \hat{v}_1(-\hat{i}_1) + \hat{v}_2(\hat{i}_2)$$

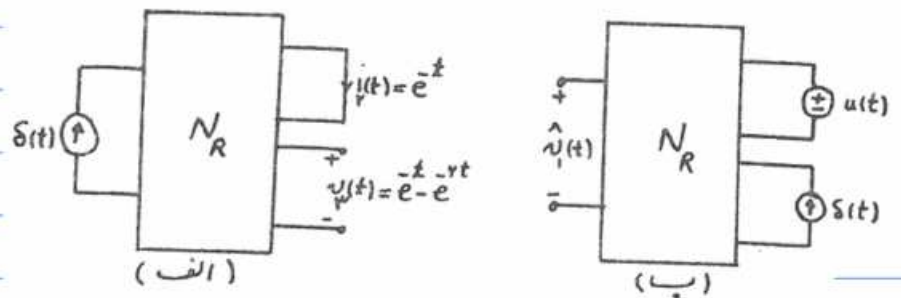
$$30t(-\hat{i}_1) + 0 = (30t+60)(-\hat{i}_1) + (60t+15)(2\hat{i}_2)$$

$$\hat{i}_1 = \frac{150t^2 + 300t - 120t^2 - 300t}{30t} = \frac{30t + 270}{30} = t + 9$$

نرسه ۳

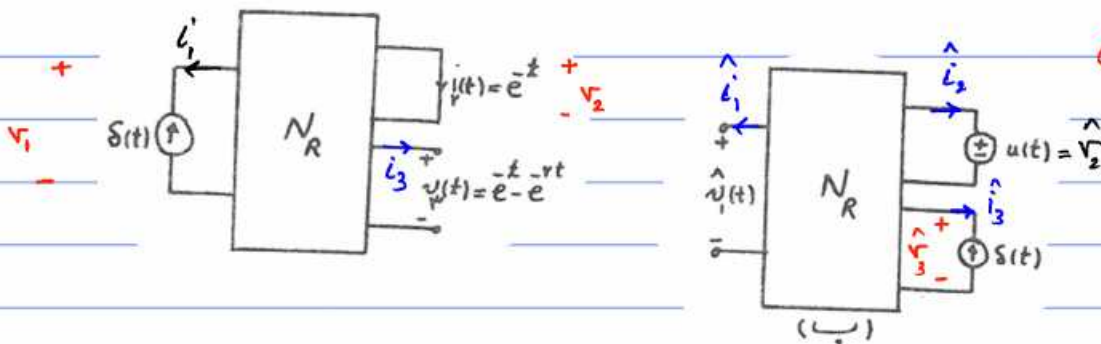
برق 67

در مدار خطی تغییرناپذیر با زمان متقابل شکل زیر اطلاعاتی داده شده است. اکنون مدار را به صورت شکل (ب) وصل می کنیم. ولتاژ $\hat{v}_1(t)$ چیست؟



$$\begin{aligned} \hat{v}_1(t) &= (1 - e^{-t}) u(t) - 2 & \hat{v}_1(t) &= (e^{-1} + e^{-2}) u(t) - 1 \\ \hat{v}_1(t) &= (1 - e^{-2}) u(t) - 2 & \hat{v}_1(t) &= (1 + e^{-1}) u(t) - 3 \end{aligned}$$

روش اول قضیه تللاخ



$$v_1 \hat{i}_1 + v_2 \hat{i}_2 + v_3 \hat{i}_3 = \hat{v}_1 i_1 + \hat{v}_2 i_2 + \hat{v}_3 i_3$$

$$0 + 0 + \left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} \right) (-1) = \hat{v}_1 (-1) + \frac{1}{s} \times \frac{1}{s+1} + 0$$

$$\hat{v}_1 = \frac{1}{s(s+1)} + \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} = \frac{1}{s} + \frac{-1}{s+1} + \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v_1(t) = (1 - e^{-2t}) u(t)$$

نرینه ۴

درس دوم: جمع پاسی

برق 79 در دو قطبی خطی تغییرناپذیر با زمان RLC شکل زیر اندازه گیری های زیر در

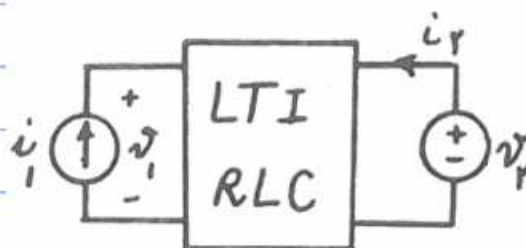
حالت دایمی سینوسی انجام شده است.

$$i_1(t) = 2\sin(\omega t + 30^\circ) \quad v_r = 0$$

$$v_1(t) = 4\sin(\omega t + 45^\circ) \quad i_r(t) = \sin(\omega t + 60^\circ)$$

و $i_1(t) = \frac{1}{3}\sin(\omega t + 15^\circ)$ برای

$v_1(t)$ ، $v_r(t) = \sin\omega t$ کدام است؟



$$\sin(\omega t - 60^\circ) \quad (2)$$

$$\sin\omega t \quad (1)$$

$$2\sin(\omega t - 15^\circ) \quad (4)$$

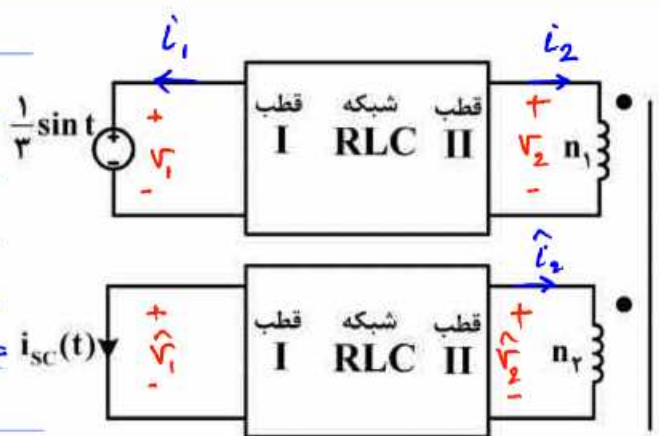
$$\frac{1}{3}\sin(\omega t + 30^\circ) \quad (3)$$

در شکل زیر، ۲ شبکه RLC یکسان در قطب دوم به واسطه یک ترانسفورماتور ایده آل به یکدیگر متصل شده اند. در صورتی که توان لحظه ای تحویل داده شده به سیم پیچ n_1 معادل $p(t) = \sin 2t$ باشد، جریان اتصال کوتاه $i_{sc}(t)$ کدام است؟



- (۱) $13 \cos t$
- (۲) $5 \sin t$
- (۳) $-5 \cos t$
- (۴) $-13 \cos t$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{3}$$



۲ شبکه یکسان به هم وصل شده اند

$$p(t) = v_2 i_2 = \sin 2t$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{2}{3}$$

$$\hat{v}_2 = \frac{n_2}{n_1} \hat{v}_1 = \frac{3}{2} \hat{v}_1$$

$$\hat{i}_2 = -\frac{n_1}{n_2} \hat{i}_1 = -\frac{2}{3} \hat{i}_1$$

$$v_1 \hat{i}_1 + v_2 \hat{i}_2 = \hat{v}_1 \hat{i}_1 + \hat{v}_2 \hat{i}_2 \rightarrow \frac{1}{3} \sin t i_{sc} + v_2 \hat{i}_2 = 0 + \hat{v}_2 \hat{i}_2$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} \sin t i_{sc} + v_2 \left(-\frac{2}{3} i_2\right) = \frac{3}{2} v_2 i_2 \xrightarrow{v_2 i_2 = \sin 2t}$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} \sin t i_{sc} - \frac{2}{3} \sin 2t = \frac{3}{2} \sin 2t$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} \sin t i_{sc} = \frac{13}{6} \sin 2t \rightarrow i_{sc} \frac{2}{13} \sin t = 2 \sin t \cos t$$

$$i_{sc} = 13 \cos t$$

$$\sin 2t = 2 \sin t \cos t$$

نزدیک!

در گراف مداری، مجموعه ولتاژهای صادق در قانون ولتاژ نسبت به یک درخت به صورت $\{v_k(t)\}$ و مجموعه جریانهای صادق در قانون جریان نسبت به درخت دیگر به صورت $\{\hat{i}_k(t)\}$ است. با در نظر گرفتن تبدیل لاپلاس این ولتاژها و جریانها، کدام رابطه درست است؟

دکتری 96

$$\sum_k \hat{I}_k(s) \cdot v_k(s) = 0 \quad (1)$$

$$\sum_k v_k(s) \cdot \frac{d\hat{i}_k}{dt} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_k v_k \cdot \hat{i}_k = 0 \quad (3)$$

$$\sum_k \hat{i}_k \cdot \frac{dv_k}{dt} = 0 \quad (4)$$

تکلیف: $\sum_{k=1}^b r_k i_k = \sum_{k=1}^b r_k \hat{i}_k = \sum_{k=1}^b \hat{r}_k i_k = 0$

در قضیه تکلیف محدودیت این بوده که ولتاژها و جریانه ها در قانون KCL و KVL

صادق باشد.

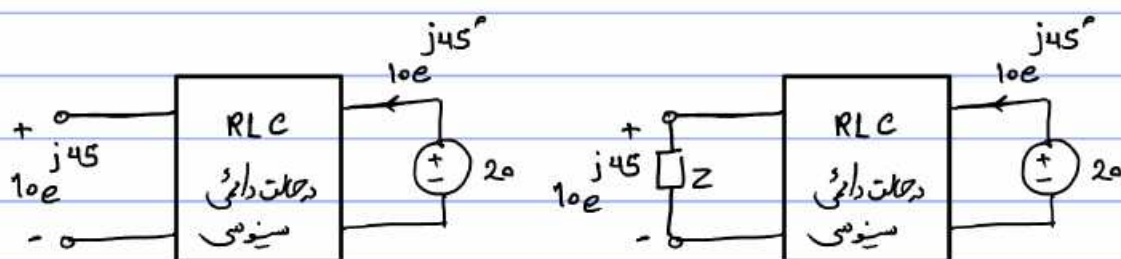
$$v_1 + v_2 - v_3 + \dots + v_b = 0 \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{dv_1}{dt} + \frac{dv_2}{dt} + \dots + \frac{dv_b}{dt} = 0$$

یعنی از KVL مشتق هم گرفته شود باز هم معادله برقرار است.

$$v_1 + v_2 - v_3 + \dots + v_b = 0 \xrightarrow{\text{توان}^2} (v_1 + v_2 - v_3 + \dots + v_b)^2 = 0$$

فقط گزینه ۲ می تواند صحیح باشد.

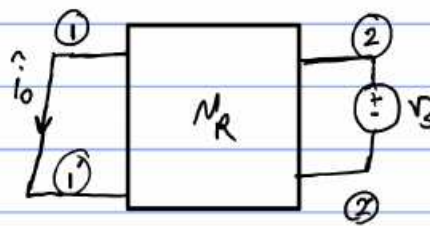
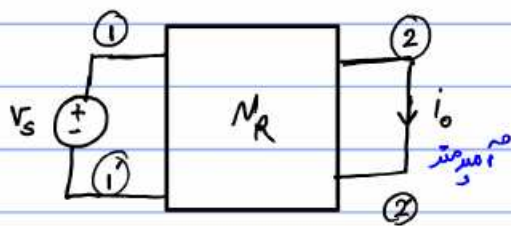
تحدین ۱. دو آزمایش در صورتیک مدار RLC در حالت دائمی مطابق شکل زیر انجام سوده است.
را در فضا فرستاده آزمایش بدست آورید.



قضیه هم پاسخی

هم پاسخی خاصیتی است که اغلب در فیزیک با آن روبه رو هستیم. این خاصیت در الکترونیک، مکانیک، اگرشیک و... ایجاد می شود. اگر یک سیستم خاصیت هم پاسخی داشته باشد، می توان جای ورودی و خروجی را در سیستم تعویض کرد بدون آنکه خروجی سیستم تغییری کند.

هم پاسخی فقط در مدارات **خطی** پذیرفته شده **LTI** ایجاد می شود و شبکه نباید شامل **دیود** و **منابع مستقل** و **وابسته** باشد. شبکه فقط می تواند شامل مقاومت، خازن، سلف، توزیع و تراشه باشد تا خاصیت هم پاسخی ایجاد شود.



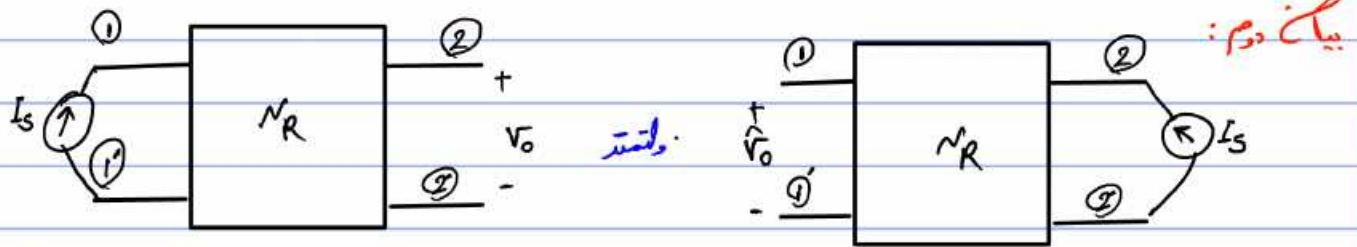
بیان اول:

$$\hat{i}_o = i_o$$

$$H(s) = \frac{i_o(s)}{V_s(s)} = H(s) = \frac{\hat{i}_o(s)}{V_s(s)}$$

معنی آنکه V_s در جایگاه 2 و 2' و i_o در جایگاه 1 و 1' خواهد شد.

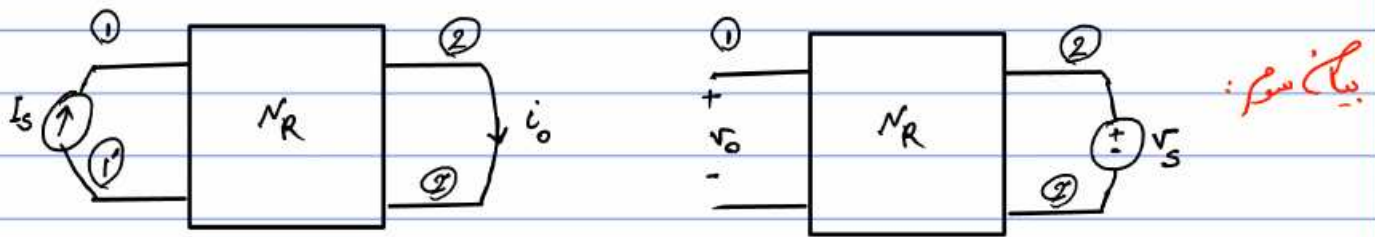
✓ پایداری و تناقضات جهت جریان ها در حد درستی باید یکسان باشد.



$$H(s) = \frac{V_o(s)}{I_s(s)} = H(s) = \frac{\hat{V}_o}{I_s(s)}$$

اگر مقدار منبع جریان ورودی تغییر نکند $V_o = \hat{V}_o$

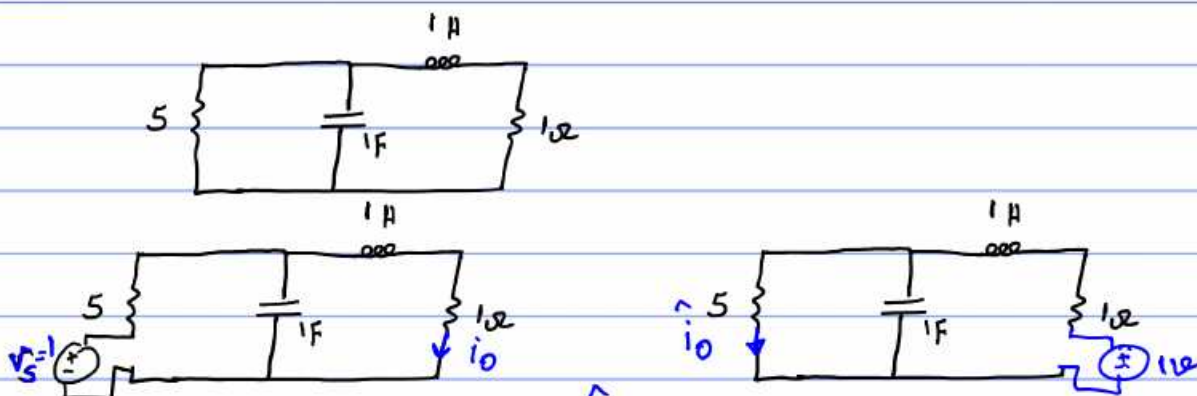
اگر $I_s(s)$ در جایگاه جدید α برابر شود $\hat{V}_o$ نسبت V_o ، α برابر خواهد بود.



$$H_I = \frac{i_o}{I_s} = H_I = \frac{v_s}{I_s}$$

$$H_I(s) = v_I(s)$$

یعنی اگر به جای منبع جریان I_s ، منبع ولتاژ با اندازه v_s قرار دهید (در جایگاه آمپر متد) ، ولتاژ خروجی همان جریان آمپر متد خواهد بود.

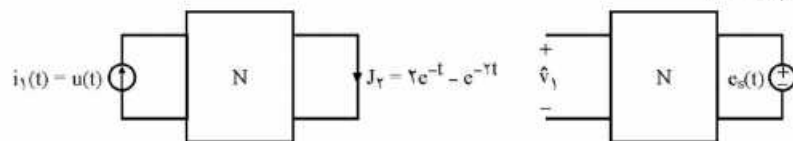


خاصیت هم پاشی $i_o = \hat{i}_o$
برای کفته شده در حوزه زمان ، فازور ، DC ، گذرا ، پویا است.

✓ مداری که قضیه هم پاسخی باسدر باسدر متقابل است نه در فصل ۲ قطبی ها خواص متدیس شبکه متقابل را بررسی می کنیم.

با توجه به اطلاعات داده شده اگر N در قضیه هم پاسخی صدق کند مقدار $\hat{v}_1(t)$ به ازای

$e_s(t) = \delta(t)$ کدام است؟



$$\delta(t) + 2e^{-2t} - 2e^{-t} \quad (2)$$

$$\delta(t) - 2e^{-2t} - 2e^{-t} \quad (4)$$

$$\delta(t) + 2e^{-t} + 2e^{-t} \quad (1)$$

$$\delta(t) - 2e^{-2t} + 2e^{-t} \quad (3)$$

$$H_I(s) = \frac{\mathcal{L}\{2e^{-t} - e^{-2t}\}}{\mathcal{L}\{u(t)\}} = \left(\frac{2}{s+1} - \frac{1}{s+2}\right) / \frac{1}{s}$$

بیان مسوم هم پاسخی

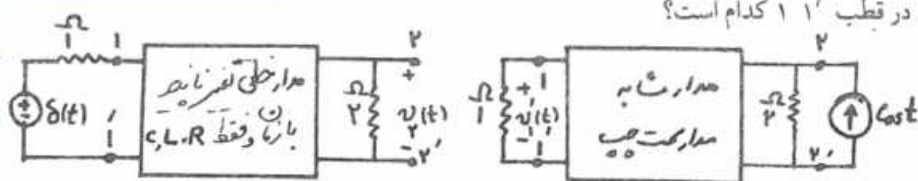
$$H_I = H_V = \frac{\mathcal{L}\{\hat{v}_1\}}{\mathcal{L}\{\delta(t)\}} = \frac{\hat{v}_1(s)}{1} = \frac{2s}{s+1} - \frac{s}{s+2}$$

$$\hat{v}_1 = 2 - \frac{2}{s+1} - \left(1 - \frac{2}{s+2}\right) = 1 - \frac{2}{s+1} + \frac{2}{s+2}$$

$$\xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} \hat{v}_1(t) = \delta(t) - 2e^{-t} + 2e^{-2t}$$

نهایی ✓

در مدار زیر وقتی که ورودی در قطب ۱ برابر $\delta(t)$ باشد ولتاژ برق 72 خروجی در قطب ۲ برابر $v_2(t) = 2e^{-t}$ باشد. حال اگر منبع تغذیه $v_1(t)$ را اتصال کوتاه کنیم و در خروجی یک منبع جریان برابر $\cos t$ قرار دهیم ولتاژ $v_2(t)$ در قطب ۱ کدام است؟

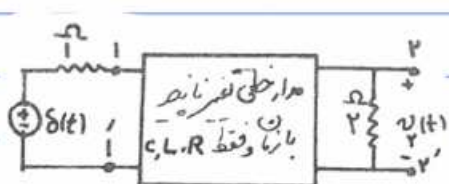


جواب :

$$v_2(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos(t + 45^\circ) - 2 \quad v_2(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos(t + 30^\circ) - 1$$

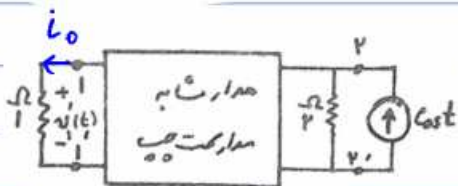
$$v_2(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos(t - 30^\circ) - 4 \quad v_2(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos(t - 45^\circ) - 3$$

چون شبکه شامل منبع مستقل ولتاژ و دیپاندانسیت ← قضیه هم پاسنی صادق



$$H_v = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\mathcal{L}\{2e^{-t}\}}{\mathcal{L}\{\delta(t)\}} = \frac{2}{s+1} \xrightarrow[\omega=1]{s=j\omega} \frac{2}{j+1} = \frac{2}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ$$

بیان سم است.



$$H_I = \frac{i_0}{i_s} = \frac{v_2'}{1 \angle 0^\circ} = v_2'$$

$$H_v = H_I$$

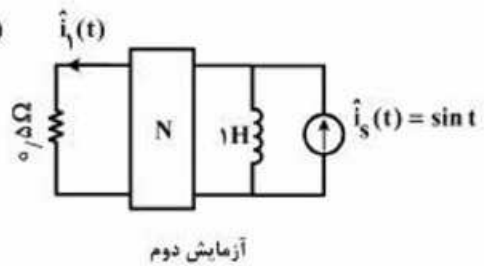
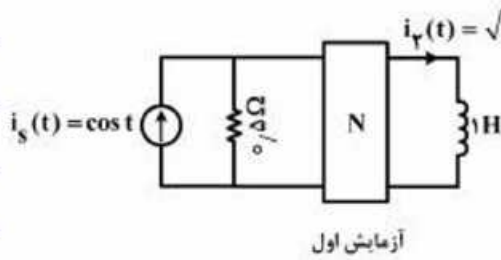
بیان سم قضیه هم پاسنی

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ = v_2' \xrightarrow{P^{-1}} v_2(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos(t - 45^\circ)$$

منفی ۳

دو آزمایش زیر روی شبکه RLC خطی و تغییر ناپذیر با زمان N انجام شده است. مقدار $\hat{i}_1(t)$ در حالت دائمی سینوسی در آزمایش دوم چقدر است؟

اتوماسیون 95

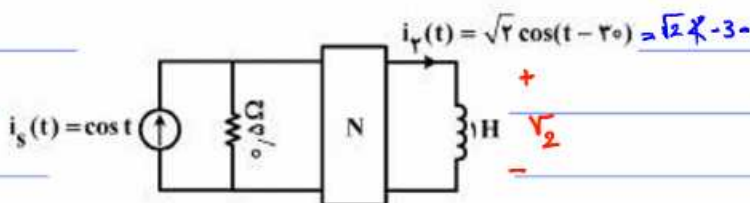


(1) $2\sqrt{2} \sin(t + 30^\circ)$

(2) $2\sqrt{2} \sin(t - 30^\circ)$

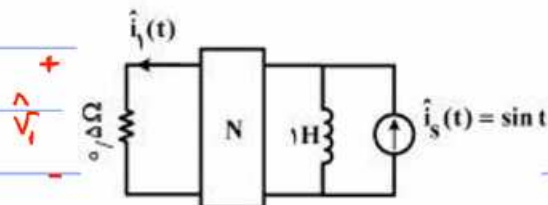
(3) $2\sqrt{2} \cos(t + 30^\circ)$

(4) $2\sqrt{2} \cos(t - 30^\circ)$



پایه اول:

$$H(s) = \frac{V_2}{I_s} = \frac{j \times \sqrt{2} \angle -30^\circ}{1 \angle 0^\circ} = \sqrt{2} \angle 60^\circ$$



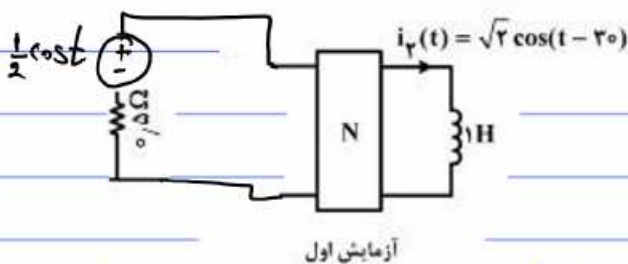
$$\hat{H} = \frac{\hat{V}_1}{\hat{I}_s} = \frac{0.5 \times \hat{I}_1}{1 \angle 0^\circ} = 0.5 \hat{I}_1 \angle 90^\circ$$

معادله باسی:

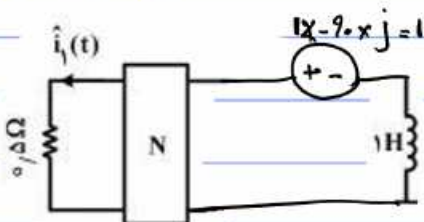
$$H(j\omega) = \hat{H}(j\omega) \rightarrow \sqrt{2} \angle 60^\circ = 0.5 \hat{I}_1 \angle 90^\circ$$

$$\hat{I}_1 = \frac{\sqrt{2} \angle 60^\circ}{0.5 \angle 90^\circ} = 2\sqrt{2} \angle -30^\circ$$

$$\xrightarrow{P^{-1}} \hat{I}_1(t) = 2\sqrt{2} \cos(t - 30^\circ)$$



تبدیل فوکن به فوکن



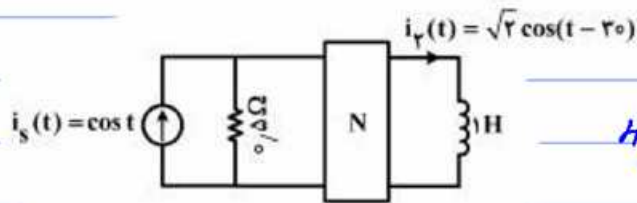
$$H(j\omega) = \frac{I_2}{V_s} = \frac{\sqrt{2} \angle -30^\circ}{\frac{1}{2} \angle 0^\circ} = 2\sqrt{2} \angle -30^\circ$$

$$\hat{H}(j\omega) = \frac{\hat{I}_1}{\hat{V}_s} = \frac{\hat{I}_1}{1}$$

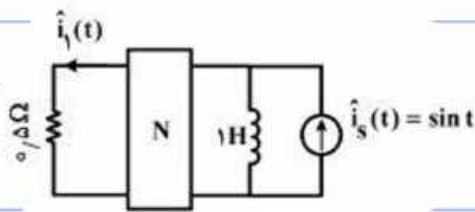
$$H(j\omega) = \hat{H}(j\omega) \rightarrow \hat{I}_1 = 2\sqrt{2} \angle -30^\circ \xrightarrow{P^{-1}} \hat{I}_1(t) = 2\sqrt{2} \cos(t - 30^\circ)$$

روش دوم: پایه دوم

روش سوم: (بیان سوم)



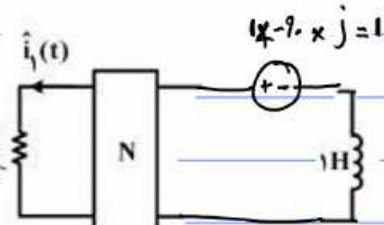
$$H_I(j\omega) = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\sqrt{2} \angle -30^\circ}{1 \angle 0^\circ}$$



آزمایش دوم

$$H_V = \frac{\hat{V}_2}{\hat{I}_1} = \frac{\frac{1}{2} \hat{I}_1}{1}$$

فازتین به قوتین



آزمایش دوم

$$H_V = H_I \rightarrow \frac{1}{2} \hat{I}_1 = \sqrt{2} \angle -30^\circ \rightarrow \hat{I}_1 = 2\sqrt{2} \angle -30^\circ$$

$$\xrightarrow{P^{-1}} \hat{I}_1(t) = 2\sqrt{2} \cos(t - 30^\circ)$$

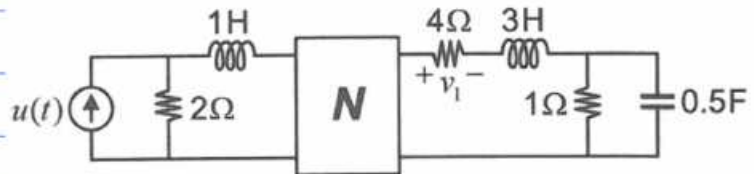
برق 90- در مدار شکل زیر N یک مدار هم پاسخ است. اگر در شکل (الف) پاسخ حالت

صفر v_1 به صورت $v_1(t) = (3 - e^{-t} - 2e^{-2t})u(t)$ باشد، در مدار شکل (ب)، $v_2(t)$

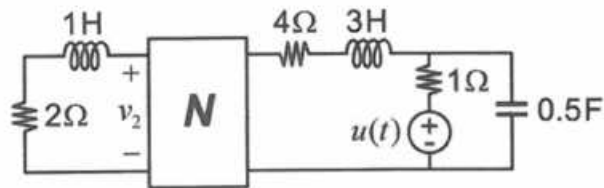
برابر با کدام گزینه است؟

$$(1) \quad (3 - e^{-t} - 2e^{-2t})u(t) \quad (2) \quad (-2e^{-t} + e^{-2t} + 3)u(t)$$

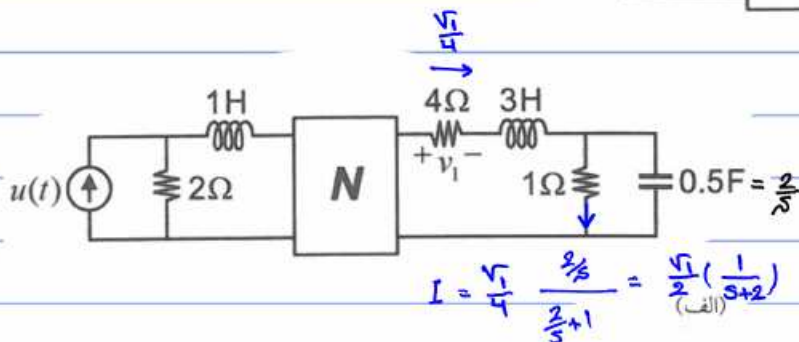
$$(3) \quad \frac{1}{2}(3 + e^{-2t} - 2e^{-t})u(t) \quad (4) \quad \frac{1}{2}(3 - e^{-t} - 2e^{-2t})u(t)$$



(الف)



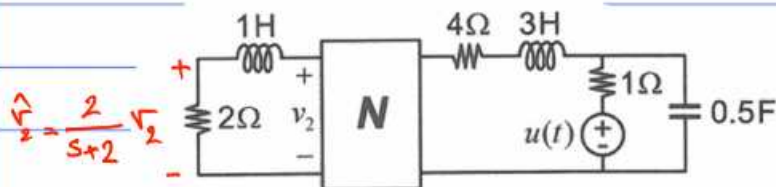
(ب)



$$H_I(s) = \frac{I_1}{I_s} = \frac{\frac{v_1}{2} \left(\frac{1}{s+2} \right)}{\frac{1}{s}} = \frac{1}{2} \left(\frac{s}{s+2} \right) v_1$$

$$v_1(t) = (3 - e^{-t} - 2e^{-2t})u(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} v_1 = \frac{3}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{2}{s+2}$$

$$H_I = \frac{1}{2} \left(\frac{s}{s+2} \right) \left(\frac{3}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{2}{s+2} \right)$$



$$H_v = \frac{v_2}{v_3} = \frac{\left(\frac{2}{s+2} \right) v_2}{\frac{1}{s}} = \frac{2s}{s+2} v_2$$

$$H_I = H_v \rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{s}{s+2} \right) \left(\frac{3}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{2}{s+2} \right) = \frac{2s}{s+2} v_2$$

$$v_2(s) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4(s+1)} - \frac{1}{2(s+2)} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} v_2(t) = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} \right) u(t)$$

نزینه ۴

برق 89

در مدار شکل (۱) جریان حالت صفر $i(t)$ به صورت

$i(t) = (2e^{-t} - e^{-2t} - e^{-3t})u(t)$ است. جریان حالت صفر $i_1(t)$ را در شکل (۲) بیابید؟

(N شبکه هم پاسخ است.)

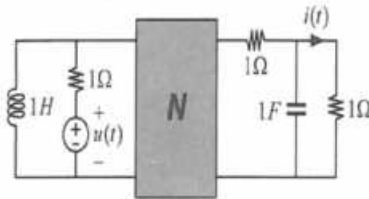
جواب:

$$i_1(t) = (2e^{-t} - e^{-2t} + 1)u(t) \quad (۱)$$

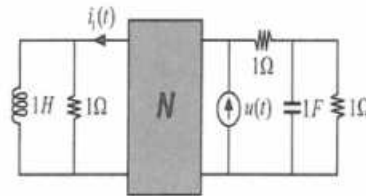
$$i_1(t) = (0 - e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} - \frac{1}{2}e^{-3t})u(t) \quad (۲)$$

$$i_1(t) = \frac{2}{3}e^{-2t}u(t) \quad (۳)$$

$$i_1(t) = \frac{1}{3}(7 + 2e^{-2t})u(t) \quad (۴)$$



شکل (۱)



شکل (۲)

برق 91

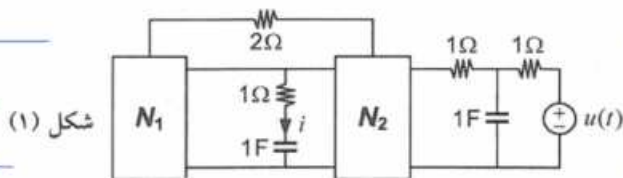
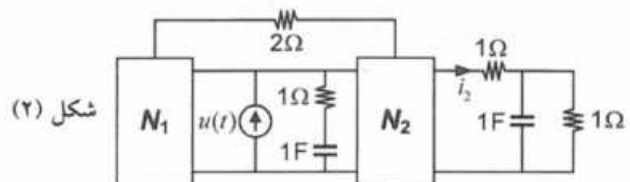
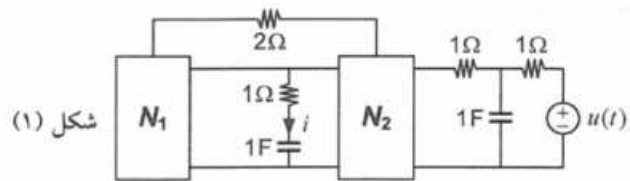
در مدار هم پاسخ زیر در شکل (۱)، پاسخ حالت صفر i به صورت

$i = \frac{1}{3}(e^{-t} - e^{-3t})u(t)$ است. در مدار شکل (۲)، کدام است؟ $i(t)$ تابع پله واحد

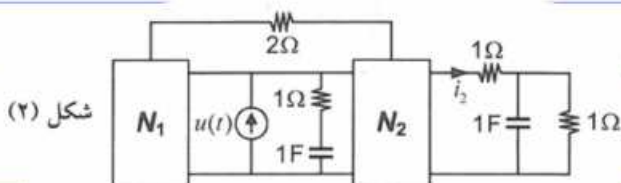
$$\frac{1}{3}(1 + 2e^{-t})u(t) \quad (۱)$$

$$(e^{-t} + e^{-t})u(t) \quad (۲)$$

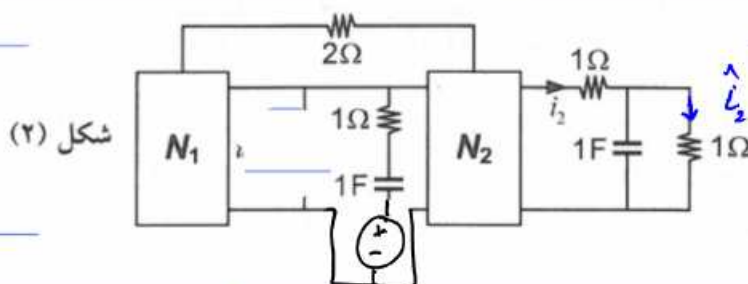
$$(e^t + 1 - 2e^{-t})u(t) \quad (۳)$$



$$H(s) = \frac{I(s)}{V_s} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+3} \right)}{\frac{1}{3}}$$



تبدیل



$$\hat{i}_2 = \frac{i_2}{\frac{1}{s+1}} = \frac{1}{2} \frac{1}{s+1}$$

$$\hat{V}_s = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{s} + 1 \right)$$

$$\hat{H} = \frac{\hat{i}_2}{\hat{V}_s} = \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{s+1}}{\frac{1}{3} \left(\frac{1}{s} + 1 \right)} = \frac{s^2}{(s+1)^2} i_2$$

$$\frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 + 3s} \bigg| \frac{s^2 + 3s}{1 - s}$$

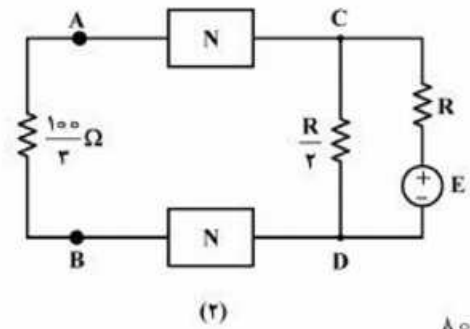
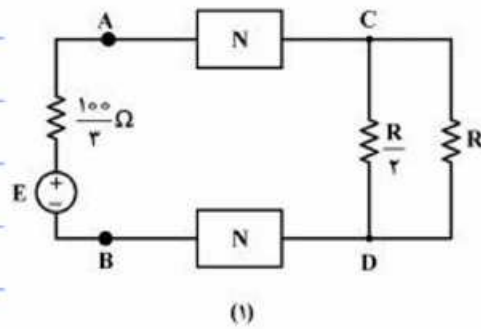
هم باصتی $H(s) = \hat{H}(s) \rightarrow \frac{s^2}{(s+1)^2} i_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{s}{s+1} - \frac{s}{s+3} \right) \rightarrow i_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{s+1}{s} - \frac{(s+1)^2}{s(s+3)} \right)$

$$i_2(s) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{s} - \left(1 + \frac{1-s}{s(s+3)} \right) \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{s-1}{s(s+3)} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{-\frac{1}{3}}{s} + \frac{\frac{4}{3}}{s+3} \right)$$

$$\mathcal{L}^{-1} i_2(t) = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} e^{-3t} \right) u(t)$$

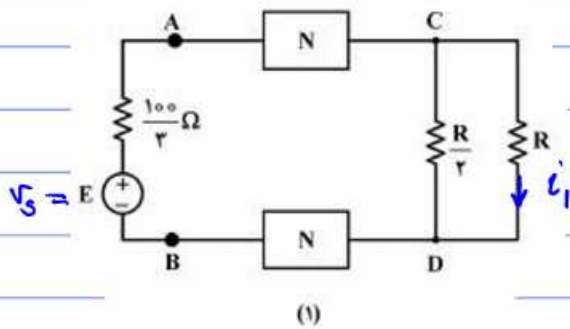
نمونه ۱

در مدار زیر N یک شبکه متقابل و E ثابت است. اگر در شکل (۱) $v_{AC} = \frac{1}{4}E$ و در شکل (۲) $v_{AB} = \frac{1}{60}E$ باشد، مقدار R چند اهم است؟ برق 95

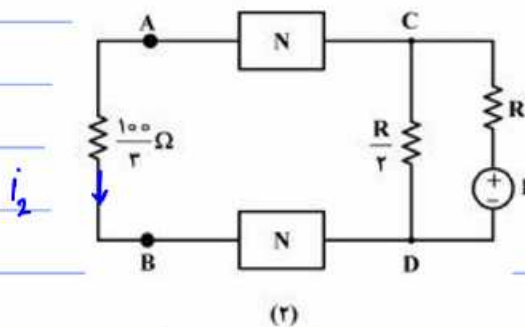


- (۱) ۸۰۰
(۲) ۹۰۰
(۳) ۱۱۰۰
(۴) ۱۹۰۰

متقابل یعنی خاصیت هم پاسبی دارد.



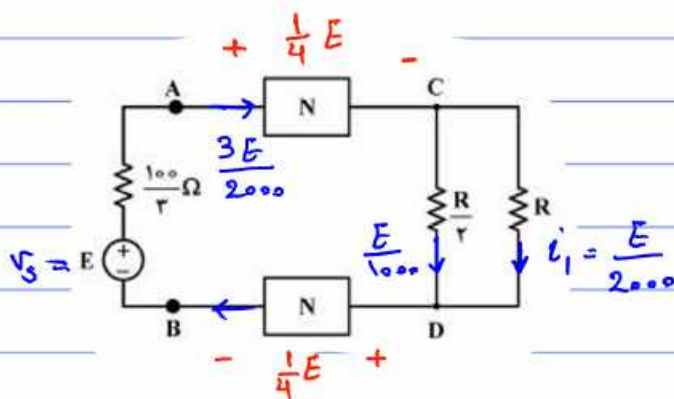
$$H = \frac{I_1}{V_S} = \frac{I_1}{E}$$



$$\hat{H} = \frac{I_2}{\hat{V}_S} = \frac{V_{AB} \times 100/3}{E} = \frac{3}{100} \frac{V_{AB}}{E} \quad \text{where } V_{AB} = \frac{1}{60}E$$

$$\rightarrow \hat{H} = \frac{1}{2000}$$

هم پاسبی: $H = \hat{H} \rightarrow \frac{I_1}{E} = \frac{1}{2000} \rightarrow I_1 = \frac{E}{2000}$



N ملاقات نه پاسبی مشابهت و جریان یکسانی دارند لذا ولتاژ دو سر آن ها برابر است و N پاسبی هم ولتاژ $\frac{1}{4}E$ و $V_{DB} = \frac{1}{4}E$

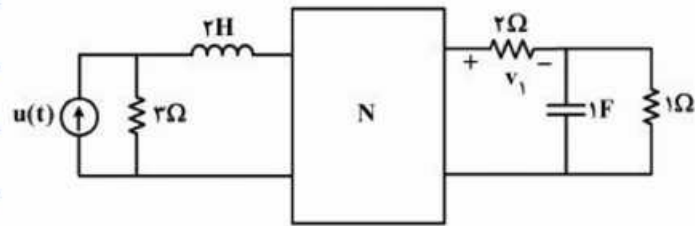
kvl: $-E + \frac{100}{3} \times \frac{3}{2000} E + \frac{1}{4} E + \frac{R E}{2000} + \frac{1}{4} E = 0$

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{20} + \frac{R}{2000} = 0 \rightarrow \frac{9}{20} = \frac{R}{2000} \rightarrow R = 900 \Omega$$

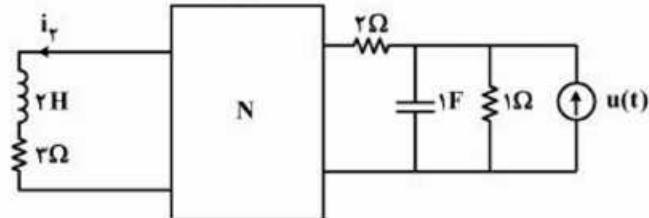
دکتری 95

مردم نهفته وقت حل می شود.

اگر پاسخ حالت صفر v_1 در شکل (۱) برابر $u(t) = [2e^{-t} - 3e^{-2t} + 1]u(t)$ باشد، پاسخ حالت صفر i_2 در شکل (۲)، برابر کدام است؟ (N هم پاسخ است)



شکل (۱)



شکل (۲)

$$(۱) \frac{1}{6} [1 - 4e^{-t} + 2te^{-t} + 3e^{-2t}] u(t)$$

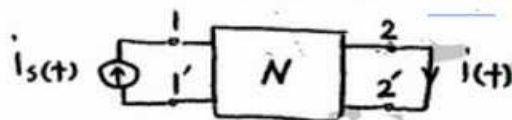
$$(۲) \frac{1}{6} [1 - 3e^{-t} + te^{-t} + e^{-2t}] u(t)$$

$$(۳) \frac{1}{2} [1 - 4e^{-t} + 2te^{-t} - e^{-2t}] u(t)$$

$$(۴) \frac{1}{2} [1 - e^{-t} + te^{-t} - e^{-2t}] u(t)$$

شبکه N متشکل از مقاومت های خطی تغییرناپذیر با زمان و یک سلف i^H و یک خازن i^F می باشد. آزمایش زیر صورت گرفته و جریان $i(t)$ (در حالت دائمی) اندازه گیری شده است.

در مدله تلفه و تست حل می شود.



نتیجه اندازه گیری

ورودی $i_s(t) = 5 \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$

$i(t) = 2 \sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$

چنانچه جای سلف و خازن را عوض کنیم، ولتاژ $v(t)$ در مدار زیر چقدر خواهد شد؟



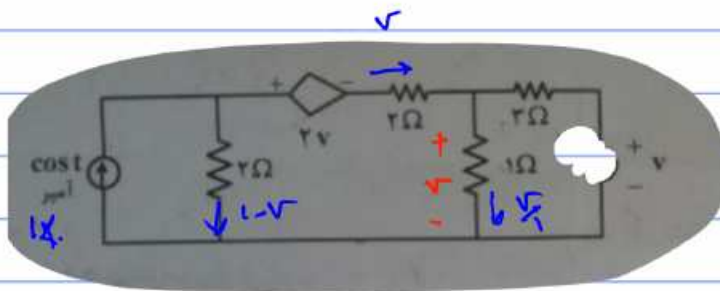
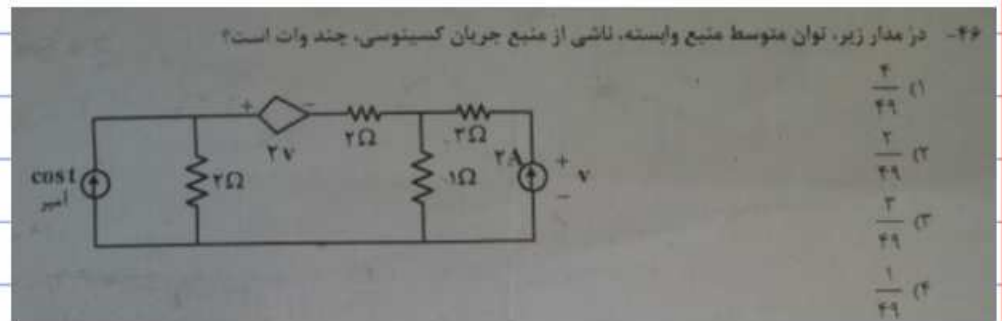
$v_s(t) = 5 \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$

$2 \cos\left(t + \frac{3\pi}{4}\right)$ (۴)

$2 \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$ (۳)

$2 \cos\left(t - \frac{3\pi}{4}\right)$ (۲)

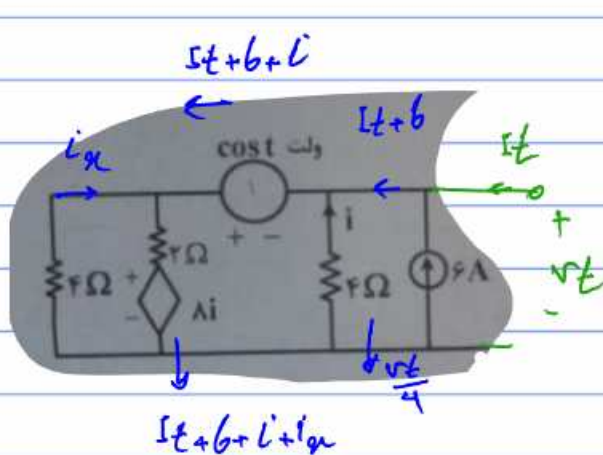
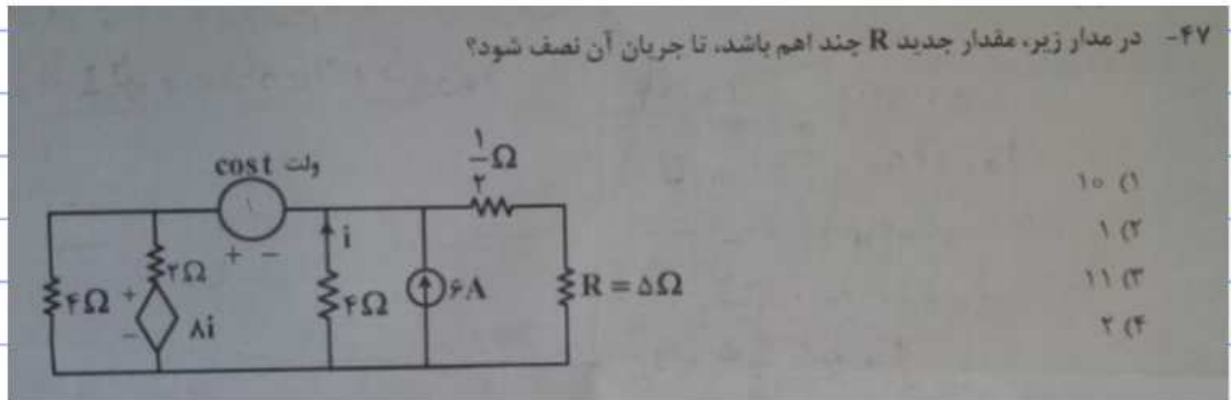
$2 \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$ (۱)



ناشی از منبع $\cos t$ ← $2A$ منبع

$$-2(1-v) + 2v + 2v + v = 0 \rightarrow 7v = 2 \rightarrow v = \frac{2}{7}$$

$$P = \frac{1}{2} v I = \frac{1}{2} \times 2v \times v = \frac{4}{49}$$



مدار معادمتی سه نیازی به حل در یک گام نیست.

راحت تر اینکه معادله تن از دو بار را حل کنیم

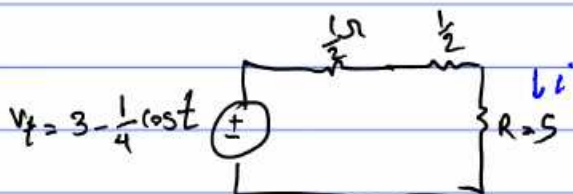
$$i = -\frac{v_t}{4} \quad (1)$$

$$\text{KVL: } -v_t - \cos t + 2(i_t + b - \frac{v_t}{4} + i_x) - 2v_t = 0 \quad (2)$$

$$\text{KVL: } v_t = -\cos t - 4i_x \quad (3)$$

$$-3v_t - \cos t + 2i_t + 12 - \frac{v_t}{2} - \frac{1}{2}\cos t - \frac{1}{2}v_t = 0$$

$$v_t = -\frac{1}{4}\cos t + \frac{1}{2}i_t + 3$$

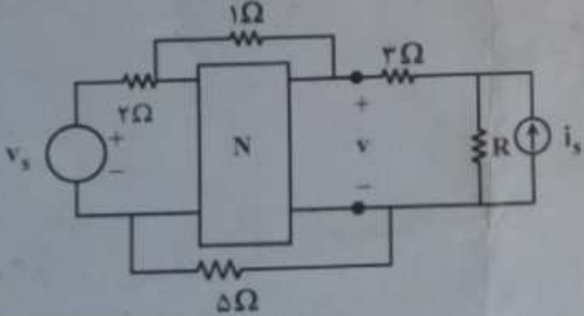


$$i_{old} = \frac{3 - \frac{1}{4}\cos t}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 5}$$

$$i_{new} = \frac{3 - \frac{1}{4}\cos t}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + R'} = \frac{1}{2} \frac{3 - \frac{1}{4}\cos t}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 5}$$

$$1 + R' = 2(1 + 5) \rightarrow R' = 11 \Omega$$

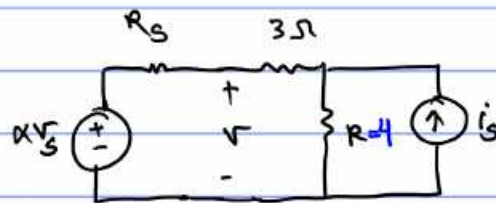
۴۸- در مدار زیر، N یک مدار مقاومتی خطی و بدون منابع مستقل است. با $R = 4\Omega$ ولتاژ v به صورت $v = \frac{1}{9}i_s + \frac{1}{9}v_s$ می باشد. به ازای مقداری از R که توان متوسط آن ماکزیمم است، ولتاژ v برابر کدام است؟



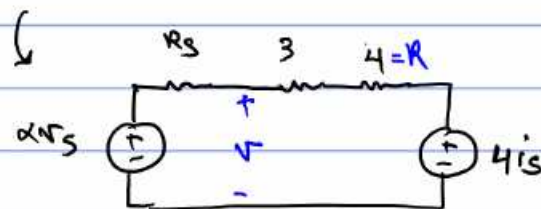
$$i_s + \frac{1}{5}v_s \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}i_s + \frac{4}{25}v_s \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}i_s + \frac{1}{5}v_s \quad (3)$$

$$i_s + \frac{4}{25}v_s \quad (4)$$


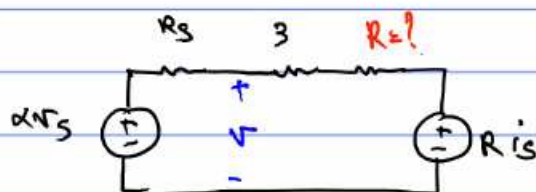
$$v = \frac{8}{9}i_s + \frac{1}{9}v_s$$



$$v = 4i_s \frac{R_s}{R_s + 7} + \alpha v_s \frac{7}{7 + R_s} = \frac{8}{9}i_s + \frac{1}{9}v_s$$

$$\frac{4R_s}{R_s + 7} = \frac{8}{9} \rightarrow R_s = 2$$

$$\frac{7\alpha}{7 + R_s} = \frac{1}{9} \xrightarrow{R_s=2} \alpha = \frac{1}{7}$$

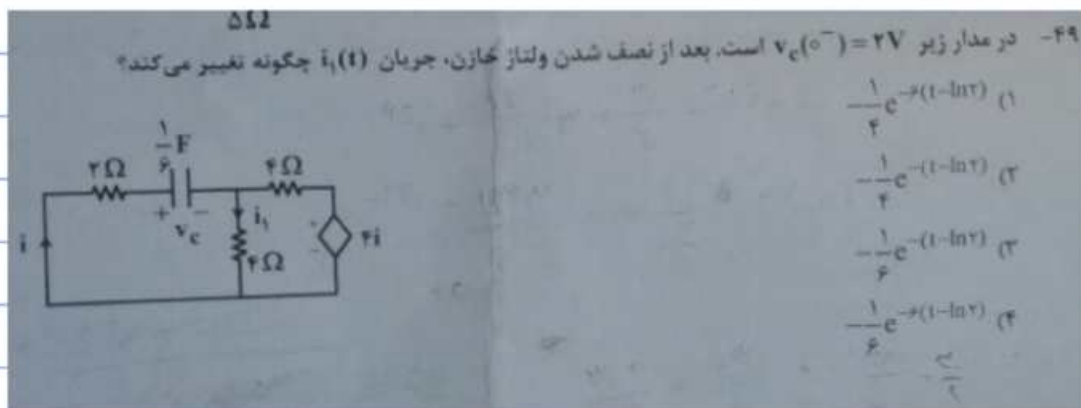


قضیه تطبیق امپدانس:

$$R = R_s + 3 = 5$$

$$v = \alpha v_s \frac{3+R}{R_s+3+R} + R i_s \frac{R_s}{3+R+R_s} = \frac{8}{70}v_s + \frac{10}{10}i_s$$

$$= \frac{4}{35}v_s + i_s$$



$\xleftarrow{f_1(t)}$
 $\xrightarrow{f_2(t)}$

t_0

$\downarrow$

نصف شدن ولتاژ

$i = \frac{1}{6} v_C$

$2 \times \frac{1}{6} v_C' + v_C + 4i_1 = 0 \quad (1)$

$2 \times \frac{1}{6} v_C' + v_C + 4 \times \frac{v_C'}{6} + \frac{2}{6} v_C' + v_C + \frac{4}{6} v_C' = 0 \quad (2)$

$2v_C' + 2v_C = 0 \xrightarrow{3=-1} v_C = 2e^{-t} \quad (3)$

$v_C(0) = 2$

$v_C(t) = \frac{1}{2} v_C(0) \rightarrow 2e^{-t} = 1 \rightarrow t_0 = \ln 2$

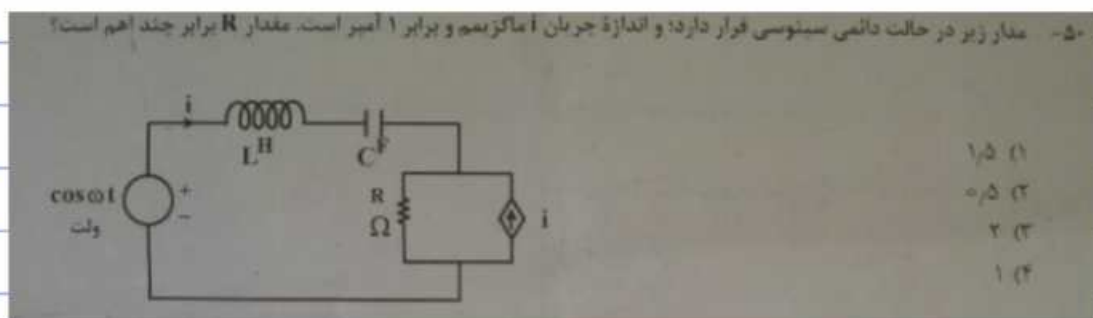
$i_1 = -\frac{1}{4} \left(\frac{2}{6} v_C' + v_C \right) \rightarrow i_1 = -\frac{1}{12} \times (-2e^{-t}) - \frac{1}{2} e^{-t}$

$t > t_0 \quad i_1(t) = \frac{1}{6} e^{-\ln 2} - \frac{1}{2} e^{-\ln 2} = \frac{1}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1-3}{12} = -\frac{1}{6}$

مقدار اولیه i_1 در t_0 است و ثابت زمانی مدار هم تغییری نداشته لذا

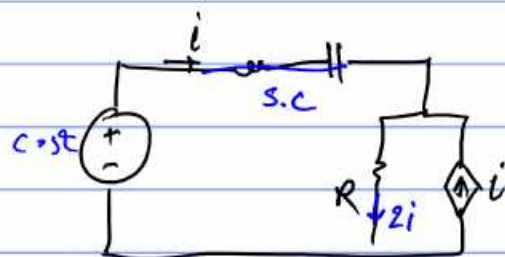
$i_1(t) = -\frac{1}{6} e^{-(t-t_0)}$

۵- مدار زیر در حالت دائمی قرار دارد؛ و اندازه جریان i ماکزیمم و برابر ۱ آمپر است. مقدار R برابر چند اهم است؟

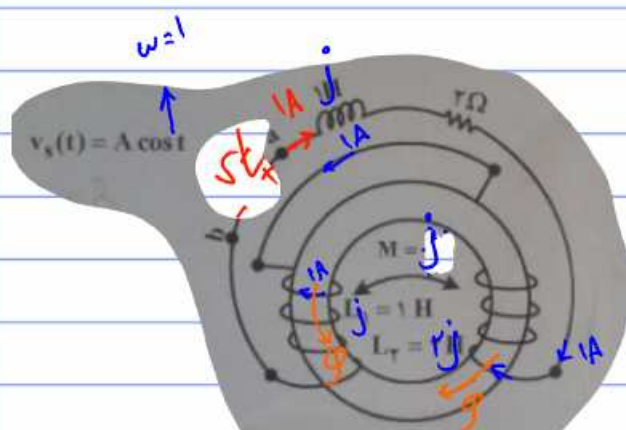
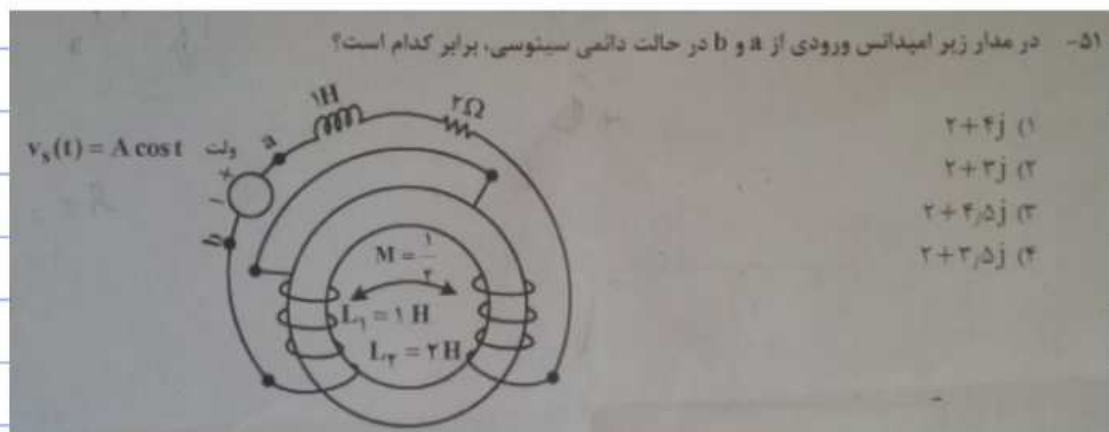


۱/۵ (۱)
۰/۵ (۲)
۲ (۳)
۱ (۴)

وقتی اندازه جریانی ماکزیمم شود که مدار تولید شود (یادداشت بانه با اینس لقمه صفت)



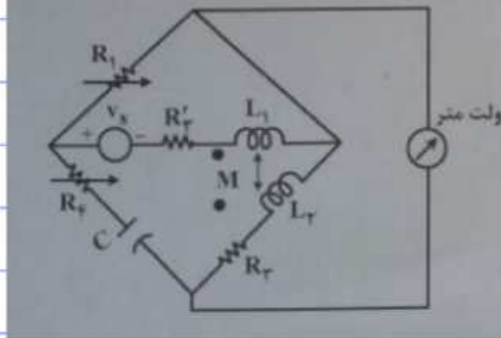
$$\cos t = 2iR \xrightarrow{|i|=1} R = \frac{1}{2} \Omega$$



بسته به منبع عدد ۲ طوری هستند مدار را تقصیل
چرا کنند (مانند مدار دست راست)
 $n = -\frac{1}{2}$

$$v_L = j + 2 + 2j - j + j = 2 + 3j$$

۵۴- در مدار دائمی سینوسی زیر با تنظیم R_1 و R_2 ، ولت‌متر ایدهال مقدار صفر ولت را نشان می‌دهد. با فرض $R_1 = R_2 = R_3 = 1\Omega$ و مقدار L_1 و M کدام است؟



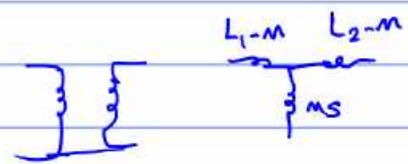
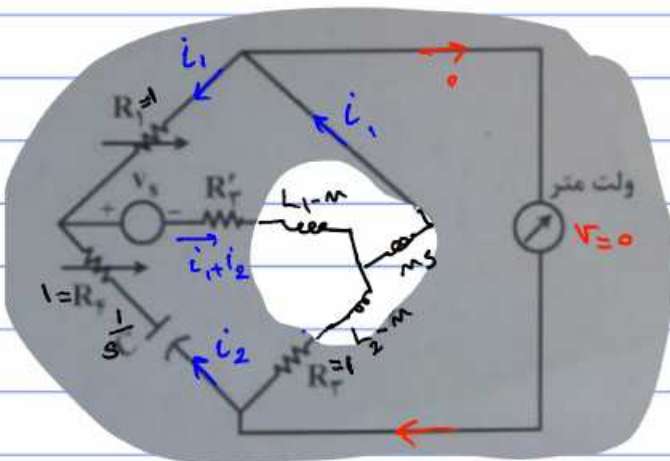
$$L_1 = 1, M = 1/5 \quad (1)$$

$$L_1 = 2, M = 1 \quad (2)$$

$$L_1 = 5, M = 3 \quad (3)$$

$$L_1 = 3, M = 2 \quad (4)$$

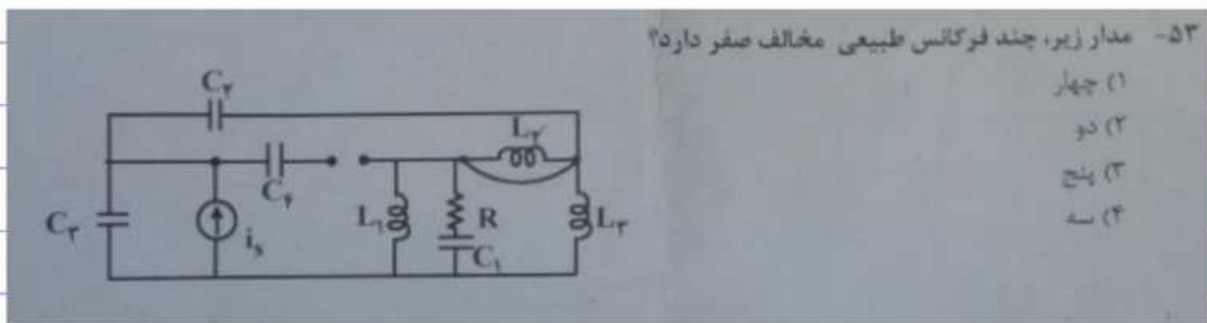
طبقه ای که جریان صفر است



$$kvl: \quad -\left(1 + \frac{1}{sC}\right) i_2' + i_1' = 0$$

$$kvl: \quad -\left(1 + (L_2 - m)s\right) i_2' + ms i_1' = 0 \xrightarrow{\div s} -\left(\left(\frac{L_2 - m}{s} + \frac{1}{s}\right) i_2' + m i_1' = 0$$

$$m=1 \quad \text{و} \quad 1 + \frac{1}{sC} = (L_2 - m)s + \frac{1}{s} \xrightarrow{C=1} L_2 - m=1 \rightarrow L_2 = 2$$



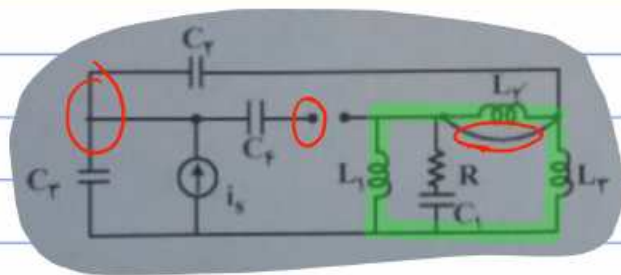
$$N = 4 + 3 = 7$$

حلقه های گسسته یلفی
و وابستگی خطی متغیرات ندارد.

گسسته های یلفی حلقه یلفی

$$N_b = 2 + 2 = 4$$

$$N_{\text{غیر صفر}} = 7 - 4 = 3$$



یک وابستگی خطی متغیرات گسسته

$$\begin{cases} \dot{i}_{L_2}' = 0 \\ \dot{i}_{L_1}' + \dot{i}_{L_2}' + \dot{i}_{L_3}' = 0 \end{cases}$$

وابستگی خطی

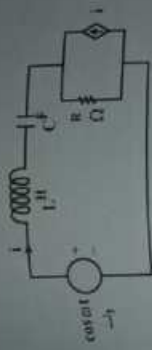
از ترکیب جادویی حاصل و منتقل نیست.

$$\dot{i}_{L_1}' + 0 + \dot{i}_{L_3}' = 0$$

صفحه ۱۲

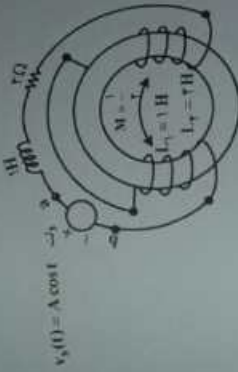
۱۱۱۱۱۱

۱۲- آزمون مجموعه بهمنی برق (تک ۱۳۵۱)
در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.



۱. ۱۰
۲. ۵
۳. ۲.۵
۴. ۱

۱۳- در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.



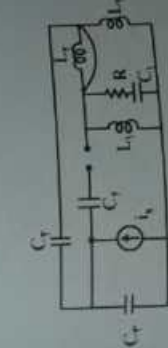
۱. ۱۰
۲. ۵
۳. ۲.۵
۴. ۱

۱۴- در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.



۱. ۱۰
۲. ۵
۳. ۲.۵
۴. ۱

۱۵- در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.

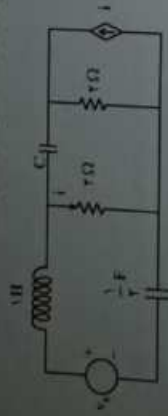


۱. ۱۰
۲. ۵
۳. ۲.۵
۴. ۱

صفحه ۱۳

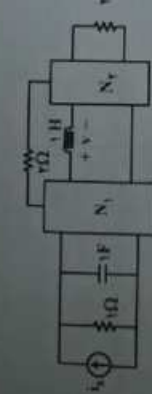
۱۱۱۱۱۱

۱۶- آزمون مجموعه بهمنی برق (تک ۱۳۵۱)
در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.



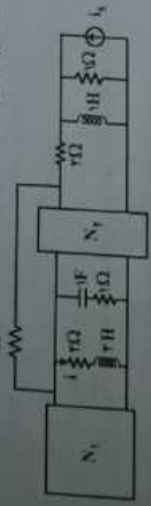
۱. ۱۰
۲. ۵
۳. ۲.۵
۴. ۱

۱۷- در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.

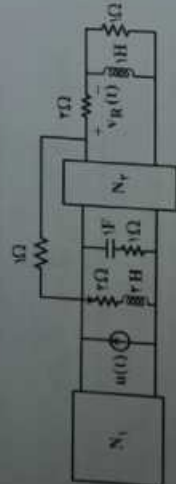


۱. ۱۰
۲. ۵
۳. ۲.۵
۴. ۱

۱۸- در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.



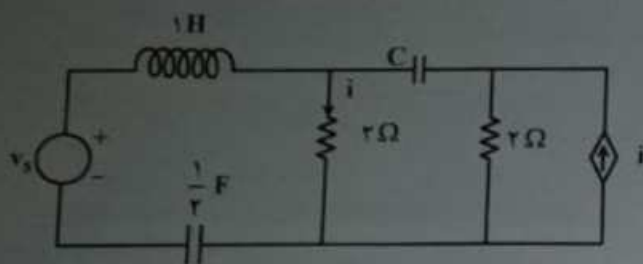
۱۹- در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.



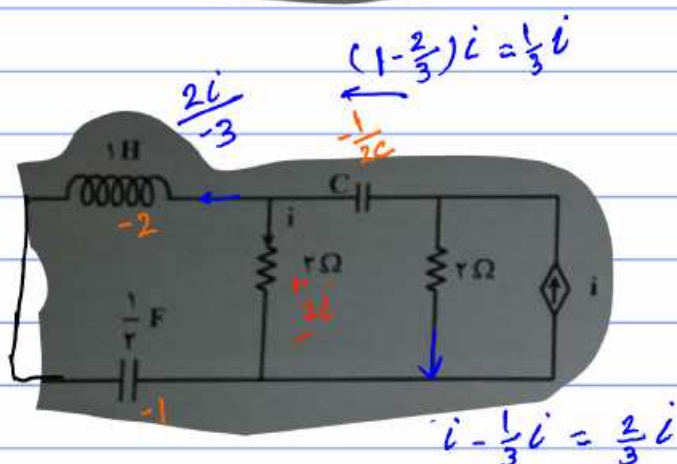
۲۰- در مدار زیر، یک منبع ولتاژ متناوب $v_s(t) = 10 \cos(1000t)$ ولت، یک خازن $C = 10 \mu\text{F}$ و یک القاگر $L = 10 \text{ mH}$ به هم وصل شده اند. مقدار R را برای حداکثر توان مصرفی در بار R تعیین کنید.

۱. ۱۰
۲. ۵
۳. ۲.۵
۴. ۱

۵۴- در مدار زیر، اگر یک فرکانس طبیعی مدار برابر (-2) باشد، مقدار C چند فاراد است؟



- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$



$$\det(Z)|_{s=-2} = 0 \quad \text{یا} \quad \det(Y)|_{s=-2} = 0$$

یا معادله مشخصه برای $s = -2$ صفر شود!

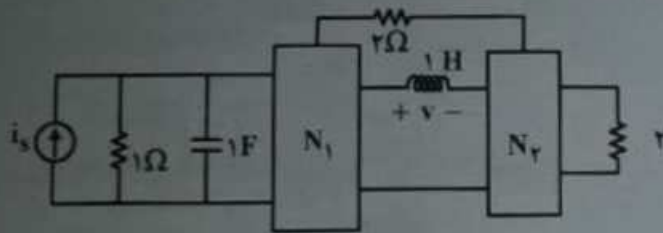
$$\text{kvl:} \quad -2 \times \frac{2}{3}i - \frac{1}{2c} \times \frac{1}{3}i + 2i = 0$$

$$\left(-\frac{4}{3} - \frac{1}{6c} + 2\right)i = 0$$

$$\frac{1}{6c} = 2 - \frac{4}{3} \rightarrow \frac{1}{c} = 12 - 8$$

$$c = \frac{1}{4}$$

۵۵- مدار زیر بدون شرایط اولیه در $t = 0^-$ است و N_1 و N_2 از مقاومتهای خطی دو سر مثبت تشکیل شدهاند. کدام معادله دیفرانسیل در $t > 0$ برای ولتاژ $v(t)$ درست است؟



$$v''(t) + 2v'(t) + 3v(t) = i_s'' + i_s \quad (1)$$

$$v''(t) + 2v'(t) + 3v(t) = \frac{1}{2}i_s'' + i_s \quad (2)$$

$$v''(t) + 2v'(t) + 3v(t) = \frac{1}{2}i_s' \quad (3)$$

$$v''(t) + 2v'(t) + 3v(t) = 2i_s' + 3 \quad (4)$$

مثابه نکته سوال اول یا دوم نکته تست مدار

ولتاژ دوسر سلف دارای یک منفرد در میا است. صورت باید س تقارن باشد.

$$L_1) \quad \frac{v}{i} = \frac{s^2 + 1}{s^2 + 2s + 3} \quad \times$$

$$L_2) \quad \frac{v}{i} = \frac{\frac{1}{2}s^2 + 1}{s^2 + 2s + 3} \quad \times$$

$$L_3) \quad \frac{v}{i} = \frac{\frac{1}{2}s}{s^2 + 2s + 3} \quad \checkmark$$

$$L_4) \quad \frac{v}{i} = \frac{2s + 3}{s^2 + 2s + 3} \quad \times$$

۵۶- مدارهای زیر هم پاسخ هستند. در مدار (۱) با $i_s = u(t)$ پاسخ حالت صفر i به صورت $(e^{-t} - e^{-2t})u(t)$ است. در مدار (۲) پاسخ حالت صفر $v_R(t)$ برابر کدام است؟

مدار (۱)

مدار (۲)

$u(t)[\tau e^{-\tau t} + e^{-t}]$ (۱)
 $\Delta u(t)$ (۲)
 $u(t)\left[\frac{\tau}{\tau} + t - \frac{\tau}{\tau} e^{-\tau t}\right]$ (۳)
 $\tau(1 + e^{-\tau t})u(t)$ (۴)

$$V_1 = (2 + 2S) \times \frac{1}{S+1} - \frac{1}{S+2} = 2 - \frac{2+2S}{S+2} = \frac{2}{S+2}$$

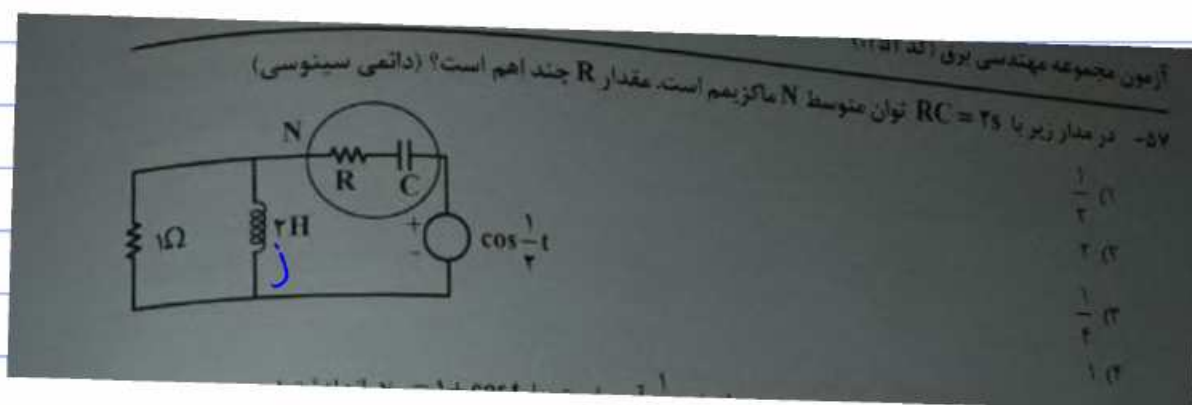
$$T_1 = \frac{V_1}{I_s} = \frac{2}{S+2} / \frac{1}{S} = \frac{2S}{S+2}$$

$$V_2 = \frac{V_R}{2} \times \frac{S}{S+1}$$

$$T_2 = \frac{V_2}{I_s} = \frac{\frac{V_R}{2} S}{S+1} / \frac{1}{S}$$

قضیه پاسخ : $T_1 = T_2 \rightarrow \frac{2S}{S+2} = \frac{V_R}{2} \frac{S^2}{S+1}$

$$V_R = 4 \left(\frac{S+1}{S(S+2)} \right) = \frac{2}{S} + \frac{-2}{S+2} \xrightarrow{\mathcal{L}^{-1}} V_R = 2 + 2e^{-2t} \quad t \geq 0$$



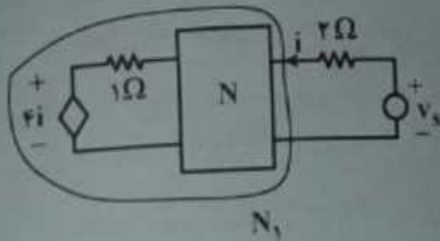
$$Z_N = R - \frac{2j}{C} \xrightarrow{RC=2} Z_N = R - \frac{2j}{\frac{2}{R}} = R - Rj$$

$$Z_{th} = 11j = \frac{j}{1+j} = \frac{j(1-j)}{1+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}j$$

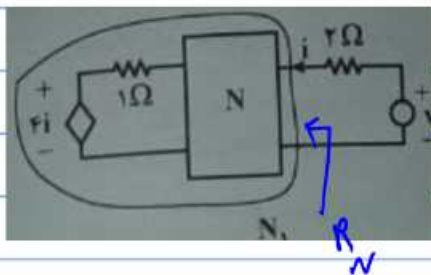
برای تطبیق $Z_N = Z_{th}^* = R - Rj = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}j$

$$\underline{R = \frac{1}{2} \Omega}$$

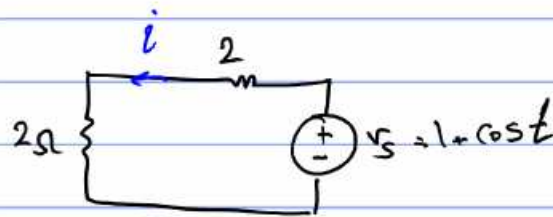
۵۸- در مدار مقاومتی خطی زیر، $v_s = 1 + \cos t$ با آمپر است. $\frac{1}{4}$ و جریان i برابر $\frac{1}{4}$ اندازة توان متوسط N_1 چند وات است؟ (N بدون منابع مستقل است)



- $\frac{1}{8}$ (۱)
- $\frac{3}{16}$ (۲)
- $\frac{1}{16}$ (۳)
- $\frac{3}{8}$ (۴)



سازمانده اول: $\frac{1}{2} = \frac{2}{2 + R_N} \rightarrow R_N = 2 \Omega$



$i(t) = \frac{1 + \cos t}{4}$

راه اول: مستقیم

$$P_{avg} = R i^2 = 2 \times \left(\frac{1 + \cos t}{4} \right)^2 = \frac{2}{16} (1 + \cos^2 t + 2 \cos t)$$

$\downarrow$ متوسط 1
 $\downarrow$ متوسط $\frac{1}{2}$
 $\downarrow$ متوسط 0

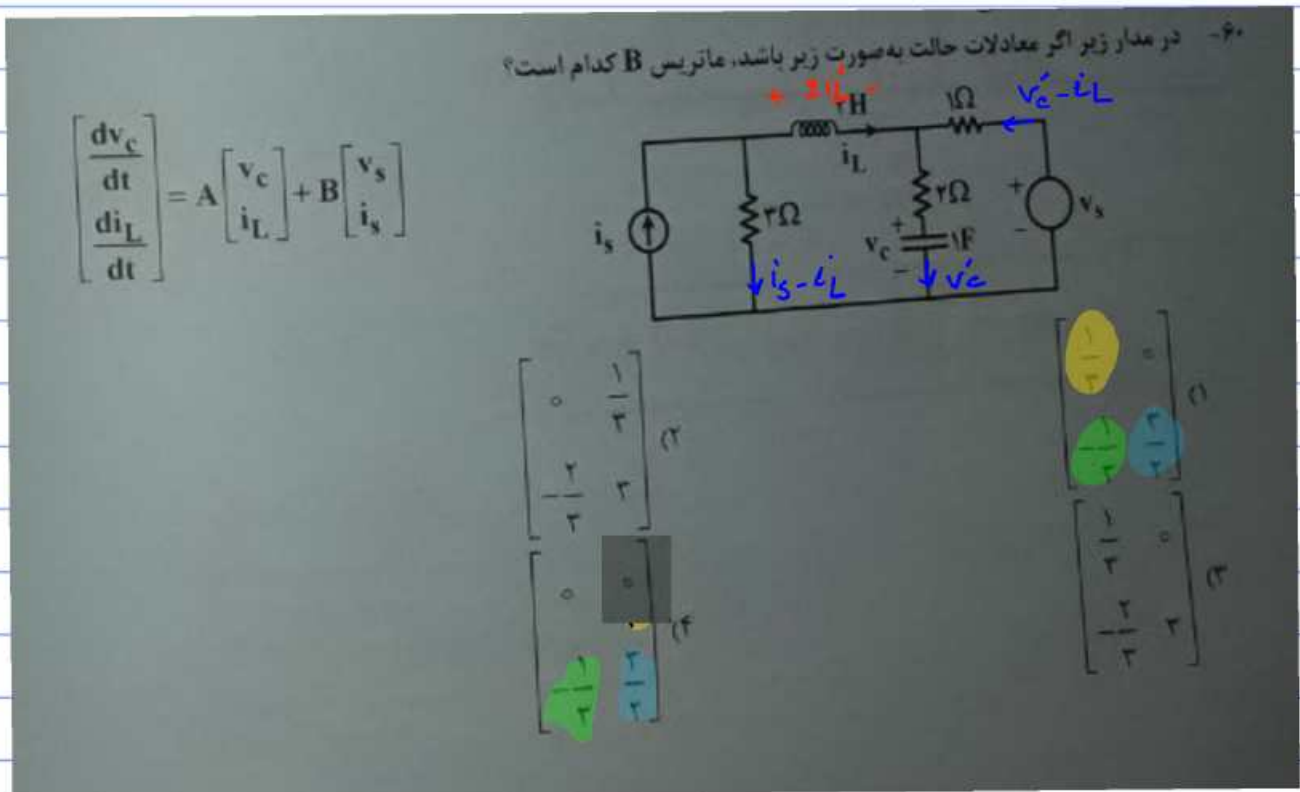
$$= \frac{1}{8} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{16}$$

DC: $i_{dc} = \frac{1}{4} \rightarrow \hat{P} = 2 \times \left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{2}{16}$

راه دوم: جمع اکثاری

ac: $i_{rms} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{4} \rightarrow \hat{P} = \frac{1}{2} R i_{rms}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times \left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{16}$

$P = P_1 + P_2 = \frac{3}{16}$



kvl: $-v_s + v_c - i_L + 2v_c + v_c = 0 \rightarrow v_c' = -\frac{1}{3}v_c + \frac{1}{3}i_L + \frac{1}{3}v_s$

kvl: $-v_s + v_c' - i_L - 2i_L' + 3(i_s - i_L) = 0$ سریع ۱ یا ۳ غلط

$\rightarrow -v_s + (-\frac{1}{3}v_c + \frac{1}{3}i_L' + \frac{1}{3}v_s) - 4i_L' - 2i_L' + 3i_s = 0$

$i_L' = -\frac{1}{6}v_c - \frac{11}{6}i_L - \frac{1}{3}v_s + \frac{3}{2}i_s$

سریع ۱ صحیح است

۵۹- در مورد گراف ۱۰ شاخه‌ای و هفت گره‌ی، گزینه‌ی درست کدام است؟

(۱) ولتاژها در یک زیر فضای به بعدی از فضای R^{10} قرار دارند.

(۲) عمود بودن زیر فضاهای ولتاژها و جریان‌ها نتیجه قوانین ولتاژ و جریان کیرشهف است.

(۳) زیر فضاهای ولتاژها و جریان‌ها الزاماً بر هم عمود نیستند.

(۴) ☒ جریان‌ها در یک زیر فضای ۴ بعدی R^{10} هستند و یک پایه‌ی ساده آن زیر فضا، مجموعه ردیف‌های ماتریس کانت‌های اساسی است.